

四川大学 2015 级高等数学(I)上期半期考试试题

1. 利用数列极限定义证明:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{4n-1} = \frac{3}{4}$ .

2. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x}{|x|(x^2-1)}, & x \neq -1, 0, 1 \\ 0, & x = \pm 1 \end{cases}$ , 求函数  $f(x)$  的间断点, 并判断其类型. 若为可去间断

点, 试补充或修改定义后使其为连续点.

3. 求下列极限:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ ;

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n \tan \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ .

4. 计算极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{1+x^2}}{(\cos x - e^{x^2}) \sin x^2}$ .

5. 已知  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & x < 0 \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处有二阶导数, 试确定参数  $a, b, c$  的值.

6. 求方程  $\sin y = \ln(x+y)$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

7. 求参数方程  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$  所确定函数的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

8. 求函数  $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$  的  $n$  阶导数  $y^{(n)}$ .

9. 已知  $f(x), g(x)$  可导, 写出  $\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)'$  的求导公式, 并证明该公式.

10. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(1) = 0$ . 求证: 存在  $\xi \in (0, 1)$ , 使  $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ .