Elaborato di

Calcolo Numerico

Anno Accademico 2019/2020

Niccolò *Piazzesi* - 6335623 - *niccolo.piazzesi@stud.unifi.it*
Pietro *Bernabei* - 6291312 - *pietro.bernabei@stud.unifi.it*

Contents

List of Figures

List of Tables

1 Capitolo 1

1.1 Esercizio 1

Sia $f(x)$ una funzione sufficientemente regolare e sia $h > 0$ una quantità abbastanza "piccola". Possiamo sviluppare i termini $f(x-h)$ e $f(x+h)$ mediante il polinomio di Taylor:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

Sostituiamo i termini nell'espressione iniziale:

$$\frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2} =$$

$$= \frac{f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) - 2f(x) + f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)}{h^2} =$$

$$= \frac{h^2 f''(x) + O(h^4)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

1.2 Esercizio 2

Eseguendo lo script si ottiene $u = 1.1102 \cdot 10^{-16} = \frac{\epsilon}{2}$, dove ϵ è la precisione di macchina. Il controllo interno ci dice che si esce dal ciclo solamente quando u diventa talmente piccolo che la somma $1 + u$ viene percepita dal calcolatore come uguale a 1. Questo avviene se $u < \epsilon$, e la prima iterazione in cui il controllo risulta vero è proprio quando $u == \frac{\epsilon}{2}$. Il codice può quindi essere utilizzato per calcolare la precisione di macchina di un calcolatore, moltiplicando per 2 il valore di u restituito.

1.3 Esercizio 3

Quando si esegue $a - a + b$ il risultato è 100 mentre quando si esegue $a + b - a$ si ottiene 0. La differenza dei risultati è dovuta al fenomeno della cancellazione numerica:

- nel primo caso la sottrazione avviene sullo stesso numero $a = 10^{20}$. Sottrare un numero da se stesso ha sempre risultato esatto 0 e quindi il risultato finale è corretto
- nel secondo caso la sottrazione avvientе tra i termini $a+b = 10^{20} + 100$ e $a = 10^{20}$. a+b ha le prime 18 cifre in comune con a e , a causa degli errori di approssimazione, le ultime tre cifre vengono cancellate dalla sottrazione, dando 0 come risultato finale.

2 Capitolo 2

2.1 Esercizio 4

```
function x1=radn(x, n)
%
% x1=radn(n.x)
% funzione Matlab che implementa il metodo di newton per il calcolo della
% radice n-esima di un numero positivo x
%
format long e
imax=1000;
tolx=eps;
if x<=0
    error('valore in ingresso errato');
end
x1=x/2;
for i=1:imax
   x0=x1;
   fx=x0^n-x;
   fx1=(n)*x0^(n-1);
   x1=x0-fx/fx1;
   if abs(x1-x0)<=tolx
       break
   end

end
if abs(x1-x0)>tolx
    error('metodo non converge')
end
```

2.2 Esercizio 5

- Metodo di bisezione

```
function [x,i] = bisezione(f,a,b,tolx)
%bisez
%[x,i]=bisezione(f, a, b,  tolx, maxit)
%Pre: f continua in [a,b]
%  Applica il metodo di bisezione per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  a, b       - estremi dell'intervallo
%
% tolx        -tolleranza
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: newton, corde, secanti, aitken, newtonmod
    format long e
    fa = feval(f,a);
    fb = feval(f,b);
    if(fa * fb > 0 )
        error('gli estremi  hanno lo stesso segno');
    end
    x0=a;
    imax =  ceil(log2(b-a) - log2(tolx));
    for i = 1:imax
        x = (a+b)/2;
        fx = feval(f,x);
```

```
        if abs(x-x0) <= tolx*(1+abs(x0))
            break
        end
        x0=x;
        if fa*fx<0
            b = x;
            fb = fx;
        else
            a = x;
            fa = fx;
        end
    end

end
```

- Metodo di Newton

```
function [x,i] = newton( f, f1, x0, tolx, maxit )
%newton
%[x,i]=newton(f,f1, x0, tolx, maxit)
%Pre: f derivabile
%  Applica il metodo di newton per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod

       format long e
       if nargin<4
              error('numero argomenti insufficienti');
       elseif nargin==4
               maxit = 100;
       end
       if tolx<eps
              error('tolleranza non idonea');
       end
       x = x0;
       for i = 1:maxit
              fx = feval( f, x );
              f1x = feval( f1, x );
              x = x - fx/f1x;
              if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                     break;
              else
                     x0 = x;
              end
       end
       if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
              error('metodo non converge');
       end
end
```

- Metodo delle secanti

```
function [x, i]=secanti(f,x0,x1,tolx,maxit)
%secanti
%[x,i]=secanti(f, x0, x1, tolx, maxit)
%
%  Applica il metodo delle secanti per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  x0         -approssimazione iniziale
%  x1         -seconda approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, corde, aitken, newtonmod

  format long e
  if nargin<4
    error('numero argomenti insufficienti');
  elseif nargin==4
    maxit = 100;
  end
  i=0;
  f0=feval(f,x0);
  for i=1:maxit
      f1=feval(f,x1);
      df1=(f1-f0)/(x1-x0);
      x=x1-(f1/df1);
      if abs(x1-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
        break;
      end
      x0=x1;
      x1=x;
      f0=f1;

  end
  if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
    error('metodo non converge');
  end
end
```

- Metodo delle corde

```
function [x,i] = corde( f, f1, x0, tolx, maxit )
%corde
%[x,i]=corde(f,f1, x0, tolx, maxit)
%Pre: f derivabile
%  Applica il metodo delle corde per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, aitken, newtonmod

    format long e
    if nargin<4
           error('numero argomenti insufficienti');
    elseif nargin==4
```

```
            maxit = 100;
    end
    if tolx<eps
           error('tolleranza non idonea');
    end
    f1x = feval(f1, x0);
    x = x0;
    for i = 1:maxit
           fx = feval( f, x );
           if fx==0
                  break;
           end
           x = x - fx/f1x;
           if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                  break;
           else
                  x0 = x;
           end
    end
    if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
       error('metodo non converge');
     end
end
```

2.3 Esercizio 6

Eseguendo lo script es6.msi ottengono i risultati contenuti nella tabella 2 e nella figura 1. Come si può notare, il metodo di newton e il metodo delle secanti convergono molto più rapidamente del metodo di bisezione e del metodo delle corde.

Metodo	tolleranza= 10^{-3}	tolleranza= 10^{-6}	tolleranza= 10^{-9}	tolleranza= 10^{-12}
bisezione	0.739257812500000	0.739085197448730	0.739085133187473	0.739085133215667
newton	0.739085133385284	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161
corde	0.739567202212256	0.739084549575213	0.739085132739254	0.739085133215737
secanti	0.739085133215001	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161

Table 1: valori approssimati

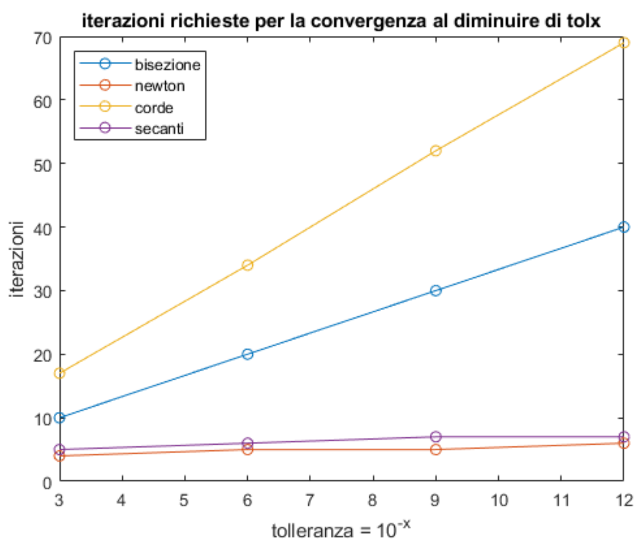


Figure 1: iterazioni richieste

2.4 Esercizio 7

Le nuove funzioni utilizzate in questo esercizio sono:

- Metodo di Newton modificato

```
function [x, i] = newtonmod( f, f1,  x0, m, tolx, maxit )
%NEWTONMOLT
%[x,i]=Newtonmolt(f,f1,x0,m,tolx,maxit)
%  Pre: f derivabile
%  Applica il metodo di Newton per il calcolo della
%  radice (di molteplicita' nota r) dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
%  m          -molteplicita' della radice
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, aitken

    format long e
    if nargin<5
           error('numero argomenti insufficienti');
    elseif nargin==5
            maxit = 100;
    end
    if tolx<eps
           error('tolleranza non idonea');
    end
    x = x0;
    for i = 1:maxit
           fx = feval( f, x );
           f1x = feval( f1, x );
           if fx==0
                  break;
           end
           x = x - m*(fx/f1x);
           if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                  break;
           else
                  x0 = x;
           end
    end

end
```

- Metodo delle accelerazioni di Aitken

```
function [x, i] = aitken( f, f1, x0, tolx, maxit )
%aitken
%[x,i]=aitken(f,f1, x0, tolx, maxit)
%  Pre: f derivabile
%  Applica il metodo di  accelerazione di aitken per il calcolo della
%  radice (di molteplicita' incognita) dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
```

```
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, newtonmod
format long e
if nargin<4
       error('numero argomenti insufficienti');
elseif nargin==4
        maxit = 100;
end
if tolx<eps
       error('tolleranza non idonea');
end
x = x0;
for i = 1:maxit
       fx = feval( f, x0 );
       f1x = feval( f1, x0 );
       if f1x==0
              break;
       end
       x1 = x0 - fx/f1x;
       fx = feval( f, x1 );
       f1x = feval( f1, x1 );
       if f1x==0
              break;
       end
       x = x1 -fx/f1x;
       x = (x*x0-x1^2)/(x-2*x1+x0);
       if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
              break;
       else
              x0 = x;
       end
end
if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
       error('metodo non converge');
end
end
```

La radice nulla della funzione $f(x) = x^2 tan(x)$ ha molteciplita m = 3, in quanto 0 annulla due volte il termine x^2 e $tan(0) = 0$.

3 Capitolo 3

3.1 Esercizio 8

```
function [LU,p]=palu(A)
% [LU,p]=palu(A)
% funzione che dato in input matrice A restituisce matrice fattorizzata LU
% e il relativo vettore p di permutazione di LU con pivoting parziale di A
% input:
%   A= matrice di cui si vuole calcolare la fattorizzazione lu con pivoting
%   parziale
% output:
%   LU=matrice quadrata di dimensioni n*n, composta dalla matrice
%   triangolare superiore U e la matrice triangolare inferiore a diagonale
%   unitaria L
%   p= vettore di permutazione di dimensione n, generato dalla
%   fattorizzazione di A con pivoting parziale
%

[n,m]=size(A);
if(n~=m)
    error(matrice A non quadrata);
end
LU=A;
p=[1:n];
for i=1:n-1
    [mi,ki]=max(abs(LU(i:n,i)));
    if mi==0
        error('La matrice e'' non singolare')
    end
    ki=ki+i-1;
    if ki>i
        p([i ki])=p([ki i]);
       LU([i ki],:)= LU([ki i],:);
    end
    LU(i+1:n,i)=LU(i+1:n,i)/LU(i,i);
    LU(i+1:n,i+1:n)=LU(i+1:n,i+1:n)-LU(i+1:n,i)*LU(i,i+1:n);
end
return
end
```

3.2 Esercizio 9

```
function x=LUsolve(LU,p,b)
%
% funzione che risolve il sistema lineare LUx=b(p):
%input:
%   LU=matrice quadrata (n*n) fattorizzata LU, ottenuta attrarso la
%   fattorizzazione con pivoting parziale
%   p= vettore di permutazione per b, di dimensione n, con valori da (1 a
%   n)
%   b=vettore dei termini noti
%output:
%   x=vettore delle incognite calcolate
%
%
   [m,n]=size(LU);
```

```
    if(m~=n || n~=length(b)) error('dati incosistenti')
    else if(min(abs(diag(LU)))==0)
            error(fattorizzazione errata);
        end
    end
     x=b(p);
     for i=1:n-1
         x(i+1:n)=x(i+1:n)-(LU(i+1:n,i)*x(i));
     end
        x(n)=x(n)/LU(n,n);
        for i=n-1:-1:1
            x(1:i)=x(1:i)-(LU(1:i,i+1)*x(i+1));
            x(i)=x(i)/LU(i,i);
        end
     return
end
```

3.3 Esercizio 10

Si nota da questo tabella, che sigma e la norma euclidea,tra la differenza di x e xref, sono direttamente proporzionali

Sigma	Norma
10^{-1}	8.9839e-15
10^{1}	1.4865e-14
10^{3}	1.3712e-12
10^{5}	1.2948e-10
10^{7}	5.3084e-09
10^{9}	1.0058e-06
10^{11}	8.5643e-05
10^{13}	0.0107
10^{15}	0.9814
10^{17}	4.1004e+03

Table 2: valori approssimati

3.4 Esercizio 11

```
function QR = myqr(A)
%QR = myqr(A)
% calcola la fattorizzazione QR di Householder della matrice A

    [m,n] = size(A);
    if  n > m
        error('Dimensioni errate');
    end
    QR = A;
    for i = 1:n
        alfa = norm(QR(i:m,i));
        if alfa == 0
            error('la matrice non ha rango massimo');
        end
        if QR(i,i) >= 0
            alfa = -alfa;
        end
        v1 = QR(i,i) -alfa;
        QR(i,i) = alfa;
```

```
        QR(i+1:m,i) = QR(i+1:m,i)/v1;
        beta = -v1/alfa;
        v = [1; QR(i+1:m,i)];
        QR(i:m,i+1:n) = QR(i:m,i+1:n) - (beta * v) * (v' * QR(i:m,i+1:n));
    end
end
```

3.5 Esercizio 12

```
function x = qrsolve(QR, b)
%
%
% x = qrSolve(QR, b)
% risolve il sistema QR*x=b nel senso dei minimi quadrati
%
[m,n] = size(QR);
k = length(b);
if k ~= m
    error('Dati inconsistenti');
end
x=b(:);
for i = 1:n
    v=[1; QR(i+1:m,i)];
    beta = 2/(v'* v);
    x(i:m) = x(i:m) - beta*(v'*x(i:m))*v;
end
x=x(1:n);
for  j = n:-1:1
    if QR(j,j)==0
        error('Matrice singolare');
    end
    x(j) = x(j) / QR(j,j);
    x(1:j-1) = x(1:j-1) - QR(1:j-1,j)*x(j);
end
return
end
```

3.6 Esercizio 13

```
A= [1, 2, 3; 1 2 4; 3 4 5; 3 4 6; 5 6 7];
b=[14 17 26 29 38];
QR=myqr(A);
ris=qrsolve(QR,b);
disp(ris);
```

Il risultato finale è $ris = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

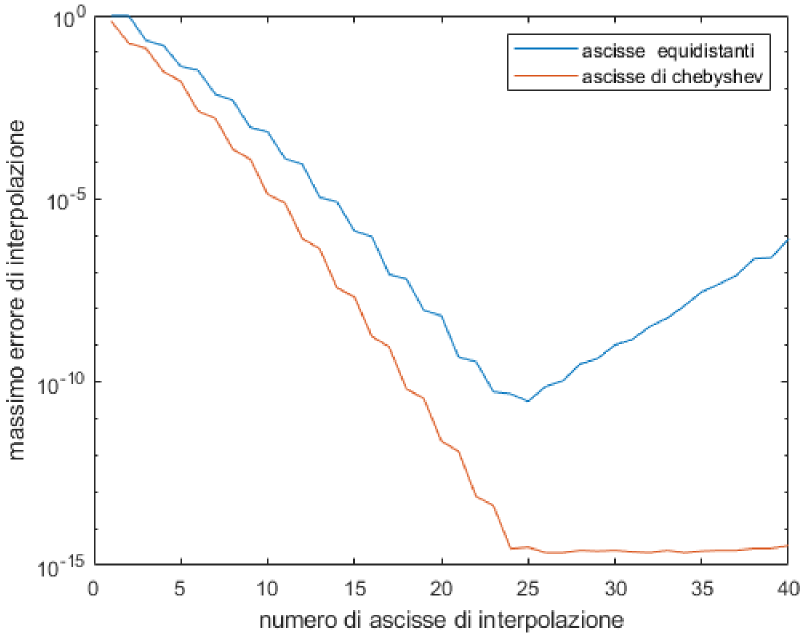
3.7 Esercizio 14

l’espressione Arisolve in matlab, il sistema di equazioni lineari nella forma matriciale A*x=b per X l’espressione (A’*A) (A’*b) impiega lo stesso operatore quindi risolve il sistema delle equazioni lineare delle due parentesi. Le due espressioni sono equivalenti dal punto di vista matematico, ma in Matlab non danno lo stesso risultato, siccome nella seconda espressioni un overflow nel calcolo della moltiplicazione all’interno delle due parentesi che porta a porre una serie di valori a 0, questo fa si che non si ottiene lo stesso risultato

4 Capitolo 4

4.1 Esercizio 15

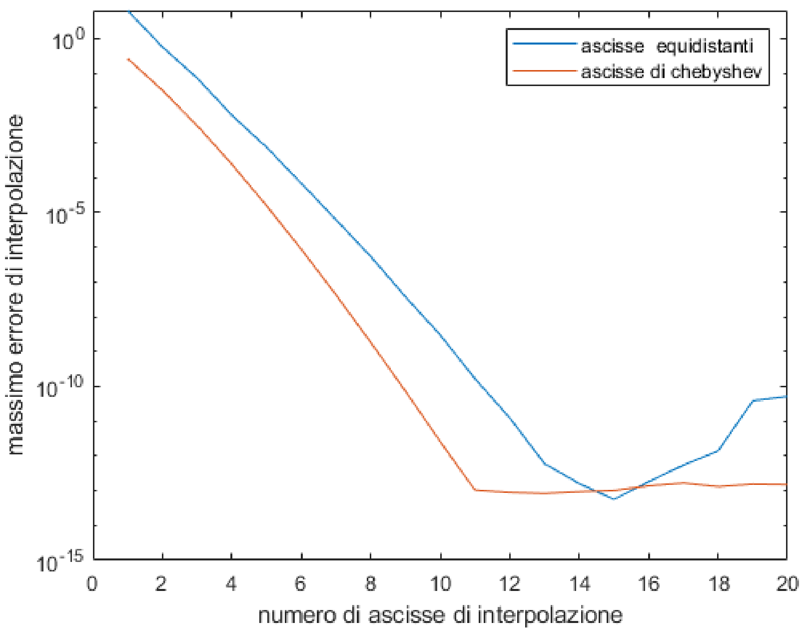
Eseguendo il codice es15.m si ottengono i seguenti risultati:



Per le ascisse di chebyshev, si ha una decrescita esponenziale dell'errore massimo per $n \leq 25$ per poi assestarsi a circa $2 \cdot 10^{-15}$ per n successivi. Per quanto riguarda le ascisse equidistanti invece, si può notare come l'errore massimo torni a crescere esponenzialmente per $n > 25$. I risultati confermano il mal condizionamento del problema di interpolazione polinomiale quando vengono usate ascisse d'interpolazione equidistanti,

4.2 Esercizio 16

Eseguendo es16.m si ottiene:

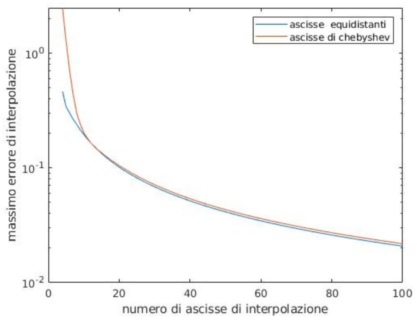


Si può notare come, rispetto all'interpolazione classica, l'errore decresca più rapidamente per $n \leq 15$. Anche in questo caso l'errore commesso usando le ascisse di chebyshev è migliore in confronto al caso delle ascisse equidistanti(eccetto per $n = 15$).

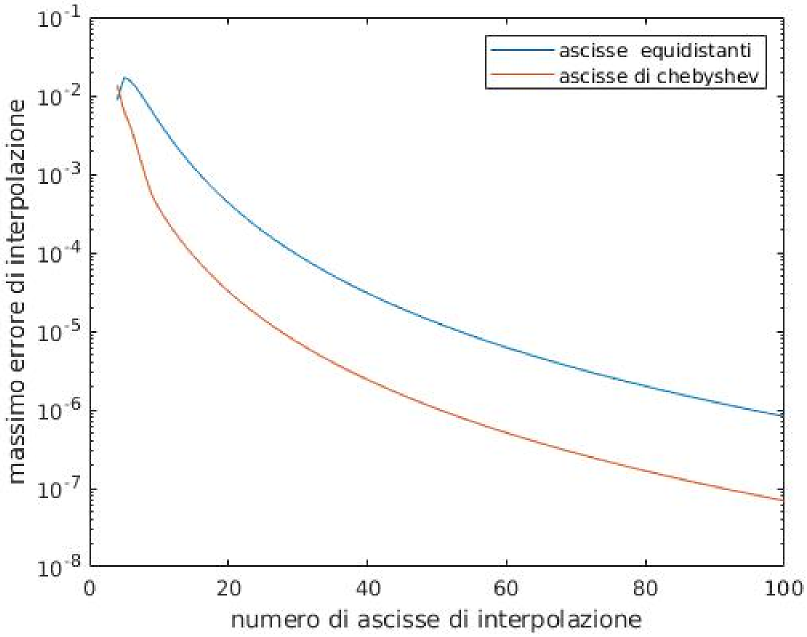
4.3 Esercizio 17

```
function output=splinenat(x,y,xq)
%
% output=splinenat(x,y,xq)
%funzione che calcola la spline cubica naturale.
%Input:
%   x=vettore delle ascisse su cui calcolare la spline
%   y=vettore dei valori di f(x), con x ascissa
%   xq= insieme delle ascisse di cui si vuole sapere il valore della spline
%Output:
%   output=vettore delle approssimazioni sulle ascisse xq
%
n=length(x);
l=length(xq);
if(length(y)~=n), error(dati in input con dimensioni differenti);end
[x1,i]=sort(x);
y1=y(i);
m=spline0(x1,y1);
h=diff(x1);
df = diff(y1)./h;
r=y(1 :(n-1))-((h(1:n-1).^2)/6)*m(2:n);
q=df(1:n-1)-h(1:n-1)*(m(2:n)-m(1:n-1));
output=zeros(l,1);
for i=1:l
  indg=find(xq(i)<=x1(2:n),1)+1;
  indp=find(xq(i)>=x1(1:n-1),1,'last');
  output(i)=(((xq(i)-x1(indp)).^3).*m(indg)+((x1(indg)-xq(i))^3).*m(indp))/(6*h(indp))+q(indp).*(xq(i)-x1(indp))+r(indp);
end
return
end
```

4.4 Esercizio 18



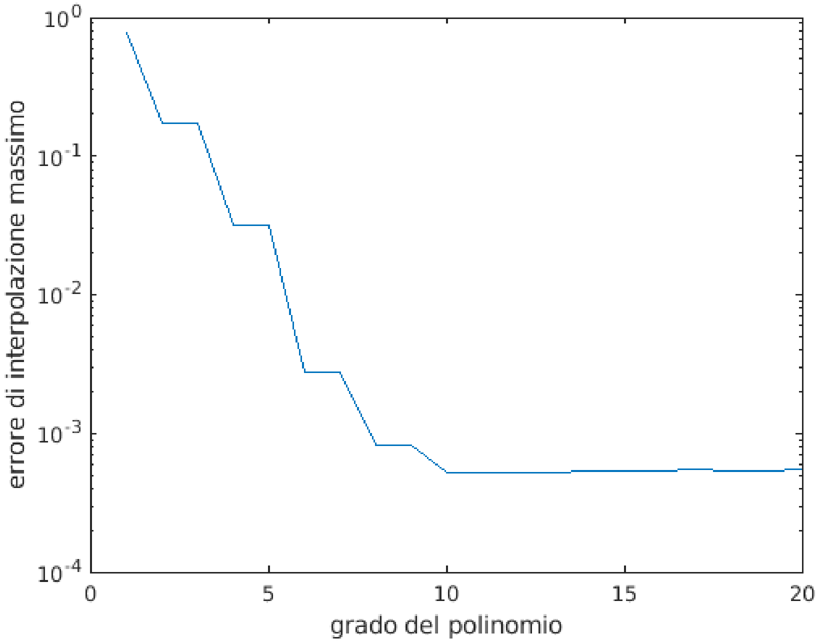
4.5 Esercizio 19



4.6 Esercizio 20

```
function y = minimiquadrati(xi, fi, m)
%
%
%  y = minimiquadrati(xi, fi, m)
%  calcola il valore del polinomio di approssimazione ai minimi quadrati di grado m
% sulle ascisse xi. fi contiene i valori approssimati di una funzione f valutata su xi
if length(unique(xi)) < m+1
    error('ascisse distinte non sufficienti');
end
fi = fi(:);
V = fliplr(vander(xi));
V = V(1:end, 1:m+1);
QR = myqr(V);
p = qrsolve(QR, fi);
y = p(m+1)*ones(size(xi));
for i = 0:m-1
    y = y.*xi+p(m-i);
end
end
```

Eseguendo es20.m si ottiene:



Si nota una decrescita delll'errore esponenziale fino a $m = 10$, dove si assesta tra 10^{-3} e 10^{-4}.

5 Capitolo 5

5.1 Esercizio 21

```
function c = ncweights(n)
%
%
%  c = nc-weights(n)
%  calcola i pesi della formula di newton cotes di grado n;
%
if n<=0
    error('grado della formula non positivo');
end
c=zeros(1,floor(n / 2 + 1));
for j = 1:(ceil((n+1)/2))
    temp = (0:n);
    vj = temp(j);
    temp(j)=[];
    f = @(x)(prod(x-temp) /prod(vj-temp));
    c(j) = integral(f, 0, n, 'ArrayValued', true);
end
c = [c flip(c)]; %sfrutto la simmetria dei pesi
if mod(n,2)==0
    %elimino la copia del valore centrale prodotta da flip(c) e che risulta di troppo per n pari
    c(n/2+1) = [];
end
return
end
```

Eseguendo lo script es21.m si ottiene:

n $\backslash c_{in}$	0	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$					
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{8}$				
4	$\frac{14}{45}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{14}{45}$			
5	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$		
6	$\frac{41}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{68}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{41}{140}$	
7	$\frac{108}{355}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{108}{355}$

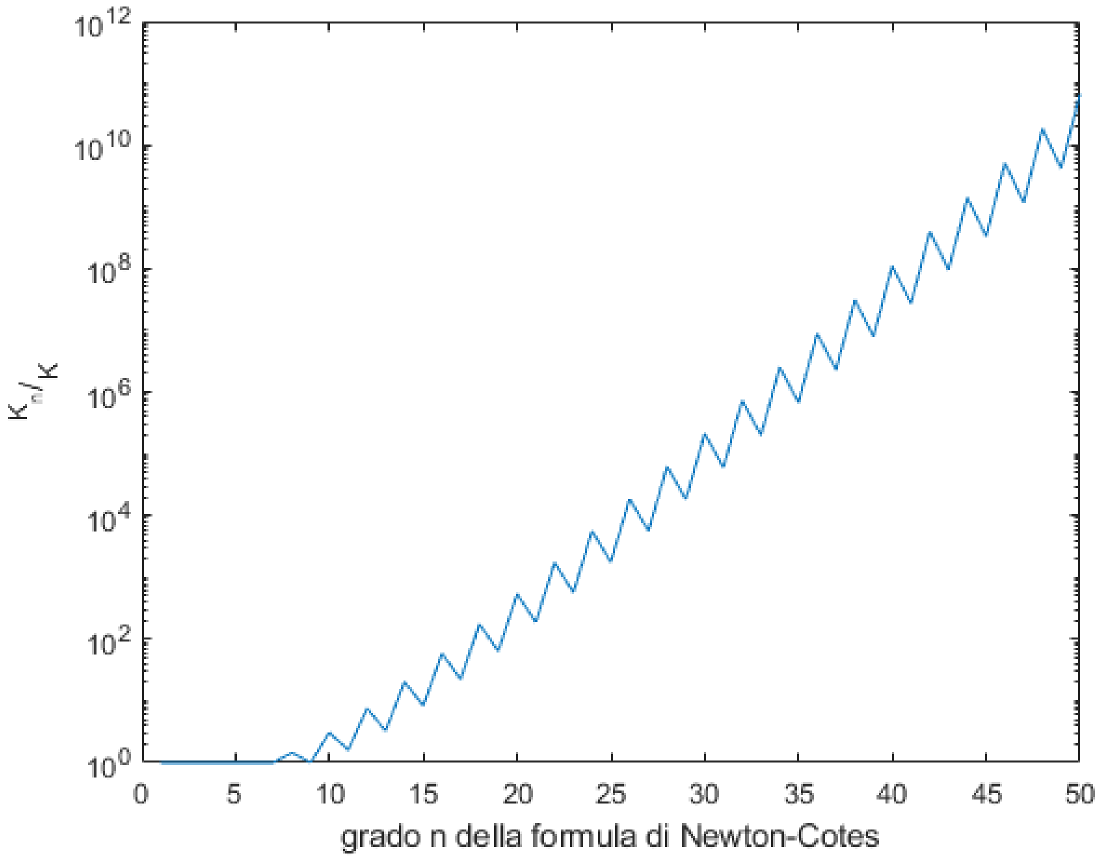
Table 3: pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado

5.2 Esercizio 22

Sappiamo che $k = (b-a)$ e $k_n = (b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|$. Il rapporto sarà dunque dato da:

$$\frac{k_n}{k} = \frac{(b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|}{b-a} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|$$

Calcolando $\frac{k_n}{k}$ per $n = 1, ..., 50$(es22.m) si ottiene:



5.3 Esercizio 23

```
function y = newtoncotes(f,a, b, n)
%
% y= newtoncotes(f,a,b, n)
% calcola l'approssimazione dell'integrale definito per la funzione f sull'intervallo [a, b],
% utilizzando la formula di newton cotes di grado n.
%

if a > b || n < 0
    error('dati inconsistenti');
end
xi = linspace(a, b, n+1);
fi = feval(f, xi);
h = (b-a) / n;
c = ncweights(n);
y = h*sum(fi.*c);
return
end
```

RISULTATI PER N DA 1 A 9(es23.m):

grado della formula	valore integrale	errore
1	0.428	0.253
2	0.213	0.038
3	0.196	0.021
4	0.180	0.005
5	0.179	0.004
6	0.176	0.001
7	0.176	0.001
8	0.175	0.000
9	0.175	0.000

5.4 Esercizio 24

intervalli\formula	trapezi composta	simpson composta
2	0.266403558406035	0.266403558406035
4	0.203432804450016	0.182442553131343
6	0.188498346613972	0.177333443886033
8	0.182789408875225	0.175908277016961
10	0.180034803521960	0.175392868382289
12	0.178504015707472	0.175172572071972
14	0.177568218195411	0.175066546519247
16	0.176955413111201	0.175010747856527
18	0.176532709616469	0.174979254439942
20	0.176229037552030	0.174960448895386

5.5 Esercizio 25

tolleranza\formula	trapezi adattiva	simpson adattiva
10^{-2}	0.295559711784128	0.281297643062670
10^{-3}	0.294585368185034	0.281297643062670
10^{-4}	0.294274200873635	0.294259338419631
10^{-5}	0.294230142164878	0.294227809768005
10^{-6}	0.294226019603178	0.294225764620384

6 Codici ausiliari

6.1 Esercizio 6

Listing 1: es6.m

```
f = @(x)(x-cos(x));
f1 = @(x)(1+sin(x));

x0 = 0;
x1 = 1;
x=zeros(4,4);
y= zeros(4, 4);
for i=3:3:12

   [x(1, i/3), y(1, i/3)] = bisezione(f, x0, x1, 10^(-i));
   [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
   [x(3, i/3), y(3, i/3)] = corde(f, f1, x0, 10^(-i));
   [x(4,i/3), y(4, i/3)] = secanti(f, x0, x1, 10^(-i), 100);
end
row_names = {'bisezione', 'newton', 'corde', 'secanti'};
colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames);
disp(values)
figure
plot([3, 6, 9, 12], y','o-')
title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
ylabel('iterazioni')
legend({'bisezione','newton','corde','secanti'},'Location','northwest')
```

6.2 Esercizio 7

Listing 2: es7.m

```
f = @(x)(x^2*tan(x));
f1 = @(x)(2*x*tan(x) +(x^2)/(cos(x)^2));
m = 3;
x0 = 1;
y= zeros(3, 4);
x=-1*ones(3,4);
for i=3:3:12
  [x(1, i/3), y(1, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
  [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newtonmod(f, f1, x0, m, 10^(-i));
  [x(3, i/3), y(3, i/3)] = aitken(f, f1, x0, 10^(-i));
end
disp(x);
disp(y);
row_names = {'newton', 'newton modificato', 'aitken'};
colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames)

format
iterations = array2table(y,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames)
plot([3, 6, 9, 12], y','-')
title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
ylabel('iterazioni')
```

```
legend({'newton','newtonmod','aitken'},'Location','northwest')
```

6.3 Esercizio 15

Listing 3: es15.m

```
f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 40);
chebyerrors = zeros(1, 40);
for n = 1:40
    xlin = linspace(-1, 1, n+1);
    xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
    ylin = lagrange(xlin,f(xlin),x);
    ycheby = lagrange(xcheby,f(xcheby),x);
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','northeast');
```

6.4 Esercizio 16

Listing 4: es16.m

```
f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
f1 = @(x)(-pi*x.*sin((pi*x.^2)/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 20);
chebyerrors = zeros(1, 20);
for n = 1:20
    xlin = linspace(-1, 1, n+1);
    xcheby = chebyshev(-1,1, n+1);
    ylin = hermite(xlin,f(xlin),f1(xlin),x);
    ycheby = hermite(xcheby,f(xcheby),f1(xcheby),x);
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','northeast');
```

6.5 Esercizio 18

Listing 5: es18.m

```
f = @(x)(cos((pi*(x.^2))/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 40);
```

```
chebyerrors = zeros(1, 40);
for n = 4:100
    xlin = linspace(-1, 1, n+1);
    xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
    xcheby(1)=-1;
    xcheby(n+1)=1;
    ylin = splinenat(xlin,f(xlin),x);
    ycheby = splinenat(xcheby,f(xcheby),x);
    ylin=ylin';
    ycheby=ycheby';
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','northeast');
```

6.6 Esercizio 19

Listing 6: es19.m

```
f = @(x)(cos((pi*(x.^2))/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 40);
chebyerrors = zeros(1, 40);
for n = 4:100
    xlin = linspace(-1, 1, n+1);
    xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
    ylin = spline(xlin,f(xlin),x);
    ycheby = spline(xcheby,f(xcheby),x);
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','northeast');
```

6.7 Esercizio 20

Listing 7: es20.m

```
f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
fp = @(x)(f(x) + 10^(-3)*rand(size(x)));
xi = -1 + 2*(0:10^4)/10^4;
fi = f(xi);
fpi = fp(xi);
errors=zeros(1, 20);
for m = 1:20
    y = minimiquadrati(xi, fpi, m);
    errors(m) = norm(abs(y-fi), inf);
end
```

```
semilogy(errors);
xlabel('grado del polinomio');
ylabel('errore di interpolazione massimo');
```

6.8 Esercizio 21

Listing 8: es21.m

```
for i = 1:7
    weights= rats(ncweights(i))
end
```

6.9 Esercizio 22

Listing 9: es22.m

```
rapp = zeros(1, 50);
for i = 1:50
    rapp(i) = sum(abs(ncweights(i)))/i;
end
semilogy(rapp);
xlabel('grado n della formula di Newton-Cotes');
ylabel('^{K_n}/_{K}');
```

6.10 Esercizio 23

Listing 10: es23.m

```
value = log(cos(1)/cos(1.1));
x = zeros(1,9);
errors=zeros(1, 9);
for i = 1:9
    x(i) = newtoncotes(@tan, -1,1.1, i);
    errors(i) = abs(value-x(i));
end
```

6.11 Esercizio 24

Listing 11: es24.m

```
a = -1;
b = 1.1;
n = 10;
itrap = zeros(1, n);
isimp = zeros(1, n);
for i = 1:n
    itrap(i) = trapecomp(@tan, a, b, i*2);
    isimp(i) = simpcomp(@tan, a, b, i*2);
end
integrali = [itrap; isimp];
row_names = {'trapezi composta', 'simpson composta'};
colnames = {'2','4','6','8','10','12','14','16','18','20'};
values = array2table(integrali,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames);
disp(values);
```

6.12 Esercizio 25

Listing 12: es25.m

```
format long e
f = @(x)(1/(1+100*x.^2));
a = -1;
b = 1;
itrap = zeros(1, 5);
isimp = zeros(1, 5);
for i = 1:5
    itrap(i) = adaptrap(f, a, b, 10^(-i-1));
    isimp(i) = adapsim(f, a, b, 10^(-i-1));
end
integrali = [itrap; isimp];
row_names = {'trapezi adattiva', 'simpson adattiva'};
colnames = {'10^-2','10^-3','10^-4','10^-5','10^-6'};
values = array2table(integrali,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames);
disp(values);
```