

注意事项

1. 有 -O2 编译选项。
2. 传统题需要从文件读入且需要输出到文件。文件名见每道题的大标题。
3. 非传统题参见题目具体要求。
4. 题目时空限制在“数据范围与提示”一部分的最后。

数正方体 (cube.in/out)

题目背景

小铃最近新买了一堆磁正方体。

题目描述

小铃将正方体放在一个平面上，每个正方体的边长均为 1。将这个平面建成一个平面直角坐标系，那么沿着 x 轴和 y 轴各有一道零宽度而无限长的障碍，小铃只会将正方体平行于坐标轴的放在该坐标系的第一象限。我们可以用正方体的左下角坐标来标识一个正方体。

对于同一个 x 坐标的正方体，小铃一定会将这些正方体放在尽量低的地方。当 x 坐标为 i ，有 a_i 个正方体时，这些正方体的坐标分别为 $(i, 0), (i, 1), \dots, (i, a_i - 1)$ 。

初始时，只有前 n 个 x 坐标上有正方体， x 坐标为 i 时的正方体个数为 a_i 。小铃可以减少一些 x 坐标上的正方体数量，但她不能改变某个正方体的 x 坐标。

当所有正方体摆出来之后，其图案关于直线 $y = x$ 对称时，小铃才会喜欢这样的摆放。请你帮助小铃计算最少需要减少多少个正方体，才能使得所有正方体摆放出来的图案关于直线 $y = x$ 对称。

输入格式

本题有多组测试数据。第一行一个正整数 T ，表示测试数据数量。

对于每组测试数据，第一行一个正整数 n ，表示初始时只有前 n 个 x 坐标上有正方体。

接下来一行 n 个正整数 a_i ，表示 x 坐标为 i 时的正方体个数。

输出格式

对于每组测试数据输出一行一个整数表示答案。

样例

样例输入 1

```
3
6
6 6 4 4 1 1
6
6 5 5 2 2 1
6
5 3 2 2 1 1
```

样例输出 1

```
2
2
2
```

样例 1 解释

- 对于第一组数据，可以将 a 数组改为 $\{6, 4, 4, 4, 1, 1\}$ ，不难发现这样是对称的。
- 对于第二组数据，可以将 a 数组改为 $\{6, 5, 3, 2, 2, 1\}$ ，不难发现这样是对称的。
- 对于第三组数据，可以将 a 数组改为 $\{5, 3, 2, 1, 1, 0\}$ ，不难发现这样是对称的。

样例输入/输出 2

见下发文件 `cube2.in/ans`。该样例满足测试点 4 ~ 5 的限制。

样例输入/输出 3

见下发文件 `cube3.in/ans`。该样例满足测试点 9 ~ 10 的限制。

数据范围与提示

本题共 10 个测试点，每个测试点 10 分。

测试点编号	特殊性质
1	$n, a_i \leq 6, A$
2	$n, a_i \leq 6$
3	$n, a_i \leq 1000, A$
4 ~ 5	$n, a_i \leq 1000$
6	$a_i \leq 10^5, A$
7	$a_i \leq 10^5$
8	A
9 ~ 10	无

特殊性质 A: 保证 $a_i \geq a_{i+1}$ 。

对于所有数据, $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9, 1 \leq T \leq 20$ 。

0.5s, 1G.

将不可解的我的一切 (myself.in/out)

题目背景

它不是一切。幸福的活着比较重要。比如多睡觉。

虽然它很不可解，但是这道题很可解，我不好说你会不会觉得它好玩但是我觉得挺好玩的。

题目描述

给定一个正整数 n ，找出每一个 k 进制下的没有前导零的正整数 x 使得 x 的每一位的和等于 n ，记所有这样的 x 组成一个集合 S 。

对于 S 中的每一个数 x ，求出它每一位的乘积为 $f(x)$ ，令所有的 $f(x)$ 组成一个集合 T 。求集合 T 的大小，答案对 $10^9 + 7$ 取模。

输入格式

本题包含多组测试数据。第一行一个正整数 t 表示测试数据的数量。

接下来 t 行，每行两个正整数 n, k 。

输出格式

对于每组数据，输出一行一个整数表示答案。

样例

样例输入 1

```
3
1 2
2 3
3 4
```

样例输出 1

```
2
3
4
```

样例 1 解释

- 对于第一组数据, $n = 1, k = 2, T = \{0, 1\}$, 故答案为 2。
- 对于第二组数据, $n = 2, k = 3, T = \{0, 1, 2\}$, 故答案为 3。
- 对于第三组数据, $n = 3, k = 4, T = \{0, 1, 2, 3\}$, 故答案为 4。

样例输入/输出 2

见下发文件 `myself2.in/ans`。该样例满足测试点 7 ~ 8 的限制。

样例输入/输出 3

见下发文件 `myself3.in/ans`。该样例满足测试点 18 ~ 20 的限制。

数据范围与提示

本题共 20 个测试点, 每个测试点 5 分。

测试点编号	特殊性质
1	$k = 2$
2	$k \leq 3, t = 1$
3 ~ 4	$k \leq 3$
5 ~ 6	$n \leq 10, t = 1$
7 ~ 8	$n \leq 10$
9 ~ 10	$n \leq 1000, t = 1$
11 ~ 12	$n \leq 1000$
13 ~ 14	$k \leq 10, t = 1$
15	$k \leq 10$
16 ~ 17	$t = 1$
18 ~ 20	无

对于所有数据, $1 \leq n, t \leq 10^6, 2 \leq k \leq 10^3$ 。

1s, 1G.

基础矩阵问题

(matrix.in/out)

题目描述

提示：题目描述中的“向量”可以理解为一个数组。

小圈是一名运筹学大师。她正在研究如下问题：

给定 m 维 01 空间内 n 个约束，满足 $AX = b$ ，和一个 m 维系数向量 $C \in R^m$ 。你要找到一个满足约束的 m 维列向量 X ，最大化 $C \cdot X$ 。

这个问题是一个过于普通的 01 整数规划问题，小圈同学已经提出了一个关于 n 和 m 的多项式算法来解决它。在论文写作过程中，小圈同学尝试展望一个更新的问题，即把限制组成的非齐次线性方程组改为模 2 意义下的方程组。这下小圈不会了，所以请你来解决这个问题。

给定一个 n 行 m 列的矩阵 $a_{n \times m}$ ，一个 n 维列向量 $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T$ ，和一个 m 维系数向量 $C = [c_1, c_2, \dots, c_m]^T$ ，其中 $a_{i,j} \in \{0, 1\}$ ， $b_i \in \{0, 1\}$ ， $c_i \in [1, 10^9] \cap \mathbb{Z}$ 。你要找到一个 m 维列向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ ，其中 $x_i \in \{0, 1\}$ ，并且满足：

$$\bullet \quad b_i \equiv \sum_{j=1}^m a_{i,j} \times x_j \pmod{2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

最大化 $\sum_{j=1}^m c_j x_j$ ，输出方案。

输入格式

本题单个测试点内有多组测试数据。第一行是一个整数 T ，表示数据组数。对每组数据，按如下格式输入：

第一行是两个整数，表示 n, m 。

接下来 n 行，每行 m 个整数，表示矩阵 $a_{n \times m}$ 。

接下来一行 n 个整数，表示 b_1, b_2, \dots, b_n 。

接下来一行 m 个整数，表示 c_1, c_2, \dots, c_m 。

输出格式

对每组数据，按如下格式输出：

- 如果不存在符合要求的 X ，输出一行一个字符串 -1 。
- 否则在第一行输出最大的 $\sum_{j=1}^m c_j x_j$ ，第二行输出 m 个整数，第 i 个整数表示最大化方案里 x_i 的值。

样例

样例 1 输入

```
3
2 2
0 1
1 0
1 1
1 1
1 1
2 2
0 0
1 1
1 1
1 1
2 2
0 0
1 1
0 1
1 10
```

样例 1 输出

```
2
1 1
-1
10
0 1
```

样例 2

见下发文件 `matrix2.in` 和 `matrix2.ans`，该样例满足测试点 1 ~ 2 的限制。

数据范围和约定

本题共包含 10 个测试点，每个测试点 10 分。

测试点编号	特殊限制
1 ~ 2	$m \leq 20$
3 ~ 5	$m \leq 40$
6 ~ 8	$n \leq 20$
9 ~ 10	无特殊限制

对 100% 的数据, $1 \leq n, m \leq 60, 1 \leq n + m \leq 60, 1 \leq T \leq 5, 0 \leq a_{i,j}, b_i \leq 1, 1 \leq c_i \leq 10^9$ 。

2s, 1G.

人类为人类而写的文字 (people.in/out)

题目背景

像是各种名著啦，励志小说之类的，不全都是人类为人类而写的文字吗？为了社会发展，为了鼓励人类。但这样也势必会引发一些人的反感。

问题描述

铃很讨厌这些文字，于是她决定创建一些自己的文字。一个整数序列 a 是优美的，当且仅当 $\forall i, 0 \leq a_i < k$ 且 $a_{i+1} \equiv a_i + 1 \pmod{k}$ ，其中 k 是一个常数。容易发现这样的序列可以用首项和长度两个非负整数来表示。

铃有 n 个优美的序列，她可以将每个序列分成至多三个连续子段。随后铃可以选择一部分子段，将选择的子段按任意顺序拼接，使得最后拼接出来的序列仍然是优美的。铃想使最后拼接出来的序列尽量长，但她并不会这个题，于是来问你了。

输入格式

第一行两个整数 n, k ，表示初始序列个数和题目描述中的常数。

接下来 n 行，每行两个整数 c_i 和 l_i ，表示第 i 个序列的首项和长度。

输出格式

第一行两个整数 C, L ($0 \leq C < k$)，表示最后序列的首项和能达到的最大长度。

接下来 n 行，第 i 行有 $2 \sim 4$ 个整数：

- 第一个整数 m ($1 \leq m \leq 3$) 表示将第 i 个序列划分成了多少个子段。
- 接下来 m 个 **正整数** 表示每个子段的长度是多少。你需要保证这些数加起来等于 l_i 。

最后一行，第一个整数 s 表示最后序列是由 s 段拼起来的。接下来 s 个正整数表示每一段的长度。你需要保证这些子段在之前描述划分时都出现过。

样例 1 输入

```
5 5
2 1
0 5
1 2
4 2
0 3
```

样例 1 输出

```
4 9
1 1
2 3 2
1 2
1 2
1 3
4 2 2 2 3
```

样例 1 解释

原序列是 $\{2\}, \{0, 1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}, \{4, 0\}, \{0, 1, 2\}$ ，拆分为 $\{2\}, \{0, 1, 2\}, \{3, 4\}, \{1, 2\}, \{4, 0\}, \{0, 1, 2\}$ ，最后拼成 $\{4, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2\}$ 。

样例 2 输入 / 输出

见下发文件 `people2.in/ans`，该样例满足特殊性质 BC， $n, k \leq 100000$ 。

样例 3 输入 / 输出

见下发文件 `people3.in/ans`，该样例满足特殊性质 C， $n, k \leq 100000$ 。

样例 4 输入 / 输出

见下发文件 `people4.in/ans`，该样例满足特殊性质 BD， $n, k \leq 500$ 。

样例 5 输入 / 输出

见下发文件 `people5.in/ans`，该样例满足特殊性质 B， $n, k \leq 100000$ 。

样例 6 输入 / 输出

见下发文件 `people6.in/ans`，该样例满足特殊性质 A， $n, k \leq 100000$ 。

评测用例规模与约定

如果你的输出的最终序列长度和答案相同，并且输出格式正确（仍输出了那么多在应该的范围内的整数），那么你至少可以获得这个测试点 20% 的分数。如果构造正确，则可以获得这个测试点的满分。

共 20 个测试点，每个 5 分。具体数据范围见下。

测试点编号	$n \leq$	k	特殊性质
1 ~ 3	5	≤ 5	$l_i \leq 5, A$
4	10	$= 3$	$l_i \leq 100, B$
5	10	$= 3$	A
6 ~ 8	10^5	$\leq 10^5$	C
9 ~ 10	500	≤ 500	BD
11	10^5	$\leq 10^5$	BD
12 ~ 14	10^5	$\leq 10^5$	B
15 ~ 16	100	$= 10^5$	A
17 ~ 19	10^5	$= 10$	A
20	10^5	$\leq 10^5$	无

特殊性质 A: 先确定 n, k , 之后 c_i, l_i 均在可能的范围内均匀随机。

特殊性质 B: 最终序列长度等于所有序列长度之和 (即每个元素都能被使用上)。

特殊性质 C: 最终序列长度在模 k 意义下为 0。

特殊性质 D: 存在一组最优解, 使得其不需要拆分原本的 n 个序列。

对于全部数据, 有 $1 \leq n \leq 10^5$, $3 \leq k \leq 10^5$, $0 \leq c_i < k$, $1 \leq l_i \leq 10^9$ 。

本题下发 checker, 见下发文件 `checker.cpp`, 你无需关注其中内容。你可以使用 `g++ checker.cpp -o checker -std=c++17` 来编译 checker, 使用 `./checker <input-file> <output-file> <answer-file>` 来测试你的答案, checker 会输出你的得分。如果输入文件不合法, checker 会报错。

1s, 1G.