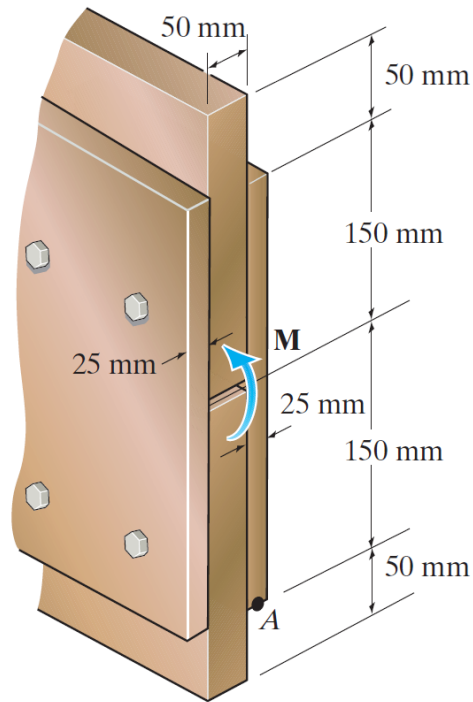


1 Példa 1.11

Az alábbi keresztmetszet terhelése az $M = 5 \text{ kNm}$ hajlítónyomatéki igénybevétel az ábrán látható módon. Határozzuk meg az A pontban ébredő normálfeszültség nagyságát!



2 Megoldás

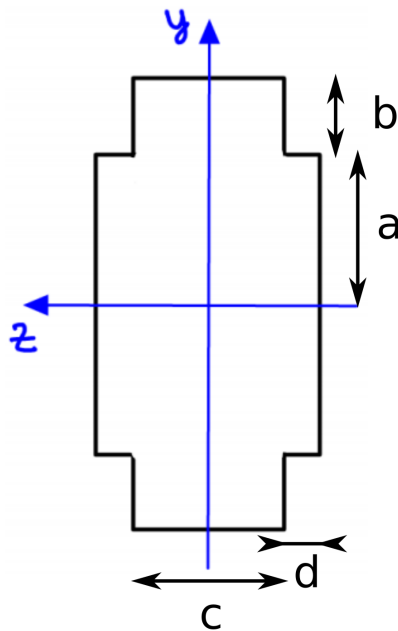
A megoldás során szimbolikus számításokat fogunk végezni (azaz a konkrét értékeket csak a végén helyettesítjük be, előtte a képleteket írjuk fel és rendezzük át). Ehhez szükségünk van a `sympy` modulra.

In [1]:

```
1 import sympy as sp #betöltjük a sympy modul összes függvényét, és sp-ként hivat.
2 # ami függvényt a sympyből használunk azt sp.függvény formában hívjuk meg
```

executed in 548ms, finished 09:30:08 2020-02-18

Nevezzük el a méreteket, hogy egyértelműen tudjunk rájuk hivatkozni.



Definiálnunk kell a később használt szimbólumokat. Az átláthatóság kedvéért mi most a kód legelején definiáljuk őket.

A szintaktika: `valtozonev = sp.symbols("kiirt_nev")`. A programkódban a szimbólumra a `valtozonev`-vel hivatkozunk. A `"kiirt_nev"` (a " kell az elejére és végére) az a karaktersor, amit kiír a program, mint a szimbólum neve, amikor ki akarunk írni egy végeredményt. A `valtozonev` és `"kiirt_nev"` bármi lehet, de célszerű, hogy megegyezzenek.

Egy sorban több szimbólumot is definiálhatunk a lent bemutatott szintaktikával. A `"kiirt_nev"`-ben az egyes változók nevét szóközzel vagy vesszővel választjuk el. Emiatt egy szimbólum neve sem tartalmazhatja ezeket az elválasztó karaktereket!

In [2]:

```
1 a, b, c, d, M, y = sp.symbols("a, b, c, d, M, y")
```

executed in 5ms, finished 09:30:08 2020-02-18

A feladat megad néhány konkrét értéket, amit később behelyettesíthetünk. Ezeket az átláthatóság kedvéért itt, a feladat elején definiáljuk. Az adatokat a mm – N – MPa mértékegységeknek megfelelően adjuk meg.

In [3]:

```
1 a_adat = 150 # mm
2 b_adat = 50 # mm
3 c_adat = 50 # mm
4 d_adat = 25 # mm
5 M_adat = 5000000 #Nmm
```

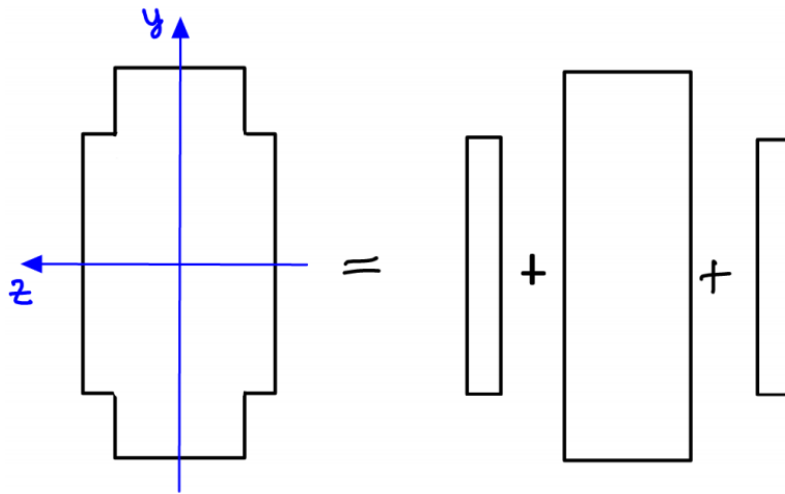
Hogy később egyszerűbben helyettesíthessünk be, készítsük el az ezt segítő listát a (szimbólum, adat) párokból.

Megjegyzés: az nem okoz hibát, ha egy kifejezésbe olyan szimbólumot (is) be akarunk helyettesíteni, ami nem szerepel a kifejezésben.

In [4]:

```
1 adatok = [(a,a_adat),(b,b_adat),(c,c_adat),(d,d_adat),(M,M_adat)]
```

A keresztmetszet másodrendű nyomatékának kiszámításához a keresztmetszetet három részre oszthatjuk fel a lenti ábrának megfelelően.



Így a másodrendű nyomaték:

$$I_z = 2 \frac{d(2a)^3}{12} + \frac{c(2a + 2b)^3}{12}.$$

In [5]:

```
1 Iz = 2*(d*(2*a)**3)/12 + (c*(2*a+2*b)**3)/12
2 Iz
```

Out[5]:

$$\frac{4a^3d}{3} + \frac{c(2a + 2b)^3}{12}$$

Számítsuk ki ennek az értékét numerikusan! Ehhez be kell helyettesítenünk és utána célszerű használnunk az `.evalf()`-t, különben jó eséllyel törtet kapunk végeredménynek.

In [6]:

```
1 Iz_subs = Iz.subs(adatok) # a behelyettesített eredményt eltároljuk az 'Iz_subs'
2 Iz_subs.evalf(10) # mm^4, 10 értékesjegyre kerekítünk
```

Out[6]:

379166666.7

A feszültséget az alábbi módon számolhatjuk:

$$\sigma = \frac{-M}{I_z} y.$$

In [7]:

```
1 sigma = -M/Iz*y # sigma: \sigma + tab
```

A fenti képletbe az A pont feszültségének számításakor y helyére az A pont y koordinátáját írjuk be, ami $-a$. Ezen kívül be kell helyettesítenünk az adatokat is.

Nem mindegy, hogy először az adatokat vagy az A pont y koordinátáját helyettesítjük be a `.subs()`-al.

Tegyük fel, hogy előbb helyettesítjük az adatokat! Ekkor:

1. M helyére beíródik az adat, illetve az Iz kifejezésébe is beíródnak az adatok,
2. a második helyettesítés y -t kicseréli $-a$ -ra,
3. ebbe az a -ba már nem történik behelyettesítés, megint be kellene helyettesíteni az adatokat!

Ha először az A pont y koordinátáját helyettesítjük be:

1. y helyére beírjuk $-a$ -t,
2. mindent be tudunk helyettesíteni,
3. ez a sorrend jó nekünk!

In [8]:

```
1 sigma_A = sigma.subs(y,-a).subs(adatok) # balról jobbra halad a behelyettesítésekkel
2 sigma_A.evalf(5) # MPa, 5 értékesjegyre kiírjuk
```

Out[8]:

1.978

Kíváncsiaknak: miért Iz -t írtuk σ -ba, miért nem a behelyettesített értéket?

Ebben a feladatban ennek nincs nagy jelentősége. Viszont más, összetettebb feladatoknál (nem csak szilárdságtanból) elképzelhető, hogy például egy részeredményt (jelen esetben Iz) egy másik részeredménnyel együtt használunk fel (például osztjuk/szorozzuk egymással őket). Ha csak a számszerű értékeket vesszük tovább, akkor megkapjuk a végeredményt, viszont nem kapunk a végeredmény kiszámításához analitikus összefüggést. Ha a kifejezéseket vesszük tovább, akkor észerevehetünk bizonyos egyszerűsítéseket (például valamelyik bemenő paraméter kiesik), így adott esetben lényegesen egyszerűbb végeredményre juthatunk, mint a két részeredmény önmagában. Ez a szimbolikus számítások egyik legnagyobb előnye összetettebb feladatok esetén.