

Contar números escalonados

El problema

Sobre los dígitos del 0 al 9 se definen las dos siguientes operaciones:

$$\text{subir}(d) = \begin{cases} d + 1, & \text{si } d < 9 \\ 0, & \text{si } d = 9 \end{cases}$$

$$\text{bajar}(d) = \begin{cases} d - 1, & \text{si } d > 0 \\ 9, & \text{si } d = 0 \end{cases}$$

Un número natural se llama *escalonado* cuando cada dígito, a excepción del primero, se obtiene a partir del anterior mediante una operación *subir* o una operación *bajar*. Por ejemplo, 565432109 es escalonado, mientras que 565432102 no lo es (ya que el último dígito, 2, no puede obtenerse desde el penúltimo dígito, 0, con ninguna de las dos operaciones).

Diseña un algoritmo recursivo eficiente que, dado un número N , determine cuántos números escalonados menores que N hay. Debes, así mismo, determinar la complejidad de dicho algoritmo, planteando y resolviendo las recurrencias apropiadas.

Programa de prueba

Para realizar el control se proporciona un archivo `rec.cpp` que contiene un programa que lee casos de prueba por la entrada estándar, e imprime el resultado por la salida estándar. Cada caso de prueba consistirá en el número N (de tipo `long long`). El programa escribirá, entonces, cuántos números escalonados menores que N hay. La entrada finalizará con una línea con -1. A continuación se muestra un ejemplo de entrada/salida:

Entrada	Salida
6	6
17	12
257	36
5678	103
19876	152
345678	375
565432102	3449
-1	

Trabajo a desarrollar

Tu trabajo consiste en:

- Diseñar y analizar el algoritmo, rellenando los huecos correspondientes, entre comentarios, que preceden a la función `num_escalonados`
- Codificar el algoritmo. El punto de entrada es la función `num_escalonados`. Aparte, podrás definir las funciones auxiliares que consideres oportuno.
- Entregar `rec.cpp` a través del juez en línea de la asignatura.

Importante:

- Sólo puntuarán aquellas entregas que superen los casos del juez (el resto de entregas puntuarán 0).
- Debes poner tu nombre y apellidos en el comentario habilitado para ello en la plantilla (aquellas entregas no identificadas con nombre y apellidos puntuarán 0)
- No modificar el código proporcionado. Únicamente deben responderse a los distintos apartados, en el interior de los comentarios, e implementar la función `num_escalonados` (sí pueden incluirse funciones auxiliares, si se considera necesario).