**Введение**

На одном предприятии произошла модернизация рабочего процесса: закупили и подключили новые рабочие станции между собой. Кроме того, на работу претендует некоторое количество специалистов, причем каждый из них имеет определенный навык по работе на данной аппаратуре. Однако, для успешного взаимодействия важен не столько опыт конкретного оператора, сколько разница с его соседями, поскольку между станциями есть возможность предложить свою помощь или запросить ее у другого. Перед работодателем встал вопрос: Кого из претендентов взять на работу и как рассадить их по рабочим местам, что бы эффективность работы была максимальная.

Рассмотрим задачу об оптимальной рассадке работников по местам. Известно, что на предприятии есть определённое количество рабочих станций, а также сеть их взаимодействия между собой. Некоторые машины имеют достаточный приоритет для начала коммуникации с другой станицей. Кроме того, известно множество потенциальных работников, обладающих определёнными навыками, которая выражается численной характеристикой. Необходимо таким образом назначить людей на рабочие места, чтобы взаимодействие между всеми работниками было максимально. Причем, взаимодействие между двумя работникам находится как разница в их навыках, а общее взаимодействие находится как сумма всех возможных взаимосвязей между работниками.

**Цель курсового проекта**

Разработка алгоритма, основанного на классическом методе ветвей и границ, обеспечивающий точное решение задачи дискретной оптимизации.

**Этапы работ:**

- Построить формальную постановку задачи

- Продумать алгоритм решения задачи

- Выполнить программную реализацию алгоритма

- Провести вычислительный эксперимент

- Проанализировать полученный результат

1. **Формальная постановка задачи**
   1. Исходные данные задачи

на вход алгоритм получает следующие входные данные:  
 – граф рабочих мест, где:

*–* множество рабочих мест

- множество связей между рабочими местами

- численная характеристика навыков i-го сотрудника

* 1. Математическая модель

Варьируемый параметры:  
 – это характеристика сотрудника на i-ом месте

Ограничения модели:

* 1. Критерий задачи
  2. Комбинаторная и математическая сложность

Комбинаторная сложность:

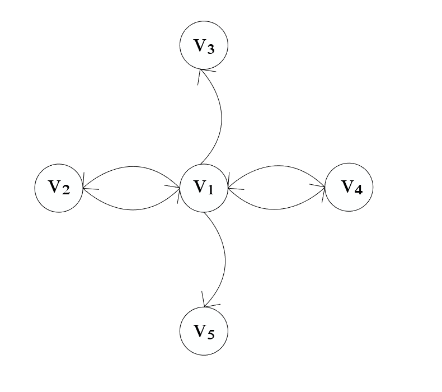
Допустимым решением является выборка без повторений из k характеристик (), размещенных на n вершин (n! вариантов). Таким образом комбинаторная сложность равна

Математическая сложность:

//TODO

Можно попробовать показать, что задача о ранце полиномиально сводится к нашей задаче, следовательно, задача является NP-полной.

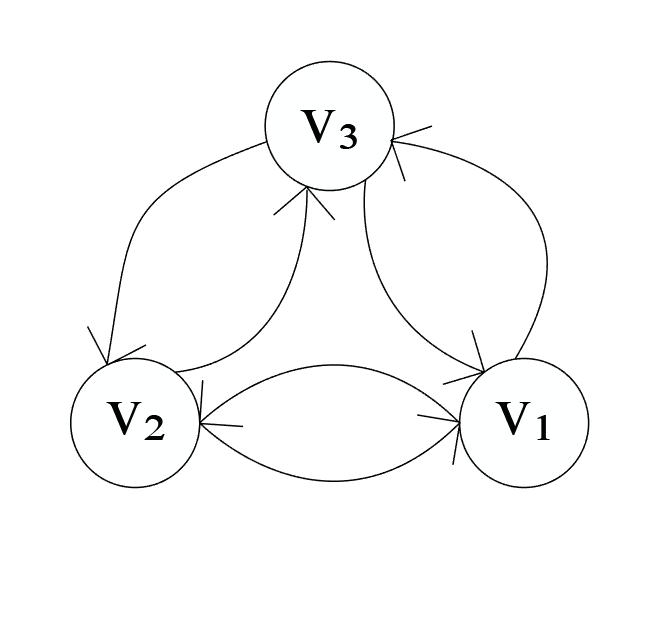
* 1. Индивидуальные постановки задач

1. Дан граф расположения рабочих мест

И множество работников

Недопустимое решение:

Допустимое решение:

1. Дан граф расположения рабочих мест

И множество работников

Недопустимое решение:

Допустимое решение:

1. **Алгоритм решения задачи**
   1. Общая идея:

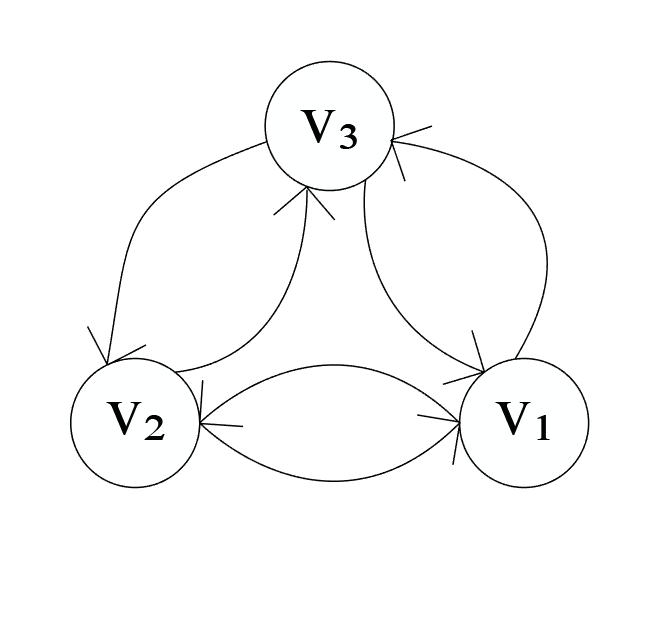
Для решения поставленной задачи мы взяли за основу идею метода ветвей и границ: последовательное использование конечности множества вариантов решений задачи и замена полного перебора сокращенным, направленным перебором. Полного перебора удается избежать за счет отбрасывания “неперспективных” множеств вариантов, т.е. таких, которые заведомо не могут содержать решения “лучшего”, чем решения, оставшиеся в неотброшенном множестве.[[1]](#footnote-1)

Данный метод состоит из нескольких основных процедур: ветвление, оценка, отсев и останов. Далее рассмотрим каждую процедуру более детально.

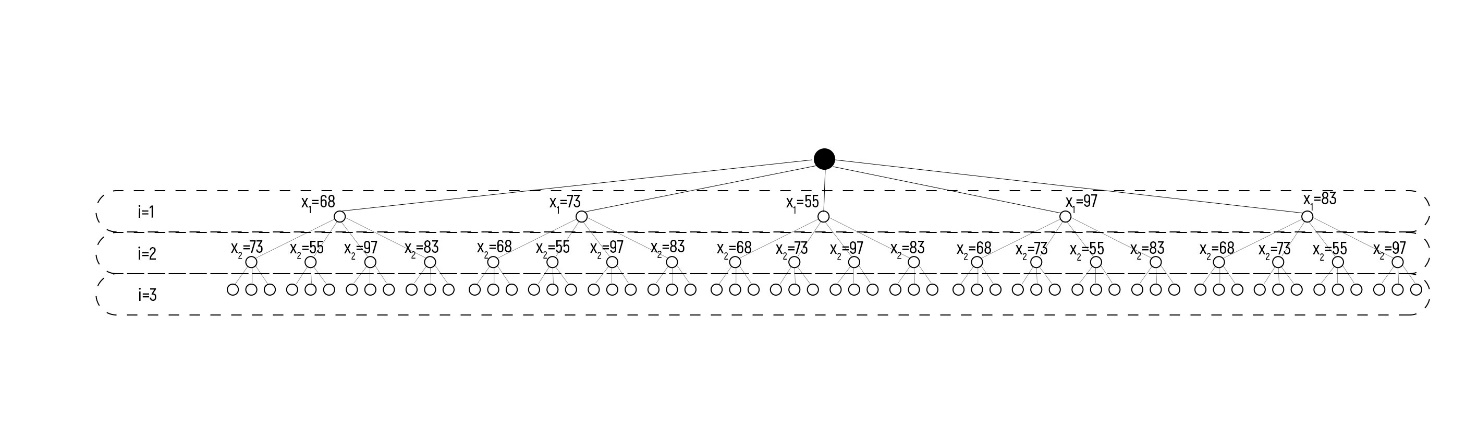
* 1. Процедура Ветвления

Процедура ветвления заключается в разбиении множества решений на более мелкие подмножества, которые составляют дерево поиска оптимального решения. В данном случае мы используем ветвление по численным характеристикам навыков сотрудников. Таким образом на i-ом уровне дерева выбирается работник, который будет размещаться на i-ом рабочем месте

Пример:

Дан граф расположения рабочих мест

И множество работников

**

Дерево поиска будет выглядеть следующим образом:

* 1. Процедура оценки

Для каждого множества решений, находящегося в дереве поиска мы находим верхнюю(V) и нижнюю(H) оценку возможных решений в данном множестве. Так как наша задача поставлена с критерием на максимум, то нижняя оценка будет достижимой на некотором допустимом решении, а верхняя, в большинстве случаях, не достижимая.

* + 1. Нижняя оценка

Нижнюю оценку находим как допустимое решение на множестве решений из дерева поиска. Возьмем не занятое рабочее место наименьшего номера из множества V и проведем соответствие с произвольной, не использованной ранее (например, первой по порядку) численной характеристикой из множества W. Таким образом мы занимаем все рабочие места и получаем допустимое решение (X’). Критерий этого допустимого решения и будет нижней оценкой рассматриваемого множества решений из дерева поиска, то есть V=F(X’).

* + 1. Верхняя оценка

Q – Множество “назначенных вершин”

– минимальная характеристика среди назначенных

– максимальная характеристика среди назначенных

По формуле:

B =

* 1. Процедура отсева.

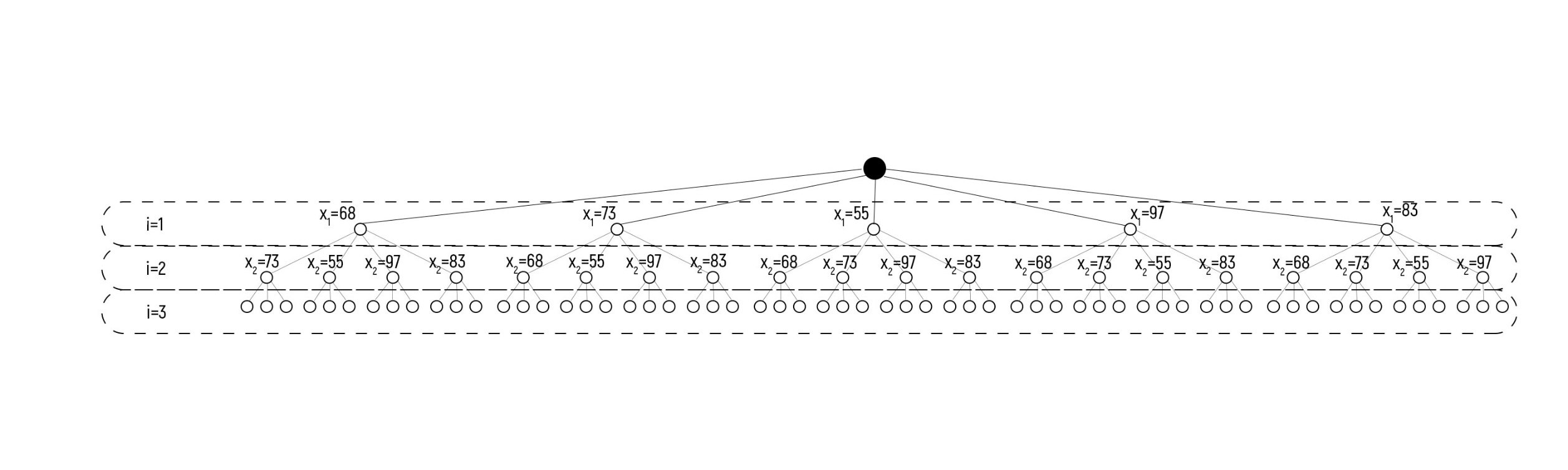
Данная процедура является универсальной для метода ветвей и границ. Пусть у нас есть 2 множества решений, для которого подсчитаны верхние и нижние оценки: . В таком случае, если верхняя оценка одного множества меньше или равна нижней оценке другого множества (, то оно является неперспективным. Это означает, что во втором множестве можно гарантированно найти решение лучше, чем из первого, поэтому неперспективные множества будем отбрасывать.

* 1. Процедура останова.

Процедура останова так же является универсальной процедурой метода ветвей и границ. Эта процедура позволяет алгоритму закончить работу. Если в дереве поиска осталось одно не отброшенное множество решений, в котором верхняя и нижняя оценка совпадают (V=H), то задача решена и максимальное значение критерия, будет определяться достижимой оценкой, в нашем случае – нижней.

* 1. Пример работы алгоритма

//TODO Кирилл Показать работу на своём графе



1. Методическое пособие по курсу "Математические основы информатики" для студентов “"очно-заочного отделения факультета ВМК специальности "Прикладная информатика". Часть 3. / Нжег.гос.ун-т, 2000, с.118. М.Х. Прилуцкий [↑](#footnote-ref-1)