Дополнительно к заданному домашнему заданию еще задача 1.8

Решение этой задачи можно присылать до 10 декабря.

Пример решения задачи 1.5.

Решение. 1.5 1)

$$f(x) = \chi_a(x), \quad \widetilde{f}(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin a\xi}{\xi}.$$

$$\mathscr{F}^{-1}[\widetilde{f}](x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} V.p. \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \, \frac{\sin a\xi}{\xi} e^{ix\xi} \, d\xi = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\sin a\xi}{\xi} \cos(x\xi) \, d\xi$$

Формула обращения

$$\frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\sin a\xi}{\xi} \cos(x\xi) d\xi = \begin{cases} 1, & |x| < a, \\ 0, & |x| > a, \\ \frac{1}{2}, & |x| = a. \end{cases}$$

Входящий в эту формулу интеграл понимается как несобственный интеграл Римана.