Elaborato di
Calcolo Numerico
Anno Accademico 2019/2020

Niccolò *Piazzesi* - 6335623 - *niccolo.piazzesi@stud.unifi.it*
Pietro *Bernabei* - 6291312 - *pietro.bernabei@stud.unifi.it*

Contents

List of Figures

List of Tables

1 Capitolo 1

1.1 Esercizio 1

Sia $f(x)$ una funzione sufficientemente regolare e sia $h > 0$ una quantità abbastanza "piccola". Possiamo sviluppare i termini $f(x-h)$ e $f(x+h)$ mediante il polinomio di Taylor:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

Sostituiamo i termini nell'espressione iniziale:

$$\frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2} =$$

$$= \frac{f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) - 2f(x) + f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)}{h^2} =$$

$$= \frac{h^2 f''(x) + O(h^4)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

1.2 Esercizio 2

Eseguendo lo script si ottiene $u = 1.1102 \cdot 10^{-16} = \frac{\epsilon}{2}$, dove ϵ è la precisione di macchina. Il controllo interno ci dice che si esce dal ciclo solamente quando u diventa talmente piccolo che la somma $1 + u$ viene percepita dal calcolatore come uguale a 1. Questo avviene se $u < \epsilon$, e la prima iterazione in cui il controllo risulta vero è proprio quando $u == \frac{\epsilon}{2}$. Il codice può quindi essere utilizzato per calcolare la precisione di macchina di un calcolatore, moltiplicando per 2 il valore di u restituito.

1.3 Esercizio 3

Quando si esegue $a - a + b$ il risultato è 100 mentre quando si esegue $a + b - a$ si ottiene 0. La differenza dei risultati è dovuta al fenomeno della cancellazione numerica:

- nel primo caso la sottrazione avviene sullo stesso numero $a = 10^{20}$. Sottrare un numero da se stesso ha sempre risultato esatto 0 e quindi il risultato finale è corretto
- nel secondo caso la sottrazione avvientе tra i termini $a+b = 10^{20} + 100$ e $a = 10^{20}$. a+b ha le prime 18 cifre in comune con a e , a causa degli errori di approssimazione, le ultime tre cifre vengono cancellate dalla sottrazione, dando 0 come risultato finale.

2 Capitolo 2

2.1 Esercizio 4

```matlab
function x1=radn(x, n)
%
% x1=radn(n.x)
% funzione Matlab che implementa il metodo di newton per il calcolo della
% radice n-esima di un numero positivo x
%
format long e
imax=1000;
tolx=eps;
if x<=0
    error('valore in ingresso errato');
end
x1=x/2;
for i=1:imax
   x0=x1;
   fx=x0^n-x;
   fx1=(n)*x0^(n-1);
   x1=x0-fx/fx1;
   if abs(x1-x0)<=tolx
       break
   end

end
if abs(x1-x0)>tolx
    error('metodo non converge')
end
```

2.2 Esercizio 5

- Metodo di bisezione

```matlab
function [x,i] = bisezione(f,a,b,tolx)
%bisez
%[x,i]=bisezione(f, a, b,  tolx, maxit)
%Pre: f continua in [a,b]
%  Applica il metodo di bisezione per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  a, b       - estremi dell'intervallo
%
% tolx        -tolleranza
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: newton, corde, secanti, aitken, newtonmod
    format long e
    fa = feval(f,a);
    fb = feval(f,b);
    if(fa * fb > 0 )
        error('gli estremi  hanno lo stesso segno');
    end
    x0=a;
    imax =  ceil(log2(b-a) - log2(tolx));
    for i = 1:imax
        x = (a+b)/2;
```

```
        fx = feval(f,x);
        if abs(x-x0) <= tolx*(1+abs(x0))
            break
        end
        x0=x;
        if fa*fx<0
            b = x;
            fb = fx;
        else
            a = x;
            fa = fx;
        end
    end

end
```

- Metodo di Newton

```
function [x,i] = newton( f, f1, x0, tolx, maxit )
%newton
%[x,i]=newton(f,f1, x0, tolx, maxit)
%Pre: f derivabile
%  Applica il metodo di newton per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di
   iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, corde, secanti, aitken, newtonmod

       format long e
       if nargin<4
              error('numero argomenti insufficienti');
       elseif nargin==4
               maxit = 100;
       end
       if tolx<eps
              error('tolleranza non idonea');
       end
       x = x0;
       for i = 1:maxit
              fx = feval( f, x );
              f1x = feval( f1, x );
              x = x - fx/f1x;
              if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                     break;
              else
                     x0 = x;
              end
       end
       if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
              error('metodo non converge');
       end
end
```

- Metodo delle secanti

```
function [x, i]=secanti(f,x0,x1,tolx,maxit)
%secanti
%[x,i]=secanti(f, x0, x1, tolx, maxit)
%
%  Applica il metodo delle secanti per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  x0         -approssimazione iniziale
%  x1         -seconda approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di
    iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, corde, aitken, newtonmod

  format long e
  if nargin<4
    error('numero argomenti insufficienti');
  elseif nargin==4
    maxit = 100;
  end
  i=0;
  f0=feval(f,x0);
  for i=1:maxit
      f1=feval(f,x1);
      df1=(f1-f0)/(x1-x0);
      x=x1-(f1/df1);
      if abs(x1-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
        break;
      end
      x0=x1;
      x1=x;
      f0=f1;

  end
  if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
    error('metodo non converge');
  end
end
```

- Metodo delle corde

```
function [x,i] = corde( f, f1, x0, tolx, maxit )
%corde
%[x,i]=corde(f,f1, x0, tolx, maxit)
%Pre: f derivabile
%  Applica il metodo delle corde per il calcolo della
%  radice dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di
    iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, aitken, newtonmod

```

```
    format long e
    if nargin<4
            error('numero argomenti insufficienti');
    elseif nargin==4
             maxit = 100;
    end
    if tolx<eps
            error('tolleranza non idonea');
    end
    f1x = feval(f1, x0);
    x = x0;
    for i = 1:maxit
            fx = feval( f, x );
            if fx==0
                    break;
            end
            x = x - fx/f1x;
            if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                    break;
            else
                    x0 = x;
            end
    end
    if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
        error('metodo non converge');
     end
end
```

2.3 Esercizio 6

Eseguendo lo script es6.msi ottengono i risultati contenuti nella tabella 2 e nella figura 1. Come si può notare, il metodo di newton e il metodo delle secanti convergono molto più rapidamente del metodo di bisezione e del metodo delle corde.

Metodo	tolleranza= 10^{-3}	tolleranza= 10^{-6}	tolleranza= 10^{-9}	tolleranza= 10^{-12}
bisezione	0.739257812500000	0.739085197448730	0.739085133187473	0.739085133215667
newton	0.739085133385284	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161
corde	0.739567202212256	0.739084549575213	0.739085132739254	0.739085133215737
secanti	0.739085133215001	0.739085133215161	0.739085133215161	0.739085133215161

Table 1: valori approssimati

2.4 Esercizio 7

Le nuove funzioni utilizzate in questo esercizio sono:

- Metodo di Newton modificato

```
function [x, i] = newtonmod( f, f1,  x0, m, tolx, maxit )
%NEWTONMOLT
%[x,i]=Newtonmolt(f,f1,x0,m,tolx,maxit)
%  Pre: f derivabile
%  Applica il metodo di Newton per il calcolo della
%  radice (di molteplicita' nota r) dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
%  m          -molteplicita' della radice
```

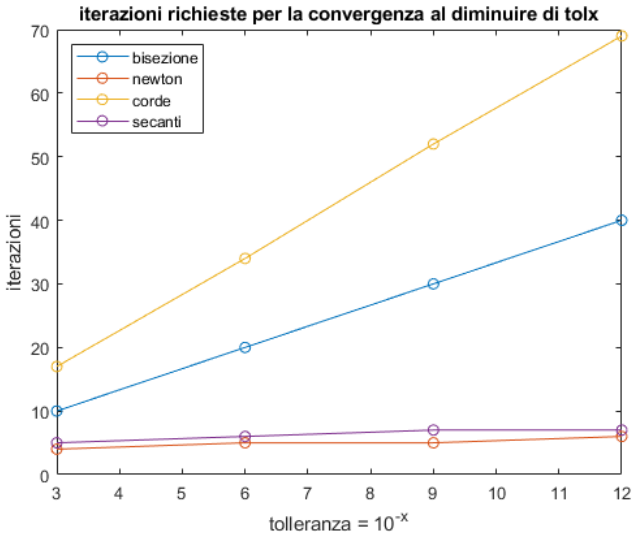


Figure 1: iterazioni richieste

```
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di
    iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, aitken

    format long e
    if nargin<5
        error('numero argomenti insufficienti');
    elseif nargin==5
        maxit = 100;
    end
    if tolx<eps
        error('tolleranza non idonea');
    end
    x = x0;
    for i = 1:maxit
        fx = feval( f, x );
        f1x = feval( f1, x );
        if fx==0
            break;
        end
        x = x - m*(fx/f1x);
        if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
            break;
        else
            x0 = x;
        end
    end

end
```

- Metodo delle accelerazioni di Aitken

```
function [x, i] = aitken( f, f1, x0, tolx, maxit )
%aitken
%[x,i]=aitken(f,f1, x0, tolx, maxit)
%  Pre: f derivabile
```

```
%  Applica il metodo di  accelerazione di aitken per il calcolo della
%  radice (di molteplicita' incognita) dell'equazione f(x)=0
%  f          -funzione
%  f1         -derivata di f
%  x0         -approssimazione iniziale
% tolx        -tolleranza
% maxit       -numero massimo di iterazioni(default=100)
% restituisce in x l'approssimazione della radice e in i il numero di iterazioni
% VEDI ANCHE: bisezione, newton, secanti, corde, newtonmod
        format long e
        if nargin<4
                error('numero argomenti insufficienti');
        elseif nargin==4
                 maxit = 100;
        end
        if tolx<eps
                error('tolleranza non idonea');
        end
        x = x0;
        for i = 1:maxit
                x0 = x;
                fx = feval( f, x0 );
                f1x = feval( f1, x0 );
                x1 = x0 - fx/f1x;
                fx = feval( f, x1 );
                f1x = feval( f1, x1 );
                x = x1 -fx/f1x;
                x = (x*x0-x1^2)/(x-2*x1+x0);
                if abs(x-x0)<=tolx*(1+abs(x0))
                        break;
                end
        end
        if abs(x-x0) > tolx*(1+abs(x0))
                disp('metodo non converge');
        end
end
```

La radice nulla della funzione $f(x) = x^2 tan(x)$ ha molteciplita m = 3, in quanto 0 annulla due volte il termine x^2 e $tan(0) = 0$.

3 Capitolo 3

3.1 Esercizio 8

```
function [LU,p]=palu(A)
% [LU,p]=palu(A)
% funzione che dato in input matrice A restituisce matrice fattorizzata LU
% e il relativo vettore p di permutazione di LU con pivoting parziale di A
% input:
%   A= matrice di cui si vuole calcolare la fattorizzazione lu con pivoting
%    parziale
% output:
%   LU=matrice quadrata di dimensioni n*n, composta dalla matrice
%    triangolare superiore U e la matrice triangolare inferiore a diagonale
%    unitaria L
%   p= vettore di permutazione di dimensione n, generato dalla
%    fattorizzazione di A con pivoting parziale
%

 [n,m]=size(A);
 if(n~=m)
      error(matrice A non quadrata);
end
LU=A;
p=[1:n];
for i=1:n-1
     [mi,ki]=max(abs(LU(i:n,i)));
     if mi==0
         error('La matrice e'' non singolare')
     end
     ki=ki+i-1;
     if ki>i
         p([i ki])=p([ki i]);
        LU([i ki],:)= LU([ki i],:);
     end
     LU(i+1:n,i)=LU(i+1:n,i)/LU(i,i);
     LU(i+1:n,i+1:n)=LU(i+1:n,i+1:n)-LU(i+1:n,i)*LU(i,i+1:n);
end
return
end
```

3.2 Esercizio 9

```
function x=LUsolve(LU,p,b)
%
% funzione che risolve il sistema lineare LUx=b(p):
%input:
%   LU=matrice quadrata (n*n) fattorizzata LU, ottenuta attrarso la
%    fattorizzazione con pivoting parziale
%   p= vettore di permutazione per b, di dimensione n, con valori da (1 a
%   n)
%   b=vettore dei termini noti
%output:
%   x=vettore delle incognite calcolate
%
%
   [m,n]=size(LU);
```

```
    if (m~=n  ||  n~=length(b))  error('dati  incosistenti')
    else  if(min(abs(diag(LU)))==0)
                error(fattorizzazione errata);
        end
    end
     x=b(p);
     for  i=1:n-1
         x(i+1:n)=x(i+1:n)-(LU(i+1:n,i)*x(i));
     end
        x(n)=x(n)/LU(n,n);
        for  i=n-1:-1:1
            x(1:i)=x(1:i)-(LU(1:i,i+1)*x(i+1));
            x(i)=x(i)/LU(i,i);
        end
     return
end
```

3.3 Esercizio 10

Si nota da questo tabella, che sigma e la norma euclidea,tra la differenza di x e xref, sono direttamente proporzionali

Sigma	Norma
10^{-1}	8.9839e-15
10^{1}	1.4865e-14
10^{3}	1.3712e-12
10^{5}	1.2948e-10
10^{7}	5.3084e-09
10^{9}	1.0058e-06
10^{11}	8.5643e-05
10^{13}	0.0107
10^{15}	0.9814
10^{17}	4.1004e+03

Table 2: valori approssimati

3.4 Esercizio 11

```
function QR = myqr(A)
%QR = myqr(A)
% calcola la fattorizzazione QR di Householder della matrice A

    [m,n] = size(A);
    if  n > m
        error('Dimensioni errate');
    end
    QR = A;
    for  i = 1:n
        alfa = norm(QR(i:m,i));
        if alfa == 0
            error('la matrice non ha rango massimo');
        end
        if QR(i,i) >= 0
            alfa = -alfa;
        end
        v1 = QR(i,i) -alfa;
        QR(i,i) = alfa;
```

```
        QR(i+1:m,i) = QR(i+1:m,i)/v1;
        beta = -v1/alfa;
        v = [1; QR(i+1:m,i)];
        QR(i:m,i+1:n) = QR(i:m,i+1:n) - (beta * v) * (v' * QR(i:m,i+1:n));
    end
end
```

3.5 Esercizio 12

```
function x = qrsolve(QR, b)
%
%
% x = qrSolve(QR, b)
% risolve il sistema QR*x=b nel senso dei minimi quadrati
%
[m,n] = size(QR);
k = length(b);
if k ~= m
    error('Dati inconsistenti');
end
x=b(:);
for i = 1:n
    v=[1; QR(i+1:m,i)];
    beta = 2/(v'* v);
    x(i:m) = x(i:m) - (beta*(v'*x(i:m))*v);
end
x=x(1:n);
for  j = n:-1:1
    if QR(j,j)==0
        error('Matrice singolare');
    end
    x(j) = x(j) / QR(j,j);
    x(1:j-1) = x(1:j-1) - QR(1:j-1,j)*x(j);
end
return
end
```

3.6 Esercizio 13

Comandi: A= [1, 2, 3; 1 2 4; 3 4 5; 3 4 6; 5 6 7];
b=[14 17 26 29 38];
QR=myqr(A);
ris=qrsolve(QR,b);
ris =
    1.0000   2.0000   3.0000

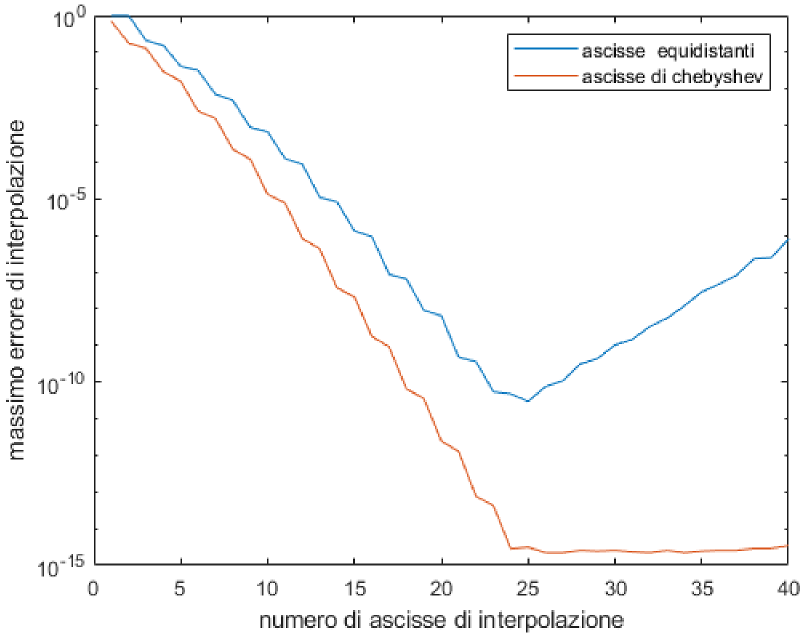
3.7 Esercizio 14

l'espressione Arisolve in matlab, il sistema di equazioni lineari nella forma matriciale A*x=b per X l'espressione (A'*A) (A'*b) impiega lo stesso operatore quindi risolve il sistema delle equazioni lineare delle due parentesi. Le due espressioni sono equivalenti dal punto di vista matematico, ma in Matlab non danno lo stesso risultato, siccome nella seconda espressioni un overflow nel calcolo della moltiplicazione all'interno delle due parentesi che porta a porre una serie di valori a 0, questo fa si che non si ottiene lo stesso risultato

4 Capitolo 4

4.1 Esercizio 15

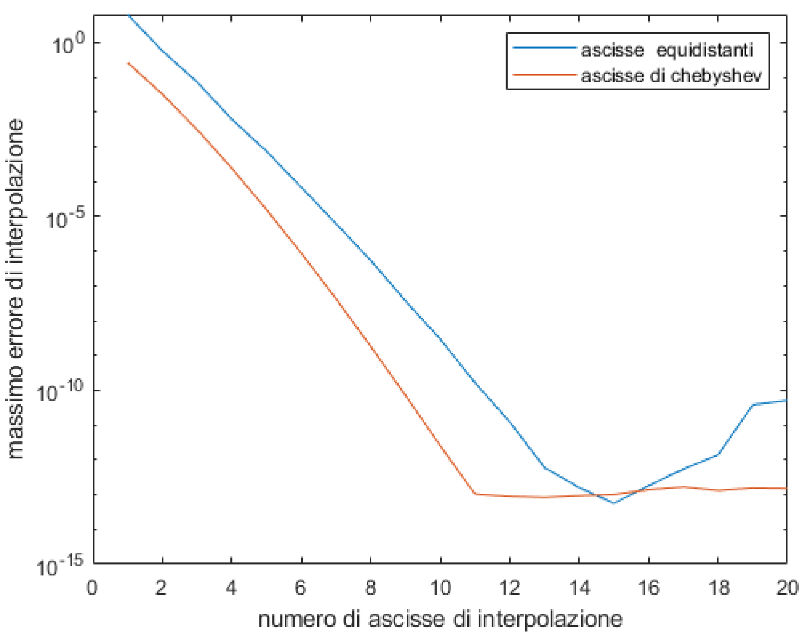
Eseguendo il codice es15.m si ottengono i seguenti risultati:



Si vede come, per n > 25, torni a crescere in modo esponenziale l'errore di interpolazione massimo utilizzando le ascisse equidistanti, a differenza delle ascisse di chebyshev.

4.2 Esercizio 16

Eseguendo es19.m si ottiene:

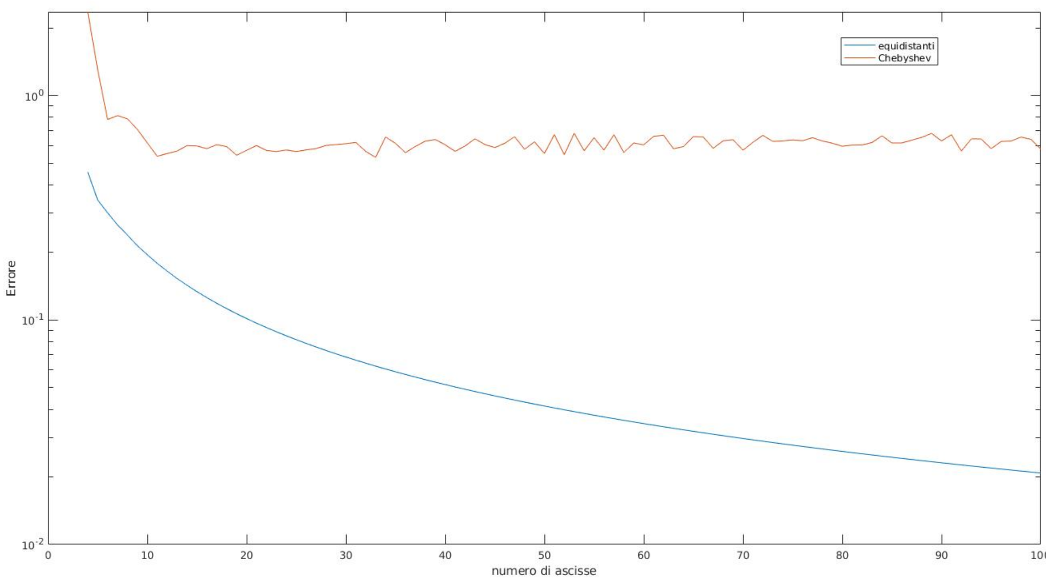


4.3 Esercizio 17

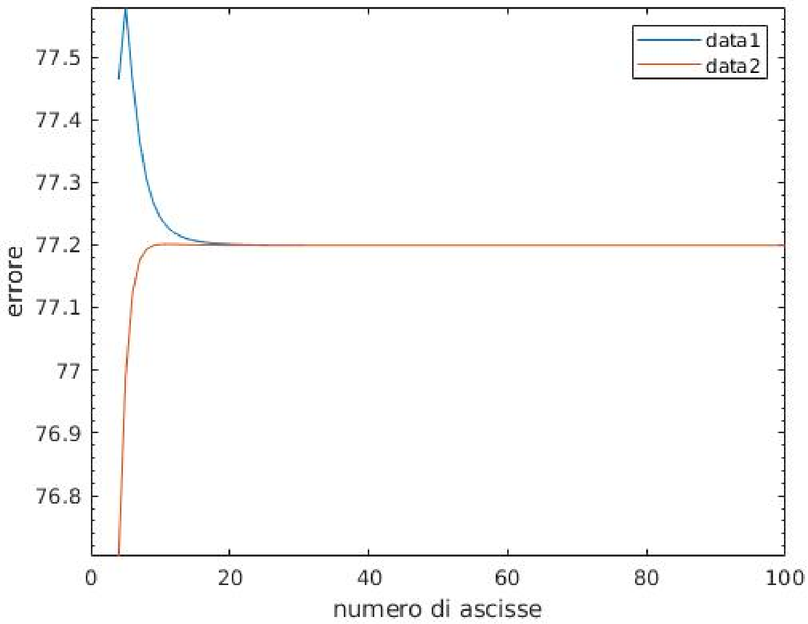
```
function output=splinenat(x,y,xq)
%
```

```
% output=splinenat(x,y,xq)
%funzione che calcola la spline cubica naturale.
%Input:
%   x=vettore delle ascisse su cui calcolare la spline
%   y=vettore dei valori di f(x), con x ascissa
%   xq= insieme delle ascisse di cui si vuole sapere il valore della spline
%Output:
%   output=vettore delle approssimazioni sulle ascisse xq
%
n=length(x);
l=length(xq);
if(length(y)~=n), error(dati in input con dimensioni differenti);end
[x1,i]=sort(x);
y1=y(i);
m=spline0(x1,y1);
h=diff(x1);
df = diff(y1)./h;
r=y(1 :(n-1))-((h(1:n-1).^2)/6)*m(2:n);
q=df(1:n-1)-h(1:n-1)*(m(2:n)-m(1:n-1));
output=zeros(l,1);
for i=1:l
   indg=find(xq(i)<=x1(2:n),1)+1;
   indp=find(xq(i)>=x1(1:n-1),1,'last');
   output(i)=(((xq(i)-x1(indp))^3)*m(indg)+((x1(indg)-xq(i))^3)*m(indp))/(6*
       h(indp))+q(indp)*(xq(i)-x1(indp))+r(indp);
end
return
end
```

4.4 Esercizio 18



4.5 Esercizio 19



5 Capitolo 5

5.1 Esercizio 21

```
function c = ncweights(n)
%
%
% c = nc-weights(n)
% calcola i pesi della formula di newton cotes di grado n;
%
if n<=0
    error('grado della formula non positivo');
end
c=zeros(1,floor(n / 2 + 1));
for j = 1:(ceil((n+1)/2))
    temp = (0:n);
    vj = temp(j);
    temp(j)=[];
    f = @(x)(prod(x-temp) /prod(vj-temp));
    c(j) = integral(f, 0, n, 'ArrayValued', true);
end

c = [c flip(c)];
if mod(n,2)==0
    c(n/2+1) = [];
end
return
end
```

Eseguendo lo script es22.m si ottiene:

n $\backslash c_{in}$	0	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$					
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{8}$				
4	$\frac{14}{45}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{64}{45}$	$\frac{14}{45}$			
5	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$	$\frac{95}{288}$		
6	$\frac{41}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{68}{35}$	$\frac{27}{140}$	$\frac{54}{35}$	$\frac{41}{140}$	
7	$\frac{108}{355}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{649}{536}$	$\frac{343}{640}$	$\frac{810}{559}$	$\frac{108}{355}$

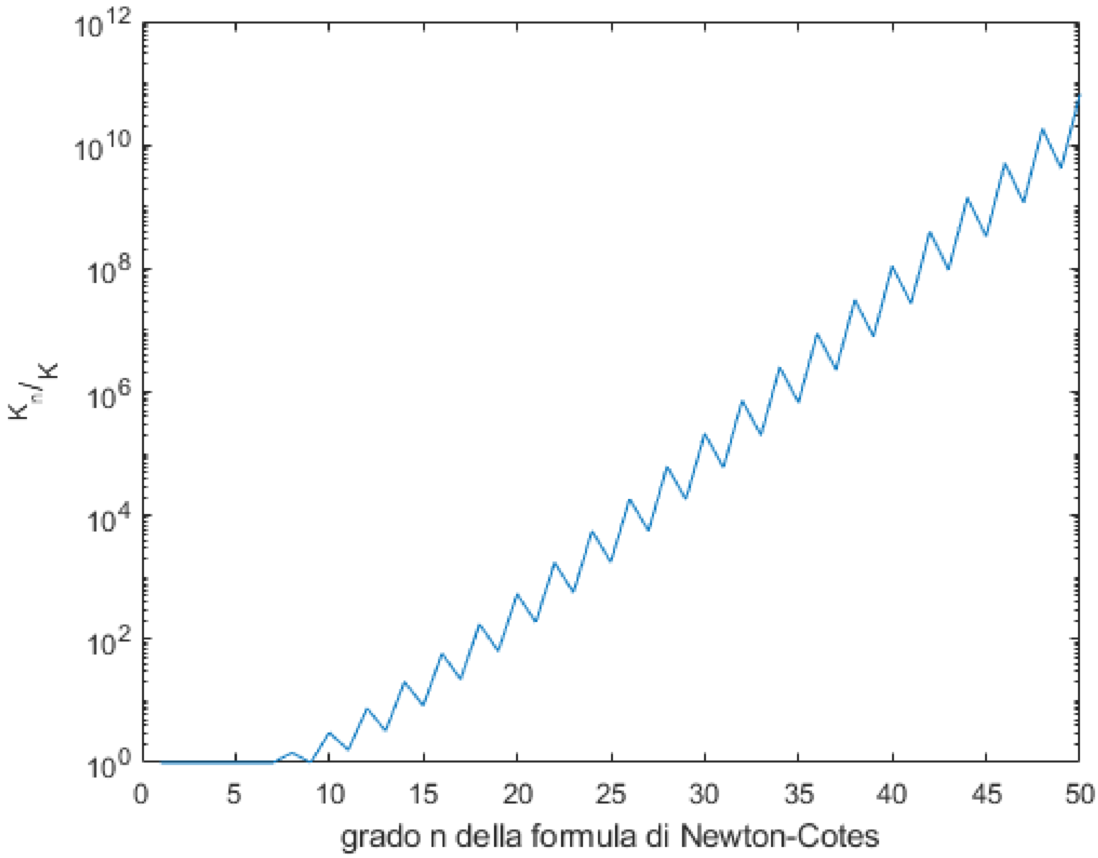
Table 3: pesi della formula di Newton-Cotes fino al settimo grado

5.2 Esercizio 22

Sappiamo che $k = (b-a)$ e $k_n = (b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|$. Il rapporto sarà dunque dato da:

$$\frac{k_n}{k} = \frac{(b-a)\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|}{b-a} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}|c_{in}|$$

Calcolando $\frac{k_n}{k}$ per $n = 1, ..., 50$(es23.m) si ottiene:



5.3 Esercizio 23

```
function y = newtoncotes(f,a, b, n)
%
% y= newtoncotes(f,a,b, n)
% calcola l'approssimazione dell'integrale definito per la funzione f sull'
    intervallo [a, b],
% utilizzando la formula di newton cotes di grado n.
%

if a > b || n < 0
    error('dati inconsistenti');
end
xi = linspace(a, b, n+1);
fi = feval(f, xi);
h = (b-a) / n;
c = ncweights(n);
y = h*sum(fi.*c);
return
end
```

RISULTATI PER N DA 1 A 9(es24.m):

grado della formula	valore integrale	errore
1	0.428	0.253
2	0.213	0.038
3	0.196	0.021
4	0.180	0.005
5	0.179	0.004
6	0.176	0.001
7	0.176	0.001
8	0.175	0.000
9	0.175	0.000

5.4 Esercizio 25

tolleranza\formula	trapezi adattiva	simspon adattiva
10^{-2}	0.295559711784128	0.281297643062670
10^{-3}	0.294585368185034	0.281297643062670
10^{-4}	0.294274200873635	0.294259338419631
10^{-5}	0.294230142164878	0.294227809768005
10^{-6}	0.294226019603178	0.294225764620384

6 Codici ausiliari

6.1 Esercizio 6

Listing 1: es6.m

```
f = @(x)(x-cos(x));
f1 = @(x)(1+sin(x));

x0 = 0;
x1 = 1;
x=zeros(4,4);
y= zeros(4, 4);
for i=3:3:12

    [x(1, i/3), y(1, i/3)] = bisezione(f, x0, x1, 10^(-i));
    [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
    [x(3, i/3), y(3, i/3)] = corde(f, f1, x0, 10^(-i));
    [x(4,i/3), y(4, i/3)] = secanti(f, x0, x1, 10^(-i), 100);
end
row_names = {'bisezione', 'newton', 'corde', 'secanti'};
colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames);
disp(values)
figure
plot([3, 6, 9, 12], y','o-')
title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
ylabel('iterazioni')
legend({'bisezione','newton','corde','secanti'},'Location','northwest')
```

6.2 Esercizio 7

Listing 2: es7.m

```
f = @(x)(x^2*tan(x));
f1 = @(x)(2*x*tan(x) +(x^2)/(cos(x).^2));
m = 3;
x0 = 1;
y= zeros(3, 4);
x=-1*ones(3,4);
for i=3:3:12
   [x(1, i/3), y(1, i/3)] = newton(f, f1, x0, 10^(-i));
   [x(2, i/3), y(2, i/3)] = newtonmod(f, f1, x0, m, 10^(-i));
   [x(3:i/3), y(3, i/3)] = aitken(f, f1, x0, 10^(-i), 200);
end
disp(x);
disp(y);
row_names = {'newton', 'newton modificato', 'aitken'};
colnames = {'10^-3','10^-6','10^-9','10^-12'};
values = array2table(x,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames)

format
iterations = array2table(y,'RowNames',row_names,'VariableNames',colnames)
plot([3, 6, 9, 12], y','-')
title('iterazioni richieste per la convergenza al diminuire di tolx')
xlabel('tolleranza = 10^{-x}')
ylabel('iterazioni')
```

```
legend({'newton','newtonmod','aitken'},'Location','northwest')
```

6.3 Esercizio 15

Listing 3: es15.m

```
f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 40);
chebyerrors = zeros(1, 40);
for n = 1:40
    xlin = linspace(-1, 1, n);
    xcheby = chebyshev(-1,1,n);
    ylin = lagrange(xlin,f(xlin),x);
    ycheby = lagrange(xcheby,f(xcheby),x);
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','
    northeast');
```

6.4 Esercizio 16

Listing 4: es16.m

```
f = @(x)(cos((pi*x.^2)/2));
f1 = @(x)(-pi*x.*sin((pi*x.^2)/2));
x = linspace(-1, 1, 100001);
linerrors = zeros(1, 20);
chebyerrors = zeros(1, 20);
for n = 1:20
    xlin = linspace(-1, 1, n);
    xcheby = chebyshev(-1,1, n);
    ylin = hermite(xlin,f(xlin),f1(xlin),x);
    ycheby = hermite(xcheby,f(xcheby),f1(xcheby),x);
    linerrors(n) = norm(abs(f(x) - ylin), inf);
    chebyerrors(n) = norm( abs(f(x) - ycheby), inf);
end
semilogy(linerrors);
hold on;
semilogy(chebyerrors);
xlabel('numero di ascisse di interpolazione');
ylabel('massimo errore di interpolazione');
legend({'ascisse  equidistanti', 'ascisse di chebyshev'},'Location','
    northeast');
```

6.5 Esercizio 18

Listing 5: es18.m

```
a=-1;
```

```
b=1;
ntot=100;
erreq=zeros(ntot-3,1);
errch=zeros(ntot-3,1);
for n=4:ntot
xeq=linspace(a,b,n+1);
xch=chebyshev(a,b,n+1);
xch(1)=a;
xch(n+1)=b;
xq=linspace(a,b,100);
yeq=cos((pi*(xeq(:).^2))/2);
ych=cos((pi*(xch(:).^2))/2);
yq=cos((pi*(xq(:).^2))/2);
riseq=splinenat(xeq,yeq,xq);
risch=splinenat(xch,ych,xq);
erreq((n-3),1)=norm(yq-riseq,Inf);
errch((n-3),1)=norm(yq-risch,Inf);
end
x=(4:1:n);
semilogy(x,erreq,x,errch);
```

6.6 Esercizio 19

Listing 6: es19.m

```
a=-1;
b=1;
ntot=100;
erreq=zeros(ntot-3,1);
errch=zeros(ntot-3,1);
for n=4:ntot
xeq=linspace(a,b,n+1);
xch=chebyshev(a,b,n+1);
xch(1)=a;
xch(n+1)=b;
xq=linspace(a,b,100);
yeq=cos((pi*(xeq(:).^2))/2);
ych=cos((pi*(xch(:).^2))/2);
yq=cos((pi*(xq(:).^2))/2);
riseq=spline(xeq,yeq,xq);
risch=spline(xch,ych,xq);
erreq((n-3),1)=norm(yq-riseq,Inf);
errch((n-3),1)=norm(yq-risch,Inf);
end
x=(4:1:n);
semilogy(x,erreq,x,errch);
```

6.7 Esercizio 21

Listing 7: es22.m

```
for i = 1:7
    weights= rats(ncweights(i))
end
```

6.8 Esercizio 22

Listing 8: es23.m

```
rapp = zeros(1, 50);
for i = 1:50
    rapp(i) = sum(abs(ncweights(i)))/i;
end
semilogy(rapp);
xlabel('grado n della formula di Newton-Cotes');
ylabel('^{K_n}/_{K}');
```

6.9 Esercizio 23

Listing 9: es24.m

```
value = log(cos(1)/cos(1.1));
x = zeros(1,9);
errors=zeros(1, 9);
for i = 1:9
    x(i) = newtoncotes(@tan, -1,1.1, i);
    errors(i) = abs(value-x(i));
end
```

6.10 Esercizio 25

Listing 10: es25.m

```
format long e
f = @(x)(1/(1+100*x.^2));
a = -1;
b = 1;
itrap = zeros(1, 5);
isimp = zeros(1, 5);
for i = 1:5
    itrap(i) = adaptrap(f, a, b, 10^(-i-1));
    isimp(i) = adapsim(f, a, b, 10^(-i-1));
end
integrali = [itrap; isimp];
row_names = {'trapezi adattiva', 'simpson adattiva'};
colnames = {'10^-2','10^-3','10^-4','10^-5','10^-6'};
values = array2table(integrali,'RowNames',row_names,'VariableNames',
    colnames);
disp(values);
```