



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA3711-1 Optimización Matemática

Modelación Pandemia Covid-19 y Gestión Eficaz de Tests de Diagnóstico

Regiones de Tarapacá, Araucanía y Metropolitana

Integrantes: Sebastián Cobaise

Arturo Lazcano

Profesor: Héctor Ramírez

Auxiliares: María José Alfaro

Javier Madiaraga

Rolando Rogers

8 de mayo de 2020

1. Introducción

La pandemia mundial del Covid-19 ha afectado notoriamente a muchos países, entre ellos Chile, es por eso que este informe tiene el objetivo de modelar de distintas maneras los contagios que se tienen hasta la fecha y ver el comportamiento sobre las predicciones de dichos modelos para los contagios totales. Por otro lado también se estudiará el problema sobre la gestión eficaz de test de diagnósticos para maximizar su utilidad, es decir, calcular la cantidad máxima de test para tener el mayor número de detectados posible. Este último trabajo está basado en un estudio hecho en Italia por Lorenzo Lampariello y Simone Sagratella.

Para este informe se escogen las regiones de Tarapacá, Araucanía y la región metropolitana (RM) con datos desde el 7 de Marzo hasta el 15 de Abril y para efectos del modelamiento matemático se trabajará con la suma de estos valores. En el caso de Madrid se seleccionarán los datos desde el 27 de Febrero hasta el 20 de Abril. Con respecto a la gestión de eficacia de tests de diagnósticos, se trabajará con los datos acumulados hasta el día 20 de Abril de 2020.

Para la primera parte de este informe se trabajará con tres tipos de modelos distintos presentados a continuación:

El modelo exponencial, que viene dado por la ecuación:

$$f(t, a, b, c) = a \cdot e^{b(t-c)}$$

El modelo logístico, que viene dado por la ecuación:

$$f(t, a, b, c) = \frac{a}{1 + e^{-(t-c)b}}$$

El modelo de Gompertz, que viene dado por la ecuación:

$$f(t, a, b, c) = a \cdot e^{(-b \cdot e^{-ct})}$$

Pregunta Extra: En epidemiología, el número reproductivo básico de una infección (R_0) es el promedio de casos secundarios de una enfermedad causados por un caso primario, es decir, es el número promedio de casos nuevos que genera un caso dado a lo largo de un período infeccioso. Este valor indica aproximadamente la velocidad de propagación de una enfermedad, en este caso se hablará del COVID-19. El número reproductivo efectivo (R_e), es básicamente el mismo índice que R_0 , pero es el que está ocurriendo en el minuto actual cuando ya se están haciendo medidas de mitigación, por lo que es un número que representa de mejor manera la realidad de un sector con esta enfermedad. Una manera de estimar estos valores es usando un modelo como el de Kermack y McKendrick descrito como sigue:

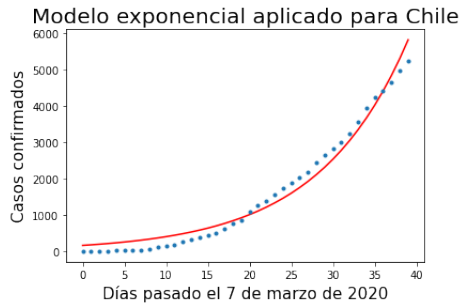
$$\frac{dS}{dt} = \frac{-\beta I}{N} S \quad \frac{dI}{dt} = \frac{-\beta I}{N} S - \gamma \cdot I \quad \frac{dR}{dt} = \gamma \cdot I$$

Donde N es el tamaño total de la población, S las personas posibles a ser contagiadas, I los infectados, R las personas recuperadas, β la tasa de transmisión y γ la tasa de recuperación (o la inversa del período infeccioso) de manera que $N = S + I + R$.

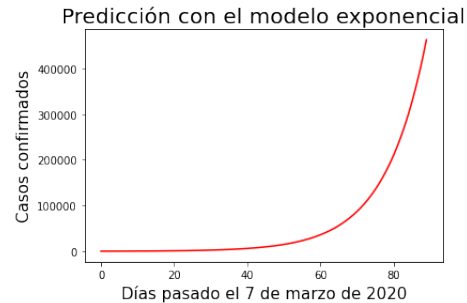
R_0 puede ser estimado de la forma $R_0 = \beta/\gamma$ y R_e de la forma $R_e = R_0 \cdot (S/N)$.

	R_0 estimado	R_e estimado
Tarapacá	1.34	1.37
Araucanía	1.87	0.82
Metropolitana	2.09	1.17
Madrid (España)	1.31	0.9

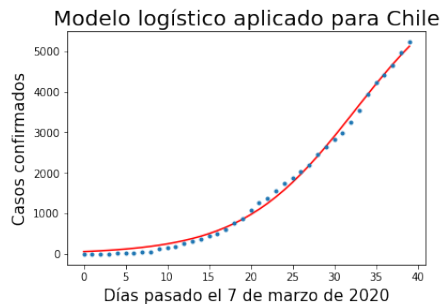
2. Modelo Exponencial, Logístico y de Gompertz



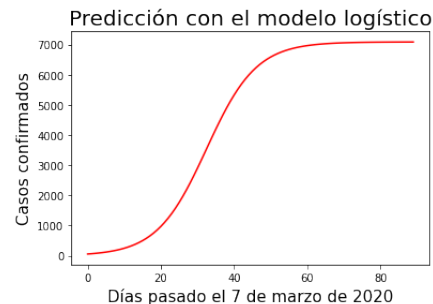
(a)



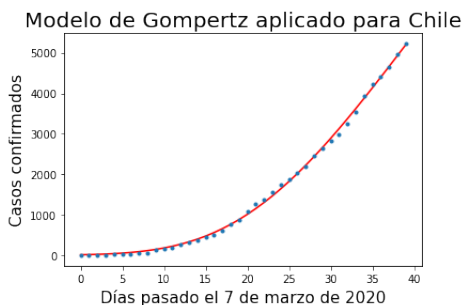
(b)



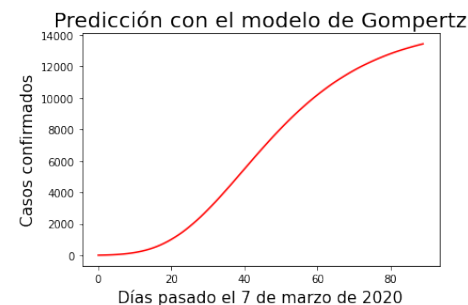
(c)



(d)



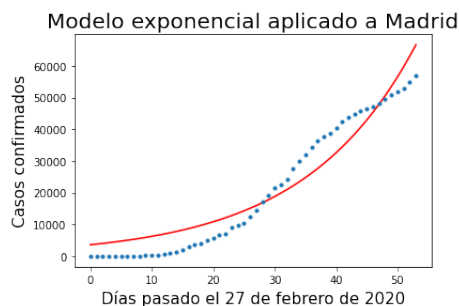
(e)



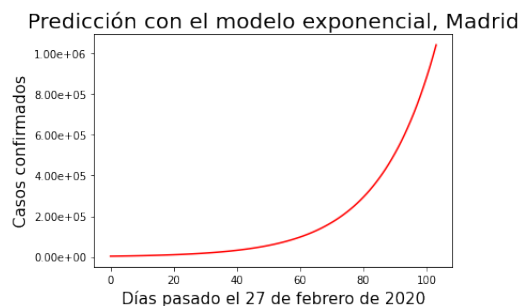
(f)

Para las regiones escogidas de Chile, se puede observar que la curva que mejor se adapta a los datos obtenidos es cuando se utiliza el modelo de Gompertz y este modelo es el que minimiza los errores cuadráticos asociados a la resta entre los datos y la función evaluada en cada día. Por lo mismo, se considera al modelo de Gompertz el que más se ajusta a la realidad chilena.

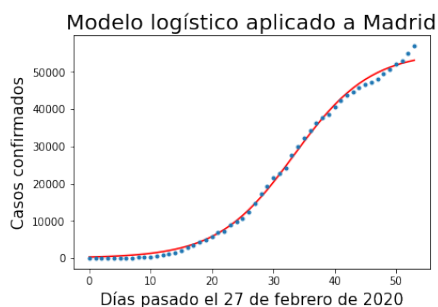
En cuanto a limitaciones de estos modelos: el modelo exponencial siempre tiene un crecimiento con aceleración positiva, lo cual puede que no sea cierto a largo plazo, también se puede mencionar que estos modelos no consideran la gente que se recupera, solo la gente que alguna vez se infectó, es normal pensar que este gráfico debe converger a un cierto valor máximo, lo cual se observa en el modelo de Gompertz y el logístico.



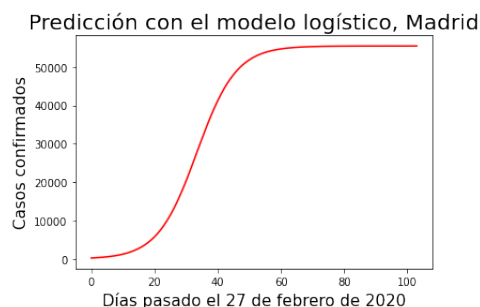
(g)



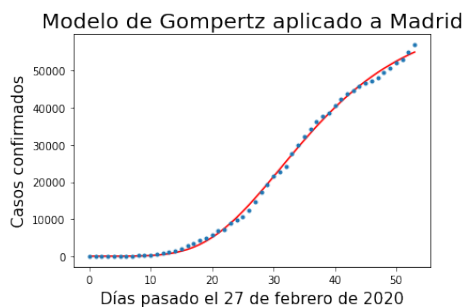
(h)



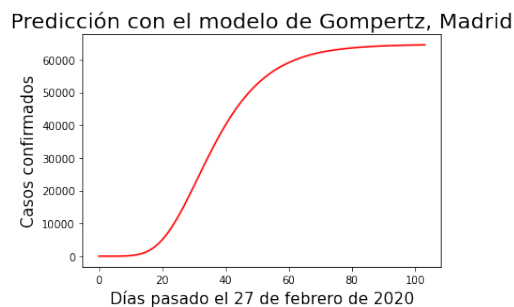
(i)



(j)



(k)



(l)

En el caso de Madrid, España, se puede ver que al igual que en el caso de Chile, el modelo que mejor se ajusta a la realidad es el de Gompertz debido a que este último presenta un menor error cuadrático medio en comparación al modelo exponencial y logístico. Por otro lado, gracias a las medidas que se están tomando, se estima que la curva de contagiados por COVID-19 no seguirá un crecimiento dado por el modelo exponencial, es por esto que este último modelo es el que menos se ajusta a la situación de la capital de España.

Con respecto a las limitaciones de los modelos, se observan las mismas características que en Chile, es decir, es posible que a largo plazo esta curva no se ajuste a un modelo exponencial, sino que alcanza un tipo de límite que pudiese verse reflejado de mejor manera en el gráfico de predicción del modelo de Gompertz. Por último estos gráficos representan predicciones hechas a partir de un cierto período de tiempo, con lo cual no toman en cuenta ciertas medidas de seguridad que pudiesen tomar los países de ahora en adelante.

3. Gestión eficaz de los tests de diagnóstico.

Para este problema de optimización se elige trabajar hasta el día 20 de Abril y se necesita estimar algunos valores, los datos de muertes, casos totales, población y tests totales se obtuvieron de la referencia [1]. Luego para calcular la positividad del test, se compara cuantos casos hay en la región con cuantos tests se han hecho (dividiendo la cantidad de tests totales según la población). Por último se estima que en Chile la cantidad máxima de tests que se realizar es de 1.000.000, basandose en una noticia de la referencia [5]. También, se supone que la cantidad de tests por región T_i tiene valor de:

$$0 < T_i < Tests_{total} * \frac{Gente_i}{Gente_{total}}$$

Finalmente aplicando los estudios hechos en la referencia [3], con una función que resulta convexa en un conjunto factible convexo y utilizando la proporción de muertes con respecto a los casos entregada $\phi = 0,0097$, se obtiene el siguiente resultado:

Región	Tests
Arica y Parinacota	818
Tarapacá	0
Antofagasta	522
Atacama	3660
Coquimbo	3945
Valparaíso	4675
RM	5866
O'Higgins	4320
Maule	9857
Ñuble	2140
Biobío	2860
Araucanía	9014
Los Ríos	1326
Los Lagos	2800
Aysén	159
Magallanes	101

Cuadro 1: Resultados obtenido del problema de gestión eficaz de tests de diagnóstico

Según lo obtenido, lo más optimo es realizar una cantidad reducida de tests en las regiones que no presenten muertes y a las demás, realizar una cantidad cercana entre las regiones, se puede observar que no hay un particular interés en realizar la mayor cantidad de tests posibles a una región, pese a que se podría esperar que en la región metropolitana se obtengan más resultados positivos, esto debido a que si hay gran cantidad de población, el efecto positivo del test se reduce al compararlo con los casos ya detectados.

También las regiones donde hay que hacer la mayor cantidad de tests según los resultados son las regiones de Maule y Araucanía, esto puede deberse a que estas regiones presentan la mayor cantidad de fallecimientos en relación a los casos que se han detectado.

Conclusión

A través de las herramientas computacionales se pudieron aplicar tres modelos de crecimiento y ver cual es el que más se asemeja al comportamiento del virus covid-19 tanto en Chile como en Madrid, España y se llegó a la conclusión de que el modelo de Gompertz es el que más se adapta a la realidad por ser el que brinda el menor error cuadrático y el que tiene la proyección más razonable.

Por último, al estudiar la gestión eficaz de los tests de diagnóstico, se obtuvo un resultado razonable a partir de los datos en Chile. El resultado final que se obtuvo fue aplicar una cantidad de tests similar en las regiones que presentan casos de fallecimiento, notoriamente en las regiones de Maule y Araucanía, por ser tales que presentan mayor cantidad de gente fallecida en relación a los casos detectados del virus.

Referencias

1. Base de datos de COVID19 en Chile. <https://github.com/jorgeperezrojas/covid19-data>
2. Base de datos de COVID19 en España. <https://github.com/datadista/datasets>
3. Lampariello, L., & Sagratella, S. (2020). Effectively managing diagnostic tests to monitor the COVID-19 outbreak in Italy.
4. Fernanda Villalobos, "Cae velocidad de propagación del covid-19 en el país: Cómo se mide y qué razones explicarían este descenso", Emol, 21 de Abril 2020 <https://www.emol.com/noticias/Nacional/2020/04/21/983683/informe-covid19-velocidad-propagacion.html>
5. Leonardo Cárdenas, "Quiénes son y cuánto valen: Los millonarios montos pagados a proveedores por test por Covid-19", La Tercera, 17 Abril 2020 <https://www.latercera.com/la-tercera-pm/noticia/quienes-son-y-cuanto-valen-los-millonarios-montos-pagados-a-proveedores-por-test-po-OF2JEKWRFJBXBHMTJPEOIWIHQ/>
6. Ridenhour B, Kowalik JM, Shay DK. Unraveling R0: Considerations for Public Health Applications. Am J Public Health. 2014;104:e32–e41.doi:10.2105/AJPH.2013.301704.