

# Árvores

Prof. Rafael Guterres Jeffman  
rafael.jeffman@gmail.com

# Estruturas de Dados em Árvore

- Árvores são um caso especial de grafo direcionado.
- Árvores simulam estruturas hierárquicas
- Possuem um valor “raiz”.
- São representadas como nodos encadeados.
- Cada nodo possui um valor e uma lista de filhos, que por sua vez, são árvores.

# Conceitos

- Nodo: elemento básico da árvore, formado por um conjunto de dados referentes ao conteúdo, e uma coleção de Nodos, os filhos.
- Floresta: conjunto de árvores.
- Raíz: primeiro elemento da árvore.
- Folhas: Nodos da árvore sem filhos.

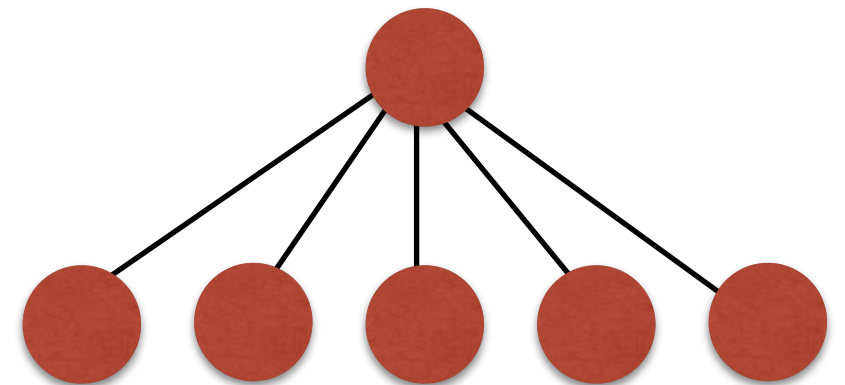
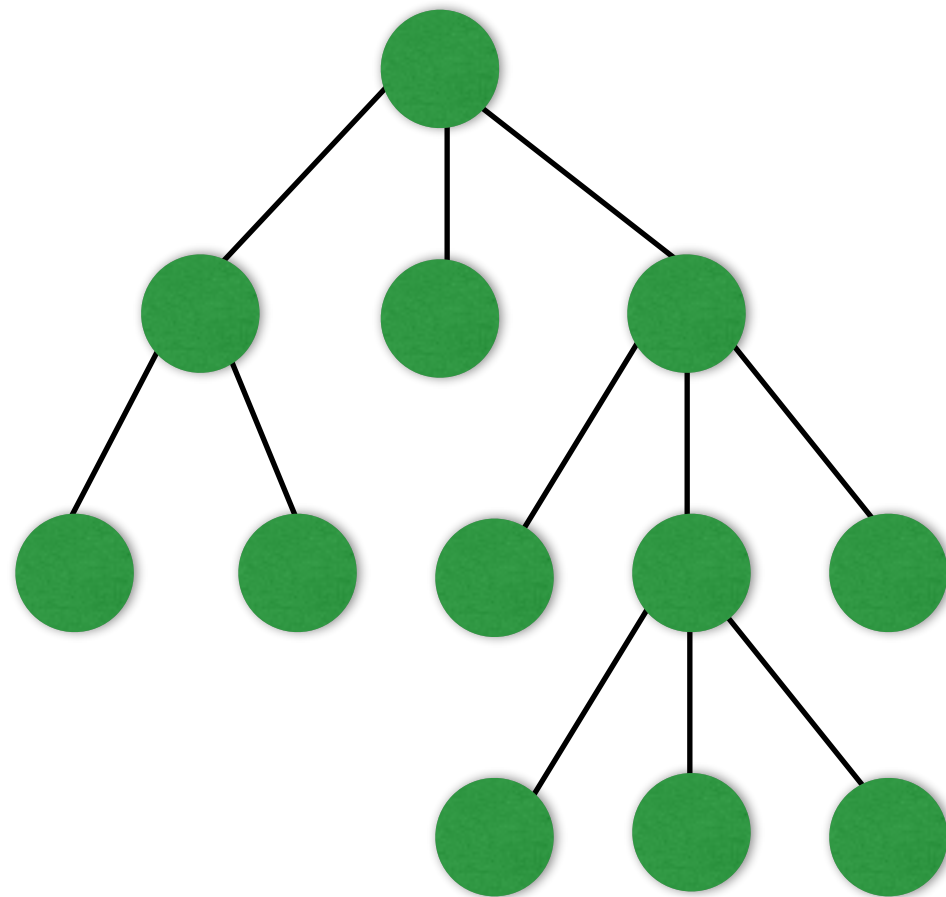
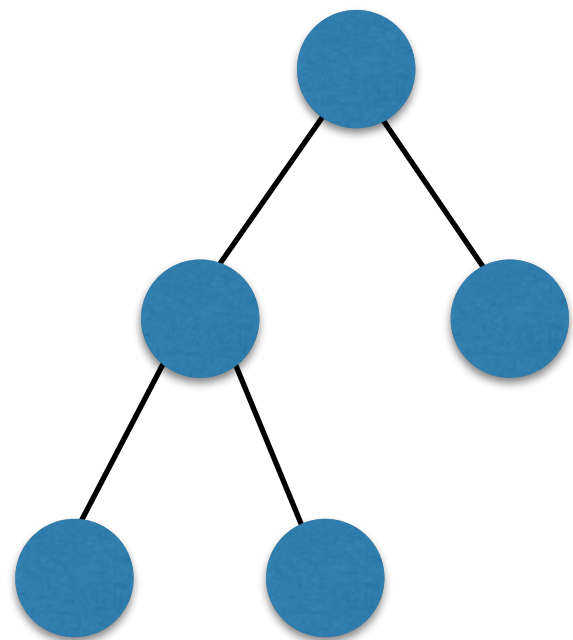
# Conceitos

- Nodos internos: nodos que não são raiz ou folhas.
- Altura de um nodo:
  - Nodo Folha possui altura igual a 0.
  - Nodos internos ou raiz possuem altura igual a 1 mais a altura de seu filho mais alto.
- Profundidade de um nodo: Número de nodos entre o nodo e a raiz da árvore.

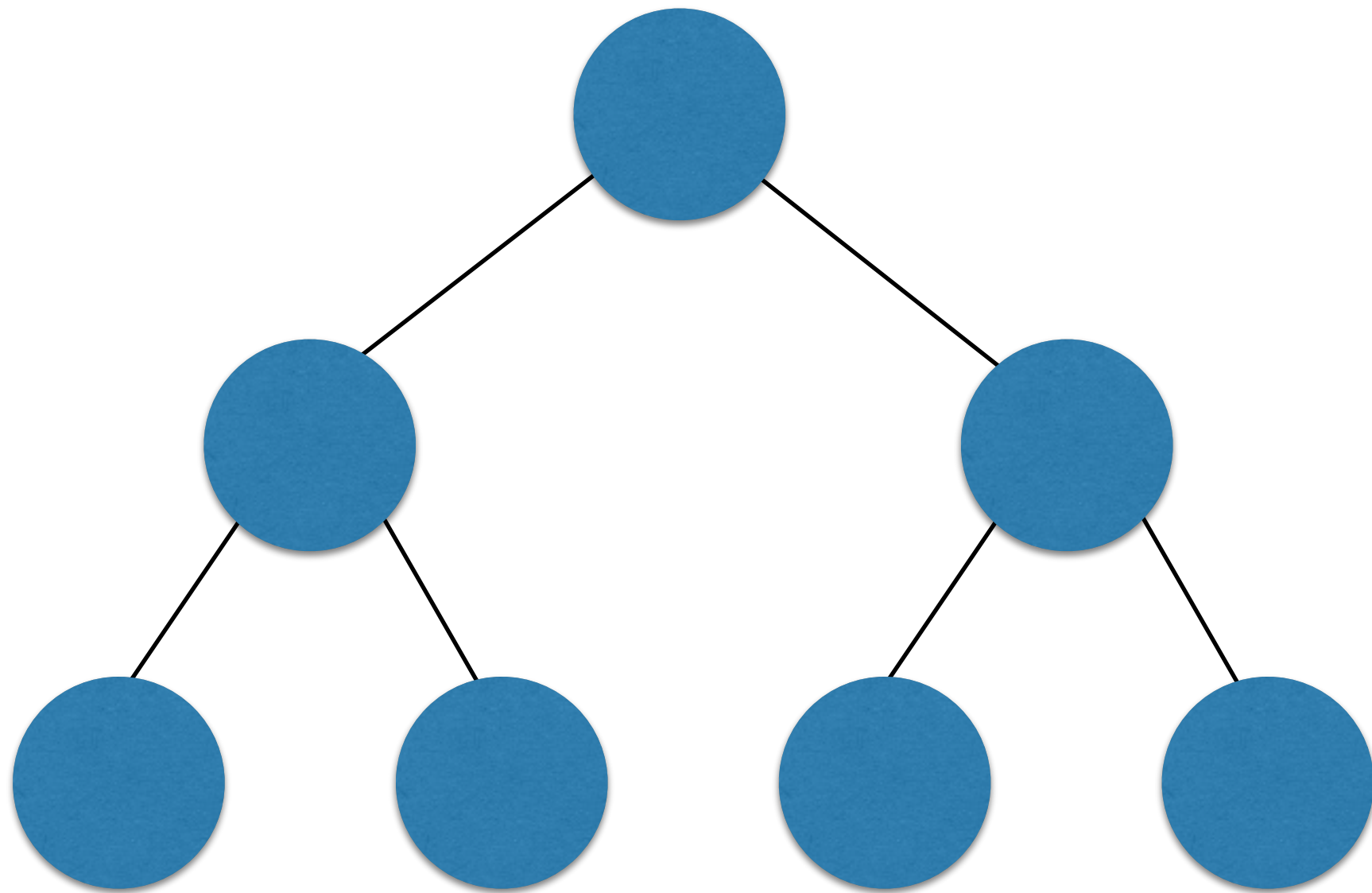
# Conceitos

- Ordem de uma árvore: número máximo de filhos que um nodo pode ter.
- Caminho: Lista de nodos necessários para ir de um nodo a outro na árvore.
- Travessia: Forma de encontrar caminhos em uma árvore.

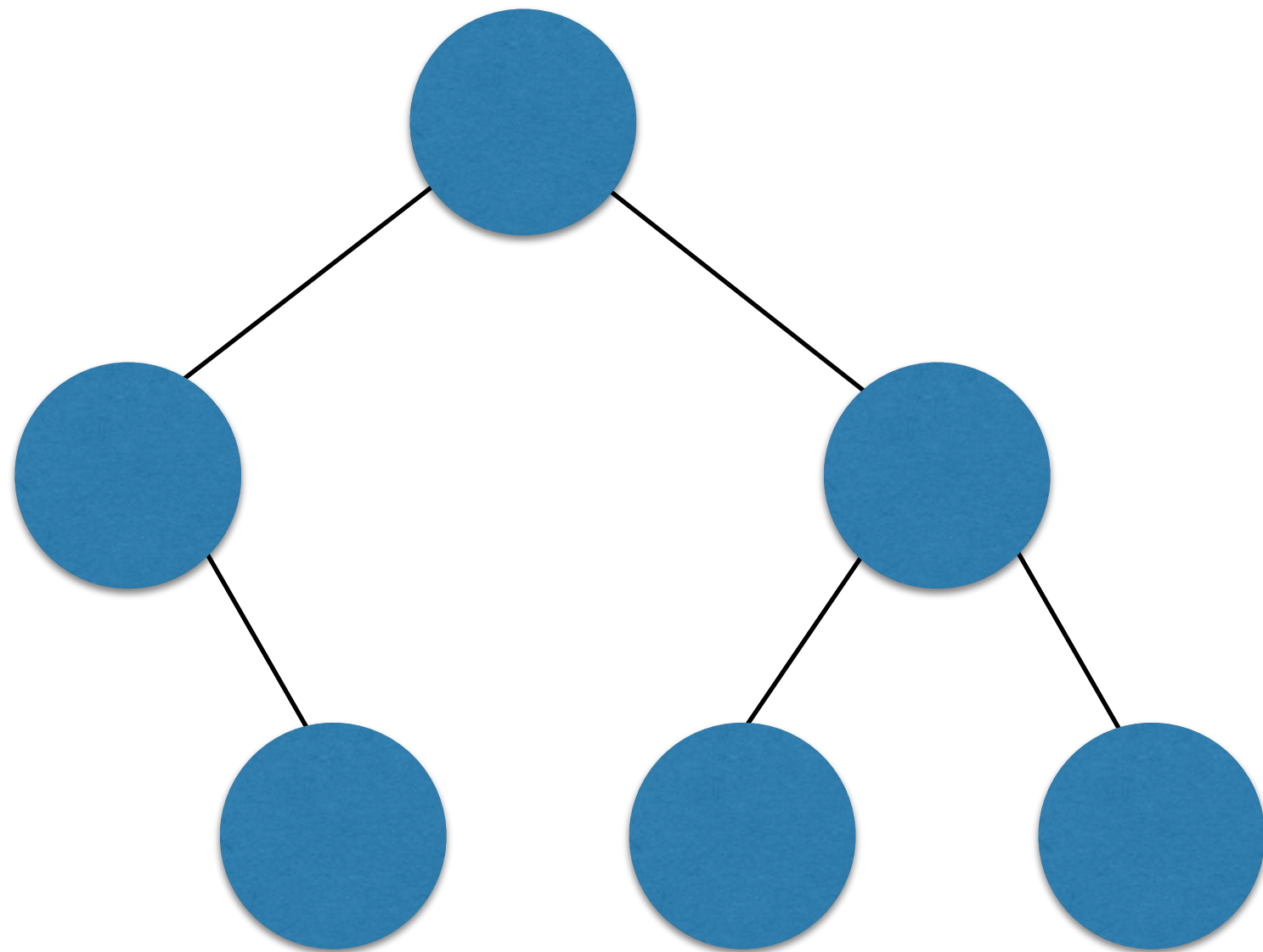
# Árvores de Diferentes Ordens



# Árvore Cheia

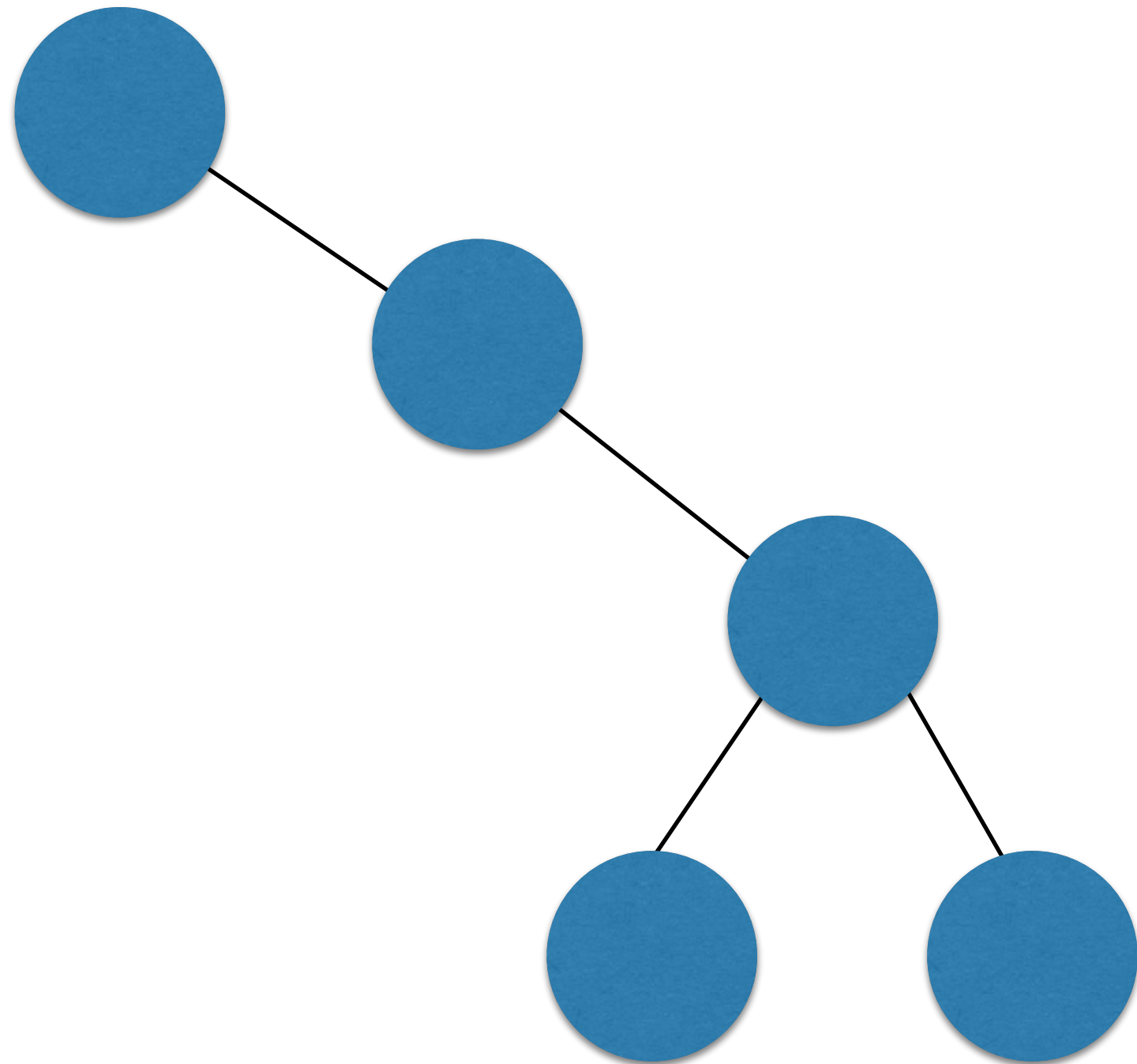


# Árvore Balanceada





# Árvore Degenerada



# Tipos Comuns de Árvores

- Árvores Binárias de Pesquisa
- Árvores AVL
- Árvores Red-Black (Rubro-Negras)
- Árvores B (B<sup>+</sup>-Tree, B<sup>\*</sup>-Tree)
- Árvores KD
- Árvores R

# Aplicações de Árvores

- Estruturas otimizadas para pesquisa de dados.
- Índices de Bancos de Dados.
- GPS
- Estruturas hierárquicas (ex: Taxonomias, Diretórios)

# Operações em Uma Árvore

- Inserção de um nodo.
- Remoção de um nodo.
- Procura de um nodo.
- Procura da raiz de um nodo.
- Enumerar todos os itens de uma árvore.
- Enumerar uma sub-árvore.
- Remover uma seção da árvore.
- Inserir uma seção na árvore.

# Implementação de Árvores

- Implementação por Nodos.
- Implementação por Listas.
- Implementação por Grafos.

# Travessia em Árvores

- Chama-se “travessia”, o ato de visitar os itens de uma árvore seguindo um “caminho” na árvore, seguindo as conexões entre os nodos e seus filhos.
- Podemos caminhar em uma árvore de três maneiras:
  - Travessia prefixa.
  - Travessia infix.
  - Travessia pós-fix.

# Travessia Prefixa

- Em inglês, travessia “pre-order”.
- Primeiro avalia o conteúdo do nodo, após, avalia os filhos a esquerda e após os filhos a direita.

# Travessia Infixa

- Em inglês, travessia “in-order”.
- Primeiro avalia o conteúdo dos nodos a esquerda, após avalia o conteúdo do nodo e depois os filhos a direita.



# Travessia Pós-fixa

- Em inglês, travessia “post-order”.
- Primeiro avalia o conteúdo dos nodos a esquerda, após os nodos a direita, e por fim, o conteúdo do próprio nodo.

# Procura por um Elemento

- Em uma árvore, não ordenada, a procura por elementos deve seguir a idéia de busca seqüencial.
- A busca por um elemento pode ser realizada como uma travessia prefixa, infixada ou pós-fixada.
- A busca também pode ser realizada “em largura” ou “em profundidade”.

# Busca em Largura

- Também conhecida por “Breadth First Search” (BFS).
- Algoritmo:
  - Adicione a raiz a uma fila.
  - Enquanto a fila não está vazia:
    - Retire um nodo da fila.
    - Se o nodo retirado for o nodo desejado, retorne o nodo como resultado do algoritmo.
    - Adicione os filhos do nodo à fila.
  - Se a fila ficar vazia, o nodo não existe na árvore.

# Aplicações da Busca em Largura

- Mais utilizada em Grafos, do que em árvores.
- A principal aplicação em árvores, é a serialização/deserialização de árvores ordenadas, que permite uma reconstrução mais eficiente.

# Busca em Profundidade

- Também conhecida por “Depth First Search” (DFS)
- Algoritmo:
  - Adicione a raiz a uma pilha.
  - Enquanto a pilha não estiver vazia:
    - Retira um elemento da pilha
    - Se não for o elemento sendo procurado, adiciona todos o filhos do elemento à pilha.
- Se a pilha ficar vazia, o elemento procurado não existe na árvore.

# Aplicação da Busca em Profundidade

- Mais utilizada em Grafos, do que em árvores.
- Resolução de *puzzles* com uma única solução, como **labirintos**.