MA4703 Control Óptimo: Teoría y Laboratorio. Semestre Primavera 2022
Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliar:** Javier Madariaga R. **Ayudante:** Pablo Araya Z.

Laboratorio #4
Teoría Lineal Cuadrática

Descripción: En este laboratorio abordaremos técnicas numéricas para resolver problemas de control óptimo lineal cuadrático.

Parte A. Modelación Predador Presa.

En los bosques del sur una especie particular de polilla es la responsable de fuertes daños en los árboles de la zona, lo que impide su crecimiento e incluso amenaza con reducirlos fuertemente. Se sabe que existe un equilibrio entre la cantidad de polillas (denotadas por $y_1(t)$ para un t dado) y la cantidad de árboles (denotado por $y_2(t)$), cuando ambos son iguales a los valores Y_1 y Y_2, respectivamente. Por otro lado, el control experimental que se tiene es el ingreso de una especie particular de avispa que se come los huevos de estas polillas, esta se denotará por u. Dado estas hipótesis el modelo está dado por

$$\dot{y_1} = y_2 - Y_2 - u; \quad \dot{y_2} = Y_1 - y_1, \tag{1}$$

con condiciones iniciales $y_1(0) = Y_1$, $y_2(0) = Y_2 + c$. Dado un tiempo final fijo T considere el problema de minimizar el funcional

$$\min_{u(\cdot)} \; y_1(T)^2 + \int_0^T u(t)^2 dt, \tag{2}$$

que intenta al mismo tiempo minimizar la cantidad de polillas al final de la internvención y cuidar los costos en los que se incurre al introducir avispas.

Ejercicio 1 Usando el Principio del Máximo de Pontryagin pruebe que el control óptimo esta dado por $u(t) = -p_1(t)$ donde $p(\cdot) = (p_1(\cdot), p_2(\cdot))$ es solución de la ecuación

$$\dot{p} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} p; \quad p(T) = (-y_1(T), 0) \tag{3}$$

Resuelva el sistema computacionalmente. Grafique los estados y control para distintos valores de Y_1, Y_2, c, T.

Ejercicio 2 Use el commando `lqr` del toolbox de control optimo de Python para resolver el problema. Compare con la solución obtenida en la pregunta anterior (grafique, estime error, etc.).

Ejercicio 3 Establezca la ecuación de Riccati del problema y resuélvala numéricamente. A partir de esto, escriba y simule numéricamente el control óptimo del problema LC en forma de *feedback*. Compare con la solución obtenida en la pregunta anterior (grafique, estime error, etc.).

Ejercicio 4 Utilice el programa BOCOP para resolver directamente el problema. Compare los resultados obtenidos con aquellos obtenidos en la pregunta anterior (grafique, estime error, etc.).

Ejercicio 5 Con BOCOP, compare y comente los resultados obtenidos al solo considerar minimizar las polillas al final del tiempo T en la función objetivo. Utilice los mismos valores del item anterior para Y_1, Y_2, c, T.