

Elaborato di **Calcolo Numerico** Anno Accademico 2019/2020

Niccolò Piazzesi - 6335623 - niccolo.piazzesi@stud.unifi.it Pietro Bernabei - 6291312 - pietro.bernabei@stud.unifi.it

Contents

1	Cap	oitolo 1																						4
	1.1	Esercizio 1 .		 		 				 														4
	1.2	Esercizio 2 .		 		 				 														4
	1.3	Esercizio 3 .		 		 				 														4
2	Сат	oitolo 2																						5
_	2.1	Esercizio 4																						5
	2.2	Esercizio 5.																						5
	2.3	Esercizio 6.																						8
	$\frac{2.3}{2.4}$	Esercizio 7.																						9
					-		 •	•					•		 -	-		•			-	-	-	
3	_	oitolo 3																						11
	3.1	Esercizio 8 .																						11
	3.2	Esercizio 9 .																						11
	3.3																							12
	3.4	Esercizio 11		 		 				 														12
	3.5	Esercizio 12		 		 				 														13
	3.6	Esercizio 13																						13
	3.7	Esercizio 14		 	•	 				 														13
4	Сар	oitolo 4																						14
5	Car	oitolo 5																						15
_	5.1			 		 																		15
	5.2	Esercizio 22																						16
	5.3	Esercizio 23																						17
	5.4	Esercizio 25																						17
6	Cor	dici ausiliari																						18
O	6.1	Esercizio 6 .																						18
	· -																							
	6.2	Esercizio 7.																						18 19
	6.3	Esercizio 21																						
	6.4	Esercizio 22																						19
	6.5		 •	 	٠	 	٠	 ٠	 •	 	٠	•	 •	•	 ٠	•	 ٠	٠	•	 •	٠	•	•	19 19
	66	Esercizio 25																						- 19

List of Figures

1	iterazioni richieste
${f List}$	of Tables
1	valori approssimati
2	valori approssimati
3	pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado

1.1 Esercizio 1

Sia f(x) una funzione sufficientemente regolare e sia h > 0 una quantità abbastanza "piccola". Possiamo sviluppare i termini f(x - h) e f(x + h) mediante il polinomio di Taylor:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

Sostituiamo i termini nell'espressione iniziale:

$$\frac{f(x-h)-2f(x)+f(x+h)}{h^2} =$$

$$=\frac{f(x)-hf'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)-\frac{h^3}{6}f'''(x)+O(h^4)-2f(x)+f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)+\frac{h^3}{6}f'''(x)+O(h^4)}{h^2}=\frac{f(x)-hf'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)-\frac{h^3}{6}f'''(x)+O(h^4)-2f(x)+f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)+\frac{h^3}{6}f'''(x)+O(h^4)}{h^2}=\frac{h^2}{h^2}$$

$$=\frac{h^2f''(x)+O(h^4)}{h^2}=f''(x)+O(h^2)$$

1.2 Esercizio 2

Eseguendo lo script si ottiene $u=1.1102e-16=\frac{\epsilon}{2}$, dove ϵ è la precisione di macchina. ϵ è il più piccolo valore di macchina per il quale $a+\epsilon \neq a$ per un qualsiasi numero a. Quando u assume valore $\frac{\epsilon}{2}$ il controllo interno 1+u==1, che corrisponde alla condizione di uscita, risulta vero, perchè u è minore di ϵ .

1.3 Esercizio 3

Quando si esegue a-a+b il risultato è 100 mentre quando si esegue a+b-a si ottiene 0. La differenza dei risultati è dovuta al fenomeno della cancellazione numerica:

- nel primo caso la sottrazione avviene sullo stesso numero $a=10^{20}$. Sottrare un numero da se stesso ha sempre risultato esatto 0 e quindi il risultato finale è corretto
- nel secondo caso la sottrazione avviente tra i termini $a+b=10^{20}+100$ e $a=10^{20}$. a+b ha le prime 18 cifre in comune con a e , a causa degli errori di approssimazione le ultime tre cifre vengono cancellate dalla sottrazione, dando 0 come risultato finale.

2.1 Esercizio 4

```
function x1=radn(x, n)
 2
 3
   % x1=radn(n.x)
   % funzione Matlab che implementa il metodo di newton per il calcolo della
   % radice n—esima di un numero positivo x
 5
 6
   format long e
 8 imax=1000;
9
   tolx=eps;
10 | if x<=0
11
        error('valore in ingresso errato');
12 \mid end
13
   x1=x/2:
   for i=1:imax
14
      x0=x1;
16
       fx=x0^n-x;
17
       fx1=(n)*x0^{n-1};
18
       x1=x0-fx/fx1;
19
       if abs(x1—x0)<=tolx</pre>
20
           break
21
       end
22
23 end
24 if abs(x1—x0)>tolx
25
        error('metodo non converge')
26 end
```

2.2 Esercizio 5

• Metodo di bisezione

```
function [x,i] = bisezione(f,a,b,tolx)
   %bisez
 3 |%[x,i]=bisezione(f, a, b, tolx, maxit)
 4 %Pre: f continua in [a,b]
 5 |% Applica il metodo di bisezione per il calcolo della
 6 \% radice dell'equazione f(x)=0
                 —funzione
   % a, b
                 — estremi dell'intervallo
 8
9
10
                 -tolleranza
   % tolx
   % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
11
   % VEDI ANCHE: newton, corde, secanti, aitken, newtonmod
13
       format long e
14
       fa = feval(f,a);
15
       fb = feval(f,b);
16
       if(fa * fb > 0)
17
           error('gli estremi hanno lo stesso segno');
18
       end
19
20
       imax = ceil(log2(b-a) - log2(tolx));
21
       for i = 1:imax
22
           x = (a+b)/2;
23
           fx = feval(f,x);
```

```
24
             if abs(x-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
25
                  break
26
             end
27
             x0=x;
28
             if fa*fx<0</pre>
29
                  b = x;
30
                  fb = fx;
31
             else
32
                  a = x;
33
                  fa = fx;
34
             end
35
        end
36
37
    end
```

• Metodo di Newton

```
function [x,i] = newton( f, f1, x0, tolx, maxit )
 2
    %newton
 3
    %[x,i]=newton(f,f1, x0, tolx, maxit)
    %Pre: f derivabile
 4
    % Applica il metodo di newton per il calcolo della
 5
 6
    % radice dell'equazione f(x)=0
    % f
                  -funzione
 8
    % f1
                  -derivata di f
    % x0
9
                  —approssimazione iniziale
10
    % tolx
                  -{\sf tolleranza}
11
    % maxit
                  —numero massimo di iterazioni(default=100)
12
    % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
13
    % VEDI ANCHE: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod
14
15
           format long e
16
           if nargin<4</pre>
17
                  error('numero argomenti insufficienti');
18
           elseif nargin==4
19
                   maxit = 100;
20
           end
21
           if tolx<eps</pre>
22
                  error('tolleranza non idonea');
23
           end
24
           x = x0;
25
           for i = 1:maxit
26
                  fx = feval(f, x);
27
                  f1x = feval(f1, x);
28
                  x = x - fx/f1x;
29
                  if abs(x-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
30
                          break;
31
                  else
32
                         x0 = x;
33
                  end
34
           end
35
           if abs(x=x0) > tolx*(1+abs(x0))
36
                  error('metodo non converge');
37
           end
38
    end
```

• Metodo delle secanti

```
function [x, i]=secanti(f,x0,x1,tolx,maxit)
3
   %[x,i]=secanti(f, x0, x1, tolx, maxit)
4
5
   % Applica il metodo delle secanti per il calcolo della
6 \% radice dell'equazione f(x)=0
 7
   % f
                 -funzione
8
   % x0
                 —approssimazione iniziale
9
   % x1
                 —seconda approssimazione iniziale
   % tolx
                 -tolleranza
11
   % maxit
                 —numero massimo di iterazioni(default=100)
12
   % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
13 % VEDI ANCHE: bisezione, newton, corde, aitken, newtonmod
14
15
     format long e
16
     if nargin<4
17
       error('numero argomenti insufficienti');
18
     elseif nargin==4
19
       maxit = 100;
20
     end
21
     i=0;
22
     f0=feval(f,x0);
23
     for i=1:maxit
24
          f1=feval(f,x1);
25
          df1=(f1-f0)/(x1-x0);
26
          x=x1-(f1/df1);
27
          if abs(x1-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
28
           break:
29
          end
30
          x0=x1;
31
          x1=x;
32
          f0=f1;
33
34
     end
     if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
36
       error('metodo non converge');
37
38 end
```

• Metodo delle corde

```
function [x,i] = corde( f, f1, x0, tolx, maxit )
   %corde
3
   %[x,i]=corde(f,f1, x0, tolx, maxit)
   %Pre: f derivabile
   % Applica il metodo delle corde per il calcolo della
5
6
   % radice dell'equazione f(x)=0
 7
   % f
                 -funzione
   % f1
                 —derivata di f
9
   % x0
                 -approssimazione iniziale
10 % tolx
                 —tolleranza
   % maxit
                 —numero massimo di iterazioni(default=100)
   % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
13
   % VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, aitken, newtonmod
14
       format long e
16
       if nargin<4
17
              error('numero argomenti insufficienti');
18
       elseif nargin==4
```

```
19
                 maxit = 100;
20
        end
21
        if tolx<eps</pre>
22
                error('tolleranza non idonea');
23
        end
24
        f1x = feval(f1, x0);
25
        x = x0;
26
        for i = 1:maxit
27
                fx = feval(f, x);
28
                if fx==0
29
                       break;
30
                end
31
                x = x - fx/f1x;
32
                if abs(x-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
33
                       break;
34
                else
35
                       x0 = x;
36
                end
37
        end
        if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
38
39
           error('metodo non converge');
40
         end
41
    end
```

Eseguendo lo script 1si ottengono i risultati contenuti nella tabella 2 e nella figura 1. Come si può notare, il metodo di newton e il metodo delle secanti convergono molto più rapidamente del metodo di bisezione e del metodo delle corde.

Metodo	$tolleranza = 10^{-3}$	$tolleranza = 10^{-6}$	$tolleranza = 10^{-9}$	tolleranza= 10^{-12}
bisezione	0.739257812500000	0.739085197448730	0.739085133187473	0.739085133215667
newton	0.739085133385284	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161
corde	0.739567202212256	0.739084549575213	0.739085132739254	0.739085133215737
secanti	0.739085133215001	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161

Table 1: valori approssimati

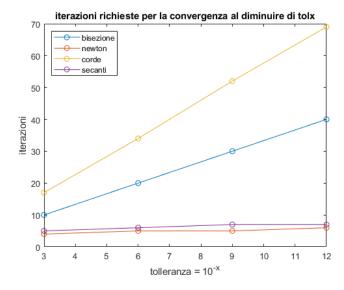


Figure 1: iterazioni richieste

Le nuove funzioni utilizzate in questo esercizio sono:

• Metodo di Newton modificato

```
function [x, i] = newtonmod(f, f1, x0, m, tolx, maxit)
    %NEWTONMOLT
   %[x,i]=Newtonmolt(f,f1,x0,m,tolx,maxit)
3
   % Pre: f derivabile
4
5
   % Applica il metodo di Newton per il calcolo della
   % radice (di molteplicita' nota r) dell'equazione f(x)=0
6
 7
   % f
                  -funzione
   % f1
                  —derivata di f
8
9
   % x0
                  -approssimazione iniziale
10
   % m
                  -molteplicita' della radice
11
   % tolx
                  -tolleranza
12
   % maxit
                  —numero massimo di iterazioni(default=100)
13
   % restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
14
   % VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, aitken
15
16
        format long e
        if nargin<5</pre>
17
18
               error('numero argomenti insufficienti');
19
        elseif nargin==5
20
                maxit = 100;
21
        end
        if tolx<eps</pre>
22
23
               error('tolleranza non idonea');
24
        end
25
        x = x0;
26
        for i = 1:maxit
27
               fx = feval(f, x);
28
               f1x = feval(f1, x);
29
               if fx==0
30
                      break;
31
               end
32
               x = x - m*(fx/f1x);
33
               if abs(x-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
34
                      break;
               else
36
                      x0 = x;
37
               end
38
        end
39
40
   end
```

• Metodo delle accelerazioni di Aitken

```
function [x, i] = aitken( f, f1, x0, tolx, maxit )
2 |%aitken
   %[x,i]=aitken(f,f1, x0, tolx, maxit)
3
   % Pre: f derivabile
   % Applica il metodo di accelerazione di aitken per il calcolo della
5
6
   % radice (di molteplicita' incognita) dell'equazione f(x)=0
 7
   % f
                 -funzione
8
   % f1
                 —derivata di f
                 —approssimazione iniziale
9
   % x0
10 % tolx
                 -tolleranza
11 % maxit
                 —numero massimo di iterazioni(default=100)
```

```
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
13
    % VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, newtonmod
14
           format long e
15
           if nargin<4
                  error('numero argomenti insufficienti');
16
17
           elseif nargin==4
18
                   maxit = 100;
19
           end
20
           if tolx<eps</pre>
21
                  error('tolleranza non idonea');
22
           end
23
           x = x0;
24
           for i = 1:maxit
25
                  x0 = x;
26
                  fx = feval(f, x0);
27
                  f1x = feval(f1, x0);
28
                  x1 = x0 - fx/f1x;
29
                  fx = feval(f, x1);
30
                  f1x = feval(f1, x1);
31
                  x = x1 - fx/f1x;
32
                  x = (x*x0-x1^2)/(x-2*x1+x0);
33
                  if abs(x-x0) \le tolx*(1+abs(x0))
34
                          break;
35
                  end
36
           end
37
           if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
38
                  disp('metodo non converge');
39
           end
40
    end
```

La radice nulla della funzione $f(x) = x^2 tan(x)$ ha molteciplita m = 3, in quanto 0 annulla due volte il termine x^2 e tan(0) = 0.

3.1 Esercizio 8

```
function [LU,p]=palu(A)
    % [LU,p]=palu(A)
 3
    % funzione che dato in input matrice A restituisce matrice fattorizzata LU
    % e il relativo vettore p di permutazione di LU con pivoting parziale di A
 5
 6
        A= matrice di cui si vuole calcolare la fattorizzazione lu con pivoting
       parziale
    % output:
       LU=matrice quadrata di dimensioni n∗n, composta dalla matrice
 9
       triangolare superiore U e la matrice triangolare inferiore a diagonale
11
        unitaria L
12
        p= vettore di permutazione di dimensione n, generato dalla
13
    %
        fattorizzazione di A con pivoting parziale
14
16 \mid [\mathsf{n},\mathsf{m}] = \mathsf{size}(\mathsf{A});
17 | if(n~=m)
18
        error(matrice A non quadrata);
19
   end
20
   LU=A;
21
    p=[1:n];
22
   for i=1:n-1
23
        [mi,ki]=max(abs(LU(i:n,i)));
24
        if mi == 0
25
            error('La matrice e'' non singolare')
26
        end
27
        ki=ki+i-1;
28
        if ki>i
29
            p([i ki])=p([ki i]);
30
           LU([i ki],:)= LU([ki i],:);
31
32
        LU(i+1:n,i)=LU(i+1:n,i)/LU(i,i);
33
        LU(i+1:n,i+1:n)=LU(i+1:n,i+1:n)-LU(i+1:n,i)*LU(i,i+1:n);
34
    end
35
    return
    end
```

3.2 Esercizio 9

```
function x=LUsolve(LU,p,b)
1
2
3
   % funzione che risolve il sistema lineare LUx=b(p):
4
       LU=matrice quadrata (n*n) fattorizzata LU, ottenuta attrarso la
5
6
        fattorizzazione con pivoting parziale
 7
        p= vettore di permutazione per b, di dimensione n, con valori da (1 a
8
   %
       n)
9
   %
       b=vettore dei termini noti
11
       x=vettore delle incognite calcolate
12
   %
   %
13
14
       [m,n]=size(LU);
```

```
if(m~=n || n~=length(b)) error('dati incosistenti')
16
       else if(min(abs(diag(LU)))==0)
17
               error(fattorizzazione errata);
18
           end
19
       end
20
        x=b(p);
21
        for i=1:n-1
22
            x(i+1:n)=x(i+1:n)-(LU(i+1:n,i)*x(i));
23
        end
24
           x(n)=x(n)/LU(n,n);
25
           for i=n-1:-1:1
26
               x(1:i)=x(1:i)-(LU(1:i,i+1)*x(i+1));
27
                x(i)=x(i)/LU(i,i);
28
           end
29
        return
30
    end
```

Si nota da questo tabella, che sigma e la norma euclidea,
tra la differenza di ${\bf x}$ e xref, sono direttamente proporzionali

Sigma	Norma
10^{-1}	8.9839 e - 15
10^{1}	1.4865e-14
10^{3}	1.3712e-12
10^{5}	1.2948e-10
10^{7}	5.3084 e-09
10^{9}	1.0058e-06
10^{11}	8.5643 e - 05
10^{13}	0.0107
10^{15}	0.9814
10^{17}	$4.1004\mathrm{e}{+03}$

Table 2: valori approssimati

3.4 Esercizio 11

```
function QR = myqr(A)
2
    QR = myqr(A)
3
    % calcola la fattorizzazione QR di Householder della matrice A
4
5
        [m,n] = size(A);
6
        if n > m
 7
            error('Dimensioni errate');
8
        end
9
        QR = A;
        for i = 1:n
11
            alfa = norm(QR(i:m,i));
12
            if alfa == 0
13
                error('la matrice non ha rango massimo');
14
            end
            if QR(i,i) >= 0
15
16
                alfa = -alfa;
17
            end
18
            v1 = QR(i,i) -alfa;
19
            QR(i,i) = alfa;
```

```
function x = qrsolve(QR, b)
2
3
4
   % x = qrSolve(QR, b)
   % risolve il sistema QR*x=b nel senso dei minimi quadrati
5
6
7
    [m,n] = size(QR);
8
   k = length(b);
9
   if k \sim = m
        error('Dati inconsistenti');
11
    end
12
    x=b(:);
13
    for i = 1:n
14
        V=[1; QR(i+1:m,i)];
        beta = 2/(v'*v);
16
        x(i:m) = x(i:m) - (beta*(v'*x(i:m))*v);
17
   end
18
   x=x(1:n);
19
    for j = n:-1:1
20
        if QR(j,j)==0
21
            error('Matrice singolare');
22
        end
23
        x(j) = x(j) / QR(j,j);
24
        x(1:j-1) = x(1:j-1) - QR(1:j-1,j)*x(j);
25
   end
26
    return
27
   end
```

3.6 Esercizio 13

```
\begin{array}{l} {\rm Comandi:\ A=[1,\,2,\,3;\,1\,\,2\,\,4;\,3\,\,4\,\,5;\,3\,\,4\,\,6;\,5\,\,6\,\,7];}\\ {\rm b=[14\,\,17\,\,26\,\,29\,\,38];}\\ {\rm QR=myqr(A);}\\ {\rm ris=qrsolve(QR,b);}\\ {\rm ris=}\\ 1.0000\quad 2.0000\quad 3.0000 \end{array}
```

3.7 Esercizio 14

l'espressione A<u>r</u>isolve in matlab, il sistema di equazioni lineari nella forma matriciale $A^*x=b$ per X l'espressione (A'*A) (A'*b) impiega lo stesso operatore quindi risolve il sistema delle equazioni lineare delle due parentesi. Le due espressioni sono equivalenti dal punto di vista matematico, ma in Matlab non danno lo stesso risultato, siccome nella seconda espressioni un overflow nel calcolo della moltiplicazione all'interno delle due parentesi che porta a porre una serie di valori a 0, questo fa si che non si ottiene lo stesso risultato

5.1 Esercizio 21

```
function c = ncweights(n)
 2
 3
      c = nc-weights(n)
 5
   % calcola i pesi della formula di newton cotes di grado n;
 6
    if n \le 0
 8
        error('grado della formula non positivo');
 9
   end
10
   c=zeros(1,floor(n / 2 + 1));
11
   for j = 1:(ceil((n+1)/2))
12
        temp = (0:n);
13
        vj = temp(j);
14
        temp(j)=[];
        f = @(x)(prod(x-temp) / prod(vj-temp));
15
16
        c(j) = integral(f, 0, n, 'ArrayValued', true);
17
   end
18
    c = [c flip(c)];
19
20
    if mod(n,2)==0
21
        c(n/2+1) = [];
22
   end
23
   return
24
   end
```

Eseguendo lo script 3 si ottiene:

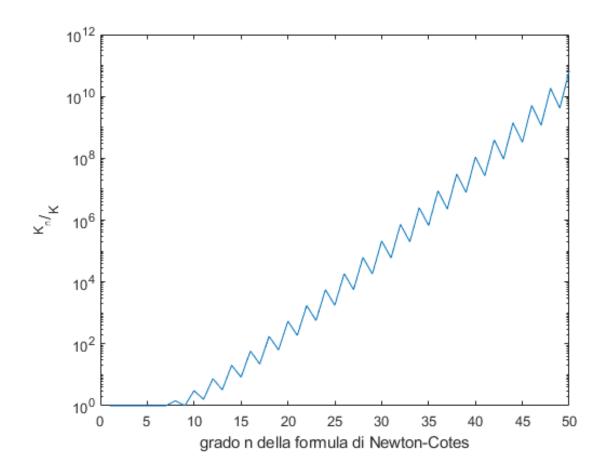
n $\backslash c_{in}$	0	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$					
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{8}$				
4	$\frac{14}{45}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{14}{45}$			
5	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$		
6	$\frac{41}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{68}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{41}{140}$	
7	$\frac{108}{355}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{108}{355}$

Table 3: pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado

Sappiamo che k=(b-a) e $k_n=(b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^n |c_{in}|$. Il rapporto sarà dunque dato da:

$$\frac{k_n}{k} = \frac{(b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|}{b-a} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|$$

Calcolando il rapporto per n = 1,, 50(4) si ottiene:



```
function y = newtoncotes(f,a, b, n)
 2
 3 % y= newtoncotes(f,a,b, n)
   % calcola l'approssimazione dell'integrale definito per la funzione f sull'intervallo [a,
 4
 5
    % utilizzando la formula di newton cotes di grado n.
 6
 7
 8
   if a > b || n < 0
9
        error('dati inconsistenti');
10 end
11 xi = linspace(a, b, n+1);
12 | fi = feval(f, xi);
13 h = (b-a) / n;
14 \mid c = ncweights(n);
15 \mid y = h*sum(fi.*c);
16 return
17 \mid \mathsf{end}
```

RISULTATI PER N DA 1 A 9(script 5):

grado della formula	valore integrale	errore
1	0.428	0.253
2	0.213	0.038
3	0.196	0.021
4	0.180	0.005
5	0.179	0.004
6	0.176	0.001
7	0.176	0.001
8	0.175	0.000
9	0.175	0.000

5.4 Esercizio 25

tolleranza\formula	trapezi adattiva	simspon adattiva
10^{-2}	0.295559711784128	0.281297643062670
10^{-3}	0.294585368185034	0.281297643062670
10^{-4}	0.294274200873635	0.294259338419631
10^{-5}	0.294230142164878	0.294227809768005
10^{-6}	0.294226019603178	0.294225764620384

6 Codici ausiliari

6.1 Esercizio 6

Listing 1: codice utilizzato per l'esercizio 6

```
f = @(x)(x-\cos(x));
 2
   f1 = @(x)(1+sin(x));
 3
 4 | x0 = 0;
 5 | x1 = 1;
 6 \mid x=zeros(4,4);
 7
   v = zeros(4, 4);
 8
   for i=3:3:12
 9
       [x(1, i/3), y(1, i/3)] = bisezione(f, x0, x1, 10^(-i));
       [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
11
12
       [x(3, i/3), y(3, i/3)] = corde(f, f1, x0, 10^(-i));
13
       [x(4,i/3), y(4, i/3)] = secanti(f, x0, x1, 10^(-i), 100);
14
   end
15 | row_names = {'bisezione', 'newton', 'corde', 'secanti'};
16 | colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
   values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames);
17
18 | disp(values)
19 | figure
20 | plot([3, 6, 9, 12], y', 'o--')
21 | title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
22 | xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
23 | ylabel('iterazioni')
24 | legend({'bisezione','newton','corde','secanti'},'Location','northwest')
```

6.2 Esercizio 7

Listing 2: codice utilizzato per l'esercizio 7

```
f = @(x)(x^2*tan(x));
 1
   f1 = @(x)(2*x*tan(x) + (x^2)/(cos(x).^2));
 3 \mid m = 3;
 4 \times 0 = 1;
 5 | y = zeros(3, 4);
   x=-1*ones(3,4);
 6
 7
   for i=3:3:12
     [x(1, i/3), y(1, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
 8
 9
     [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newtonmod(f, f1, x0, m, 10^(-i));
      [x(3:i/3), y(3, i/3)] = aitken(f, f1, x0, 10^(-i), 200);
11
   end
12 | disp(x);
13 | disp(y);
   row_names = {'newton', 'newton modificato', 'aitken'};
14
    colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
16
    values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames)
17
18 | format
19 | iterations = array2table(y, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames)
20 | plot([3, 6, 9, 12], y','-')
21 | title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
22 | xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
23 | ylabel('iterazioni')
```

```
24 | legend({'newton','newtonmod','aitken'},'Location','northwest')
```

Listing 3: codice utilizzato per l'esercizio 21

```
for i = 1:7
    weights= rats(ncweights(i))
end
```

6.4 Esercizio 22

Listing 4: codice utilizzato per l'esercizio 22

```
rapp = zeros(1, 50);
for i = 1:50
    rapp(i) = sum(abs(ncweights(i)))/i;
end
semilogy(rapp);
xlabel('grado n della formula di Newton-Cotes');
ylabel('^{K_n}/_{K'});
```

6.5 Esercizio 23

Listing 5: codice utilizzato per l'esercizio 23

6.6 Esercizio 25

Listing 6: codice utilizzato per l'esercizio 25

```
format long e
2
   f = @(x)(1/(1+100*x.^2));
3
   a = -1;
   b = 1;
5
   itrap = zeros(1, 5);
6
   |isimp = zeros(1, 5);
   for i = 1:5
8
        itrap(i) = adaptrap(f, a, b, 10^(-i-1));
9
        isimp(i) = adapsim(f, a, b, 10^(-i-1));
   end
   integrali = [itrap; isimp];
   row_names = {'trapezi adattiva', 'simpson adattiva'};
13 | colnames = \{'10^-2', '10^-3', '10^-4', '10^-5', '10^-6'\};
14 | values = array2table(integrali, 'RowNames', row_names, 'VariableNames', colnames);
   disp(values);
```