

DEVOIR ASSURANCE 1

AHMED EL YOUSEFI

1 EXERCICE 1 :

1.1 IMPORTATION DES DONNÉES :

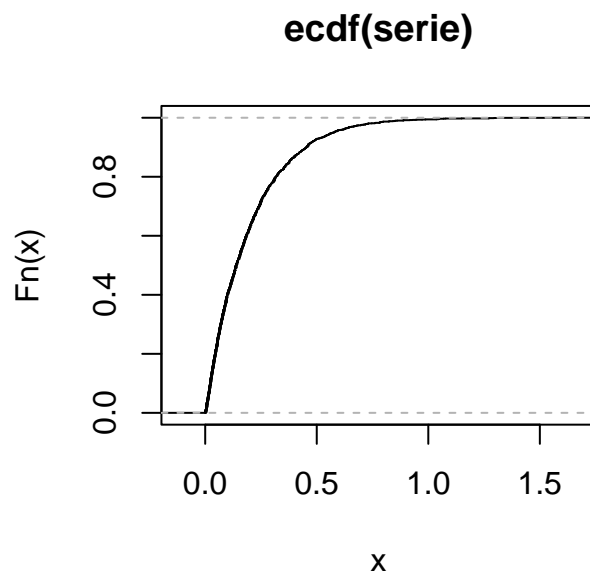
```
setwd("C:/Users/DELL/Documents/R STUDIO/DEVOIR ASSURANCE")
table <- read.csv("montantssinistre16.csv", sep=";", dec=",")
serie <- table[,2]
head(table)
```

```
##   X      x
## 1 1 0.07675949
## 2 2 0.04085351
## 3 3 0.17902609
## 4 4 0.06165967
## 5 5 0.11395614
## 6 6 0.22183424
```

1.2 ANALYSE EXPLORATOIRE :

Faisons le plot de la fonction de repartition empirique de l'échantillon :

```
plot(ecdf(serie))
```

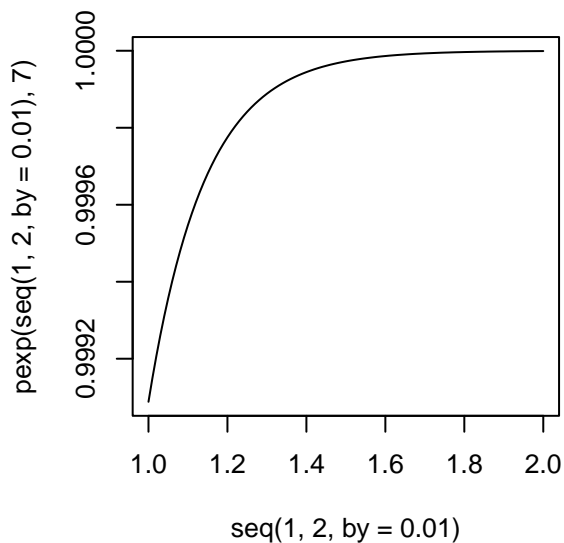
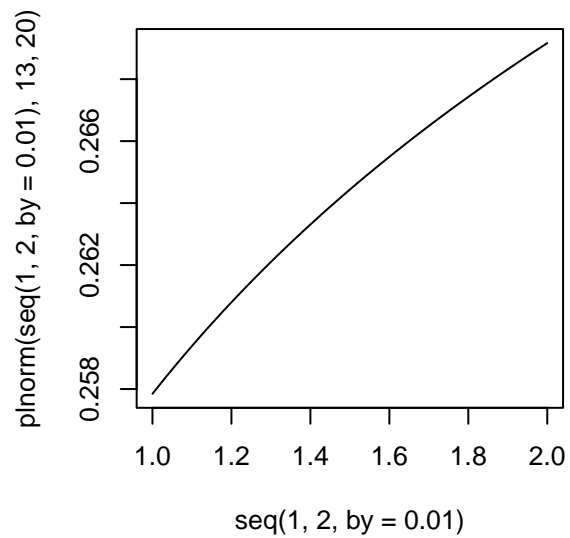
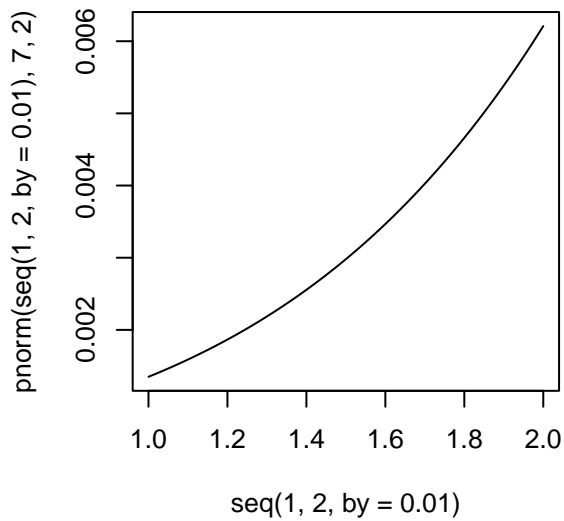


Pour decider une distribution adequate on pourra comparer visualser les fonctions de repartition des trois modeles respectivement de gauche à droite :

- normal
- log normal
- exponentiel

```
par(mfrow=c(2,2))
```

```
plot(seq(1,2,by=0.01),pnorm(seq(1,2,by=0.01),7,2),type="l")
plot(seq(1,2,by=0.01),plnorm(seq(1,2,by=0.01),13,20),type="l")
plot(seq(1,2,by=0.01),pexp(seq(1,2,by=0.01),7),type="l")
```



Il est clair que le modèle *exponentiel* est le plus adéquat (parmi les trois modèles) en fait :

- Le modèle normal a une fonction de répartition convexe, ce qui n'est pas le cas pour la fonction de répartition empirique.
- Le modèle log-normal a une fonction de répartition faiblement concave, ce qui n'est pas le cas pour la fonction de répartition empirique.

1.3 MODELE PARAMETRIQUE :

Ensuite on supposera que la variable : M = montant des sinistres suit la loi exponentielle, c-à-d :

$$M \sim (\mathfrak{E}(\lambda))_{\lambda > 0}$$

NB : il sera aussi possible d'utiliser les modèles : gamma et weibull (le modèle exponentiel n'est qu'un cas particulier de ces deux modèles), mais on préfère d'utiliser le modèle exponentiel pour sa simplicité.

1.3.1 Estimation de paramètre :

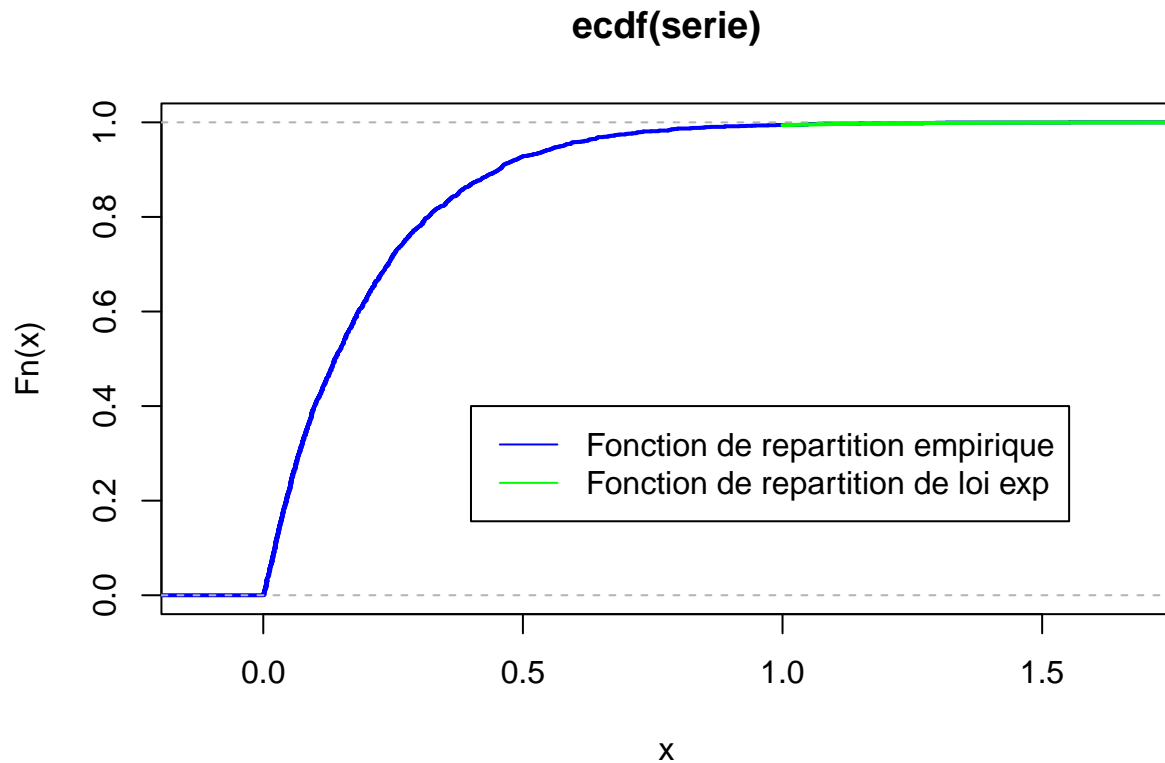
```
library(MASS)
model <- fitdistr(serie , "exponential")
rate <- model$estimate
rate
```

```
##      rate
## 5.116635
```

1.4 EVALUATION DE MODELE :

1.4.1 Evaluation visuelle :

```
plot(ecdf(serie),col="blue",lwd=2)
lines(seq(1,2,by=0.01),pexp(seq(1,2,by=0.01),rate=rate),type="l",col="green",lwd=2)
legend(x=0.4,y=0.4,legend = c("Fonction de répartition empirique","Fonction de répartition de loi exp"))
```



Cette graphique montre la quasi-égalité entre les deux fonctions de répartition, ce qui montre que ce choix était adéquat.

1.4.2 Evaluation statistique :

Pour s'assurer on fera le test de *Kolmogorov* :

```
ks.test(serie , pexp,rate)
```

```
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  serie
## D = 0.012832, p-value = 0.8433
## alternative hypothesis: two-sided
```

1.5 INTERPRETATION :

On obtient un p-value > 5%, donc on décide d'accepter l'hypothèse H_0 avec un risque de 5%. cela signifie que le modèle proposé est validé statistiquement.

2 EXERCICE 2 :

2.1 IMPORTATION DES DONNÉES :

```
setwd("C:/Users/DELL/Documents/R STUDIO/DEVOIR ASSURANCE")
table <- read.csv("nombresinistre16.csv",sep=";",dec=",")
head(table)
```

```
##   X x
## 1 1 3
## 2 2 1
## 3 3 2
## 4 4 1
## 5 5 4
## 6 6 0
```

```
serie <- table[,2]
summary(serie)
```

```
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      0.00   1.00   2.00   2.02   3.00   9.00
```

2.2 ANALYSE EXPLORATOIRE :

```
glue::glue_collapse(
  c(
    "MOYENNE EMPIRIQUE : " ,
    mean(serie), "\n" ,
    "VARIANCE EMPIRIQUE : " ,
    var(serie)
  )
)
```

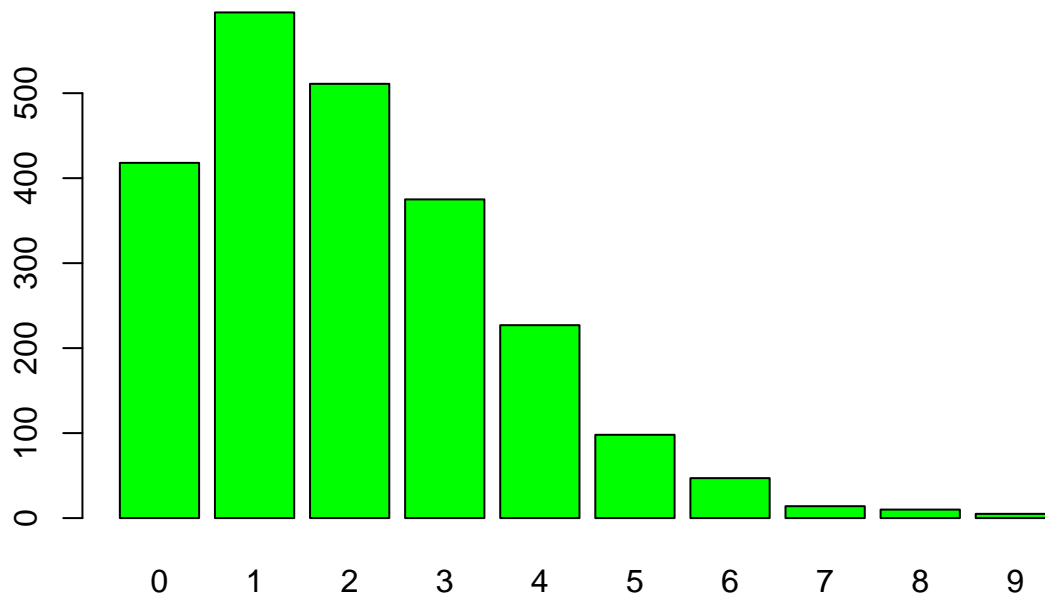
```
## MOYENNE EMPIRIQUE : 2.0195652173913
## VARIANCE EMPIRIQUE : 2.66990846681922
```

On remarque bien que la moyenne empirique est inférieure à variance empirique, ce qui permet de conclure :

$$E(N) < V(N)$$

Cela nous encourage à utiliser le modèle **binomiale négative** pour modéliser la variable : $X = \text{nombre sinistres}$. On peut voir aussi l'histogramme de l'échantillon fourni dans la base des données :

```
effectives <- table(serie)
barplot(effectives,col="green")
```



2.3 MODELE PARAMETRIQUE :

En suite on supposera que la variable : N = nombre des sinistre suite une modèle binomiale négative, c-à-d :

$$N \sim (\mathfrak{B}_{\mathfrak{N}}(n, p))_{n \in \mathbb{N}, p \in [0,1]}$$

2.3.1 Estimation de parametre :

```
library(vcd)

## Le chargement a nécessité le package : grid
model <- goodfit(serie , "nbinom")
model$par

## $size
## [1] 6.016545
##
## $prob
## [1] 0.7486887
size <- as.integer(model$par$size)
prob <- model$par$prob
```

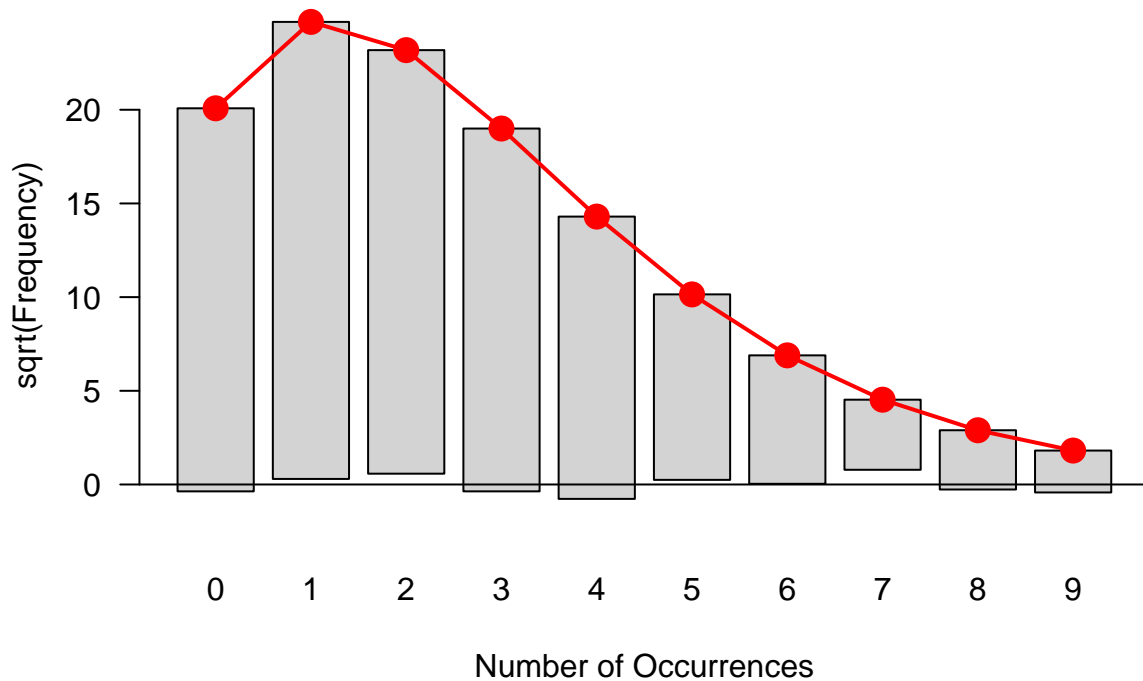
L'estimateur de maximum de vraiesemblance (défini en **R**) montre que :

$$X \sim \mathfrak{B}_{\mathfrak{N}}(6, 0.74)$$

2.4 EVALUATION DE MODELE :

2.4.1 evaluation visuelle :

```
plot(model)
```



Le graphique rouge représente la racine carrée de l'effective des sinistres espérée (en théorie) par le modèle binomiale, en outre le **barplot** en gris représente la racine carrée de l'effective expérimenté des sinistres.

2.4.2 evaluation statistique :

Visualisons d'abord les valeurs observées vs les valeurs espérées par le modèle :

```
library(data.table)
data<-data.table(model$count , model$observed , model$fitted)
data
```

```
##      V1 V2      V3
## 1:  0 418 403.139879
## 2:  1 595 609.557911
## 3:  2 511 537.428060
## 4:  3 375 360.909545
## 5:  4 227 204.451633
## 6:  5  98 102.932040
## 7:  6  47  47.495974
## 8:  7  14  20.490400
## 9:  8  10   8.378538
## 10: 9   5   3.279282
```

Regroupons d'abord les valeurs esperée par le modele qui sont < 5 , ici on regroupe les classes 8 et 9.

```
data[9,2:3]<-data[9,2:3]+data[10,2:3]
data<-data[1:9,]
data
```

```
##      V1  V2      V3
## 1:   0 418 403.13988
## 2:   1 595 609.55791
## 3:   2 511 537.42806
## 4:   3 375 360.90954
## 5:   4 227 204.45163
## 6:   5  98 102.93204
## 7:   6  47  47.49597
## 8:   7  14  20.49040
## 9:   8  15  11.65782
```

Effectuant maintenant le test statistique :

```
data<-as.matrix(data[,3])
n<-length(data)

proba <- sapply(1:(n-1), function(n){dnbinom(n,size = size,prob = prob)})
proba <- c(proba , 1-sum(proba))
# The statistical test :
stat<-chisq.test(data,proba)$statistic
df<-n-2-1
pvalue<-1-pchisq(stat,df)
names(pvalue)<-c("p-value")
pvalue
```

```
##      p-value
## 1.588729e-13
```

```
chisq.test(data,proba)
```

```
##
##  Pearson's Chi-squared test
##
## data:  data and proba
## X-squared = 72, df = 64, p-value = 0.2303
```

2.5 INTERPRETATION :

On voit bien que le $p\text{-value} < 5\%$, donc on rejette l'hypothese H_0 . Ce qui signifie que le modèle **binomiale négative** n'est pas valide statistiquement.