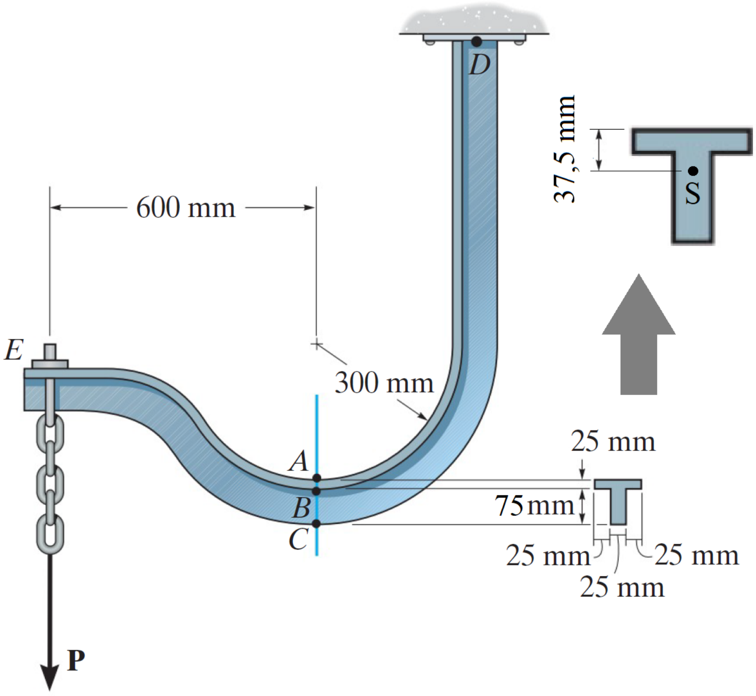
1 Példa 1.16

- Határozzuk meg a megengedhető P terhelés nagyságát, ha az AC keresztmetszeben a hajlításból származó normálfeszültségre $\sigma_{\text{meg}} = 200\,\text{MPa}$.
- Határozzuk meg a semleges tengely távolságát a C ponttól



1.1 Megoldás

Első lépésként importáljuk a szimbolikus számításhoz szükséges modult, és felvesszük a megadott adatokat.

In [19]:

```
import sympy as sp
sp.init_printing() # Eredmény szép megjelenítése (még a python "gyári" változói
 
# Szimbolikus változókat definiálunk olyan változókra, amik vagy paraméterek va
y, P = sp.symbols("y,P")
 
# Adatok
R = 337.5 #mm
h = 100 #mm
A = 3750 #mm^2
I_x = 3320312.5 #mm^4
σ_meg = 200 #MPa
 
R/h
```

executed in 566ms, finished 09:36:10 2020-02-25

Out[19]:

3.375

A megfelelő feszültségi elmélet kiválasztásához vizsgálnunk kell az R/h hányados értékét. Jelen esetben $2 < R/h < 8$, így a Grashof-képletet használhatjuk, ahol az I_0 redukált másodrendű nyomatékot

közelíthetjük a hajlítás tengelyére számolt másodrendű nyomatékkal.
A hajlítónyomaték a vizsgált keresztmetszetben:

In [20]:

```
M_h = -600*P
M_h
```

executed in 527ms, finished 09:36:12 2020-02-25

Out[20]:

$$-600P$$

A Grashof-képlettel meghatározhatóak a keresztmetszet pontjaiban a hajlítás hatására ébredő feszültségek:

$$\sigma_{\mathrm{h}}(y) = \frac{M_{\mathrm{h}}}{RA} + \frac{M_{\mathrm{h}}}{I_{\mathrm{x}}} y \frac{R}{R+y}.$$

In [21]:

```
σ_h = M_h/(R*A) + M_h/I_x*y*R/(R+y)

# Megj.: Az '.evalf(5)' metódus kerekíti 5 értékes jegyre a 'float' típusú vált
#         Mivel csak kiíráshoz használjuk, így a tárolt kifejezésünket ez nem mó

σ_h.evalf(5)
```

executed in 603ms, finished 09:36:13 2020-02-25

Out[21]:

$$-\frac{0.060988Py}{y+337.5} - 0.00047407P$$

Hajlításkor a maximális feszültség valamely szélső szálban ébred, így σ_{h} -t kiértékeljük ezeken a helyeken:

In [22]:

```
# A görbületi középponthoz közelebbi szélső szál
σ_h1 = σ_h.subs(y,-37.5)

# A görbületi középponttól távolabb eső szélső szál
σ_h2 = σ_h.subs(y,62.5)

# Megj.: Ha egy cellából több kifejezést szeretnénk kiírni, akkor erre explicit
#         Erre a standard metódus a 'print()', de notebookban használható a 'dis

display(σ_h1.evalf(5))
display(σ_h2.evalf(5))
```

executed in 1.06s, finished 09:36:15 2020-02-25

$$0.0071495P$$

$$-0.010003P$$

Látható, hogy a görbületi középponttól távolabbi szálban ébred az **abszolút értékben** nagyobb feszültség ($\sigma_{\mathrm{h2}} = \sigma_{\mathrm{h,max}}$), így P maximális nagyságát ezekben a pontokban határozzuk meg. P az alábbi egyenletből számolható ki:

$$\sigma_{\mathrm{h,max}} = \sigma_{\mathrm{meg}}.$$

In [30]:

```
# Definiáljuk a nullára rendezett egyenletet, amit meg szeretnénk oldani.

megengedheto_eq = σ_h2-σ_meg

#Ezt követően megoldjuk az egyenletet P-re (kifejezzük P-t), és a megoldást elt
P_meg_list = sp.solve(megengedheto_eq, P) # A parancs első argumentuma a megold
                                          # a második pedig a kérdéses változó,

# A kapott eredmény egy 'list' objektum, melynek több eleme lenne, ha az egyenl
# 'P_meg' legyen egyenlő a lista első elemének (azaz indexelés alapján a 0.-nak

P_meg = abs(P_meg_list[0]) # Az abszolút értéke kell, ugyanis méretezésnél a fe
display(P_meg.evalf(5))

# Egyszerű egyenletek esetén kézzel is rendezhető az egyenlet:
P_meg = abs(σ_meg/σ_h2*P)
display(P_meg.evalf(5))
```

executed in 1.10s, finished 09:42:45 2020-02-25

19993.0

19993.0

A megengedett terhelő erő: $P = 19993\,\mathrm{N}$.

A semleges tengelyben a hajlításból származó feszültség nulla, ami felírható a következő egyenlet formájában:

$$\sigma_\mathrm{h}(y^*) = \frac{M_\mathrm{h}}{RA} + \frac{M_\mathrm{h}}{I_0} y^* \frac{R}{R + y^*} = 0,$$

ahol

$$M_\mathrm{h} = -600 P_\mathrm{meg}.$$

In [37]:

```
M_h = -600*P_meg
egyenlet = M_h/(R*A) + M_h/I_x*y*R/(R+y)

# Megoldjuk az egyenletet 'y'-ra, és tároljuk a 'sol' változóban

# Az eredményt ismét egy  'list' objektumban kapjuk.
sol = sp.solve(egyenlet, y)
sol
```

executed in 602ms, finished 09:47:58 2020-02-25

Out[37]:

[−2.603221415608]

In [35]:

```
# 'y*' legyen egyenlő a 'sol' nevű list első elemével.
y_star = sol[0]

# A semleges szál távolsága a C ponttól:
d_CY = 100 - 37.5 + y_star

d_CY.evalf(5)
```

executed in 557ms, finished 09:47:35 2020-02-25

Out[35]:

59.897