

四川大学半期考试试题 (闭卷)

(2016-2017 学年第 1 学期)

课程号: 201137050

课序号:

课程名称: 微积分 (I)-I 任课教师:

成绩:

适用专业年级:

学生人数:

印题份数:

学号:

姓名:

考生承诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定 (修订)》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名:

1、(10 分) 求 $y = \frac{e^x}{1 - e^{\frac{x-1}{2-x}}}$ 的所有间断点并判断其类型。

2、(10 分) 证明：当 $x \rightarrow 0$ 时， $e^{\tan x} - e^{\sin x}$ 与 x^3 是同阶的无穷小量。

3、(15 分) 设曲线 $y = f(x)$ 上的一点 $(1, 0)$ 处的切线在 y 轴上的截距为 2016，

(1) 求 $f'(1)$ ；(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f(1 + \frac{1}{n})$ ；(3) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} [1 + f(1 + \frac{1}{n})]^n$ 。

4、(10 分) 设 $y = x^x$ ， $x > 0$ ，求 y' 、 y'' 。

5、(10 分) 设 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t + 1 \\ e^y \arctan t - y + 1 = 0 \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0}$ 。

6、(10 分) 设 $f(x)$ 为可导的函数， $f(0) = 1$ ， $f'(0) = 2$ ，并且由方程

$f(xy + x) = x + y$ 确定了函数 $y = y(x)$ ，求 $y'(0)$ 。

7、(10 分) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \arctan \frac{1}{x})^{x^2}$ 。

8、(10 分) 设 $y = (x^2 - 1)^n e^x$ ， n 是自然数，求 $y^{(n)}(-1)$ 。



9、(15分) 设 $f(x) = 2^x - x^2 - 1$, 求证:

(1) 方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[2, 5]$ 上有一个实根;

(2) $f'''(x)$ 处处非零;

(3) 方程 $f(x) = 0$ 只有三个不相等的实根.

(提示: 1、观察出方程 $f(x) = 0$ 有两个整数解, 结合 (1) 方程 $f(x) = 0$ 有三个实根;

2、假设方程 $f(x) = 0$ 有四个不相等的实根, 由罗尔定理导出与 (2) 的矛盾)

附加题、(10分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 上可导, $f(0) = 0$, $f(1) = \frac{1}{3}$, 证明:

(1) 对 $\forall t \in (0, 1)$, 都存在 $\xi \in (0, t)$ 使得 $\frac{1}{t}f(t) + \xi^2 = f'(\xi) + \frac{1}{3}t^2$;

(2) 存在不相等的两点 $\xi, \eta \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) + f'(\eta) = \xi^2 + \eta^2$.

