# 1 Példa 4.6

Határozzuk meg az alábbi feszültségi állapot esetén a maximális csúsztatófeszültséget:

$$\begin{bmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

# 2 Megoldás

A megoldás során szükségünk lesz a `sympy` modulra. A számolások során a feszültségi állapotot jellemző tenzort egy $3 \times 3$-as mátrixként adhatjuk meg, a benne szereplő $\tau$ és $\sigma$ elemeket pedig szimbolikus változóként.

In [1]:

```
import sympy as sp
# Kikötjük, hogy a σ és τ valós értékű változók!
σ, τ = sp.symbols('σ,τ')
σ_matrix = sp.Matrix([[σ,τ,0],[τ,0,0],[0,0,0]])
σ_matrix
```

Out[1]:

$$\begin{bmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A feszültségi állapotot jellemző főfeszültségek és a hozzájuk tartozó főirányok megfeleltethetőek a feszültségi állapotot jellemző tenzor sajátértékeivel és sajátvektoraival. Ezt a `sp.eigenvects` függvénnyel könnyen meghatározhatjuk. Eredményül a mátrixhoz tartozó sajátérték/sajátvektor párokat kapjuk. Az `eig_system` 3 elemeből tevődik össze:

- A sajátérték
- A sajátérték multiplicitása
- A sajátértékhez tartozó sajátvektor(ok)

Tartsuk észben, hogy egy $3 \times 3$-as mátrix esetén ha egy sajátérték multiplicitása nagyobb mint egy, akkor az `sp.eigenvects` nem 3 elemű listát ad eredményül!
Ha csak egy mátrixot kell kiértékeljünk, akkor a fent említett mennyiségek 'kézzel' is kiolvashatóak.

In [2]:

```
eig_system = σ_matrix.eigenvects()
eig_val1 = eig_system[0][0]
eig_val2 = eig_system[1][0]
eig_val3 = eig_system[2][0]
display(eig_val1,eig_val2,eig_val3)
```

$$0$$

$$\frac{\sigma}{2} - \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}$$

$$\frac{\sigma}{2} + \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}$$

A főfeszültségek meghatározásához meg kell tudjuk állapítani a mátrix egyes sajátértékeinek az előjelét. Ebben az esetben el lehet mondani, hogy:

$$\frac{\sigma}{2} + \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} > 0$$
$$\frac{\sigma}{2} - \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} \leq 0$$

Így a főfeszültségek, és az egyenértékű Mohr feszültség:

In [3]:

```
σ1 = eig_val3
σ2 = eig_val1
σ3 = eig_val2
σ_Mohr = σ1-σ3
σ_Mohr
```

Out[3]:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

A Mohr elmélet szerint a legnagyobb csúsztatófeszültség egy pontban egyenlő az ottani feszültségi állapotot jellemző egyenértékű Mohr feszültség felével.

In [4]:

```
τ_max = σ_Mohr/2
τ_max
```

Out[4]:

$$\frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}$$