## РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

### Факультет физико-математических и естественных наук

### Кафедра информационных технологий

## ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6

### Дисциплина: Анализ данных


#### Студент: Леонова Алина

#### Группа: НФИбд-02-17


### Москва 2020

---

# Линейная модель множественной регрессии

In [1]:

```
import numpy as np
import scipy as sp
import scipy.stats as stats
import pandas as pd
import math
import matplotlib as mpl
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
import seaborn as sns; sns.set()
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.datasets import make_regression
```

In [2]:

```
data = pd.read_csv('task.csv')
N = len(data)
data
```

Out[2]:

| | x1 | x2 | x3 | y |
|---|---|---|---|---|
| **0** | -50.961693 | 34.222705 | 82.769919 | 427.710821 |
| **1** | 1.132351 | 13.906638 | 24.714842 | -46.250190 |
| **2** | -87.849353 | 25.608321 | 70.985941 | 1031.101058 |
| **3** | -30.200684 | 9.436669 | 118.259251 | 621.485275 |
| **4** | -78.989576 | 1.964400 | 30.031038 | 1417.537673 |
| **...** | ... | ... | ... | ... |
| **95** | -40.534847 | 33.365644 | 47.278910 | 1170.520984 |
| **96** | 0.679257 | 1.641914 | 69.817091 | 650.488746 |
| **97** | -88.531342 | 25.693118 | 117.454340 | 1348.721088 |
| **98** | -56.334241 | 4.382330 | 24.057683 | 1271.574189 |
| **99** | 7.141335 | 20.360926 | 78.324660 | -453.531134 |

100 rows × 4 columns

In [3]:

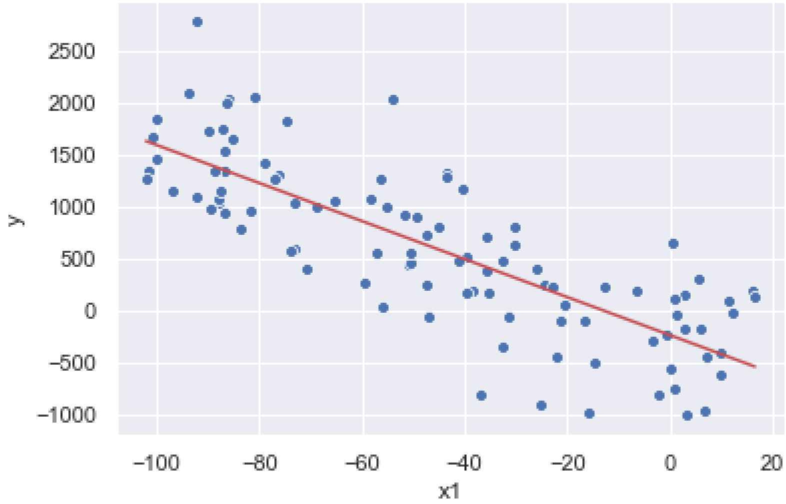
```
X = data.drop('y', axis=1)
y = data['y']
print( X, '\n\n\t y\n', y)
```

```
           x1         x2          x3
0  -50.961693  34.222705   82.769919
1    1.132351  13.906638   24.714842
2  -87.849353  25.608321   70.985941
3  -30.200684   9.436669  118.259251
4  -78.989576   1.964400   30.031038
..        ...        ...         ...
95 -40.534847  33.365644   47.278910
96   0.679257   1.641914   69.817091
97 -88.531342  25.693118  117.454340
98 -56.334241   4.382330   24.057683
99   7.141335  20.360926   78.324660

[100 rows x 3 columns]

          y
 0      427.710821
1      -46.250190
2     1031.101058
3      621.485275
4     1417.537673
         ...
95    1170.520984
96     650.488746
97    1348.721088
98    1271.574189
99    -453.531134
Name: y, Length: 100, dtype: float64
```

**Графики совместных распределений предикторов и целевой переменной**

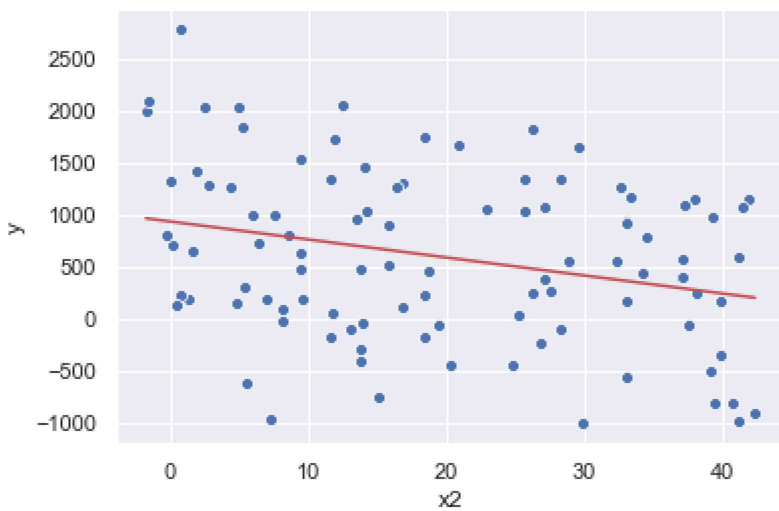
In [4]:

```
x1 = data.drop(['y','x2','x3'], axis=1)
y = data.drop(['x3','x1','x2'], axis=1)

sns.scatterplot(x1['x1'],y['y'])

m1 = LinearRegression()
m1.fit(x1, y)

minimax1 = np.array([x1.min(), x1.max()])
plt.plot(minimax1, m1.predict(minimax1.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```



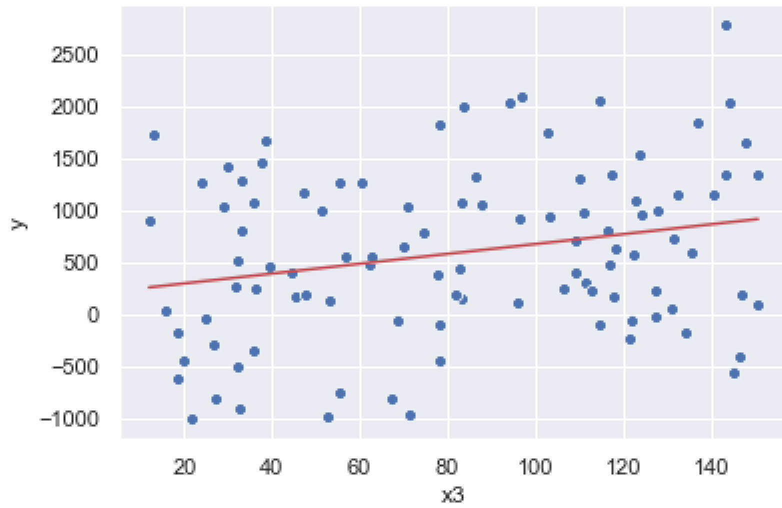

In [5]:

```
x2 = data.drop(['y','x1','x3'], axis=1)

sns.scatterplot(x2['x2'],y['y'])

m2 = LinearRegression()
m2.fit(x2, y)

minimax2 = np.array([x2.min(), x2.max()])
plt.plot(minimax2, m2.predict(minimax2.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```




In [6]:

```
x3 = data.drop(['y','x1','x2'], axis=1)

sns.scatterplot(x3['x3'],y['y'])

m3 = LinearRegression()
m3.fit(x3, y)

minimax3 = np.array([x3.min(), x3.max()])
plt.plot(minimax3, m3.predict(minimax3.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```




# Вычисление коэффициентов методом наименьших квадратов

**Регрессионная матрица**

In [7]:
```
x0 = np.ones((1, 100))
x1 = data['x1'].to_numpy()
x2 = data['x2'].to_numpy()
x3 = data['x3'].to_numpy()
y = data['y'].to_numpy()
H = np.vstack([x0, x1, x2, x3]).T
```

In [8]:
```
W = np.matmul(H.T, H)
W1 = np.linalg.inv(W)
```

**Коэффициенты модели**

In [9]:
```
k = np.matmul(W1, H.T)
k = np.matmul(k, y)
k
```

Out[9]:
```
array([ 39.95095793, -19.64192606, -25.63056156,   1.97854411])
```

**Проверка коэффициентов**

In [10]:
```
m = LinearRegression()
m.fit(X, y)

m.intercept_, m.coef_
```

Out[10]:
```
(39.95095793205337, array([-19.64192606, -25.63056156,   1.97854411]))
```

**Уравнение построенной линейной модели:**

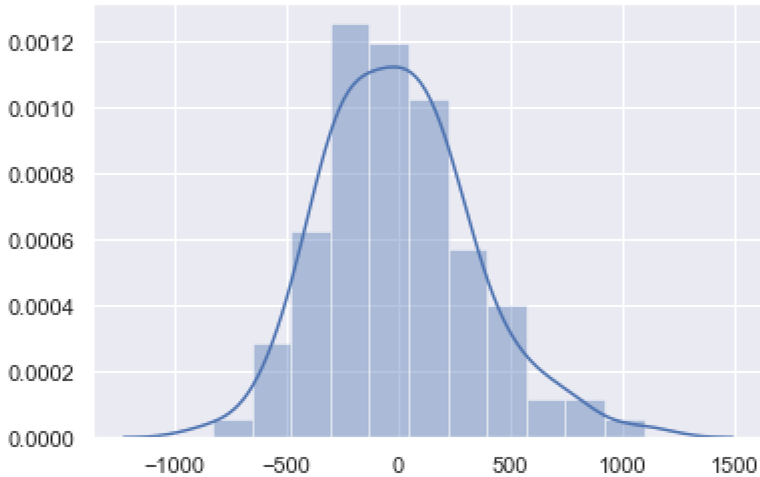
$$y = 39.95095793 - 19.64192606 x_1 - 25.63056156 x_2 + 1.97854411 x_3$$

**График распределения остатков модели**

In [11]:
```
y_emp = k[0] + k[1] * x1 + k[2] * x2 + k[3] * x3
dy = y - y_emp
```

In [12]:
```
sns.distplot(dy)
```

Out[12]:
```
<matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x1b316878280>
```




**Проверка нормальности распределения остатков критерием Шапиро-Уилка(с формулировкой вывода на основе критерия)**

In [13]:
```
print(stats.shapiro(dy))
```

```
(0.9815564155578613, 0.17543518543243408)
```

p-значение>0.05 => распределения нормальные

**Проверка отсутствия систематической ошибки критерием Стьюдента**

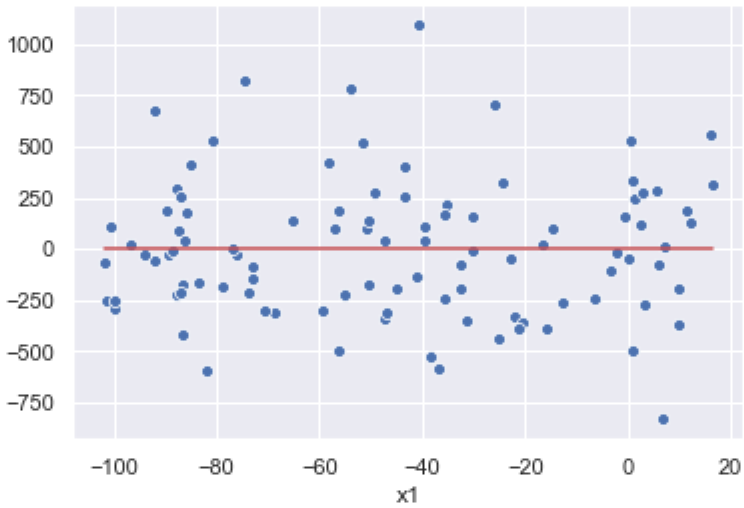
In [14]:
```
stats.ttest_1samp(dy, 0)
```

Out[14]:
```
Ttest_1sampResult(statistic=7.700721913909007e-15, pvalue=0.9999999999999939)
```

p-значение>(1-0.05) => коэффициент Спирмана равен 0, систематической ошибки нет

**Графики совместных распределений предикторов и эмпирических значений целевой переменной против остатков**

In [15]:
```
x1 = data.drop(['y','x2','x3'], axis=1)
sns.scatterplot(x1['x1'],dy)

m1 = LinearRegression()
m1.fit(x1, dy)

minimax1 = np.array([x1.min(), x1.max()])
plt.plot(minimax1, m1.predict(minimax1.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```

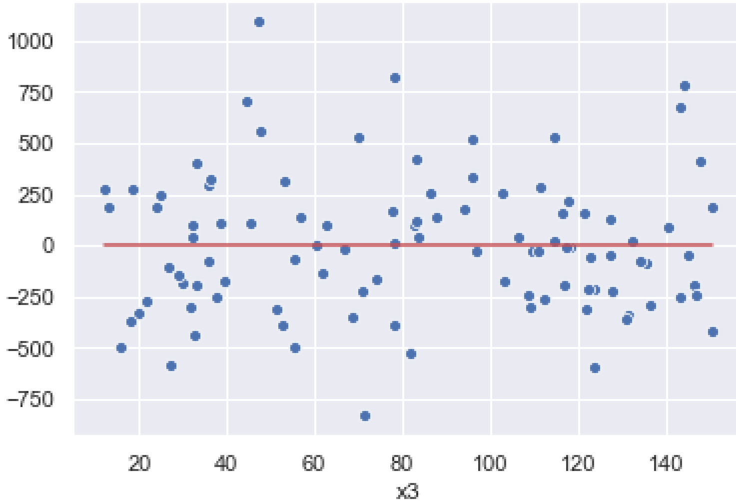



In [16]:

```
x2 = data.drop(['y','x1','x3'], axis=1)
sns.scatterplot(x2['x2'],dy)

m2 = LinearRegression()
m2.fit(x2, dy)

minimax2 = np.array([x2.min(), x2.max()])
plt.plot(minimax2, m2.predict(minimax2.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```


In [17]:

```
x3 = data.drop(['y','x1','x2'], axis=1)
sns.scatterplot(x3['x3'],dy)

m3 = LinearRegression()
m3.fit(x3, dy)

minimax3 = np.array([x3.min(), x3.max()])
plt.plot(minimax3, m3.predict(minimax3.reshape(-1, 1)), 'r-')
plt.show()
```




**Проверка отсутствия линейной зависимости между всеми предикторами и остатками критерием Спирмана**

In [18]:
```
def t_len(a):
    t = []
    tie = False
    k = 0

    for i in range(len(a)-1):
        if a[i] == a[i+1]:
            if tie:
                t[k - 1] += 1
            else:
                tie = True
                k += 1
                t.append(2)
        else:
            tie = False
    return t
```

In [19]:
```
def r_spearman(x, y):
    rx = stats.rankdata(x)
    ry = stats.rankdata(y)
    xs = np.sort(x)
    ys = np.sort(y)

    # размеры связок
    tx = t_len(xs)
    ty = t_len(ys)
    # количество связок
    q = len(tx)
    g = len(ty)

    u1 = 0
    for i in range(q):
        u1 += tx[i]**3 - tx[i]
    u1 *= 1/12

    u2 = 0
    for i in range(g):
        u2 += ty[i]**3 - ty[i]
    u2 *= 1/12

    r = 0
    for i in range(N):
        r += (rx[i] - ry[i])**2
```

```python
    r /= (1/6 * (N**3 - N) - u1 - u2)
    r = 1 - r

    return r
```

In [20]:

```python
def t_znach_r(r, n):
    T = r * np.sqrt(n - 2) / np.sqrt(1 - r**2)
    p = 2 * min((1 - stats.t.cdf(T, n - 2)), stats.t.cdf(T, n - 2))
    return p
```

In [21]:

```python
r1 = r_spearman(x1, dy)
p1 = t_znach_r(r1, N)
print('1: ',(r1, p1))
```

```
1:  (0.013681368136813643, 0.8925328877234548)
```

In [22]:

```python
# проверка
stats.spearmanr(x1, dy)
```

Out[22]:

```
SpearmanrResult(correlation=0.013681368136813678, pvalue=0.8925328877234546)
```

p-значение>0.05 => принимаем H0, x1 и остатки не коррелированы

In [23]:

```python
r2 = r_spearman(x2, dy)
p2 = t_znach_r(r2, N)
print('2: ',(r2, p2))
```

```
2:  (-0.024098409840983992, 0.8118897166184158)
```

In [24]:

```python
# проверка
stats.spearmanr(x2, dy)
```

Out[24]:

```
SpearmanrResult(correlation=-0.024098409840984093, pvalue=0.811889716618415)
```

p-значение>0.05 => принимаем H0, x2 и остатки не коррелированы

In [25]:

```python
r3 = r_spearman(x3, dy)
p3 = t_znach_r(r3, N)
print('3: ',(r3, p3))
```

```
3:  (-0.018265826582658296, 0.8568567418493008)
```

In [26]:

```python
# проверка
stats.spearmanr(x3, dy)
```

Out[26]:

```
SpearmanrResult(correlation=-0.018265826582658264, pvalue=0.856856741849301)
```

p-значение>0.05 => принимаем H0, x3 и остатки не коррелированы

**Проверка отсутствия линейной зависимости между эмпирическими значениями целевой переменной и остатками**

In [27]:

```python
r = r_spearman(y_emp, dy)
p = t_znach_r(r, N)
print((r, p))
```

```
(-0.02588658865886595, 0.7982179116948944)
```

In [28]:
```
# проверка
stats.spearmanr(y_emp, dy)
```

Out[28]:
```
SpearmanrResult(correlation=-0.02588658865886588, pvalue=0.798217911694895)
```

p-значение>0.05 => принимаем H0, mp и остатки не коррелированы

**Коэффициент детерминации**

In [29]:
```
s = sum(dy**2)
z = sum((y - y.mean())**2)
R2 = 1 - s / z
R2
print(R2)
```

```
0.8315024444304584
```

In [30]:
```
#проверка
m.score(X, y)
```

Out[30]:
```
0.8315024444304584
```

**Несмещенный коэффициент детерминации модели**

In [31]:
```
R2_nesm = 1 - (N - 1) / (N - 4) * s / z
R2_nesm
```

Out[31]:
```
0.8262368958189102
```