

Esame di Progettazione di Sistemi Digitali – Traccia B
6 febbraio 2025 – canale MZ – prof.ssa Massini

ES 1 7
 u 2 4
 u 3 5
 u 4 6
 u 5 4
 u 6 4
 30

Cognome Nome ZHANG ZHEWEI Matricola 2177898

- Gli studenti con DSA devono svolgere i primi 4 esercizi

Esercizio 1 (7 punti)

Progettare un circuito sequenziale con due ingressi x_1, x_0 , che codificano i caratteri B, R, I nel seguente modo:

x_1, x_0	carattere
00	B
01	R
1-	I

Il circuito ha 2 uscite z_1 e z_0 . L'automa fornisce $z_1=1$ quando riceve in ingresso la sequenza BRB e $z_0=1$ quando riceve in ingresso la sequenza BRIB. Usare un FF SR per il bit più significativo. Sono ammesse sovrapposizioni. Disegnare il circuito.

CODIFICA OUTPUT:

	z_1, z_0
BRB	1 0
BRIB	0 1

AUTOMA:

	B	R	I
00 S_{in}	$S_B/00$	$S_{in}/00$	$S_{in}/00$
01 S_B	$S_B/00$	$S_{BR}/00$	$S_{in}/00$
10 S_{BR}	$S_B/10$	$S_{in}/00$	$S_{BRI}/00$
11 S_{BRI}	$S_B/01$	$S_{in}/00$	$S_{in}/00$

CODIFICA STATI:

	y_1, y_0
S_{in}	0 0
S_B	0 1
S_{BR}	1 0
S_{BRI}	1 1

input già codificati.

l'automa è già minimo

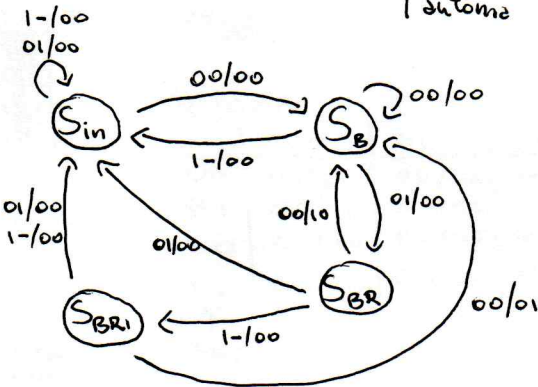


TAVOLA STATI FUTURI:

x_1, x_0	y_1, y_0	y_1, y_0	z_1, z_0	S_1, r_1	d_0
00	00	01	00	0 0	1
00	01	01	00	0 0	1
00	10	01	10	0 1	1
00	11	01	01	0 1	1
01	00	00	00	0 0	0
01	01	10	00	1 0	0
01	10	00	00	0 1	0
01	11	00	00	0 1	0
10	00	00	00	0 0	0
10	01	00	00	0 0	0
10	10	11	00	0 0	1
10	11	00	00	0 1	0
11	00	00	00	0 0	0
11	01	00	00	0 0	0
11	10	11	00	0 0	1
11	11	00	00	0 1	0

y_1, y_0	S_1, r_1	d_0
00	0 0	0
01	1 0	1
10	0 1	0
11	0 1	1

ESPRESSIONI BOOLEANE:

$$z_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 \bar{y}_0 \quad z_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 y_0$$

$$S_1: \begin{array}{c|cccc} x_1 \backslash x_0 & 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 01 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} = \bar{x}_1 \bar{x}_0 \bar{y}_1 y_0$$

$$r_1: \begin{array}{c|cccc} x_1 \backslash x_0 & 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 01 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 11 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} = y_1 (\bar{x}_1 + y_0)$$

$$d_0: \begin{array}{c|cccc} x_1 \backslash x_0 & 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + x_1 y_1 \bar{y}_0$$

[Disegno del circuito sull'ultimo foglio]

Esercizio 2 (4 punti)

Progettare un circuito che indichi quanti giorni ha un dato mese. Il mese è specificato da un input a 4 bit, $a_3a_2a_1a_0$. Ad esempio, se gli input sono (0001), il mese è gennaio e se gli input sono (1100), il mese è dicembre.

Le uscite del circuito, $Y_1 Y_0$, devono essere uguali a 11 solo quando il mese specificato dagli input ha 31 giorni, devono essere uguali a 10 quando il mese specificato ha 30 giorni, devono essere uguali a 01 quando il mese specificato ha 28 giorni. Le uscite devono essere uguali a 00 nei casi rimanenti.

Scrivere le espressioni minime SOP e POS delle due uscite.

Realizzare Y_0 utilizzando un multiplexer 4-a-1.

$a_3 a_2 a_1 a_0$	Y	$Y_1 Y_0$
0 0 0 0	No	0 0
0 0 0 1	31	1 1
0 0 1 0	28	0 1
0 0 1 1	31	1 1
0 1 0 0	30	1 0
0 1 0 1	31	1 1
0 1 1 0	30	1 0
0 1 1 1	31	1 1
1 0 0 0	31	1 1
1 0 0 1	30	1 0
1 0 1 0	31	1 1
1 0 1 1	30	1 0
1 1 0 0	31	1 1
1 1 0 1	No	0 0
1 1 1 0	No	0 0
1 1 1 1	No	0 0

Y_1 :

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$	00	01	11	10
00		0	1	1	0
01		1	1	1	1
11		1	1	1	1
10		1	1	1	1

Y_0 :

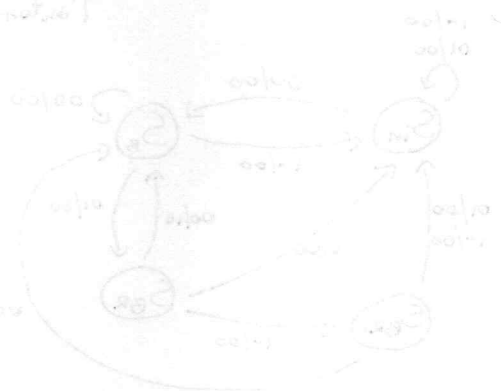
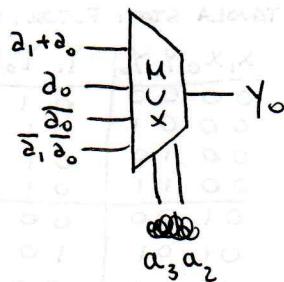
$a_3 a_2$	$a_1 a_0$	00	01	11	10
00		0	1	1	0
01		0	1	1	1
11		1	1	1	1
10		1	1	1	1

$$Y_1 \text{ SOP minimale} = \bar{a}_3 \bar{a}_2 + \bar{a}_3 \bar{a}_2 + \bar{a}_3 \bar{a}_0 + \bar{a}_3 \bar{a}_1 \bar{a}_0 \quad \checkmark$$

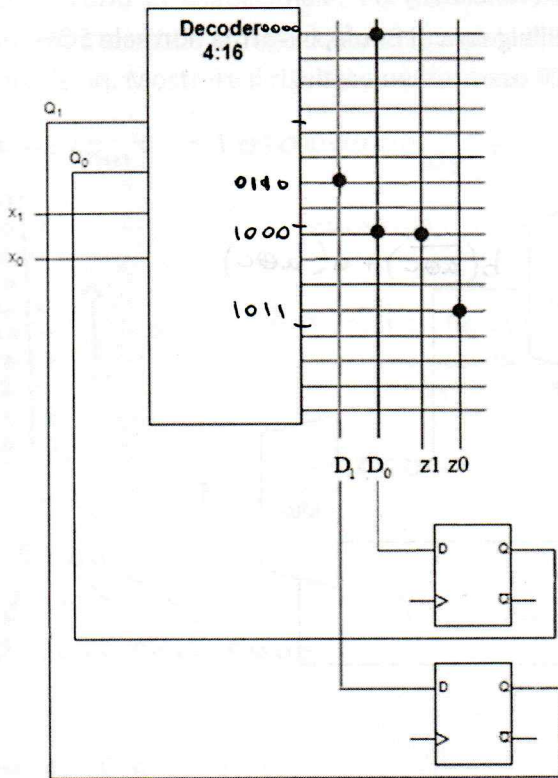
$$Y_1 \text{ POS minimale} = (a_3 + a_2 + a_0)(\bar{a}_3 + \bar{a}_2 + \bar{a}_0)(\bar{a}_3 + \bar{a}_2 + \bar{a}_1)$$

$$Y_0 \text{ SOP minimale} = \bar{a}_3 \bar{a}_0 + \bar{a}_3 \bar{a}_1 \bar{a}_0 + \bar{a}_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0 \quad \checkmark$$

$$Y_0 \text{ POS minimale} = (\bar{a}_3 + \bar{a}_0)(a_3 + a_1 + a_0)(\bar{a}_2 + \bar{a}_1 + a_0) \quad \checkmark$$



Esercizio 3 (5 punti) Analizzare il circuito sequenziale in figura. Mostrare tutti i passaggi del procedimento.



$$Q_1, Q_0, x_1, x_0$$

$$D_1 = \overline{Q_1} Q_0 x_1 \overline{x_0}$$

$$D_0 = \overline{Q_1} \overline{Q_0} \overline{x_1} \overline{x_0} + Q_1 \overline{Q_0} \overline{x_1} \overline{x_0}$$

$$z_1 = Q_1 \overline{Q_0} \overline{x_1} \overline{x_0}$$

$$z_0 = Q_1 \overline{Q_0} x_1 x_0$$

Q_1, Q_0, x_1, x_0	D_1, D_0	z_1, z_0	stato futuro	
			Q_1'	Q_0'
0 0 0 0	0 1	0 0	0	1
0 0 0 1	0 0	0 0	0	0
0 0 1 0	0 0	0 0	0	0
0 0 1 1	0 0	0 0	0	0
0 1 0 0	0 0	0 0	0	0
0 1 0 1	0 0	0 0	0	0
0 1 1 0	1 0	0 0	1	0
0 1 1 1	0 0	0 0	0	0
1 0 0 0	0 1	1 0	0	1
1 0 0 1	0 0	0 0	0	0
1 0 1 0	0 0	0 0	0	0
1 0 1 1	0 0	0 1	0	0
1 1 0 0	0 0	0 0	0	0
1 1 0 1	0 0	0 0	0	0
1 1 1 0	0 0	0 0	0	0
1 1 1 1	0 0	0 0	0	0

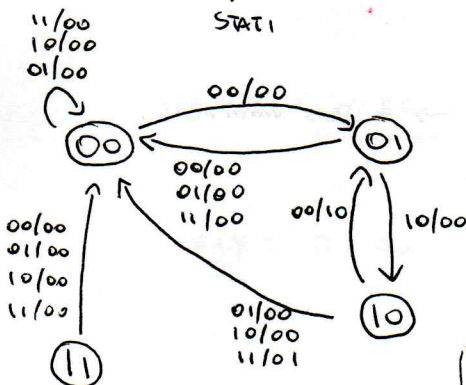
D	Q'
0	0
1	1

AUTOMA :

	00	01	10	11	→ INPUT
00	01/00	00/00	00/00	00/00	
01	00/00	00/00	10/00	00/00	
10	01/10	00/00	00/00	00/01	
11	00/00	00/00	00/00	00/00	

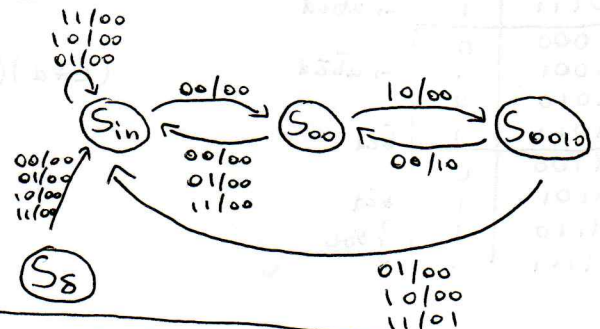
l'automa è già minimo ✓

STATI



STATI

00 → S_{in}
01 → S₀₀
10 → S₀₀₁₀
11 → S_S



Il circuito sequenziale riconosce 001000 e 001011.

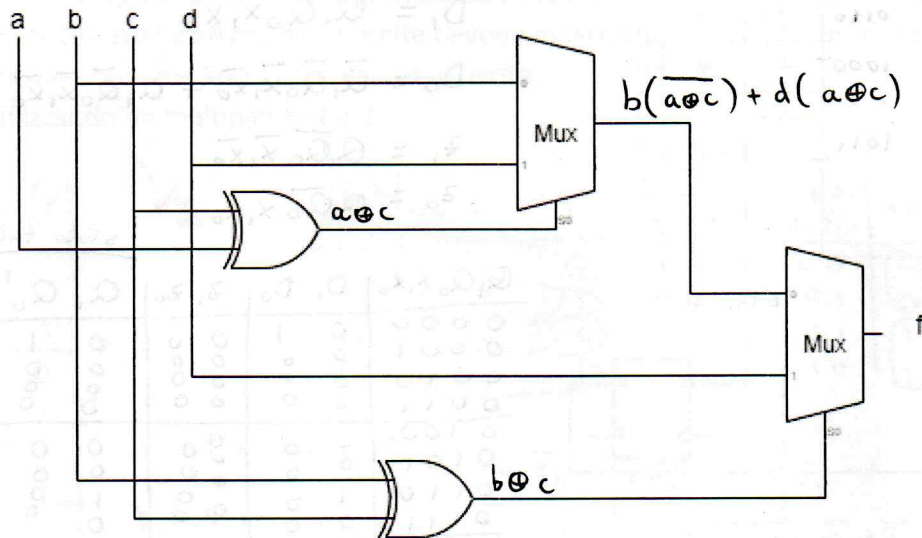
Quando riconosce 001000, dà come output 10; ($x_1=010$; $x_0=000$)

quando riconosce 001011, dà come output 01. ($x_1=011$; $x_0=001$)

Il circuito ammette sovrapposizioni. ✓

Esercizio 4 (6 punti)

- Si consideri il circuito in figura e si scriva l'espressione della funzione f
- Trasformare tale espressione, usando assiomi e regole dell'algebra di Boole, in forma normale SOP
- Stendere la tavola di verità di f
- Scrivere l'espressione minimale POS di f



$$f = (b(\bar{a} \oplus c) + d(a \oplus c))(\bar{b} \oplus c) + d(b \oplus c) \quad \checkmark$$

$$(b(ac + \bar{a}\bar{c}) + d(\bar{a}c + a\bar{c}))(\bar{b}c + b\bar{c}) + d(\bar{b}c + b\bar{c})$$

$$(abc + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}cd + a\bar{c}d)(\bar{b}c + b\bar{c}) + \bar{b}cd + b\bar{c}d$$

$$abc + \bar{a}bcd + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{b}cd + b\bar{c}d \rightarrow \text{normale SOP} \quad \checkmark$$

Multiplikation + complemento
(es: $abc \cdot \bar{b}\bar{c}$ ←
 $b \cdot \bar{b} = 0$ quindi tutto 0)

abcd	f
0000	0
0001	0
0010	0
0011	1
0100	0
0101	1
0110	0
0111	1
1000	0
1001	1
1010	0
1011	1
1100	0
1101	1
1110	1
1111	1

$\bar{b}cd$
 $b\bar{c}d$
 $\rightarrow \bar{a}bcd$
 $\rightarrow a\bar{b}\bar{c}d$
 $\bar{b}cd$
 $b\bar{c}d$
 $\} abc$ \checkmark

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

$$(c+d)(b+d)(a+\bar{a}d)(a+b+c) \rightarrow f \text{ POS minimale.} \quad \checkmark$$

Esercizio 5 (4 punti) Convertire il numero in base 10 $X = -320$ nel formato IEEE 754 half-precision e convertirlo in esadecimale. Poi convertire il numero esadecimale $Y = 5B00$ in una stringa binaria e interpretare tale stringa come un numero IEEE 754 half-precision. Calcolare $X+Y$ in formato IEEE 754 half-precision. Mostrare il risultato nel formato IEEE 754 e infine convertirlo in esadecimale.

$$X = -320_{(10)} = -101000000_{(2)} = -1,01 \times 2^8$$

320	
160	0
80	0
40	0
20	0
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1

$$\text{esponente } x = 8 + 15 = 23_{(10)} = 10111_{(2)}$$

$$X = \langle 1; 10111; 0100000000 \rangle$$

D D 0 0

$$X = D000$$

$$Y = 5B00$$

01011011 0000 0000

$$Y = \langle 0; 10110; 1100000000 \rangle$$

$$\text{esponente di } x = 10111$$

$$\text{esponente di } y = 10110 \quad \text{porta } \# \text{ a } 10111 \rightarrow 0,1,11 \rightarrow 0,111$$

$$Y = \langle 0; 10111; 1110000000 \rangle$$

(l'uno è shiftato)

x e y hanno segni diversi, x è maggiore di y quindi faccio $-(|x| - |y|)$

$$\begin{array}{r} x \quad 0,1010 - \\ y \quad 0,111 = \\ \hline 0,011 \end{array} \quad \text{esponente } 10111$$

$$\Downarrow$$

$$0,011 \Rightarrow 1,1 \quad \text{esponente } 10101$$

$$X+Y = \langle 1; 10101; 1000000000 \rangle$$

D 6 0 0

$$X+Y = D600$$

[differenza tra due numeri
senza considerare il segno,
e infine mette il segno -]

Esercizio 6 (4 punti)

Data l'espressione $f = (\bar{a} + \overline{b(b + \bar{c}d)}) \oplus (\bar{a} + cd)$ semplificarla e portarla in forma normale SOP.

Scrivere la forma canonica di f . Realizzare infine f con soli operatori NAND.

$$f = (\bar{a} + \overline{b(b + \bar{c}d)}) \oplus (\bar{a} + cd)$$

$$(\bar{a} + \bar{b} + \overline{b + \bar{c}d + \bar{d}}) \oplus (\bar{a} + cd)$$

$$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{b}cd) \oplus (\bar{a} + cd)$$

$$(\bar{a} + \bar{b}) \oplus (\bar{a} + cd)$$

$$(\bar{a} + \bar{b})(\bar{a} + cd) + (\bar{a} + \bar{b})(\overline{\bar{a} + cd})$$

$$ab(\bar{a} + cd) + (\bar{a} + \bar{b})(a(\bar{c} + \bar{d}))$$

$$ab\bar{a} + abcd + (\bar{a} + \bar{b})(a\bar{c} + a\bar{d})$$

$$abcd + \bar{a}a\bar{c} + \bar{a}a\bar{d} + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{d}$$

normale sop $\rightarrow abcd + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{d}$ ✓

$$abcd + a\bar{b}\bar{c}(d + \bar{d}) + a\bar{b}(\bar{c} + \bar{c})\bar{d}$$

canonica sop $\rightarrow abcd + a\bar{b}\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d$ ✓

De Morgan.

De Morgan.

Assorbimento.

Esponde XOR.

De Morgan + Involuzione.

Moltiplicazione.

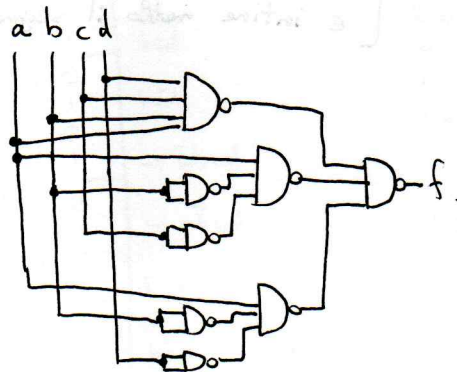
Complemento.

Complemento.

Idempotenza.

ALL-NAND \rightarrow

$$\overline{abcd} \cdot \overline{abb\bar{c}\bar{c}} \cdot \overline{abb\bar{d}\bar{d}}$$



DISEGNO CIRCUITO ESERCIZIO 1.

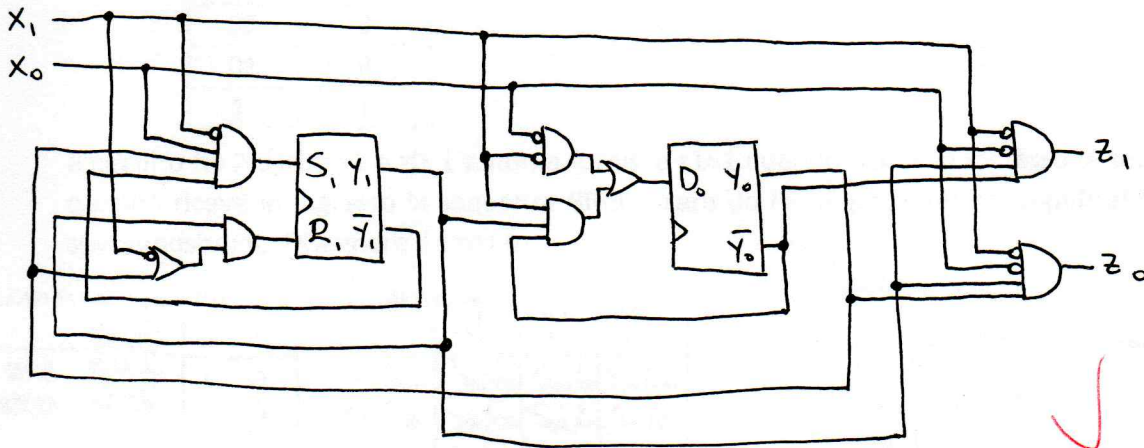
$$z_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 \bar{y}_0$$

$$z_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 y_0$$

$$s_1 = \bar{x}_1 x_0 \bar{y}_1 y_0$$

$$r_1 = y_1 (\bar{x}_1 + x_0)$$

$$d_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + x_1 y_1 \bar{y}_0$$



$$\begin{aligned} Z &= \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \\ Y &= \overline{X} \cdot \overline{Z} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \\ X &= \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \\ Z &= \overline{X} \cdot \overline{Z} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \\ X &= \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \\ Z &= \overline{X} \cdot \overline{Z} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \end{aligned}$$

