МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»
Факультет физико-математических и естественных наук

ОТЧЕТ

По лабораторной работе №6

Решение моделей в непрерывном и дискретном времени

Выполнил:
Студент группы: НПИбд-02-21
Студенческий билет: № 1032217060
ФИО студента: Королев Адам Маратович

Москва 2024

Цели работы:

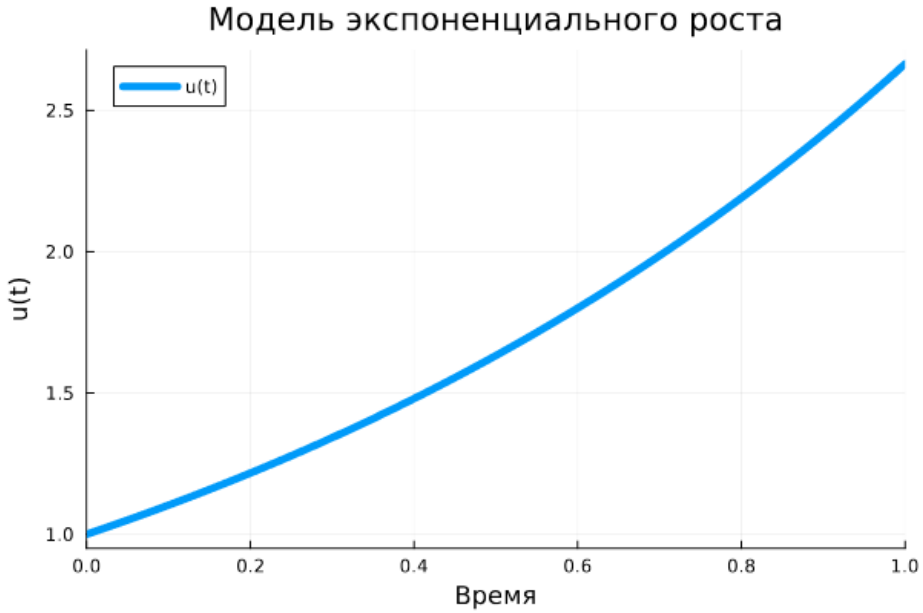
Основной целью работы является освоение специализированных пакетов для решения задач в непрерывном и дискретном времени.

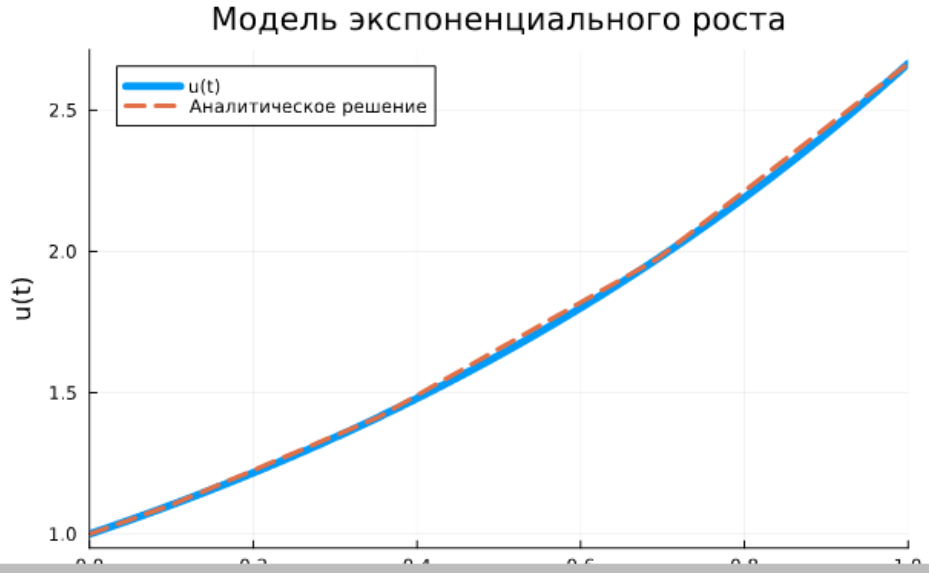
Выполнение работы:

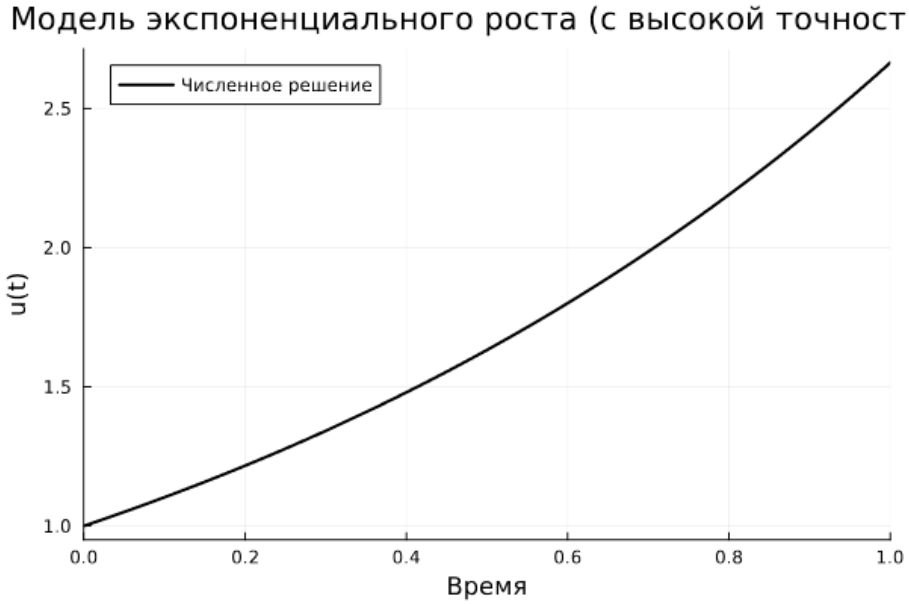
1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры из раздела 6.2.

```
# Лабораторная работа №6. Решение моделей в непрерывном и дискретном времени
# 6.2. Предварительные сведения

import Pkg
Pkg.add(["DifferentialEquations", "Plots"])

using DifferentialEquations, Plots

# 6.2.1.1. Модель экспоненциального роста
a = 0.98
f(u, p, t) = a * u
u0 = 1.0
tspan = (0.0, 1.0)

prob = ODEProblem(f, u0, tspan)
sol = solve(prob)

display(plot(sol, linewidth=5, title="Модель экспоненциального роста", xaxis="Время", yaxis="u(t)", label="u(t)"))
display(plot!(sol.t, t -> 1.0 * exp(a * t), lw=3, ls=:dash, label="Аналитическое решение"))

# Повышение точности решения
sol = solve(prob, abstol=1e-8, reltol=1e-8)
display(plot(sol, lw=2, color="black", title="Модель экспоненциального роста (с высокой точностью)", xaxis="Время", yaxis="u(t)", label="Численное решение"))
display(plot!(sol.t, t -> 1.0 * exp(a * t), lw=3, ls=:dash, color="red", label="Аналитическое решение"))

# 6.2.1.2. Система Лоренца
function lorenz!(du, u, p, t)
    σ, ρ, β = p
    du[1] = σ * (u[2] - u[1])
    du[2] = u[1] * (ρ - u[3]) - u[2]
    du[3] = u[1] * u[2] - β * u[3]
end

u0 = [1.0, 0.0, 0.0]
p = (10, 28, 8/3)
tspan = (0.0, 100.0)

prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob)

display(plot(sol, vars=(1, 2, 3), lw=2, title="Аттрактор Лоренца", xaxis="x", yaxis="y", zaxis="z", legend=false))

# Фазовый портрет без интерполяции
display(plot(sol, vars=(1, 2, 3), denseplot=false, lw=1, title="Аттрактор Лоренца (без интерполяции)", xaxis="x", yaxis="y", zaxis="z", legend=false))
```

```
# Фазовый портрет без интерполяции
display(plot(sol, vars=(1, 2, 3), denseplot=false, lw=1, title="Аттрактор Лоренца (без интерполяции)", xaxis="x", yaxis="y", zaxis="z", legend=false))

# 6.2.2. Модель Лотки-Вольтерры
function lotka_volterra!(du, u, p, t)
    a, b, c, d = p
    du[1] = a * u[1] - b * u[1] * u[2]
    du[2] = -c * u[2] + d * u[1] * u[2]
end

u0 = [1.0, 1.0]
p = (1.5, 1.0, 3.0, 1.0)
tspan = (0.0, 10.0)

prob = ODEProblem(lotka_volterra!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob)

display(plot(sol, label=["Жертвы" "Хищники"], title="Модель Лотки-Вольтерры", xaxis="Время", yaxis="Популяция"))
display(plot(sol, vars=(1, 2), color="black", xaxis="Жертвы", yaxis="Хищники", legend=false))
```


Модель экспоненциального роста
u(t)
2.5
2.0
1.5
1.0
u(t)
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Время

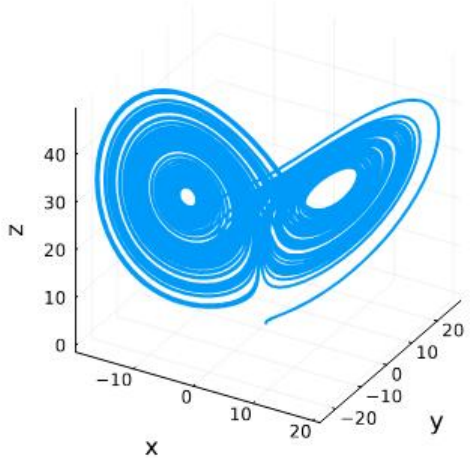

Модель экспоненциального роста
u(t)
Аналитическое решение
2.5
2.0
1.5
1.0
u(t)


Модель экспоненциального роста (с высокой точност
Численное решение
2.5
2.0
1.5
1.0
u(t)
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Время

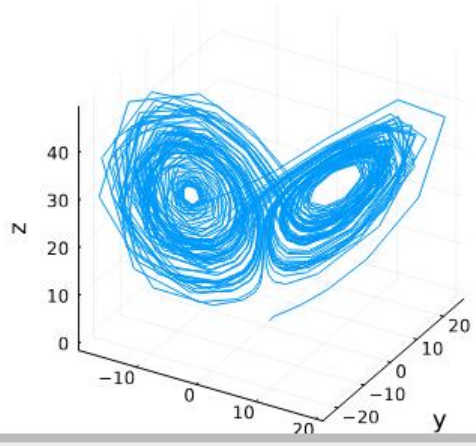

Модель экспоненциального роста (с высокой точност
Численное решение
Аналитическое решение
2.5
2.0
1.5
1.0
u(t)

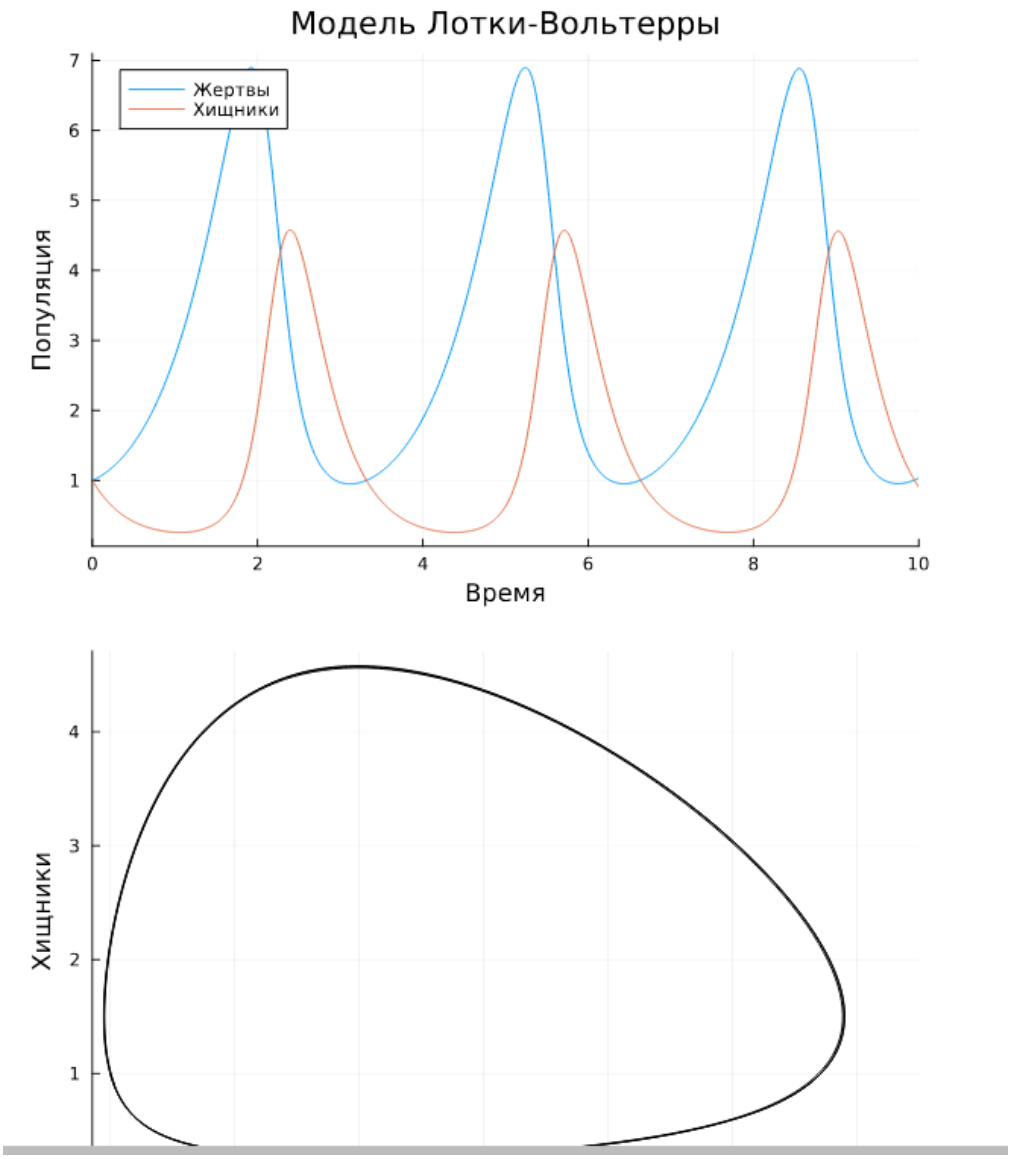
время

Аттрактор Лоренца



Аттрактор Лоренца (без интерполяции)





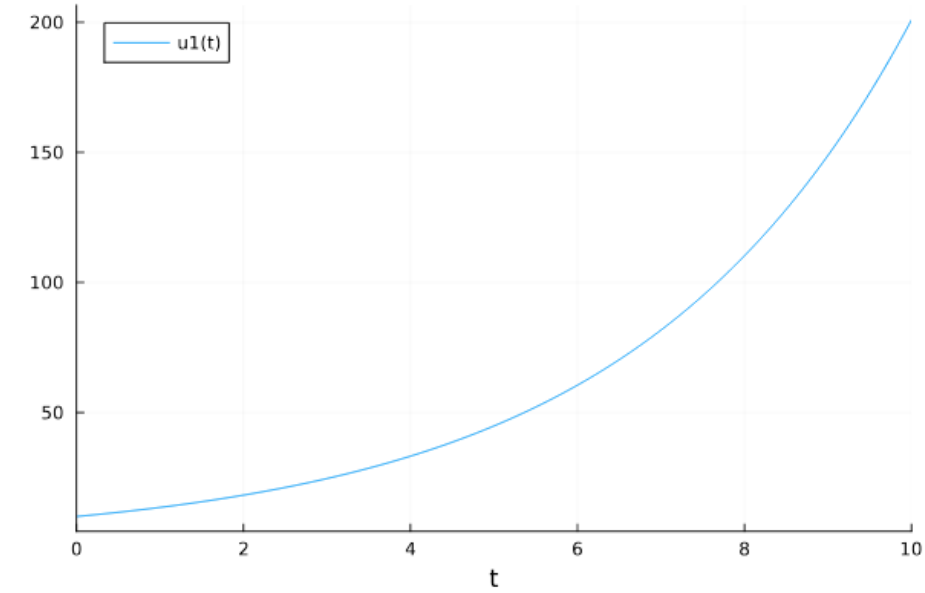
2. Выполните задания для самостоятельной работы (раздел 6.4).

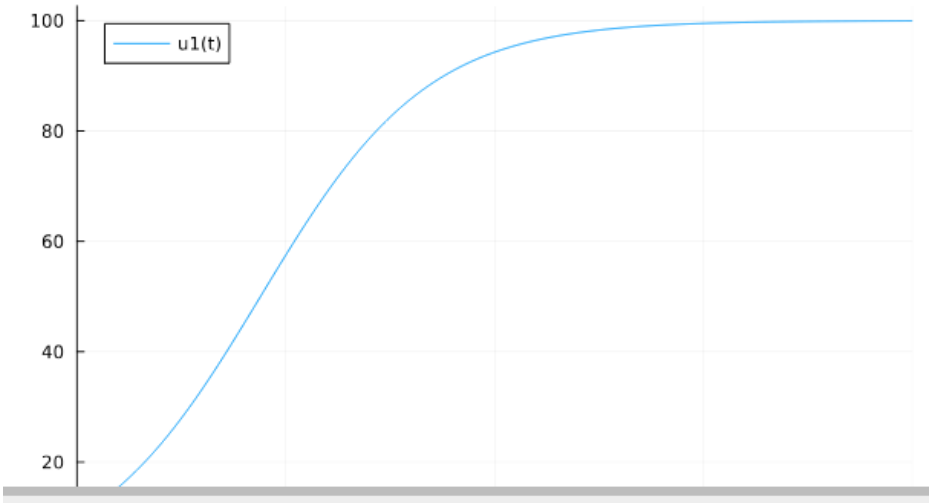
```julia
# 1. Модель Мальтуса
import Pkg
Pkg.add("DifferentialEquations")
Pkg.add("Plots")
using DifferentialEquations, Plots

# Параметры
b = 0.5  # рождаемость
c = 0.2  # смертность
a = b - c
u0 = 10.0

# Модель
f(u, p, t) = a * u
prob = ODEProblem(f, u0, (0.0, 10.0))
sol = solve(prob)

plot(sol, linewidth=3, title="Модель Мальтуса", xlabel="Время", ylabel="Численность популяции")
display(plot(sol))


# 2. Логистическая модель
r = 0.5
k = 100
f_log(u, p, t) = r * u * (1 - u / k)
prob_log = ODEProblem(f_log, u0, (0.0, 20.0))
sol_log = solve(prob_log)

plot(sol_log, linewidth=3, title="Логистическая модель", xlabel="Время", ylabel="Численность популяции")
display(plot(sol_log))


# 3. SIR-модель
beta = 0.3
nu = 0.1
function sir!(du, u, p, t)
    s, i, r = u
    du[1] = -beta * s * i
    du[2] = beta * s * i - nu * i
    du[3] = nu * i
```

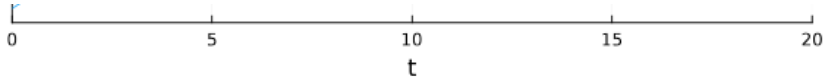
```julia
# 3. SIR-модель
beta = 0.3
nu = 0.1
function sir!(du, u, p, t)
    s, i, r = u
    du[1] = -beta * s * i
    du[2] = beta * s * i - nu * i
    du[3] = nu * i
end
u0_sir = [0.99, 0.01, 0.0]
prob_sir = ODEProblem(sir!, u0_sir, (0.0, 100.0))
sol_sir = solve(prob_sir)

plot(sol_sir, linewidth=3, label=["S" "I" "R"], title="SIR-модель", xlabel="Время", ylabel="Доля популяции")
display(plot(sol_sir))


# 4. SEIR-модель
beta_seir = 0.3
nu_seir = 0.1
delta = 0.2
N = 1.0
function seir!(du, u, p, t)
    s, e, i, r = u
    du[1] = -beta_seir / N * s * i
    du[2] = beta_seir / N * s * i - delta * e
    du[3] = delta * e - nu_seir * i
    du[4] = nu_seir * i
end
u0_seir = [0.99, 0.01, 0.0, 0.0]
prob_seir = ODEProblem(seir!, u0_seir, (0.0, 100.0))
sol_seir = solve(prob_seir)

plot(sol_seir, linewidth=3, label=["S" "E" "I" "R"], title="SEIR-модель", xlabel="Время", ylabel="Доля популяции")
display(plot(sol_seir))


# 5. Дискретная модель Лотки-Вольтерры
a_lv = 2
c_lv = 1
d_lv = 5
function discrete_lv(x1, x2)
```

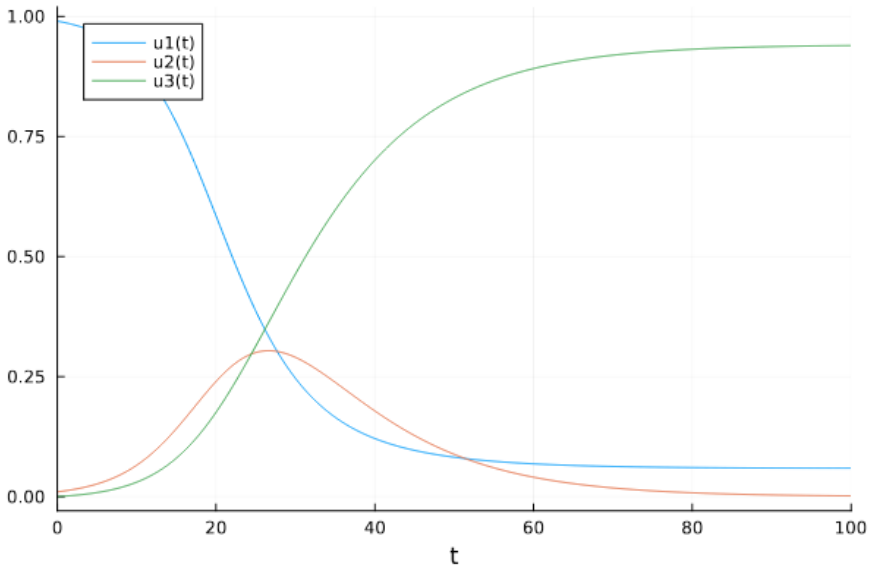
```julia
# 5. Дискретная модель Лотки-Вольтерры
a_lv = 2
c_lv = 1
d_lv = 5
function discrete_lv(x1, x2)
    return (a_lv * x1 * (1 - x1) - x1 * x2, -c_lv * x2 + d_lv * x1 * x2)
end

x1 = 0.1
x2 = 0.1
results = [(x1, x2)]
for t in 1:50
    x1, x2 = discrete_lv(x1, x2)
    push!(results, (x1, x2))
end

plot(first.(results), last.(results), linewidth=3, title="Дискретная модель Лотки-Вольтерры", xlabel="X1", ylabel="X2")
display(plot(first.(results), last.(results)))


# 6. Модель конкуренции
alpha = 0.5
beta = 0.1
function competition!(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = alpha * x - beta * x * y
    du[2] = alpha * y - beta * x * y
end
u0_comp = [1.0, 0.5]
prob_comp = ODEProblem(competition!, u0_comp, (0.0, 20.0))
sol_comp = solve(prob_comp)

plot(sol_comp, linewidth=3, label=["X" "Y"], title="Модель конкуренции", xlabel="Время", ylabel="Численность")
display(plot(sol_comp))


# 7. Гармонический осциллятор
omega0 = 2 * pi
function harmonic!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -omega0^2 * u[1]
end
u0_harm = [1.0, 0.0]
prob_harm = ODEProblem(harmonic!, u0_harm, (0.0, 10.0))
```

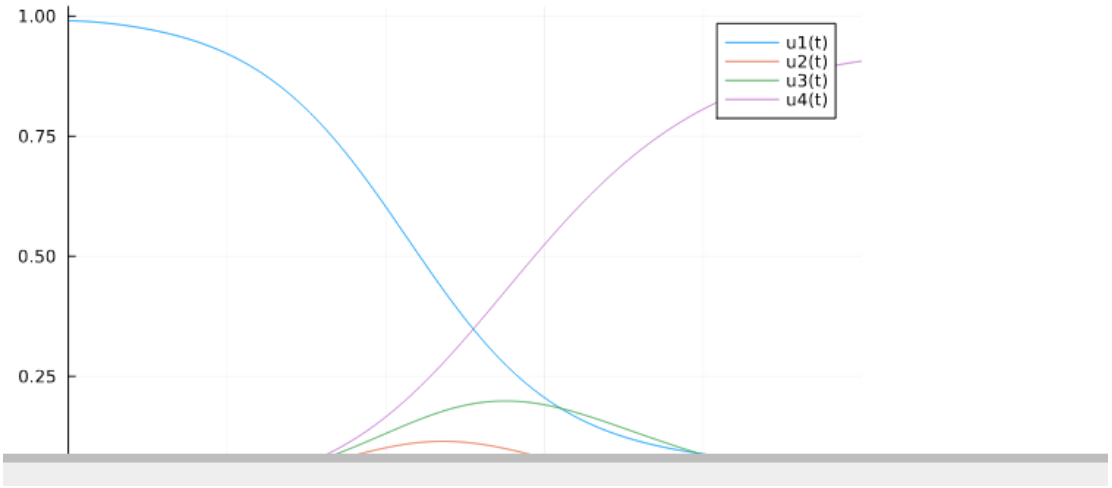
```julia
# 7. Гармонический осциллятор
omega0 = 2 * pi
function harmonic!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -omega0^2 * u[1]
end
u0_harm = [1.0, 0.0]
prob_harm = ODEProblem(harmonic!, u0_harm, (0.0, 10.0))
sol_harm = solve(prob_harm)

plot(sol_harm, linewidth=3, label=["x(t)" "dx/dt"], title="Гармонический осциллятор", xlabel="Время", ylabel="Амплитуда")
display(plot(sol_harm))


# 8. Свободные колебания гармонического осциллятора
omega0_damped = 2 * pi
gamma = 0.1
function damped_harmonic!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2 * gamma * u[2] - omega0_damped^2 * u[1]
end
u0_damped = [1.0, 0.0]
prob_damped = ODEProblem(damped_harmonic!, u0_damped, (0.0, 20.0))
sol_damped = solve(prob_damped)

plot(sol_damped, linewidth=3, label=["x(t)" "dx/dt"], title="Свободные колебания осциллятора", xlabel="Время", ylabel="Амплитуда")
display(plot(sol_damped))
```

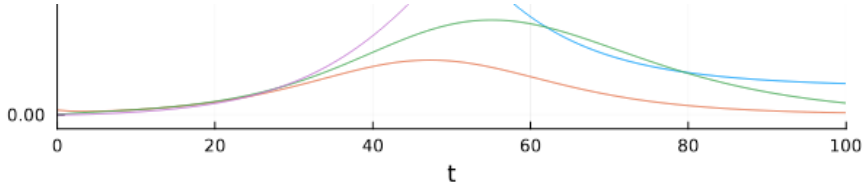

u1(t)
200
150
100
50
0
2
4
6
8
10
t

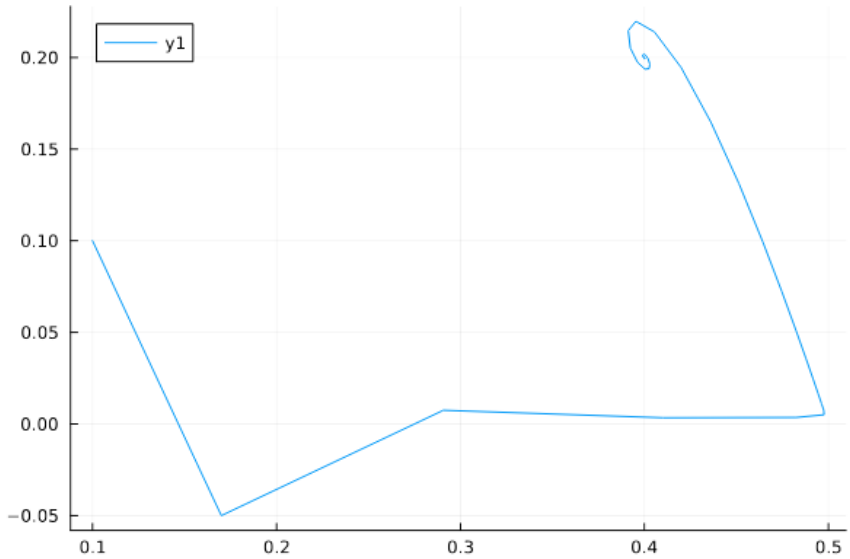

u1(t)
100
80
60
40
20


0
5
10
15
20
t

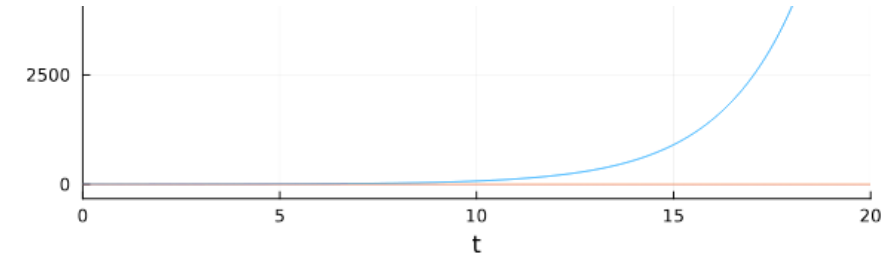

u1(t)
u2(t)
u3(t)
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0
20
40
60
80
100
t

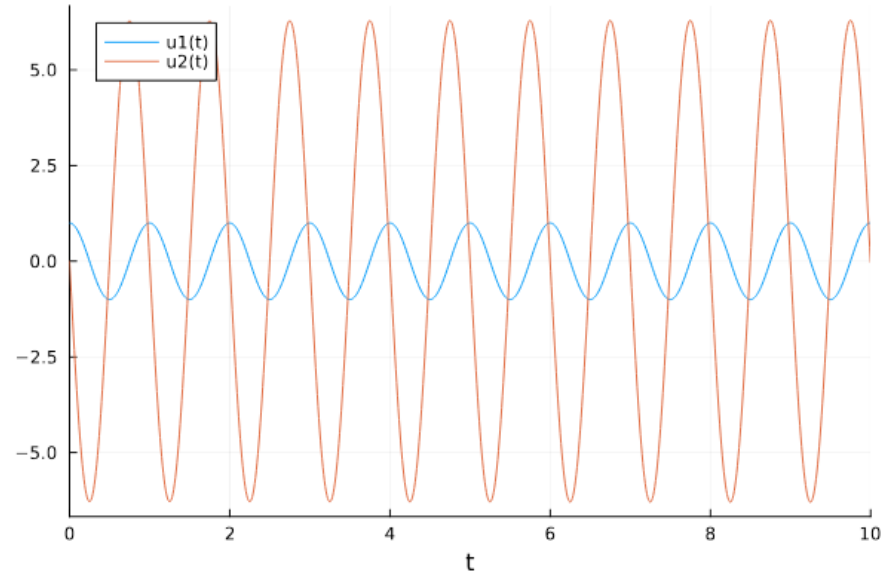

u1(t)
u2(t)
u3(t)
u4(t)
1.00
0.75
0.50
0.25

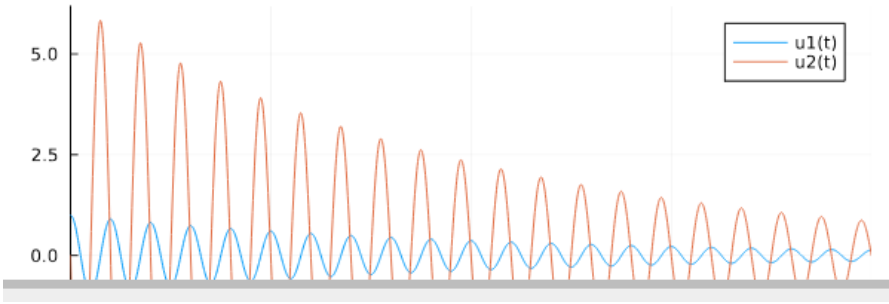

0.00
0
20
40
60
80
100
t


y1
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
−0.05
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5


u1(t)
u2(t)
10000
7500
5000







Выводы:

В процессе выполнения работы мною были освоены специализированные пакеты для решения задач в непрерывном и дискретном времени.