IQ3111 - Modelamiento y Optimización de Procesos
Cuerpo docente: Andrés I. Cárdenas*, Jorge Aracena, Guillermo Lillo, Carolina Navarro y Alberto Peña

Pauta P1 Auxiliar 4

a) Plantee los conjuntos, parámetros y variables del problema. **Superestructura**

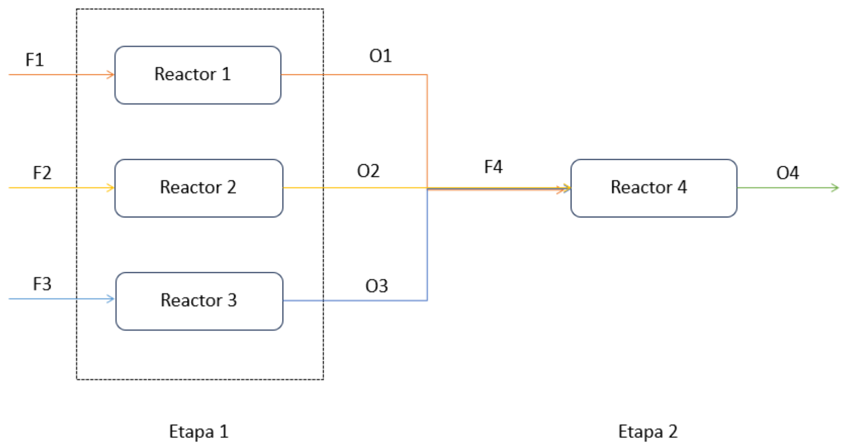

Figura 1: Superestructura del problema

A diferencia del auxiliar agregamos un flujo F4, para que las restricciones sean más simples.

Conjuntos

Existen dos formas de definir los conjuntos, la primera es separar los conjuntos por etapa o poner todos los reactores en uno mismos, para ambas opciones es importante tener cuidado en definir los conjuntos bien para cada restriccion. Usaremos la segunda opción.

- Rectores: R= [1,2,3,4]

Parámetros

Los costos de producción en este caso son relacionados con los flujos que entran por los reactores.

- Costos de compra de los reactores : $C_r\ (r); \forall r \in R$; (\$)
- Costos de producción: C_p; (\$/L)
- Conversión por reactor: $Conv_r\ (r); \forall r \in R$
- Demanda de producto: D_p; (L)

Variables

- Existencia del reactor r: $Y(r) \quad ; \forall r \in R$ (bool)
- Flujo de entrada al reactor r: $F(r) \in \mathbb{R}^+ \quad ; \forall r \in R$; (L/s)
- Flujos de salida al reactor r : $O(r) \in \mathbb{R}^+ \quad ; \forall r \in R$; (L/s)

b) Para las restriciones, determine las proposiciones lógicas asociadas, luego representarlas como disjunciones y finalmente como restricciones. Agrege las restricciones asociadas a balances de masa y demanda.

Proposiciones lógicas

Como se explicita en el enunciado, solo pueden existir las combinaciones de 2 de los reactores, por lo que, escribimos estas combiaciones en propociones lógicas, donde P_i tiene valor Verdadero si el rector exite y Falso si no existe. Solo dos reactores pueden ser verdaderos y el otro rector debe ser falso, con esa combinación el reactor 4 va a funcionar (Verdadero), por lo tanto, corresponde a una implicancia.
Ahora el reactor 4 funciona (verdadero) solo si alguna de las combinaciones de reactores es verdadera.

1) $P_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \sim\mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$

2) $P_1 \wedge \sim\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$

3) $\sim\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$

4) $P_4 \Rightarrow (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2) \vee (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_3) \vee (\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3)$

Disjunciones

Pasamos las proposiciones logicas a disjunciones, donde pasamos las expresiones a uniones "o". Usamos propiedades de implicación y distribución. (revisar)

1) $P_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \sim\mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \sim (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \sim\mathrm{P}_3) \vee \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \sim\mathrm{P}_1 \vee \sim\mathrm{P}_2 \vee \mathrm{P}_3 \vee \mathrm{P}_4$

2) $P_1 \wedge \sim\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \sim (\mathrm{P}_1 \wedge \sim\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3) \vee \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \sim\mathrm{P}_1 \vee \mathrm{P}_2 \vee \sim\mathrm{P}_3 \vee \mathrm{P}_4$

3) $\sim\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3 \Rightarrow \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \sim (\sim\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3) \vee \mathrm{P}_4$
$\Leftrightarrow \mathrm{P}_1 \vee \sim\mathrm{P}_2 \vee \sim\mathrm{P}_3 \vee \mathrm{P}_4$

4) $P_4 \Rightarrow (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2) \vee (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_3) \vee (\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3)$
$\Leftrightarrow \sim\mathrm{P}_4 \vee ((\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_2) \vee (\mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{P}_3) \vee (\mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{P}_3))$
$\Leftrightarrow (\sim\mathrm{P}_4 \vee \mathrm{P}_1 \vee \mathrm{P}_2) \wedge (\sim\mathrm{P}_4 \vee \mathrm{P}_1 \vee \mathrm{P}_3) \wedge (\sim\mathrm{P}_4 \vee \mathrm{P}_2 \vee \mathrm{P}_3)$

Restricciones lógicas

Ahora las propisiones lógicas se escriben como restricciones, asociando P_i con su Y_i correspondiente, donde Y_i tiene valor de 1 o 0. Por ejemplo, $P_1 = Y_1$ y P_1= (1- Y_1).

Para el caso de la ultima proposición logica, al estar unida por el conector "y", vamos a tener 3 restriciones asociadas (4, 5 y 6).

1) (1-Y_1)+ (1-Y_2) + Y_3+ $Y_4 \geq 1$
$-\mathrm{Y}_1$ - Y_2 + Y_3+ $Y_4 \geq -1$

2) (1-Y_1)+ Y_2 + (1-Y_3)+ $Y_4 \geq 1$
$-\mathrm{Y}_1$ + Y_2 - Y_3+ $Y_4 \geq -1$

3) Y_1+ (1-Y_2) + (1-Y_3)+ $Y_4 \geq 1$
Y_1 - Y_2 - Y_3+ $Y_4 \geq -1$

4) (1-Y_4) + Y_1 + $Y_2 \geq 1$

5) (1-Y_4) + Y_1 + $Y_3 \geq 1$

6) (1-Y_4) + Y_2 + $Y_3 \geq 1$

Restricciones

- Coherencia entre flujos y existencias: $F_r \leq M{*}\mathrm{Y}_r, \quad \forall r \in R$
- Balance de masa : $F_r * Conv_r = O_r \quad \forall r \in R$
- Balance de masa: $\sum_{r \in [1,2,3]} O_r = F_4$
- Demanda: $O_4 \geq D_p$

c) Plantee la función Objetivo

$$\min \sum_{r \in R} C_r * Y_r + \sum_{r \in R} C_p * F_r \tag{1}$$