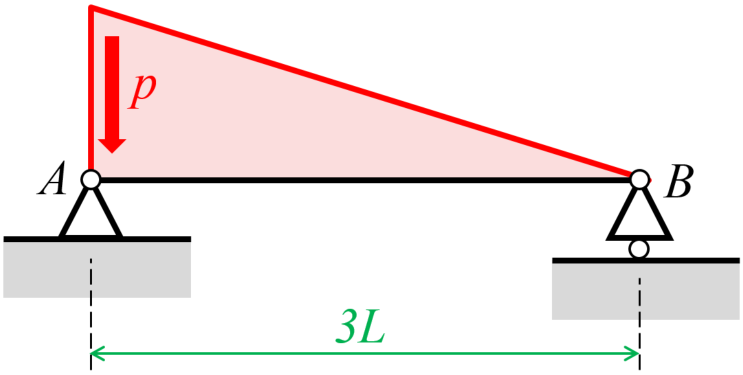
1 Példa 7.5

Határozzuk meg az alábbi kéttámaszú tartónál a keresztmetszet szögelfordulsását a B helyen! A tartó keresztmetszete a élhosszúságú négyzet.



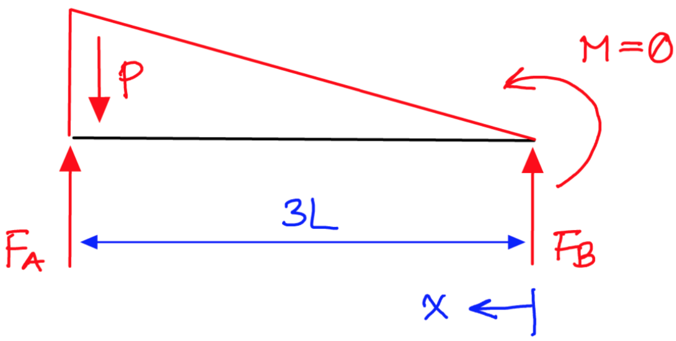
In [1]:

```
import sympy as sp

# Kezeljük a feladatot elsősorban paraméteres formában, majd a legvégén helyett
# Vezessük be az 'M' virtuális nyomatékot a kérdéses 'B' pontban
Fa,Fb,M,p,L,x,I,E = sp.symbols('Fa,Fb,M,p,L,x,I,E')
```

executed in 360ms, finished 15:22:00 2020-04-24

A rekacióegyenleteket az alábbi ábra alapján írjuk fel:



In [2]:

```
# Nyomatéki egyensúly az 'A' pontra (csak az egyenlet bal oldala)
eq1 = -Fb*3*L-M+p*3*L/2*L
sol1 = sp.solve(eq1,Fb)

# Kénytelenek leszünk indexekkel megkülönböztetni a változókat a számítás
# különböző lépéseiben. Ez biztosítja a notebook újrafuttathatóságát.
Fb_sol = sol1[0]
display(Fb_sol)
```

executed in 445ms, finished 15:22:01 2020-04-24

$$\frac{Lp}{2} - \frac{M}{3L}$$

In [3]:

```
# Erőegyensúly az 'y' irányban (csak az egyenlet bal oldala)
eq2 = Fa+Fb_sol-p*3*L/2
sol2 = sp.solve(eq2,Fa)
Fa_sol = sol2[0]
display(Fa_sol)
```

executed in 52ms, finished 15:22:01 2020-04-24

$$Lp + \frac{M}{3L}$$

In [4]:

```
# A reakciók paraméteres ismeretében a hajlítónyomatéki függvény:
Mh = -M-Fb_sol*x+p*x**3/(18*L)
display(Mh)
```

executed in 16ms, finished 15:22:01 2020-04-24

$$-M - x\left(\frac{Lp}{2} - \frac{M}{3L}\right) + \frac{px^3}{18L}$$

In [5]:

```
# Felírjuk továbbá a munkatételhez szükséges deriváltját a hajlítónyomatéki füg
# A sympy automatikusan elvégzi a már definiált kifejezések behelyettesítését (
dMh_dM = sp.diff(Mh,M)
display(dMh_dM)
```

executed in 20ms, finished 15:22:01 2020-04-24

$$-1 + \frac{x}{3L}$$

A rúd keresztmetszeteinek szögelfordulását felírhatjuk a Castigliano munkatétel segítségével:

$$\varphi = \frac{1}{IE}\int_0^{3L} M_h \frac{\partial Mh}{\partial M} dx$$

In [6]:

```
# Elvégezzük a határozott integrálást a már ismert módon (lsd. pl. 7.1. feladat
ϕ = sp.integrate(Mh*dMh_dM/(I*E),(x,0,3*L))
# Az integrálást követően elhagyhatjuk a virtuális nyomatékot
ϕ = ϕ.subs(M,0)
ϕ
```

executed in 170ms, finished 15:22:01 2020-04-24

Out[6]:

$$\frac{21L^3p}{40EI}$$

In [7]:

```
# Beírhatjuk a kapott eredménybe a feladat konkrét numerikus értékeit
a = 20e-3 # m
I_n = a**4/12 # m^4
# Ha több paraméter értékét szeretnénk egy 'subs' kifejezésen belül megadni, ak
ϕ_n = ϕ.subs([(L,0.5),(p,2000),(E,200e9),(I,I_n)])
ϕ_n # rad
```

executed in 20ms, finished 15:22:01 2020-04-24

Out[7]:

0.04921875