ES 1 7
" 2 4
" 3 ~~4~~ 5
" 4 6
" 5 4
" 6 4
30

Esame di Progettazione di Sistemi Digitali – Traccia B

[redacted] 6 febbraio 2025 – canale MZ – prof.ssa [redacted]

Cognome Nome ZHANG ZHEWEI **Matricola** [redacted]

- **Gli studenti con DSA devono svolgere i primi 4 esercizi**

Esercizio 1 (7 punti)

Progettare un circuito sequenziale con due ingressi x1, x0, che codificano i caratteri B, R, I nel seguente modo:

x1, x0	carattere
00	B
01	R
1-	I

Il circuito ha 2 uscite z1 e z0. L'automa fornisce z1=1 quando riceve in ingresso la sequenza BRB e z0=1 quando riceve in ingresso la sequenza BRIB. Usare un FF SR per il bit più significativo. Sono ammesse sovrapposizioni. Disegnare il circuito.

CODIFICA OUTPUT:

	z_1	z_0
BRB	1	0
BRIB	0	1

AUTOMA:

	B (00)	R (01)	I (1-)
00 S_{in}	S_B/00	S_{in}/00	S_{in}/00
01 S_B	S_B/00	S_{BR}/00	S_{in}/00
10 S_{BR}	S_B/10	S_{in}/00	S_{BRI}/00
11 S_{BRI}	S_B/01	S_{in}/00	S_{in}/00

l'automa è già minimo

CODIFICA STATI:

	Y_1 Y_0
S_{in}	0 0
S_B	0 1
S_{BR}	1 0
S_{BRI}	1 1

input già codificati.

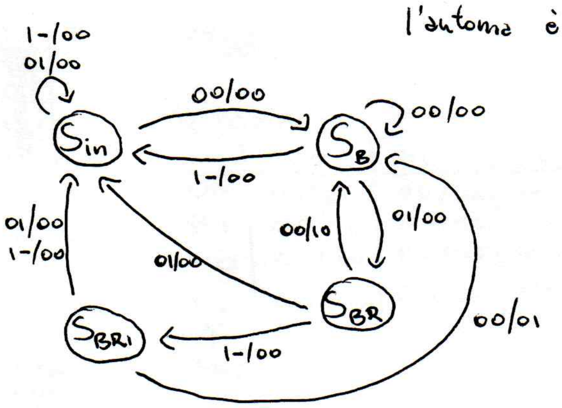


TAVOLA STATI FUTURI:

$x_1 x_0 y_1 y_0$	Y_1 Y_0	z_1 z_0	s_1 r_1	d_0
0 0 0 0	0 1	0 0	0 δ	1
0 0 0 1	0 1	0 0	0 δ	1
0 0 1 0	0 1	1 0	0 1	1
0 0 1 1	0 1	0 1	0 1	
0 1 0 0	0 0	0 0	0 δ	0
0 1 0 1	1 0	0 0	1 0	0
0 1 1 0	0 0	0 0	0 1	0
0 1 1 1	0 0	0 0	0 1	0
1 0 0 0	0 0	0 0	0 δ	0
1 0 0 1	0 0	0 0	0 δ	0
1 0 1 0	1 1	0 0	δ 0	1
1 0 1 1	0 0	0 0	0 1	0
1 1 0 0	0 0	0 0	0 δ	0
1 1 0 1	0 0	0 0	0 δ	0
1 1 1 0	1 1	0 0	δ 0	1
1 1 1 1	0 0	0 0	0 1	0

y Y	s r	d
00	0 δ	0
01	1 0	1
10	0 1	0
11	δ 0	1

ESPRESSIONI BOOLEANE:

$z_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 \bar{y}_0$ $\quad z_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 y_0$

s_1:

$x_1x_0 \backslash y_1y_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	0	δ
10	0	0	0	δ

$= \bar{x}_1 x_0 \bar{y}_1 y_0$

r_1:

$x_1x_0 \backslash y_1y_0$	00	01	11	10
00	δ	δ	1	1
01	δ	0	1	1
11	δ	δ	1	0
10	δ	δ	1	0

$= y_1(\bar{x}_1 + y_0)$

d_0:

$x_1x_0 \backslash y_1y_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

$= \bar{x}_1 \bar{x}_0 + x_1 y_1 \bar{y}_0$

[Disegno del circuito sull'ultimo foglio]

matricola____________

Esercizio 2 (4 punti)

Progettare un circuito che indichi quanti giorni ha un dato mese. Il mese è specificato da un input a 4 bit, $a_3a_2a_1a_0$. Ad esempio, se gli input sono (0001), il mese è gennaio e se gli input sono (1100), il mese è dicembre.

Le uscite del circuito, Y_1 Y_0, devono essere uguali a 11 solo quando il mese specificato dagli input ha 31 giorni, devono essere uguali a 10 quando il mese specificato ha 30 giorni, devono essere uguali a 01 quando il mese specificato ha 28 giorni. Le uscite devono essere uguali a 00 nei casi rimanenti.

Scrivere le espressioni minime SOP e POS delle due uscite.

Realizzare Y_0 utilizzando un multiplexer 4-a-1.

$a_3a_2a_1a_0$	Y	Y_1 Y_0
0 0 0 0	NO	0 0
0 0 0 1	31	1 1
0 0 1 0	28	0 1
0 0 1 1	31	1 1
0 1 0 0	30	1 0
0 1 0 1	31	1 1
0 1 1 0	30	1 0
0 1 1 1	31	1 1
1 0 0 0	31	1 1
1 0 0 1	30	1 0
1 0 1 0	31	1 1
1 0 1 1	30	1 0
1 1 0 0	31	1 1
1 1 0 1	NO	0 0
1 1 1 0	NO	0 0
1 1 1 1	NO	0 0

Y_1 :

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	1	0	0	0
10	1	1	1	1

Y_0 :

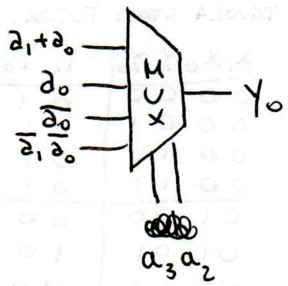
a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

Y_1 SOP minimale $= \overline{a_3}a_2 + a_3\overline{a_2} + \overline{a_3}a_0 + a_3\overline{a_1}\,\overline{a_0}$ ✓

Y_1 POS minimale $= (a_3+a_2+a_0)(\overline{a_3}+\overline{a_2}+\overline{a_0})(\overline{a_3}+\overline{a_2}+\overline{a_1})$

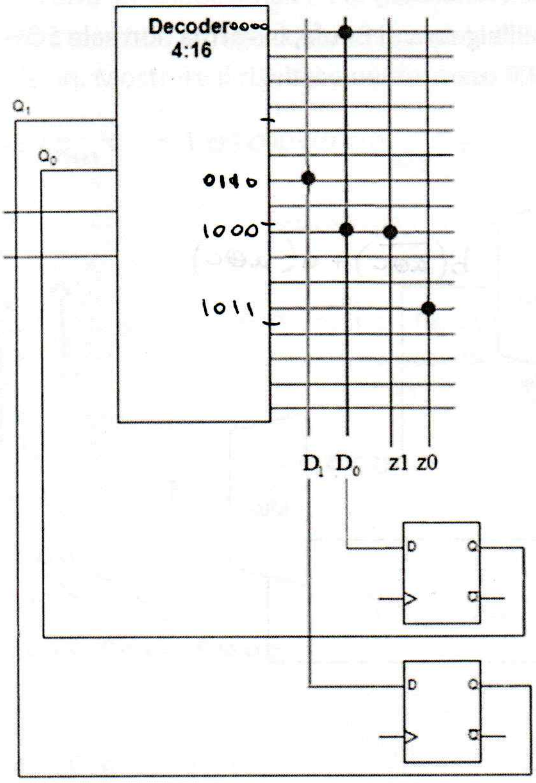
Y_0 SOP minimale $= \overline{a_3}a_0 + a_3\overline{a_1}\,\overline{a_0} + \overline{a_2}a_1\overline{a_0}$ ✓

Y_0 POS minimale $= (\overline{a_3}+\overline{a_0})(a_3+a_1+a_0)(\overline{a_2}+\overline{a_1}+a_0)$ ✓



matricola____________

Esercizio 3 (5 punti) Analizzare il circuito sequenziale in figura. Mostrare tutti i passaggi del procedimento.



$$D_1 = \overline{Q_1} Q_0 x_1 \overline{x_0}$$

$$D_0 = \overline{Q_1}\,\overline{Q_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + Q_1 \overline{Q_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

$$z_1 = Q_1 \overline{Q_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

$$z_0 = Q_1 \overline{Q_0} x_1 x_0$$

$Q_1Q_0x_1x_0$	D_1	D_0	z_1	z_0	Q_1' (stato futuro)	Q_0'
0000	0	1	0	0	0	1
0001	0	0	0	0	0	0
0010	0	0	0	0	0	0
0011	0	0	0	0	0	0
0100	0	0	0	0	0	0
0101	0	0	0	0	0	0
0110	1	0	0	0	1	0
0111	0	0	0	0	0	0
1000	0	1	1	0	0	1
1001	0	0	0	0	0	0
1010	0	0	0	0	0	0
1011	0	0	0	1	0	0
1100	0	0	0	0	0	0
1101	0	0	0	0	0	0
1110	0	0	0	0	0	0
1111	0	0	0	0	0	0

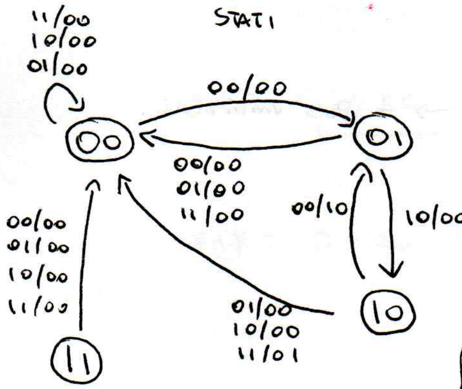
D	Q'
0	0
1	1

~~AUTOMA~~

AUTOMA:

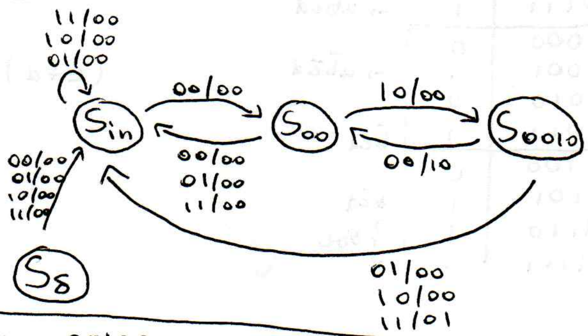
STATI ↓ / INPUT →	00	01	10	11
00	01/00	00/00	00/00	00/00
01	00/00	00/00	10/00	00/00
10	01/10	00/00	00/00	00/01
11	00/00	00/00	00/00	00/00

l'automa è già minimo



⟹

STATI
00 → S_{in}
01 → S_{00}
10 → S_{0010}
11 → S_{S}

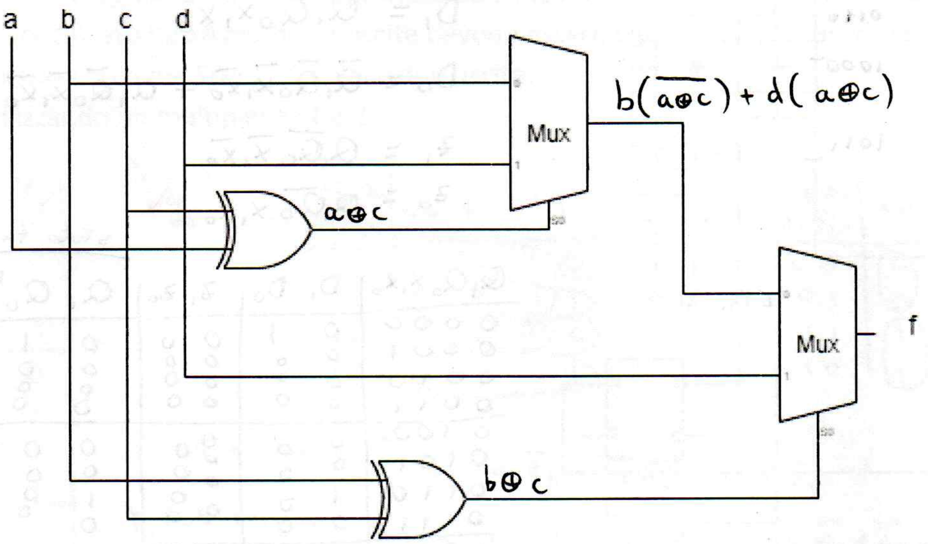


Il circuito sequenziale riconosce 001000 e 001011.
Quando riconosce 001000, dà come output 10; (x_1=010; x_0=000)
quando riconose 001011, dà come output 01. (x_1=011; x_0=001)
Il circuito ammette sovrapposizioni.

[redacted] matricola [redacted]

Esercizio 4 (6 punti)

- Si consideri il circuito in figura e si scriva l'espressione della funzione f
- Trasformare tale espressione, usando assiomi e regole dell'algebra di Boole, in forma normale SOP
- Stendere la tavola di verità di f
- Scrivere l'espressione minimale POS di f



$f = (b(\overline{a\oplus c}) + d(a\oplus c))(\overline{b\oplus c}) + d(b\oplus c)$

$(b(ac+\bar a\bar c) + d(\bar a c + a\bar c))(bc+\bar b\bar c) + d(\bar b c + b\bar c)$

$(abc + \bar a b\bar c + \bar a cd + a\bar c d)(bc+\bar b\bar c) + \bar b cd + b\bar c d$

$abc + \bar a bcd + a\bar b\bar c d + \bar b cd + b\bar c d$ → normale SOP

} Moltiplicazione + complemento (es: $abc \cdot \bar b\bar c$ ↵ $b\cdot\bar b = 0$ quindi tutto 0)

abcd	f	
0000	0	
0001	0	
0010	0	
0011	1	$\bar b cd$
0100	0	
0101	1	$b\bar c d$
0110	0	
0111	1	→ $\bar a bcd$
1000	0	
1001	1	→ $a\bar b\bar c d$
1010	0	
1011	1	$\bar b cd$
1100	0	
1101	1	$b\bar c d$
1110	1	} abc
1111	1	

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

$(c+d)(b+d)(a+$ [illegible] $d)(a+b+c)$ → f POS minimale.

matricola____________

Esercizio 5 (4 punti) Convertire il numero in base 10 X = -320 nel formato IEEE 754 half-precision e convertirlo in esadecimale. Poi convertire il numero esadecimale Y = 5B00 in una stringa binaria e interpretare tale stringa come un numero IEEE 754 half-precision. Calcolare X+Y in formato IEEE 754 half-precision. Mostrare il risultato nel formato IEEE 754 e infine convertirlo in esadecimale.

$X = -320_{(10)} = -101000000_{(2)} = -1{,}01 \times 2^8$

320	
160	0
80	0
40	0
20	0
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1

esponente x = 8 + 15 = $23_{(10)} = 10111_{(2)}$

$X = \langle \underbrace{1;\ 101}_{D}\underbrace{11;\ 01}_{D}\underbrace{000\ 0}_{0}\underbrace{0000}_{0} \rangle$

X = DD00

Y = 5B00

0101 1011 0000 0000

$Y = \langle 0;\ 10110;\ 1100000000 \rangle$

esponente di x = 10111

esponente di y = 10110 porto a 10111 -> $0{,}1{,}11$ -> 0,111

$Y = \langle 0;\ 10111;\ \overset{0,}{}1110000000 \rangle$ ← (l'uno è shiftato)

X e Y hanno segni diversi, x è maggiore di y quindi faccio $-(|X|-|Y|)$

[differenza tra due numeri senza considerare il segno, e infine metto il segno −.]

$$\begin{array}{rl} X & 1{,}010\ - \\ Y & 0{,}111\ = \\ \hline & 0{,}011 \end{array}$$

esponente 10111

⇓

0,011 => 1,1 esponente 10101

$X+Y = \langle \underbrace{1;\ 101}_{D}\underbrace{01;\ 10}_{6}\underbrace{000\ 0}_{0}\underbrace{0000}_{0} \rangle$.

X+Y = D600

[redacted] matricola [redacted]

Esercizio 6 (4 punti)

Data l'espressione $f = (\bar{a} + \overline{b(b+\overline{cd})}) \oplus (\bar{a} + cd)$ semplificarla e portarla in forma normale SOP. Scrivere la forma canonica di f. Realizzare infine f con soli operatori NAND.

$f = (\bar a + \overline{b(b+\overline{cd})}) \oplus (\bar a + cd)$

$(\bar a + \bar b + \overline{(b + \bar c + \bar d)}) \oplus (\bar a + cd)$ De Morgan.

$(\bar a + \bar b + \cancel{\bar b c d}) \oplus (\bar a + cd)$ De Morgan.

$(\bar a + \bar b) \oplus (\bar a + cd)$ Assorbimento.

$(\overline{\bar a + \bar b})(\bar a + cd) + (\bar a + \bar b)(\overline{\bar a + cd})$ Espando XOR.

$ab(\bar a + cd) + (\bar a + \bar b)(a(\bar c + \bar d))$ De Morgan + Involuzione.

$\cancel{ab\bar a} + abcd + (\bar a + \bar b)(a\bar c + a\bar d)$ Moltiplicazione.

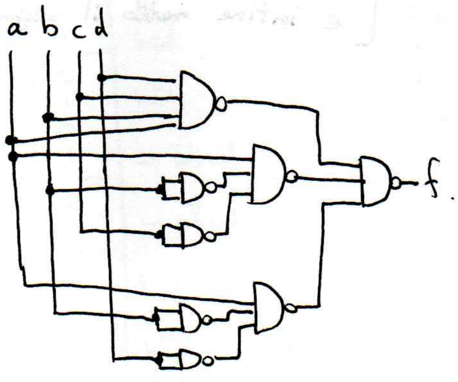
$abcd + \cancel{\bar a a \bar c} + \cancel{\bar a a \bar d} + a\bar b\bar c + a\bar b\bar d$ Complemento.

normale sop → $abcd + a\bar b\bar c + a\bar b\bar d$ ✓ Complemento.

$abcd + a\bar b\bar c(d + \bar d) + a\bar b(c + \bar c)\bar d$

canonica sop → $abcd + a\bar b\bar c d + a\bar b\bar c\bar d + a\bar b c\bar d + \cancel{a\bar b\bar c\bar d}$ ✓ Idempotenza.

ALL-NAND → $\overline{\overline{abcd} \cdot \overline{a\overline{bb}\,\overline{cc}} \cdot \overline{a\overline{bb}\,\overline{dd}}}$ ✓



✓

[redacted] matricola [redacted]

DISEGNO CIRCUITO ESERCIZIO 1.

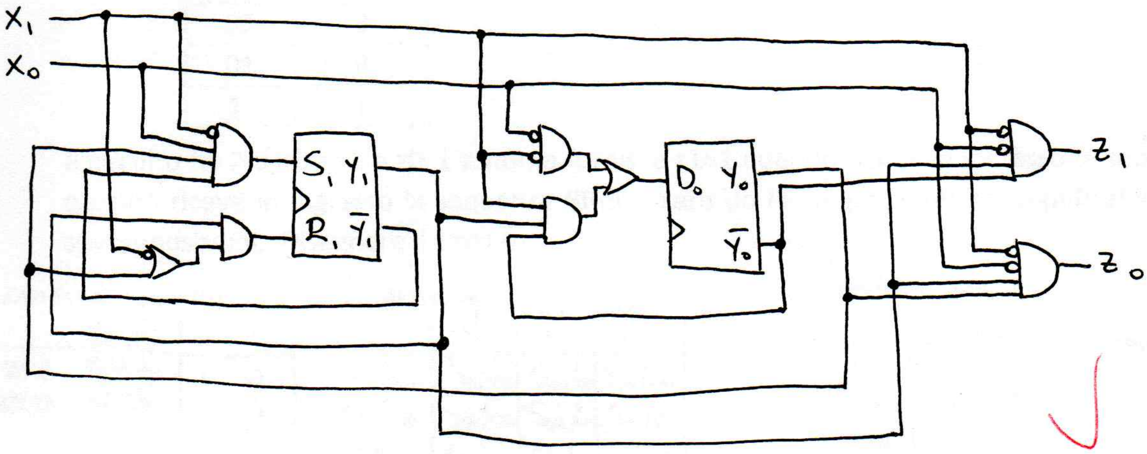
$z_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 \bar{y}_0$

$z_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 y_1 y_0$

$s_1 = \bar{x}_1 x_0 \bar{y}_1 y_0$

$r_1 = y_1 (\bar{x}_1 + y_0)$

$d_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + x_1 y_1 \bar{y}_0$



[redacted] nome

matricola [redacted]