Машинное обучение. Теоретическое задание 1.

Алёна Егорова, 494 группа

Задание 1.

$\hat{y} = \arg\max\limits_y \left(\prod\limits_{i=1}^n P(x^{(i)}|y)P(y) \right) = \arg\max\limits_y \left(\prod\limits_{i=1}^n P(x^{(i)}|y) \right)$
Можно искать максимум прологарифмированной функции:
$\hat{y} = \arg\max\limits_y \left(\prod\limits_{i=1}^n \ln(P(x^{(i)}|y)) \right)$
Подставим плотность:
$\hat{y} = \arg\max\limits_y \left(-\frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2) - \sum\limits_{i=1}^n \frac{(x^{(i)} - \mu_{yi})^2}{2\sigma^2} \right) = \arg\min\limits_y \left(\sum\limits_{i=1}^n (x^{(i)} - \mu_{yi})^2 \right)$
Заметим, что под суммой стоит расстояние между $x^{(i)}$ и μ_{yi}

Тогда получаем, что $\hat{y} = \arg\min\limits_y (\rho(x, \mu_y))$

Задание 2.

Здесь будет решение

Задание 3.

$X-$ объект. $E_b = P$(ошибиться в байесовском подходе)

Тогда $E_b = 1 - max\{P(0|X), P(1|X)\} = min\{P(0|X), P(1|X)\}$

$E_{1NN} = P$(ошибиться в 1NN).

Тогда $E_{1NN} = P(Y_{1NN} = 1|X_{1NN})P(0|X) + P(Y_{1NN} = 0|X_{1NN})P(1|X_{1NN}) \simeq 2P(1|X)P(0|X)$,

т.к. $P(Y|X)$ непрерывен по X $(P(Y_{1NN}|X_{1NN}) \simeq P(Y_{1NN}|X_{1NN}))$

Далее имеем, $2P(1|X)P(0|X) \leq 2min\{P(1|X), P(0|X)\} \Rightarrow E_{1NN} \leq 2E_b$

Т.к. $max\{P(1|X), P(0|X)\} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow E_b \leq E_{1NN}$

Получаем, что метод одного ближайшего соседа асимптотически имеет матожидание ошибки не более чем вдвое больше по сравнению с оптимальным байесовским классификатором.