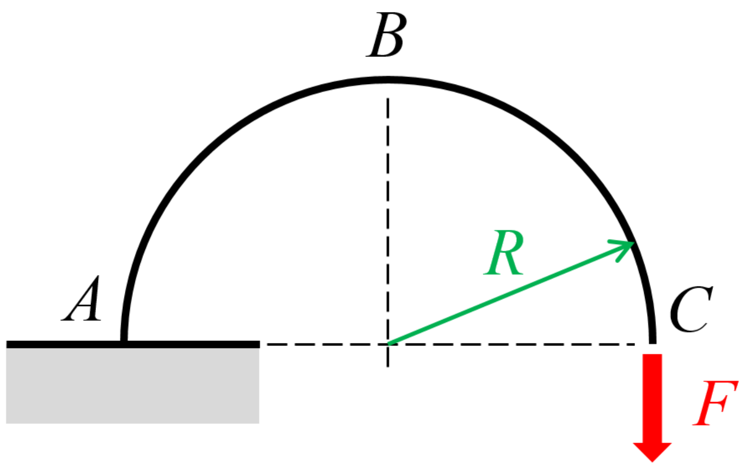
1 Példa 7.1

Határozzuk meg a végkeresztmetszet függőleges elmozdulását!

a) Az alakváltozási energia számításakor hanyagoljuk el a normál igénybevétel hatását;

b) Vegyük figyelembe a normál igénybevétel hatását is!



2 Megoldás

Betöltjük a `sympy` modult. Definiáljuk a szimbólumokat.

In [1]:

```
import sympy as sp
sp.init_printing()

F, R, ϕ, I, E, A = sp.symbols('F, R, ϕ, I, E, A') #φ: \varphi + tab

```

2.1 a) feladat

Az alakváltozási energia:

$$U = U_{Mh}.$$

A hajlító igénybevétel φ koordináta szerint:

$$M_h(\varphi) = FR(1 - \cos\varphi).$$

A csak hajlítást figyelembe vévő esetben az elmozdulást a következő integrál meghatározásával kapjuk:

$$f_h = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{IE}\int_0^{\pi} M_h \frac{\partial M_h}{\partial F} R\mathrm{d}\varphi.$$

A korábban haszált `.diff(x)` utasítás használható parciális deriváltak előállításához, hiszen csak `x` szerint derivál.

In [2]:

```
Mh = F*R*(1-sp.cos(ϕ))
Mhparcder = Mh.diff(F)
Mhparcder
```

Out[2]:

$$R(1 - \cos(\varphi))$$

A `sympy` -ban integrálni az `integrate(kifejezes, valtozo)` utasítással tudunk. Határozott integrál számításához meg kell adnunk a határokat is a következő szintaktikával: `integrate(kifejezes, (valtozo, also_hatar, felso_hatar))` .

Megjegyzés: az integrálás határa lehet ∞. Ez `sp.oo` -ként adhatjuk meg (ha a `sp` néven töltöttük be a `sympy` -t).

In [3]:

```
fh = 1/(I*E)*sp.integrate(Mh*Mhparcder*R,(ϕ, 0, sp.pi))
fh
```

Out[3]:

$$\frac{3\pi F R^3}{2EI}$$

2.2 b) feladat

Az alakváltozási energia:

$$U = U_{Mh} + U_N.$$

Az elmozdulás a normálerőt is figyelembe véve:

$$f_{hN} = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{\partial U_{Mh}}{\partial F} + \frac{\partial U_N}{\partial F},$$

ahol felhaszálhatjuk az a) feladatrész eredményét, hiszen:

$$\frac{\partial U_{Mh}}{\partial F} = f_h.$$

A normál igénybevétel φ szerint:

$$N(\varphi) = F\cos(\varphi).$$

A következő integrált kell kiszámítanunk:

$$f_N = \frac{\partial U_N}{\partial F} = \frac{1}{EA}\int_0^\pi N\frac{\partial N}{\partial F}R\mathrm{d}\varphi.$$

In [4]:

```
N = F*sp.cos(ϕ)
Nparcder = N.diff(F)
fN = 1/(E*A)*sp.integrate(N*Nparcder*R,(ϕ, 0, sp.pi))
fN
```

Out[4]:

$$\frac{\pi F R}{2AE}$$

A normál és hajlító igénybevételből származó elmozdulás:

$$f_{hN} = f_h + f_N.$$

In [5]:

```
fhN = fh + fN
fhN
```

Out[5]:

$$\frac{3\pi F R^3}{2EI} + \frac{\pi F R}{2AE}$$