



Elaborato di
Calcolo Numerico
Anno Accademico 2021/2022

John Smith - 1234567 - *john.smith@stud.unifi.it*
Nice Guy - 9876543 - *nice.guy@stud.unifi.it*

June 25, 2022

Contents

1	Capitolo 1	4
1.1	Esercizio 1	4
1.2	Esercizio 2	4
1.3	Esercizio 3	4
2	Capitolo 2	5
2.1	Esercizio 4	5
2.2	Esercizio 5	6
2.3	Esercizio 6	8
2.4	Esercizio 7	9
3	Capitolo 3	13
3.1	Esercizio 8	13
3.2	Esercizio 9	14
3.3	Esercizio 10	15
3.4	Esercizio 11	16
3.5	Esercizio 12	16
3.6	Esercizio 13	18
3.7	Esercizio 14	18
4	Capitolo 4	19
4.1	Esercizio 15	19
4.2	Esercizio 16	20
4.3	Esercizio 17	20
4.4	Esercizio 18	21
4.5	Esercizio 19	22
4.6	Esercizio 20	22
5	Capitolo 5	24
5.1	Esercizio 21	24
5.2	Esercizio 22	24
5.3	Esercizio 23	26
5.4	Esercizio 24	26
5.5	Esercizio 25	27
6	Codici ausiliari	31
6.1	Esercizio 6	31
6.2	Esercizio 7	31
6.3	Esercizio 15	32
6.4	Esercizio 16	32
6.5	Esercizio 18	33
6.6	Esercizio 19	33
6.7	Esercizio 20	33
6.8	Esercizio 21	34
6.9	Esercizio 22	34
6.10	Esercizio 23	34
6.11	Esercizio 24	34
6.12	Esercizio 25	35

List of Figures

1	iterazioni richieste	9
2	iterazioni richieste	12
3	risultati interpolazione	19
4	risultati interpolazione hermite	20

List of Tables

1	valori approssimati con i metodi di Newton, secanti e Steffensen	9
2	valori approssimati da newton, newton modificato e aitken(dati raccolti in es7.m)	11
3	valori approssimati	18
4	pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado	25
5	risultati di es24.m	27
6	risultati di es25.m	30

1 Capitolo 1

1.1 Esercizio 1

Verificare che,

$$\frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h) + O(h^4)}{12h} = f'(x) + O(h^4)$$

Soluzione:

Per verificare la equivalenza ci servirà applicare sviluppo di Taylor per tutti i funzioni. La funzione di Taylor definita così:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + O((x - x_0)^n)$$

Calcoliamo le sviluppi di Taylor per tutti funzioni che sono presenti in formula da verificare. A variabile x_0 noi assumiamo il valore x , quindi $x_0 = x$. Allora:

$$f(x+2h) = f(x) + f'(x)(x+2h-x) + O(x+2h-x) = f(x) + 2hf'(x) + O(h)$$

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)(x+h-x) + O(x+h-x) = f(x) + hf'(x) + O(h)$$

$$f(x-h) = f(x) + f'(x)(x-h-x) + O(x-h-x) = f(x) - hf'(x) + O(h)$$

$$f(x-2h) = f(x) + f'(x)(x-2h-x) + O(x-2h-x) = f(x) - 2hf'(x) + O(h)$$

Se mettere tutto insieme otteniamo:

$$\begin{aligned} & \frac{-(f(x) + 2hf'(x)) + 8(f(x) + hf'(x)) - 8(f(x) - hf'(x)) + (f(x) - 2hf'(x)) + O(h^4)}{12h} = \\ & = \frac{-\cancel{f(x)} - 2hf'(x) + \cancel{8f(x)} + 8hf'(x) - \cancel{8f(x)} + 8hf'(x) + \cancel{f(x)} - 2hf'(x) + O(h^4)}{12h} = \\ & = \frac{12hf'(x) + O(h^4)}{12h} = f'(x) + O(h^4) \end{aligned}$$

1.2 Esercizio 2

Calcolare, motivandone i passaggi, la precisione di macchina della doppia precisione dello standard IEEE. Confrontare questa quantità con quanto ritornato dalla variabile `eps` di Matlab, commentando a riguardo.

Soluzione:

1.3 Esercizio 3

Eseguire il seguente script Matlab:

```
1 format long e
2 (1+(1e-14-1))*1e14
```

Spiegare i risultati ottenuti.

Soluzione:

Quando si esegue $a - a + b$ il risultato è 100 mentre quando si esegue $a + b - a$ si ottiene 0. La differenza dei risultati è dovuta al fenomeno della cancellazione numerica:

2 Capitolo 2

2.1 Esercizio 4

Scrivere una function Matlab, *radice(x)* che, avendo in ingresso un numero x non negativo, ne calcoli la radice quadrata utilizzando solo operazioni algebriche elementari, con la massima precisione possibile. Confrontare con la function *sqrt* di Matlab per 20 valori di s , equispaziati logaritmicamente nell'intervallo $[1e-10, 1e10]$, evidenziando che si è ottenuta la massima precisione possibile.

Soluzione:

```
1 function answer = radice(x)
2     % answer = radice(x)
3     % This method is called Babilons method
4     % It gets some value in input and apply the Babilons method
5     % until I needed precision, but we need maximum precision possible,
6     % so I apply this method until I get two equal values
7     % one before another and this will mean this method arrived at a point,
8     % in which value not changes, so it is a maximum precision.
9     % INPUT:  x      — Is a value of which we want to get square root
10    % OUTPUT: answer — This is the square root of the input
11    format long e;
12
13    if x < 0
14        error('Wrong value in input! Should be not less then zero!');
15    end
16
17    answer = x / 2;
18    guess = x;
19
20    while not(answer == guess)
21        guess = answer;
22        answer = (guess + (x / guess)) / 2;
23    end
24
25 end
26
27 for i = 1:0.5:10
28     s = 1e-10 + 1e10 * log10(i);
29     custom = radice(s);
30     native = sqrt(s);
31
32     if abs(custom - native) >= eps(abs(native))
33
34         if abs(custom - native) > eps(abs(native))
35             diff = abs(custom - native);
36             fprintf([ ...
37                 'result is not equal for %.' int2str(abs(int16(log10(eps(s)))) + 1)
38                 ...
39                 'd, with values custom=.' int2str(abs(int16(log10(eps(custom)))) +
40                 20) ...
41                 'd and native=.' int2str(abs(int16(log10(eps(native)))) + 20) ...
42                 'd, with diff=.' int2str(abs(int16(log10(eps(diff)))) + 20) 'd\n'
43                 ...
44                 ], s, custom, native, diff);
45         elseif abs(custom - native) == eps(abs(native))
46             fprintf([ ...
47                 'Difference between this numbers are equal to exponent ' ...
48                 'for this numbers, and equals to %.30d\n'...
49                 ], eps(abs(native)));
```

```

47         end
48
49     end
50
51     fprintf([ ...
52         'custom=%. ' int2str(abs(int16(log10(eps(custom)))) + 1) ...
53         'd\nnative=%. ' int2str(abs(int16(log10(eps(native)))) + 1) ...
54         'd\n\n'
55         ], custom, native);
56
57 end

```

2.2 Esercizio 5

Scrivere function Matlab distinte che implementino efficientemente i seguenti metodi per la ricerca degli zeri di una funzione $f(x)$:

- il metodo di Newton;
- il metodo delle secanti;
- il metodo di Steffensen:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)^2}{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}, \quad n=0,1,\dots \quad (1)$$

Per tutti i metodi, utilizzare come criterio di arresto

$$|x_{n+1} - x_n| \leq tol * (1 + |x_n|)$$

essendo tol una opportuna tolleranza specificata in ingresso. Curare particolarmente la robustezza del codice.

Soluzione:

- Metodo di Newton

```

1  function [x, i] = newton(f, f1, x0, tol, maxit)
2      % [x, i] = newton(f, f1, x0, tol, maxit)
3      % Newton's method, used to calculate a root of the equation f(x)=0
4      % Input:  f      — function that we can derive
5              f1     — derived function of the 'f'
6              x0     — initial approximation
7              tol    — tolerance
8              maxit  — maximum number of iterations (default = 100)
9      % Output: x      — the approximation of the root function
10             i       — number of iterations
11      % CHECK THIS: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod
12
13      format long e;
14
15      if nargin < 4
16          error('Number of arguments must be at least 4!');
17      elseif nargin == 4
18          maxit = 100;
19      end
20
21      if tol < eps
22          error('Tolerance cannot be checked!');
23      end
24

```

```

25     x = x0;
26
27     for i = 1:maxit
28         fx = feval(f, x);
29         f1x = feval(f1, x);
30         x = x - fx / f1x;
31
32         if abs(x - x0) <= tolx * (1 + abs(x0))
33             break;
34         end
35
36         x0 = x;
37     end
38
39     if abs(x - x0) > tolx * (1 + abs(x0))
40         error('The method does not converge!');
41     end
42
43 end

```

- Metodo delle secanti

```

1 function [x, i] = secanti(f, x0, x1, tolx, maxit)
2     % [x, i] = secanti(f, x0, x1, tolx, maxit)
3     % Method of the secant, used to calculate a root of the equation f(x)=0
4     % Input:  f      — function that we can derive
5     %         x0     — initial approximation
6     %         x1     — second initial approximation
7     %         tolx   — tolerance
8     %         maxit  — maximum number of iterations (default = 100)
9     % Output: x      — the approximation of the root function
10    %         i       — number of iterations
11    % CHECK THIS: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod
12
13    format long e;
14
15    if nargin < 4
16        error('Number of arguments must be at least 4!');
17    elseif nargin == 4
18        maxit = 100;
19    end
20
21    i = 0;
22    f0 = feval(f, x0);
23
24    for i = 1:maxit
25        f1 = feval(f, x1);
26        df1 = (f1 - f0) / (x1 - x0);
27        x = x1 - (f1 / df1);
28
29        if abs(x1 - x0) <= tolx * (1 + abs(x0))
30            break;
31        end
32
33        x0 = x1;
34        x1 = x;
35        f0 = f1;
36
37    end

```

```

38
39     if abs(x - x0) > tol * (1 + abs(x0))
40         error('The method does not converge!');
41     end
42
43 end

```

- Metodo di Steffensen

```

1  function [x, i] = steffensen(f, x0, tol, maxit)
2      % [x, i] = steffensen(f, x0, tol, maxit)
3      % Steffensen's method, used to calculate a root of the equation f(x)=0
4      % Input:  f      — a fixed point iteration function
5              x0      — initial guess to the fixed point
6              tol      — tolerance
7              maxit    — maximum number of iterations (default = 100)
8      % Output: x      — the approximation of the root function
9              i        — number of iterations
10     % CHECK THIS: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod
11
12     format long e;
13
14     if nargin < 3
15         error('Number of arguments must be at least 3!');
16     elseif nargin == 3
17         maxit = 100;
18     end
19
20     for i = 1:maxit
21         % get ready to do a large, but finite, number of iterations.
22         % This is so that if the method fails to converge, we won't
23         % be stuck in an infinite loop.
24         fx = feval(f, x0); % calculate the next two guesses for the fixed point.
25         f_fx_x = feval(f, fx + x0);
26         x = x0 - (fx^2 / (f_fx_x - fx));
27         % use Aitken's delta squared method to
28         % find a better approximation to x0.
29         if abs(x - x0) <= tol * (1 + abs(x0))
30             break; % if we are, stop the iterations, we have our answer.
31         end
32
33         x0 = x;
34     end
35
36     if abs(x - x0) > tol * (1 + abs(x0))
37         error(['Failed to converge in ' maxit ' iterations!']);
38     end
39
40 end

```

2.3 Esercizio 6

Utilizzare le *function* del precedente esercizio per determinare una approssimazione della radice della funzione

$$f(x) = x - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right),$$

per $tol = 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-9}, 10^{-12}$, partendo da $x_0 = 1$ (e $x_1 = 0.99$ per il metodo delle secanti). Tabulare i risultati, in modo da confrontare le iterazioni richieste da ciascun metodo. Commentare il relativo costo

computazionale, in termini di valutazioni funzionali richieste.

Soluzione:

Eseguito lo script es6.msi ottengono i risultati contenuti nella tabella 1 e nella figura 1. Come si può notare, il metodo di newton e il metodo delle secanti convergono molto più rapidamente del metodo di bisezione e del metodo delle corde.

Metodo	tolleranza= 10^{-3}	tolleranza= 10^{-6}	tolleranza= 10^{-9}	tolleranza= 10^{-12}
newton	5.94611646360541e-01	5.94611644056836e-01	5.94611644056836e-01	5.94611644056836e-01
secanti	5.94611646954077e-01	5.94611644056836e-01	5.94611644056836e-01	5.94611644056836e-01
steffensen	5.94611681141925e-01	5.94611644056837e-01	5.94611644056836e-01	5.94611644056836e-01

Table 1: valori approssimati con i metodi di Newton, secanti e Steffensen

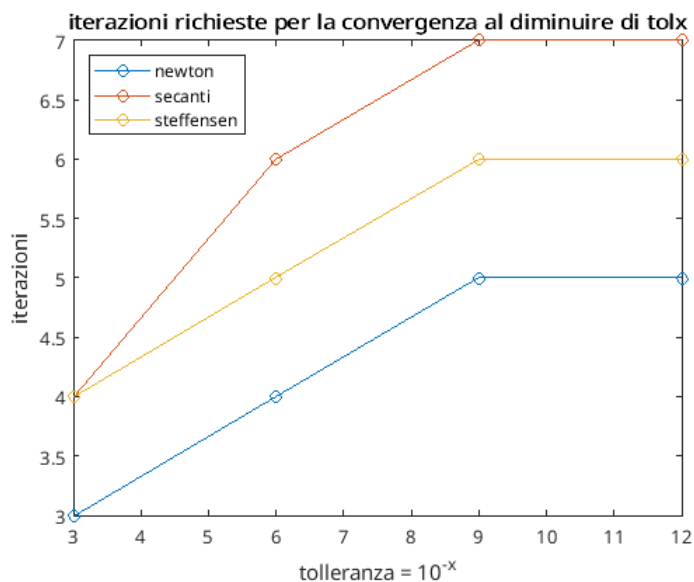


Figure 1: iterazioni richieste

2.4 Esercizio 7

Utilizzare le *function* del precedente esercizio per determinare una approssimazione della radice della funzione

$$f(x) = \left[x - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right]^3,$$

per $tol = 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-9}, 10^{-12}$, partendo da $x_0 = 1$ (e $x_1 = 0.99$ per il metodo delle secanti). Tabulare i risultati, in modo da confrontare le iterazioni richieste da ciascun metodo. Commentare i risultati ottenuti.

Soluzione:

Le nuove funzioni utilizzate in questo esercizio sono:

- Metodo di Newton modificato

```

1 function [x, i] = newtonmod( f, f1, x0, m, tol, maxit )
2 %NEWTONMOLT
3 %[x,i]=Newtonmolt(f,f1,x0,m,tol,maxit)
4 % Pre: f derivabile
5 % Applica il metodo di Newton per il calcolo della

```

```

6 % radice (di molteplicita' nota r) dell'equazione f(x)=0
7 % f      —funzione
8 % f1     —derivata di f
9 % x0     —approssimazione iniziale
10 % m      —molteplicita' della radice
11 % tolX   —tolleranza
12 % maxit  —numero massimo di iterazioni(default=100)
13 % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
14 % VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, aitken
15
16     format long e
17     if nargin<5
18         error('numero argomenti insufficienti');
19     elseif nargin==5
20         maxit = 100;
21     end
22     if tolX<eps
23         error('tolleranza non idonea');
24     end
25     x = x0;
26     for i = 1:maxit
27         fx = feval( f, x );
28         f1x = feval( f1, x );
29         if fx==0
30             break;
31         end
32         x = x - m*(fx/f1x);
33         if abs(x-x0)<=tolX*(1+abs(x0))
34             break;
35         else
36             x0 = x;
37         end
38     end
39
40 end

```

- Metodo delle accelerazioni di Aitken

```

1 function [x, i] = aitken( f, f1, x0, tolX, maxit )
2 %aitken
3 %[x,i]=aitken(f,f1, x0, tolX, maxit)
4 % Pre: f derivabile
5 % Applica il metodo di accelerazione di aitken per il calcolo della
6 % radice (di molteplicita' incognita) dell'equazione f(x)=0
7 % f      —funzione
8 % f1     —derivata di f
9 % x0     —approssimazione iniziale
10 % tolX   —tolleranza
11 % maxit  —numero massimo di iterazioni(default=100)
12 % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
13 % VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, newtonmod
14 format long e
15 if nargin<4
16     error('numero argomenti insufficienti');
17 elseif nargin==4
18     maxit = 100;
19 end
20 if tolX<eps
21     error('tolleranza non idonea');

```

```

22 end
23 fx = feval(f,x0);
24 flx = feval(f1,x0);
25 x= x0-fx/flx;
26 for i = 1:maxit
27     x0 = x;
28     fx = feval( f, x0 );
29     flx = feval( f1, x0 );
30     x1 = x0 - fx/flx;
31     fx = feval( f, x1 );
32     flx = feval( f1, x1 );
33     x = x1 -fx/flx;
34     x = (x*x0-x1^2)/(x-2*x1+x0);
35     if abs(x-x0)<=tolx
36         break;
37     end
38 end
39 if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
40     error('metodo non converge');
41 end
42 end

```

La radice nulla della funzione $f(x) = x^2 \tan(x)$ ha molteplicità $m = 3$, in quanto 0 annulla due volte il termine x^2 e una volta il termine $\tan(x)$.

Tolleranza	Newton	Newton modificato	Aitken
10^{-3}	$1.99400296195610 \cdot 10^{-3}$	$1.32348898008484 \cdot 10^{-23}$	$3.72603946110722 \cdot 10^{-24}$
10^{-6}	$1.34922220938115 \cdot 10^{-6}$	$1.32348898008484 \cdot 10^{-23}$	$3.72603946110722 \cdot 10^{-24}$
10^{-9}	$1.36940553054800 \cdot 10^{-9}$	0	$2.93579661656743 \cdot 10^{-39}$
10^{-12}	$1.38989077859525 \cdot 10^{-12}$	0	$2.93579661656743 \cdot 10^{-39}$

Table 2: valori approssimati da newton, newton modificato e aitken(dati raccolti in es7.m)

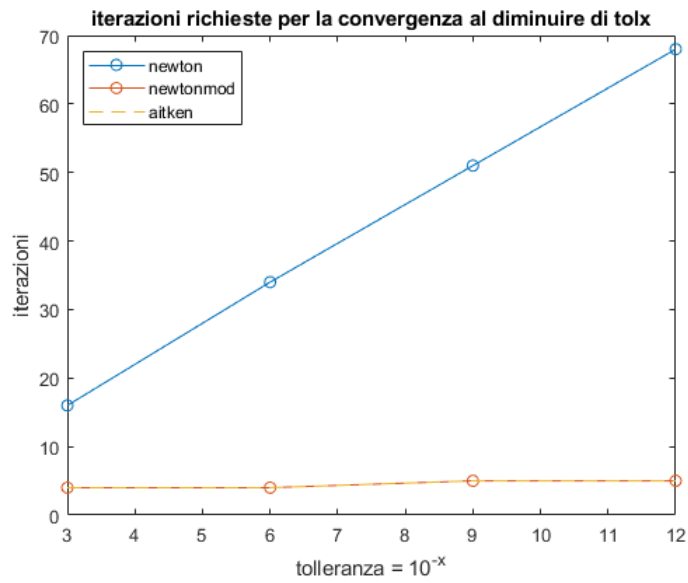


Figure 2: iterazioni richieste

Il metodo di newton classico perde la convergenza quadratica, essendo la radice cercata di molteplicità multipla. Il metodo di newton modificato e il metodo di aitken convergono molto più rapidamente e newton modificato riesce anche a trovare la radice esatta.

3 Capitolo 3

3.1 Esercizio 8

Scrivere una function Matlab,

```
function x = mialu(A, b)
```

che, data in ingresso una matrice A ed un vettore b , calcoli la soluzione del sistema lineare $Ax = b$ con il metodo di fattorizzazione LU con pivoting parziale. Curare particolarmente la scrittura e l'efficienza della function, e validarla su due esempi non banali, generati casualmente, di cui sia nota la soluzione.

Soluzione:

```
function x = mialu(A, b)
% x = mialu(A, b)
% Method of the secant, used to calculate a root of the equation f(x)=0
% Input:  A    — a matrix representation of the equations with unknown variables
%         b    — result of unknown variables
% Output: x    — array to what equals unknown variables

% Calculate L and U matrixes
n = length(A);
L = zeros(n);
U = zeros(n);
% P = eye(n);

for k = 1:n
    % find the entry in the left column with the largest abs value (pivot)
    [~, r] = max(abs(A(k:end, k)));
    r = n - (n - k + 1) + r;

    A([k r], :) = A([r k], :);
    % P([k r], :) = P([r k], :);
    L([k r], :) = L([r k], :);
    b([k r], :) = b([r k], :);

    % from the pivot down divide by the pivot
    L(k:n, k) = A(k:n, k) / A(k, k);

    U(k, 1:n) = A(k, 1:n);
    A(k + 1:n, 1:n) = A(k + 1:n, 1:n) - L(k + 1:n, k) * A(k, 1:n);
end

U(:, end) = A(:, end);

x = zeros(n, 1);
y = zeros(n, 1);

% calcolo delle soluzioni di Ly = b
for i = 1:1:n
    alpha = 0;

    for k = 1:1:i
        alpha = alpha + L(i, k) * y(k);
    end

    y(i) = b(i) - alpha;
end
```

```

48 % calcolo delle soluzioni di  $Ux = y$ 
49 for i = n:-1:1
50     alpha = 0;
51
52     for k = i + 1:1:n
53         alpha = alpha + U(i, k) * x(k);
54     end
55
56     x(i) = (y(i) - alpha) / U(i, i);
57 end
58
59 end

```

3.2 Esercizio 9

Scrivere una function Matlab,

```

1 function x = mialdl(A, b)

```

che, dati in ingresso una matrice sdp A ed un vettore b , calcoli la soluzione del corrispondente sistema lineare utilizzando la fattorizzazione LDL^T . Curare particolarmente la scrittura e l'efficienza della function, e validarla su due esempi non banali, generati casualmente, di cui sia nota la soluzione.

Soluzione:

```

1 function x = mialdl(A, b)
2     % x = mialdl(A, b)
3     % Method of the secant, used to calculate a root of the equation f(x)=0
4     % Input:  A      — a matrix representation of the equations with unknown variables
5     %          It is assumed that A is symmetric and postive definite.
6     %          b      — result of unknown variables
7     % Output: x      — array to what equals unknown variables
8
9     % Figure out the size of A.
10    n = size(A, 1);
11    % The main loop. See Golub and Van Loan for details.
12    L = zeros(n, n);
13
14    for j = 1:n,
15
16        if (j > 1),
17            v(1:j - 1) = L(j, 1:j - 1) .* d(1:j - 1);
18            v(j) = A(j, j) - L(j, 1:j - 1) * v(1:j - 1)';
19            d(j) = v(j);
20
21            if (j < n),
22                L(j + 1:n, j) = (A(j + 1:n, j) - L(j + 1:n, 1:j - 1) * v(1:j - 1)') / v(j);
23            end;
24
25            else
26                v(1) = A(1, 1);
27                d(1) = v(1);
28                L(2:n, 1) = A(2:n, 1) / v(1);
29            end;
30
31        end;
32
33    % Put d into a matrix.
34    D = diag(d);

```

```

35 % Put ones on the diagonal of L.
36 L = L + eye(n);
37
38 % n = size(A,1);
39 % L=zeros(n,n);
40 % for j=1:n,
41 %     if (j>1),
42 %         v(1:j-1)=L(j,1:j-1).*d(1:j-1);
43 %         v(j)=A(j,j)-L(j,1:j-1)*v(1:j-1)';
44 %         d(j)=v(j);
45 %         if(j<n),
46 %             L(j+1:n,j)=(A(j+1:n,j)-L(j+1:n,1:j-1)*v(1:j-1)')/v(j);
47 %         end;
48 %     else
49 %         v(1)=A(1,1);
50 %         d(1)=v(1);
51 %         L(2:n,1)=A(2:n,1)/v(1);
52 %     end;
53 % end;
54 % D=diag(d);
55 % L=L+eye(n);
56
57 U = D * L';
58 x = zeros(n, 1);
59 y = zeros(n, 1);
60
61 % calcolo delle soluzioni di Ly = b
62 for i = 1:1:n
63     alpha = 0;
64
65     for k = 1:1:i
66         alpha = alpha + L(i, k) * y(k);
67     end
68
69     y(i) = b(i) - alpha;
70 end
71
72 % calcolo delle soluzioni di Ux = y
73 for i = n:-1:1
74     alpha = 0;
75
76     for k = i + 1:1:n
77         alpha = alpha + U(i, k) * x(k);
78     end
79
80     x(i) = (y(i) - alpha) / U(i, i);
81 end
82
83 end

```

3.3 Esercizio 10

Data la function Matlab

```

1 function [A, b] = linsis(n, k, simme)
2 %
3 % [A,b] = linsis(n,k,simme) Crea una matrice A nxn ed un termine noto b,
4 % in modo che la soluzione del sistema lineare

```

```

5      % A*x=b sia x = [1,2,...,n]'.
6      % k `e un parametro ausiliario.
7      % simme, se specificato, crea una matrice
8      % simmetrica e definita positiva.
9      %
10     sigma = 10^(-2 * (1 - k)) / n;
11     rng(0);
12     [q1, r1] = qr(rand(n));
13
14     if nargin == 3
15         q2 = q1';
16     else
17         [q2, r1] = qr(rand(n));
18     end
19
20     A = q1 * diag([sigma 2 / n:1 / n:1]) * q2;
21     x = [1:n]';
22     b = A * x;
23     return

```

che crea sistemi lineari casuali con soluzione nota, risolvere, utilizzando la *function mialu*, i sistemi lineari generati da $[A, b] = \text{linsis}(10, 1)$ e $[A, b] = \text{linsis}(10, 10)$. Commentare l'accuratezza dei risultati ottenuti, dandone spiegazione esaustiva.

Soluzione:

3.4 Esercizio 11

Risolvere, utilizzando la *function mialdlt*, i sistemi lineari generati da $[A, b] = \text{linsis}(10, 1, 1)$ e $[A, b] = \text{linsis}(10, 10, 1)$. Commentare l'accuratezza dei risultati ottenuti, dandone spiegazione esaustiva.

Soluzione:

3.5 Esercizio 12

Scrivere una function Matlab,

```

1      function [x,nr] = miaqr(A, b)

```

che, data in ingresso la matrice A $m \times n$, con $m \geq n = \text{rank}(A)$, ed un vettore b di lunghezza m , calcoli la soluzione del sistema lineare $Ax = b$ nel senso dei minimi quadrati e, inoltre, la norma, nr , del corrispondente vettore residuo. Curare particolarmente la scrittura e l'efficienza della *function*. Validare la *function miaqr* su due esempi non banali, generati casualmente, confrontando la soluzione ottenuta con quella calcolata con l'operatore Matlab.

Soluzione:

```

1      function [x, nr] = miaqr(A, b)
2          % QR = myqr(A)
3          % calcola la fattorizzazione QR di Householder della matrice A
4          % Input:
5          %       A= matrice quadrata da fattorizzare
6          %
7          % Output:
8          %       QR=matrice contenente le informazioni sui fattori Q e R della
9          %       fattorizzazione QR di A
10         %
11         [m, n] = size(A);
12
13         if n > m
14             error('Dimensioni errate');
15         end
16

```



```

17 if length(b) ~= m
18     error('Dati inconsistenti');
19 end
20
21 QR = A;
22
23 for i = 1:n
24     alfa = norm(QR(i:m, i));
25
26     if alfa == 0
27         error('la matrice non ha rango massimo');
28     end
29
30     if QR(i, i) >= 0
31         alfa = -alfa;
32     end
33
34     v1 = QR(i, i) - alfa;
35     QR(i, i) = alfa;
36     QR(i + 1:m, i) = QR(i + 1:m, i) / v1;
37     beta = -v1 / alfa;
38     v = [1; QR(i + 1:m, i)];
39     QR(i:m, i + 1:n) = QR(i:m, i + 1:n) - (beta * v) * (v' * QR(i:m, i + 1:n));
40 end
41
42 [m, n] = size(QR);
43 k = length(b);
44
45 if k ~= m
46     error('Dati inconsistenti');
47 end
48
49 x = b(:);
50
51 for i = 1:n
52     v = [1; QR(i + 1:m, i)];
53     beta = 2 / (v' * v);
54     x(i:m) = x(i:m) - beta * (v' * x(i:m)) * v;
55 end
56
57 x = x(1:n);
58
59 for j = n:-1:1
60
61     if QR(j, j) == 0
62         error('Matrice singolare');
63     end
64
65     x(j) = x(j) / QR(j, j);
66     x(1:j - 1) = x(1:j - 1) - QR(1:j - 1, j) * x(j);
67 end
68
69 end
70
71 %{
72
73 A = round (10 * rand (3))
74 b = round (10 * rand (3, 1))

```

```
75
76 %}
```

3.6 Esercizio 13

```
1 %Codice esercizio 13
2
3 A= [1, 2, 3; 1 2 4; 3 4 5; 3 4 6; 5 6 7];
4 b=[14 17 26 29 38];
5 QR=myqr(A);
6 ris=qrsolve(QR,b);
7 disp(ris);
```

Il risultato finale è $ris = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3.7 Esercizio 14

A\b	(A'*A)\(A'*b)
1.0000	3.5759
2.0000	-3.4624
3.0000	9.5151
4.0000	-1.2974
5.0000	7.9574
6.0000	4.9125
7.0000	7.2378
8.0000	7.9765

Table 3: valori approssimati

L'espressione $A \backslash b$ risolve in matlab, il sistema di equazioni lineari nella forma matriciale $A \cdot x = b$ per x . L'espressione $(A^T \cdot A) \backslash (A^T \cdot b)$, è matematicamente la stessa operazione dell'espressione precedente, solamente che si moltiplica le due componenti per la trasposta di A . La matrice A viene calcolata usando la funzione `vander()` che genera una matrice di tipo Vandermonde, la quale è mal condizionata. Usando la funzione `cond()` sulla matrice A si ottiene un condizionamento pari a: $1.5428e+09$. Nella prima espressione, questo malcondizionamento non influisce sul risultato. Invece nella seconda espressione eseguendo la prima parentesi tonda, il condizionamento è pari a: $4.4897e+18$. Questo fa sì che eseguendo la divisione tra una matrice mal condizionata e il vettore, il risultato presenta degli errori.

4 Capitolo 4

4.1 Esercizio 15

Eseguendo il codice es15.m si ottengono i seguenti risultati:

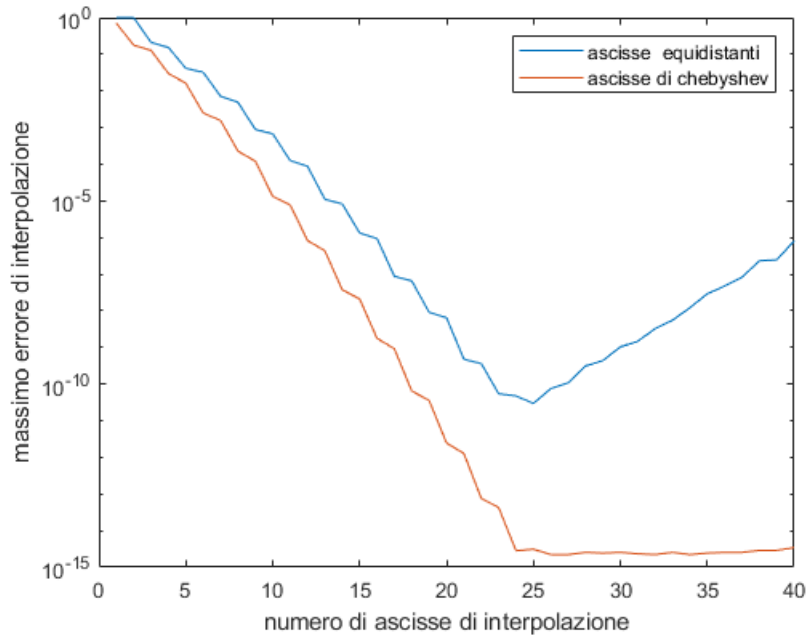


Figure 3: risultati interpolazione

Per le ascisse di chebyshev, si ha una decrescita esponenziale dell'errore massimo per $n \leq 25$ per poi assestarsi a circa $2 \cdot 10^{-15}$ per n successivi. Per quanto riguarda le ascisse equidistanti invece, si può notare come l'errore massimo torni a crescere esponenzialmente per $n > 25$. I risultati confermano il mal condizionamento del problema di interpolazione polinomiale quando vengono usate ascisse d'interpolazione equidistanti,

4.2 Esercizio 16

Eseguendo es16.m si ottiene:

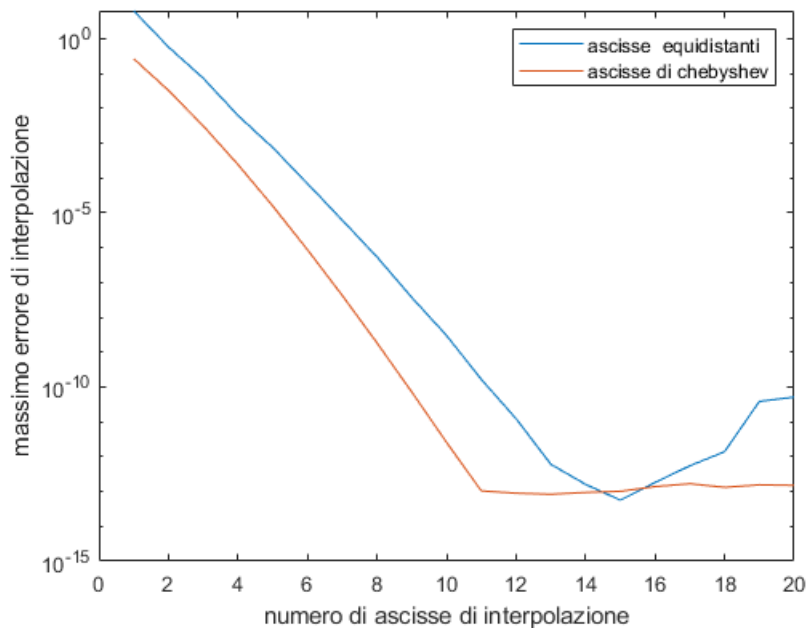


Figure 4: risultati interpolazione hermite

Si può notare come, rispetto all'interpolazione classica, l'errore decresca più rapidamente per $n \leq 15$. Anche in questo caso l'errore commesso usando le ascisse di chebyshev è migliore in confronto al caso delle ascisse equidistanti (eccetto per $n = 15$).

4.3 Esercizio 17

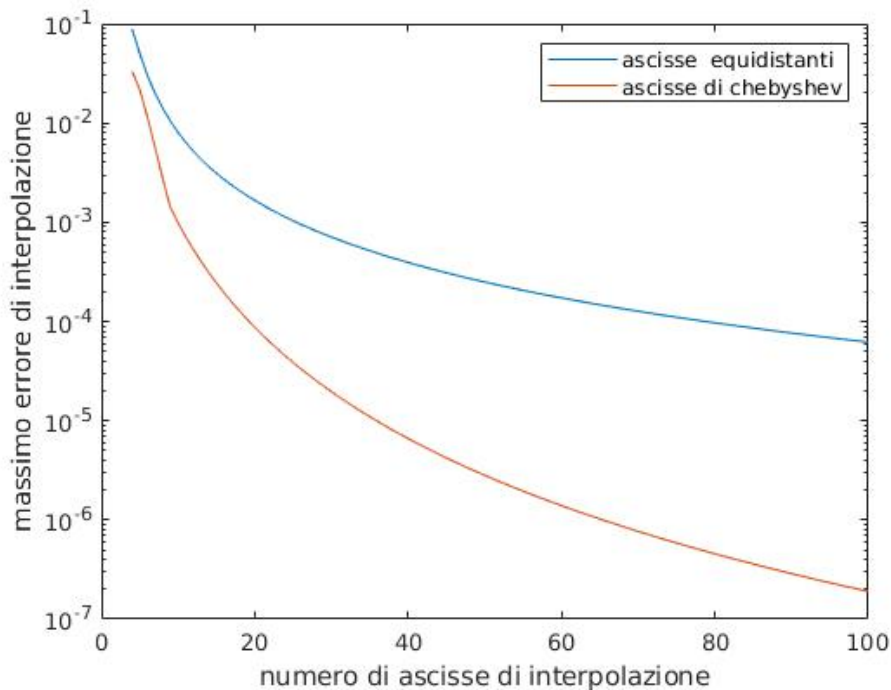
```
1 function output=splinenat(xi,fi,xq)
2 %
3 % output=splinenat(x,y,xq)
4 %funzione che calcola la spline cubica naturale.
5 %Input:
6 % xi=vettore delle ascisse su cui calcolare la spline
7 % fi=vettore dei valori di f(x), con x ascissa
8 % xq= insieme delle ascisse di cui si vuole sapere il valore della spline
9 %Output:
10 % output=vettore delle approssimazioni sulle ascisse xq
11 %
12
13 m = length(xi);
14 l=length(xq);
15
16 if m~=length(fi)
17     error(dati errati);
18 end
19 for i = 1:m-1
20     if any( find(xi(i+1:m)==xi(i)) ),
21         error(ascisse non distinte),
22     end
23 end
24 xi = xi(:);
```

```

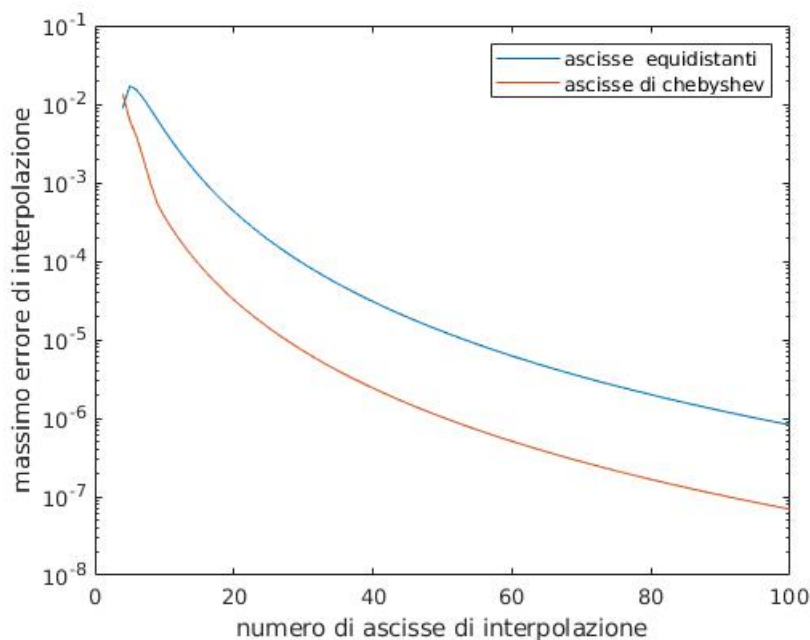
25 fi = fi(:);
26 [xi,ind] = sort(xi);
27 fi = fi(ind);
28 % ordino le ascisse in modo crescente
29 hi = diff(xi);
30 n= m-1;
31 df = diff(fi)./hi;
32 hh = hi(1:n-1)+hi(2:n);
33 rhs = 6*diff(df)./hh;
34 phi = hi(1:n-1)./hh;
35 csi = hi(2:n)./hh;
36 % = 1-phi;
37 d= 2*ones(n-1,1);
38 phi = phi(2:n-1);
39 csi = csi(1:n-2);
40 mi = trisolve( phi, d, csi, rhs );
41 mi = [0;mi;0];
42 r=fi(1:n)-((hi(1:n).^2)/6).*mi(1:n);
43 q=df(1:n)-((hi(1:n)/6).*(mi(2:m)-mi(1:n)));
44 output=zeros(l,1);
45 for i=1:l
46     indp=find(xq(i)>=xi(1:n),1,'last');
47     indg=indp+1;
48     output(i)=((((xq(i)-xi(indp)).^3).*mi(indg))+((xi(indg)-xq(i)).^3).*mi(indp))/(6*hi(
        indp))+q(indp).*(xq(i)-xi(indp))+r(indp);
49 end
50 return
51 end

```

4.4 Esercizio 18



4.5 Esercizio 19

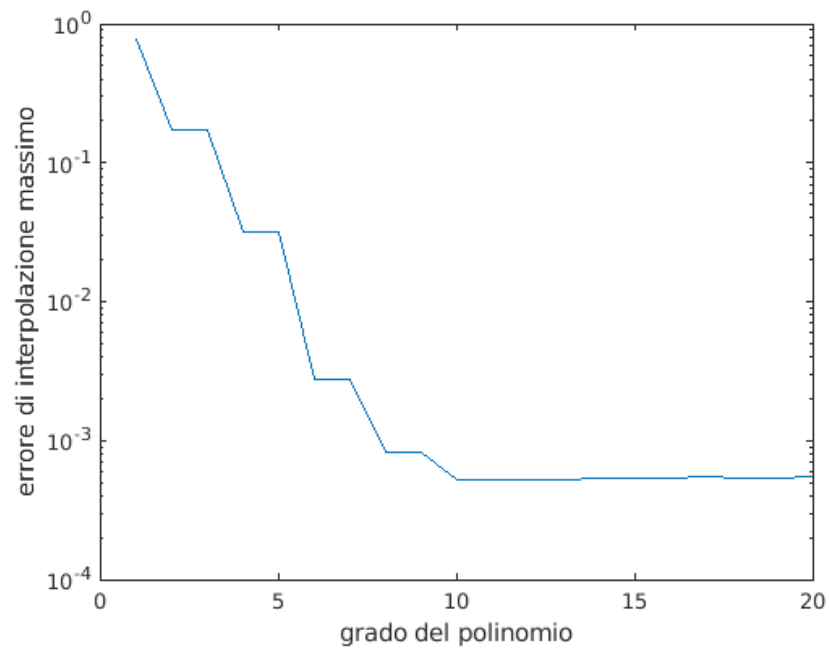


Si nota dai due grafici che la funzione spline riesce a mantenere su entrambe le tipologie di scelta delle ascisse, un basso errore di interpolazione, mentre la funzione `splinenat`, arriva ad avere nelle ascisse di chebyshev, un andamento simile a quello corrispettivo alla funzione spline, essendo comunque meno preciso. L'uso invece delle ascisse equidistanti nella funzione `splinenat`, fa sì che si abbia un andamento sostanzialmente diverso, rispetto a quello delle corrispettive nella funzione spline, e anche rispetto alle ascisse di chebyshev calcolate dalla stessa funzione.

4.6 Esercizio 20

```
1 function y = minimiquadrati(xi, fi, m)
2 %
3 %
4 % y = minimiquadrati(xi, fi, m)
5 % calcola il valore del polinomio di approssimazione ai minimi quadrati di grado m
6 % sulle ascisse xi. fi contiene i valori approssimati di una funzione f valutata su xi
7 if length(unique(xi)) < m+1
8     error('ascisse distinte non sufficienti');
9 end
10 fi = fi(:);
11 V = fliplr(vander(xi));
12 V = V(1:end, 1:m+1);
13 QR = myqr(V);
14 p = qrsolve(QR, fi);
15 y = p(m+1)*ones(size(xi));
16 for i = 0:m-1
17     y = y.*xi+p(m-i);
18 end
19 end
```

Eseguendo `es20.m` si ottiene:



Si nota una decrescita dell'errore esponenziale fino a $m = 10$, dove si assesta tra 10^{-3} e 10^{-4} .

5 Capitolo 5

5.1 Esercizio 21

```
1 function c = ncweights(n)
2 %
3 %
4 % c = nc-weights(n)
5 % calcola i pesi della formula di newton cotes di grado n;
6 %     n—      grado
7 %     c—      pesi calcolati
8 %
9 if n<=0
10     error('grado della formula non positivo');
11 end
12 nvalues = floor(n/2 + 1);
13 c=zeros(1,nvalues);
14 for j = 1:nvalues
15     temp = (0:n);
16     temp(j)=[];
17     f = @(x)(prod(x-temp) /prod(j-1-temp));
18     c(j) = integral(f, 0, n, 'ArrayValued', true);
19 end
20 c = [c flip(c)]; %sfrutto la simmetria dei pesi
21 if mod(n,2)==0
22     %elimino la copia del valore centrale prodotta da flip(c) e che risulta di troppo per
23     %n pari
24     c(n/2+1) = [];
25 end
26 return
27 end
```

Eseguendo lo script es21.m si ottiene:

5.2 Esercizio 22

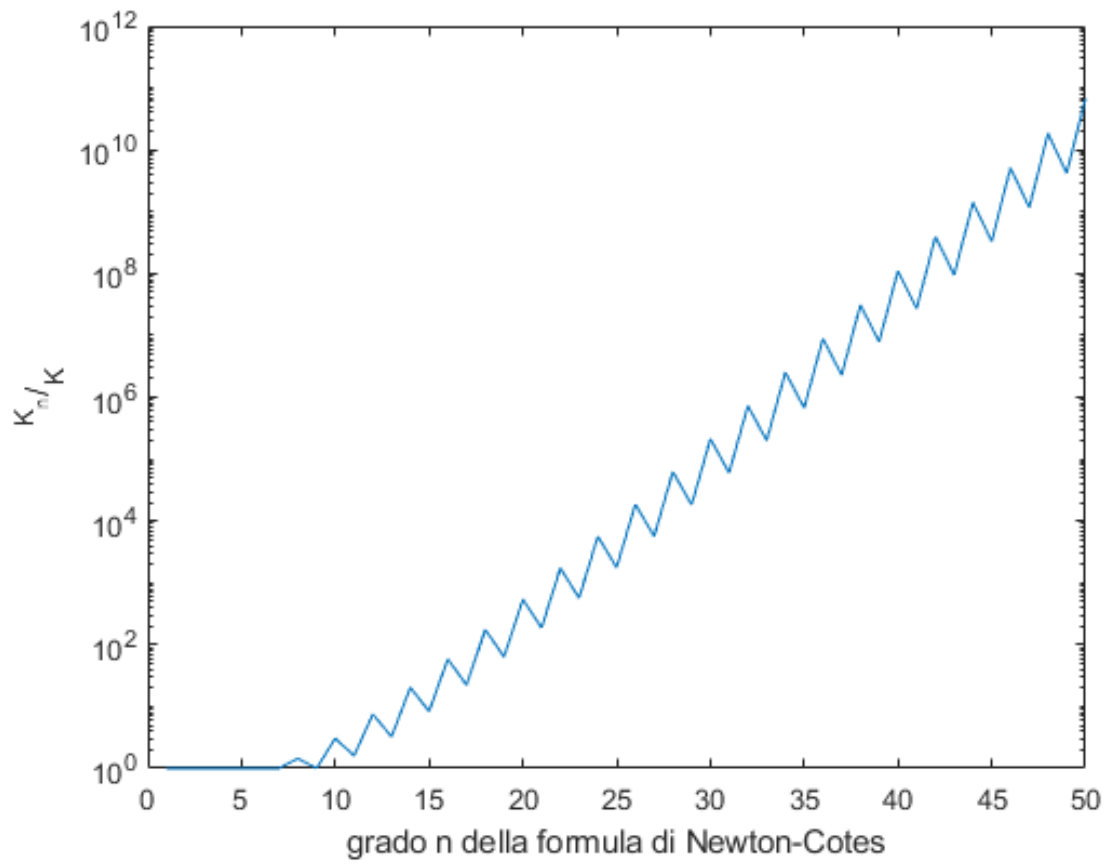
Sappiamo che $k = (b - a)$ e $k_n = (b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n |c_{in}|$. Il rapporto sarà dunque dato da:

$$\frac{k_n}{k} = \frac{(b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n |c_{in}|}{b - a} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n |c_{in}|$$

Calcolando $\frac{k_n}{k}$ per $n = 1, \dots, 50$ (es22.m) si ottiene:

$n \setminus c_{in}$	0	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$					
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{8}$				
4	$\frac{14}{45}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{14}{45}$			
5	$\frac{95}{288}$	$\frac{125}{96}$	$\frac{125}{144}$	$\frac{125}{144}$	$\frac{125}{96}$	$\frac{95}{288}$		
6	$\frac{41}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{68}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{41}{140}$	
7	$\frac{108}{355}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{108}{355}$

Table 4: pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado



5.3 Esercizio 23

```
1 function y = newtoncotes(f,a, b, n)
2 %
3 % y= newtoncotes(f,a,b, n)
4 % calcola l'approssimazione dell'integrale definito per la funzione f sull'intervallo [a,
   b],
5 % utilizzando la formula di newton cotes di grado n.
6 %
7 %     f—      funzione
8 %     a,b—    intervallo dei punti
9 %     n—      grado della formula di newton cotes
10 %     y—      approssimazione integrale definito di f(x)
11
12 if a > b || n < 0
13     error('dati inconsistenti');
14 end
15 xi = linspace(a, b, n+1);
16 fi = feval(f, xi);
17 h = (b-a) / n;
18 c = ncweights(n);
19 y = h*sum(fi.*c);
20 return
21 end
```

RISULTATI PER N DA 1 A 9(es23.m):

grado della formula	valore integrale	errore
1	$4,28 \cdot 10^{-1}$	$2,53 \cdot 10^{-1}$
2	$2,13 \cdot 10^{-1}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$
3	$1,96 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$
4	$1,80 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-3}$
5	$1,79 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-3}$
6	$1,76 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-3}$
7	$1,76 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-3}$
8	$1,75 \cdot 10^{-1}$	0
9	$1,75 \cdot 10^{-1}$	0

5.4 Esercizio 24

```
1 function I = trapecomp(f, a, b, n)
2 %
3 %
4 % I = trapecomp(f, a, b)
5 %
6 % Approssimazione dell'integrale definito di f(x) con estremi a e b,
7 % mediante la formula composta dei trapezi su n+1 ascisse equidistanti
8 %     f—      funzione
9 %     a,b—    estremi dell'intervallo
10 %     I—      approssimazione integrale definito di f(x)
11 %
12 if a==b
13     I=0;
14 elseif n < 1 || n~=fix(n)
15     error('numero di ascisse non valido');
16 else
17     h=(b-a)/n;
```

```

18     x=linspace(a, b, n+1);
19     f = feval(f, x);
20     I = h*(f(1)/2 + sum(f(2:n)) + f(n+1)/2);
21 end
22 return
23 end

```

```

1 function I = simpcomp(f, a, b, n)
2     %myFun — Description
3     %
4     % I = simpcomp(f, a, b)
5     %
6     % Approssimazione dell'integrale definito di f(x) con estremi a e b,
7     % mediante la formula composta di Simpson su n+1 ascisse equidistanti(n pari)
8     % f—      funzione
9     % a,b—     estremi dell'intervallo
10    % I—       approssimazione integrale definito di f(x)
11    %
12    %
13
14    if a==b
15        I=0;
16    elseif n < 2 || n/2 ~= fix(n/2)
17        error('numero di ascisse non valido');
18    else
19        h=(b-a)/n;
20        x=linspace(a, b, n+1);
21        f = feval(f, x);
22        I = (h/3) * (f(1) + f(n+1) + 4*sum(f(2:2:n)) + 2*sum(f(3:2:n-1)));
23    end
24    return
25    end

```

Approssimando $\int_{-1}^{1.1} \tan(x)dx$ con le due formule si ottiene:

intervalli\formula	trapezi composta	simpson composta
2	0.266403558406035	0.266403558406035
4	0.203432804450016	0.182442553131343
6	0.188498346613972	0.177333443886033
8	0.182789408875225	0.175908277016961
10	0.180034803521960	0.175392868382289
12	0.178504015707472	0.175172572071972
14	0.177568218195411	0.175066546519247
16	0.176955413111201	0.175010747856527
18	0.176532709616469	0.174979254439942
20	0.176229037552030	0.174960448895386

Table 5: risultati di es24.m

La formula composta di simpson converge più rapidamente ed è più precisa rispetto alla formula dei trapezi

5.5 Esercizio 25

```

1 function [I2, points] = adaptrap(f, a, b, tol, fa, fb)
2 %
3 %

```

```

4 % Syntax: [I2, points] = adaptrap(f, a, b, tol, fa, fb)
5 %
6 % Approssimazione dell'integrale definito di f(x) con estremi a e b,
7 % mediante la formula adattiva dei trapezi
8 %     f—      funzione
9 %     a,b—    estremi intervallo
10 %     tol—    tolleranza
11 %     fa,fb—  valore della funzione valutata negli punti a,b
12 %
13 %     points— punti valutati
14 %     I2—     valore dell'integrale di f(x)
15 %
16 global points
17 delta = 0.5;
18 if nargin<=4
19     fa = feval(f, a );
20     fb = feval(f, b );
21     if nargin==2
22         points = [a fa; b fb];
23     else
24         points = [];
25     end
26 end
27 h = b-a;
28 x1 = (a+b)/2;
29 f1 = feval(f, x1);
30 if ~isempty(points)
31     points = [points; [x1 f1]];
32 end
33 I1 = .5*h*(fa+fb);
34 I2 = .5*(I1+h*f1);
35 e = abs(I2-I1)/3;
36 if e>tol || abs(b-a) > delta
37     I2 = adaptrap(f, a, x1, tol/2, fa, f1) + adaptrap(f, x1, b, tol/2, f1, fb);
38 end
39 return
40 end

```

```

1 function [I2, points] = adapsim(f, a, b, tol, fa, f1, fb)
2 % [I2, points] = adapsim(f, a, b, tol, fa, f1, fb)
3 % Approssimazione dell'integrale definito di f(x) con estremi a e b,
4 % mediante la formula adattiva disimpson
5 %     f—      funzione
6 %     a,b—    estremi intervallo
7 %     tol—    tolleranza
8 %     fa,fb—  valore della funzione valutata negli punti a,b
9 %     f1—     valore della funzione valutata nel punto x1, intermedio ad a,b
10 %
11 %     points— punti valutati
12 %     I2—     valore dell'integrale di f(x)
13 %
14 global points
15 delta = 0.5;
16 x1 = (a+b)/2;
17 if nargin<=4
18     fa = feval(f, a );
19     fb = feval(f, b );
20     f1 = feval(f, x1);

```

```

21     if nargout==2
22         points = [a fa;x1 f1; b fb];
23     else
24         points = [];
25     end
26 end
27 h = (b-a)/6;
28 x2 = (a+x1)/2;
29 x3 = (x1+b)/2;
30 f2 = feval(f, x2);
31 f3 = feval(f, x3);
32 if ~isempty(points)
33     points = [points; [x2 f2; x3 f3]];
34 end
35 I1 = h*(fa+fb+4*f1);
36 I2 = .5*h*(fa+4*f2+2*f1+4*f3+fb);
37 e = abs(I2-I1)/15;
38 if e>tol || abs(b-a) > delta
39     I2 = adapsim(f, a, x1, tol/2, fa, f2, f1) + adapsim(f, x1, b, tol/2, f1, f3, fb);
40 end
41 return
42 end

```

Approssimando $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+10^2 x^2} dx$ con le due formule si ottiene:

tolleranza\formula	trapezi adattiva	simpson adattiva
10^{-2}	0.295559711784128, punti = 21	0.281297643062670, punti = 17
10^{-3}	0.294585368185034 , punti = 93	0.281297643062670, punti = 17
10^{-4}	0.294274200873635, punti = 277	0.294259338419631, punti = 41
10^{-5}	0.294230142164878, punti = 793	0.294227809768005, punti = 81
10^{-6}	0.294226019603178, punti = 2692	0.294225764620384 , punti = 145

Table 6: risultati di es25.m

Per ciascuna formula, l'operazione che comporta maggior costo computazionale ad ogni chiamata è la valutazione funzionale dei punti di un sottointervallo. Poichè ogni punto viene valutato una sola volta, possiamo confrontare il costo delle due formule andando a vedere quanti punti aggiuntivi sono stati utilizzati. Osservando i dati riportati nella tabella 6, è palese come la formula di simpson adattiva convergà più rapidamente rispetto alla formula dei trapezi adattiva.

6 Codici ausiliari

6.1 Esercizio 6

Listing 1: es6.m

```
1 syms x;
2 f = @(x)(x - cos((pi / 2) * x));
3 f1 = matlabFunction(diff(f, x));
4
5 x0 = 1;
6 x1 = 9.9e-1;
7 x = zeros(3, 4);
8 y = zeros(3, 4);
9
10 for i = 3:3:12
11
12     [x(1, i / 3), y(1, i / 3)] = es5_newton(f, f1, x0, 10^(-i));
13     [x(2, i / 3), y(2, i / 3)] = es5_secanti(f, x0, x1, 10^(-i));
14     [x(3, i / 3), y(3, i / 3)] = es5_steffensen(f, x0, 10^(-i));
15 end
16
17 row_names = {'newton', 'secanti', 'steffensen'};
18 colnames = {'10^-3', '10^-6', '10^-9', '10^-12'};
19 values = array2table(x, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames);
20 disp(values)
21 figure
22 plot([3, 6, 9, 12], y', 'o-')
23 title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tol_x')
24 xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
25 ylabel('iterazioni')
26 legend({'newton', 'secanti', 'steffensen'}, 'Location', 'northwest')
```

6.2 Esercizio 7

Listing 2: es7.m

```
1 f = @(x)(x^2*tan(x));
2 f1 = @(x)(2*x*tan(x) + (x^2)/(cos(x)^2));
3 m = 3;
4 x0 = 1;
5 y = zeros(3, 4);
6 x = -1*ones(3,4);
7 for i=3:3:12
8     [x(1, i/3), y(1, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
9     [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newtonmod(f, f1, x0, m, 10^(-i));
10    [x(3, i/3), y(3, i/3)] = aitken(f, f1, x0, 10^(-i));
11 end
12 disp(x);
13 disp(y);
14 row_names = {'newton', 'newton modificato', 'aitken'};
15 colnames = {'10^-3', '10^-6', '10^-9', '10^-12'};
16 values = array2table(x, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames)
17
18 format
19 iterations = array2table(y, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames)
20 plot([3, 6, 9, 12], y(1,1:end)', '-o');
21 hold on;
```

```

22 plot([3, 6, 9, 12], y(2,1:end)', '-o');
23 plot([3, 6, 9, 12], y(3,1:end)', '—')
24 title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tol x')
25 xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
26 ylabel('iterazioni')
27 legend({'newton', 'newtonmod', 'aitken'}, 'Location', 'northwest')

```

6.3 Esercizio 15

Listing 3: es15.m

```

1 %Codice esercizio 15
2
3 f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
4 x = linspace(-1, 1, 100001);
5 linerrors = zeros(1, 40);
6 chebyerrors = zeros(1, 40);
7 for n = 1:40
8     xlin = linspace(-1, 1, n+1);
9     xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
10    ylin = lagrange(xlin,f(xlin),x);
11    ycheby = lagrange(xcheby,f(xcheby),x);
12    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
13    chebyerrors(n) = norm(abs(f(x) - ycheby), inf);
14 end
15 semilogy(linerrors);
16 hold on;
17 semilogy(chebyerrors);
18 xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
19 ylabel('massimo errore di interpolazione');
20 legend({'ascisse equidistanti', 'ascisse di chebyshev'}, 'Location', 'northeast');

```

6.4 Esercizio 16

Listing 4: es16.m

```

1 %Codice esercizio 16
2
3 f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
4 f1 = @(x)(-pi*x.*sin((pi*x.^2)/2));
5 x = linspace(-1, 1, 100001);
6 linerrors = zeros(1, 20);
7 chebyerrors = zeros(1, 20);
8 for n = 1:20
9     xlin = linspace(-1, 1, n+1);
10    xcheby = chebyshev(-1,1, n+1);
11    ylin = hermite(xlin,f(xlin),f1(xlin),x);
12    ycheby = hermite(xcheby,f(xcheby),f1(xcheby),x);
13    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
14    chebyerrors(n) = norm(abs(f(x) - ycheby), inf);
15 end
16 semilogy(linerrors);
17 hold on;
18 semilogy(chebyerrors);
19 xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
20 ylabel('massimo errore di interpolazione');
21 legend({'ascisse equidistanti', 'ascisse di chebyshev'}, 'Location', 'northeast');

```


6.5 Esercizio 18

Listing 5: es18.m

```
1 %Codice esercizio 18
2 f = @(x)(cos((pi*(x.^2))/2));
3 x = linspace(-1, 1, 100001);
4 linerrors = zeros(1, 40);
5 chebyerrors = zeros(1, 40);
6 for n = 4:100
7     xlin = linspace(-1, 1, n+1);
8     xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
9     %xcheby(1)=-1;
10    %xcheby(n+1)=1;
11    ylin = splinenat(xlin,f(xlin),x);
12    ycheby = splinenat(xcheby,f(xcheby),x);
13    ylin=ylin';
14    ycheby=ycheby';
15    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
16    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
17 end
18 semilogy(linerrors);
19 hold on;
20 semilogy(chebyerrors);
21 xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
22 ylabel('massimo errore di interpolazione');
23 legend({'ascisse equidistanti', 'ascisse di chebyshev'}, 'Location', 'northeast');
```

6.6 Esercizio 19

Listing 6: es19.m

```
1 %Codice esercizio 19
2 f = @(x)(cos((pi*(x.^2))/2));
3 x = linspace(-1, 1, 100001);
4 linerrors = zeros(1, 40);
5 chebyerrors = zeros(1, 40);
6 for n = 4:100
7     xlin = linspace(-1, 1, n+1);
8     xcheby = chebyshev(-1,1,n+1);
9     ylin = spline(xlin,f(xlin),x);
10    ycheby = spline(xcheby,f(xcheby),x);
11    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
12    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
13 end
14 semilogy(linerrors);
15 hold on;
16 semilogy(chebyerrors);
17 xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
18 ylabel('massimo errore di interpolazione');
19 legend({'ascisse equidistanti', 'ascisse di chebyshev'}, 'Location', 'northeast');
```

6.7 Esercizio 20

Listing 7: es20.m

```
1 %Codice esercizio 20
2
```

```

3 f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
4 fp = @(x)(f(x) + 10^(-3)*rand(size(x)));
5 xi = -1 + 2*(0:10^4)/10^4;
6 fi = f(xi);
7 fpi = fp(xi);
8 errors=zeros(1, 20);
9 for m = 1:20
10     y = minimiquadrati(xi, fpi, m);
11     errors(m) = norm(abs(y-fi), inf);
12 end
13 semilogy(errors);
14 xlabel('grado del polinomio');
15 ylabel('errore di interpolazione massimo');

```

6.8 Esercizio 21

Listing 8: es21.m

```

1 %Codice esercizio 21
2
3 for i = 1:7
4     weights= rats(ncweights(i))
5 end

```

6.9 Esercizio 22

Listing 9: es22.m

```

1 %Codice esercizio 22
2
3 rapp = zeros(1, 50);
4 for i = 1:50
5     rapp(i) = sum(abs(ncweights(i)))/i;
6 end
7 semilogy(rapp);
8 xlabel('grado n della formula di Newton-Cotes');
9 ylabel('^{K_n}/{_K}');

```

6.10 Esercizio 23

Listing 10: es23.m

```

1 %Codice esercizio 23
2
3 value = log(cos(1)/cos(1.1));
4 x = zeros(1,9);
5 errors=zeros(1, 9);
6 for i = 1:9
7     x(i) = newtoncotes(@tan, -1,1.1, i);
8     errors(i) = abs(value-x(i));
9 end

```

6.11 Esercizio 24

Listing 11: es24.m

```

1 %Codice esercizio 24
2
3 a = -1;
4 b = 1.1;
5 n = 10;
6 itrap = zeros(1, n);
7 isimp = zeros(1, n);
8 for i = 1:n
9     itrap(i) = trapecomp(@tan, a, b, i*2);
10    isimp(i) = simpcomp(@tan, a, b, i*2);
11 end
12 integrali = [itrap; isimp];
13 row_names = {'trapezi composta', 'simpson composta'};
14 colnames = {'2', '4', '6', '8', '10', '12', '14', '16', '18', '20'};
15 values = array2table(integrali, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames);
16 disp(values);

```

6.12 Esercizio 25

Listing 12: es25.m

```

1 %Codice esercizio 25
2
3 format long e
4 f = @(x)(1/(1+100*x.^2));
5 a = -1;
6 b = 1;
7 itrap = zeros(1, 5);
8 trap_points = zeros(1, 5);
9 isimp = zeros(1, 5);
10 simp_points = zeros(1, 5);
11 for i = 1:5
12     [itrap(i), points] = adaptrap(f, a, b, 10^(-i-1));
13     trap_points(i) = length(points);
14     [isimp(i), points] = adapsim(f, a, b, 10^(-i-1));
15     simp_points(i) = length(points);
16 end
17 integrali = [itrap; isimp];
18 npoints = [trap_points; simp_points];
19 row_names = {'trapezi adattiva', 'simpson adattiva'};
20 colnames = {'10^-2', '10^-3', '10^-4', '10^-5', '10^-6'};
21 values = array2table(integrali, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames);
22 npoints = array2table(npoints, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames);
23 disp(values);
24 format
25 disp(npoints);

```