Función de costo para TSP

Canek Peláez

8 de febrero de 2018

1. La gráfica

Nuestras ciudades y sus conexiones están determinadas por una gráfica $G(E, V)$, $E \subset V \times V$ con una función de peso para las aristas $w : E \longrightarrow \mathbb{R}^+$. La gráfica, aunque muy densa, no es completa, por lo que $w(e) = \infty$ si $e \notin E$.

Para facilitarle la vida a nuestros sistemas, vamos a completar la gráfica $G(E, V)$ a la gráfica completa $K_{|V|}$, y definir la función w' para todas las aristas en $K_{|V|}$.

Definición 1.1 (Pares conectados) *Sea $S \subset V$; definimos a los* pares conectados *E_S de S como*

$$E_S = \{(u, v) : u, v \in S \text{ y } (u, v) \in E\}.$$

Cada par en E_S es único; esto es, si $(u, v) \in E_S$, entonces no consideramos a (v, u) como parte del conjunto.

Definición 1.2 (Promedio de peso) *Sea $S \subset V$; el* promedio de peso *de S (denotado por $\mathscr{A}(S)$) estará definido por:*

$$\mathscr{A} = \frac{\displaystyle\sum_{e \in E_S} w(e)}{|E_S|}.$$

En otras palabras, el promedio de peso de un subconjunto S de V está definido por el promedio de todos los pesos entre pares conectados en S.

Definición 1.3 (Castigo) *Sea $S \subset V$; el* castigo *de V (denotado por $\mathscr{P}$) está definido como:*

$$\mathscr{P}(S) = \mathscr{F} \text{máx}\{S\}.$$

La constante $\mathscr{F}$ es un factor libre (pero mayor a 1) que debe ser sintonizado experimentalmente.

Con $\mathscr{P}$ podemos definir la función de peso aumentada w' para todas las aristas de $K_{|V|}$.

Definición 1.4 (Función de peso aumentada) *Definimos* $w' : V \times V \longrightarrow \mathbb{R}^+$ *de la siguiente manera:*

$$w'(u,v) = \begin{cases} w(u,v) & \textit{si } (u,v) \in E \\ \mathscr{P} & \textit{en otro caso} \end{cases}$$

Con esto ya podemos definir nuestra función de costo para TSP.

2. Función de costo

Sea $S \subset V$; la función de costo f de una permutación $P = \{v_1, \ldots, v_k\}$ de los elementos de S se define como:

$$f(S) = \frac{\displaystyle\sum_{i=2}^{k} w'(v_{i-1}, v_i)}{\mathscr{A}(|S| - 1)}.$$