题解

T1 绝

由于 a, b, c 均为整数，且 $c \le r$ ，因此说明 a, b 均不超过 $(10r+3)^{1/3}$ ，因此考虑枚举 a 和 b ，将 a 和 b 的上界设置为 $(10r+3)^{1/3}$ ，并判定 a^3+b^3 是否可以被表示成 $10c+3$ 的形式。期望得分 60 分。

将 $0 \sim 9$ 的个位数的立方打表写下来，可以发现分别为 $0, 1, 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9$ ，互不相同，因此枚举 a 后实际上 b 的个位数已经确定，因此可以将原来的枚举次数整体除以 10 。

注意到固定 a 且 b 的个位数确定后，符合条件的 b 具有单调性，可以二分或直接 $O(1)$ 计算 b 的上界或下解，时间复杂度 $O(t \times (10r)^{1/3})$ 。

T2 世

首先考虑如何描述旅行者的行程，可以发现我们可以将旅行者的行程拆解成若干段，每一段是一种阵营，由于切换阵营段时需要多花费一次操作，因此当我们确定所有的阵营段之后，这种拆解行程的代价即为二倍区间长度减去在一个阵营段内和阵营段对应阵营相同的国家数量，再加上阵营段的数量（切换阵营段的代价）。

随后观察，可以发现这等价于一个阵营段内的贡献为与对应阵营相同的国家数量减 1 ，将相邻两两阵营相同的国家进行连线，则可以发现一次询问等价于在这个区间内选出最多的开区间线段数量使得线段两两不交。考虑贪心，将所有线段按照右端点从小往大排序，每次能选则选，即可得到最优答案。

考虑如何处理区间询问，注意到每个线段的后继都是唯一的，因此找到其后继，并根据后继建立树形结构，则每次询问相当于查询树上一个点的深度最浅的祖先节点，满足该祖先节点对应区间被询问区间包含。此时可以使用树上倍增做到 $O(n \log n)$ 。将所有询问离线并按右端点从小往大排序，每次询问使用树上并查集快速找到对应祖先，时间复杂度 $O(n\alpha(n))$ 。

T3 高

考虑采用一种合理的方式计算最大的可行割边方案的权值：对原树进行搜索遍历，当对节点 x 的子树遍历完成后，若存在一种颜色完整出现在节点 x 对应子树内，则割掉节点 x 与父节点之间的边，使该连通块产生 1 的贡献。可以发现证明是比较简单的，若不删除这条边，则最终不管点 x 所在连通块是否有贡献，此时删除这条边一定优于不删这条边。

因此考虑对于每种颜色将其在原树上的最近公共祖先节点处考虑，此时遍历节点 x 时，若节点 x 子树内存在一种颜色完整出现则断边，并遍历子树内的剩余节点，随后删除节点 x 的子树。模拟上述过程，时间复杂度 $O(n \log n)$ 或 $O(n)$ ，取决于树上计算最近公共祖先部分的时间复杂度。

T4 手

考虑以所有字符 `2` 作为主体进行分析，不妨假定总共有 k 个字符 `2` ，设第 i 个 `2` 在交换过程中从位置 p_i 移动到了位置 q_i ，首先可以发现每次交换必然是交换两个字符 `1` 和 `2` ，而在移动过程中，由于移动两步的代价在各个方面通常都会比移动一步的代价更小，因此我们会尽可能的移动两步，而在这个过程中我们可能会出现一个字符 `2` 跨越另一个字符 `2` ，因此该部分需要计算贡献。

则经过分析可以发现，其代价为 $\sum_{i=1}^{k}\lfloor\frac{|p_i-q_i|}{2}\rfloor(C+1+1+2)+(|p_i-q_i| \bmod 2)(c+1+2)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}[q_i>q_j]$ 。

可以发现对于 p_i 奇偶性相同的位置，我们必然拥有递增的 q_i ，否则可以通过交换得到更优的代价，因此不妨设 $dp_{i,j}$ 表示对于前面的 i 个 q_i ，我们将其分配给了 j 个奇数位置的 p_k 和 $i-j$ 个偶数位置的 p_k ，按照上述代价式转移即可做到 $O(n^2)$ 。