四川大学半期考试试题（闭卷）

（2016-2017 学年第 2 学期）

课程号：201138040　课序号：　课程名称：微积分（I）-2　任课教师：　成绩：
适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 曲线 $\begin{cases} y = 2x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所成的曲面方程为__________.

2. 设 $z = x^y\,(x > 0,\, x \neq 1)$,则 $dz =$ __________.

3. 改变二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^{3y} f(x, y)\,dx$ 的积分顺序为__________.

4. 函数 $f(x, y) = x^2 y$ 在点 $(1, 1)$ 处方向导数的最大值为__________.

5. 曲线 $\begin{cases} z = xy \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ 上点 $(1, 1, 1)$ 处的切线方程为__________.

二、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1. 设 $z = z(x),\, y = y(x)$ 由方程组 $\begin{cases} z = f(y, z + x) \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{dz}{dx}, \dfrac{dy}{dx}$.

2. 求由曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 及 $z = 6 - 2x^2 - y^2$ 所围成的立体的体积.

3. 求极限 $\lim\limits_{r \to 0} \dfrac{1}{r^3} \iiint\limits_{\Omega_r} \ln(4 + x^2 + y^4)\,dv$，其中 Ω_r: $x^2 + y^2 + z^2 \le r^2$.

4. 求过曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 上一点的切平面，且该切平面垂直于直线 $\begin{cases} x - y - z = 2 \\ x + z = 2 \end{cases}$.

5. 设闭区域 $D: x^2+y^2 \le y, x \ge 0$，$f(x, y)$ 为 D 上的连续函数，且

$$f(x, y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{4}{\pi}\iint_D f(u, v)\,dudv,$$ 求 $f(x, y)$.

6. 计算三重积分 $\iiint_\Omega (x^2+x^3y^3+y^2)\,dxdydz$，其中 Ω 由 $2z=x^2+y^2, z=1, z=2$ 围成.

三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 证明极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}}(x+y)^{\frac{1}{\sin(x-1)}}$ 不存在.

2. 设 $z=f(x, y)$ 在有界闭区域 D 上具有二阶连续偏导数，且 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\ne 0$. 证明：$z$ 的最值只能在边界上取到.