

交巡警平台设置与调度模型

魏歆¹, 董小小¹, 唐棣¹

指导教师: 罗万春²

(1. 第三军医大学 学员旅九队, 重庆 400038; 2. 第三军医大学 数学教研室, 重庆 400038)

摘要: 设置交巡警平台需要考虑各平台工作量的均衡性以及最长出警时间不能超过 3 min 这两个方面, 可利用 0-1 整数规划, 建立平台管辖区域划分模型。发生突发事件时, 交巡警平台的警力需要被调度到指定的路口执行任务, 最快到达指定路口并且总调度距离最短的方案, 即为最佳调度方案, 运用 0-1 规划可以解决这类指派问题。在犯罪嫌疑人从点 P 逃跑 3 min 后, 为尽快抓捕逃犯, 以点 P 为中心, 从不可封锁点向外逐步延伸, 在平台警力能成功封锁的前提下形成最小围堵圈, 再利用平台警力调度模型, 最终设计出了最佳围堵方案。

关键词: 0-1 规划; 交巡警平台; 调度问题

中图分类号: O23.1; U491.8

文献标志码: A

文章编号: 2095-3070(2012)01-0073-04

1 引言

交巡警平台是将行政执法、治安管理、交通管理以及服务群众四大职能有机融合的新型防控体系。2011 年全国大学生数学建模竞赛的 B 题是一个关于交巡警平台的设置、管辖区域的划分以及发生重大突发事件时警务资源的调度问题。

2 快速封锁交通要道的调度方案

2.1 问题重述

对于重大突发事件, 需要调度全区 n 个交巡警服务平台的警力资源, 对进出该区的 l 条交通要道实现快速全封锁 (其中 $n > l$)。实际中一个平台的警力最多封锁一个路口, 请给出该区交巡警服务平台警力合理的调度方案。

2.2 求解思路

这个问题包括两个部分: (1) 要保证 n 个平台对该区 l 个交通要道实现完全封锁; (2) 要使得封锁方案最快实现。

首先, 用 n 个平台对 l 个出口进行全封锁, 相当于一个指派问题, 即每个出口都必须有一个平台出警去封锁它, 而一个平台只能封锁一个出口。针对这一类问题, 可以利用 0-1 规划^[1]来解决, 即用变量 x_{kj} 等于 1 和 0 分别表示任一平台 j 的警力是否出警到任一出口 k 的状态。

根据短板效应, 一个水桶装的水量, 取决于最短的木板。那么, 全封锁完成的时间就取决于最长的一个“平台—出口”的封锁时间。在这个“短板”确定后, 依然存在多种调度方案。为了在优中选优, 我们进一步以“全部调度的距离总和最短”为目标函数, 选出最优的方案。

2.3 模型

最快实现全封锁的模型为^[2]

$$\min Z = \max_{1 \leq k \leq l} \left(\sum_{j=1}^n S_{kj} x_{kj} \right)$$

收稿日期: 2011-11-26

通讯作者: 罗万春, E-mail: aluo@tmmu.edu.cn

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{k=1}^l x_{kj} \leq 1, j = 1, 2, 3, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{kj} = 1, k = 1, 2, 3, \dots, l \\ x_{kj} \in \{0, 1\} \end{cases}, \quad (1)$$

其中, Z 表示所有调度中的最远距离; S_{kj} 表示第 j 个平台到第 k 个出口的距离, 该距离可由 Floyd 算法^[3] 得出。

根据模型(1), 利用 MATLAB 编程^[4] 和题目中给出的相关数据, 最后可以得到若干组解。这些解的共同特点是最远的调度距离都是平台 j_0 至出口 k_0 的距离。所以完成该区全封锁的最短时间就由此决定, 即 $t = \frac{S_{k_0 j_0}}{V}$ 。

以总调度距离最短为目标函数, 对除平台 j_0 和出口 k_0 以外的出口和交巡警平台进一步作 0-1 规划, 模型为

$$\begin{aligned} \min Y &= \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{j=1}^{n-1} S_{kj} x_{kj} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \max_{1 \leq k \leq l} \left(\sum_{j=1}^n S_{kj} x_{kj} \right) \leq S_{k_0 j_0} \\ \sum_{k=1}^{l-1} x_{kj} \leq 1, j = 1, 2, 3, \dots, (n-1) \\ \sum_{j=1}^{n-1} x_{kj} = 1, k = 1, 2, 3, \dots, (l-1) \\ x_{kj} \in \{0, 1\} \end{cases}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, Y 表示除平台 j_0 至出口 k_0 距离以外的总调度距离, $n-1$ 表示除平台 j_0 以外的平台总数, $l-1$ 表示除出口 k_0 以外的出口总数。

2.4 应用实例

根据上述方法, 利用 MATLAB 编程^[4], 可以解决 2011 年全国数学建模竞赛 B 题中的一个问题, 即 A 区 13 个交通要道快速封锁的调度方案。得到结果: 最远的调度距离是平台 7 至出口 9 的距离, 最快实现完全封锁的时间为 8 min, 调度的总距离为 47 779 m。

3 划分管辖区域及增加平台的方案

3.1 问题重述

根据现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况, 拟在该区内再增加 2 至 5 个平台, 请确定需要增加平台的具体个数和位置。

3.2 求解思路

解决该问题时, 我们的思路为: (1) 寻找指标来评价工作量的均衡性和出警时间; (2) 在目前不增加平台的前提下, 讨论如何将交巡警平台的管辖范围尽可能地平均分配并减小最长出警时间; (3) 确定新增平台的具体位置和数量, 并分析增加平台后评价指标的变化情况, 寻找最优方案。

首先, 工作量的均衡性可用其变异系数刻画, 出警时间则应分析其最长出警时间。确定评价指标后, 在不增加平台的情况下, 以最长出警时间和最小工作量均衡为目标函数, 以每一个路口必须且仅被一个平台管辖, 而一个平台至少管辖一个路口为约束条件, 利用 0-1 规划对各平台的管辖区域进行划分。

划分后分析发现, 部分平台的出警时间不能满足 3 min 以内的要求, 因此, 需增加平台进行重新规划。先以最长出警时间不超过 3 min 为目标, 在出警时间超过 3 min 的路口依次增加平台, 使得该区的出警时间全部小于 3 min。在此前提下, 尽量满足各平台工作量均衡。

最后, 可分别得到新增平台 2 ~ 5 个时评价指标的变化, 对比各个方案的优劣, 可选出最优的方案。

3.3 模型

以平台的工作量尽量均衡、最长出警时间最短为目标,以平台至少管辖自己所在的路口和每个路口都被平台管辖为约束条件,建立了管辖区域的划分模型^[5] 为

$$\begin{aligned} \min f_1 &= \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (W_j - \bar{W})^2}}{\bar{W}}, \\ \min f_2 &= \max_{1 \leq j \leq n} (T_j) \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_{ij} = 1, & i = j \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, & i \neq j \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \\ i = 1, 2, 3, \dots, m; \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \end{cases}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, W_j 表示交巡警平台 j 的工作量, \bar{W} 表示该区平台的平均工作量, T_j 表示平台 j 的最长出警时间。

3.4 应用实例

将 2011 年全国数学建模竞赛 B 题中的 A 区相关数据代入模型(3),得到在不增加交巡警平台的前提下,最长出警时间为 5.7 min,出现在平台 15 前往路口 29 处理突发事件时。工作量的变异系数为 0.183。

为缩短最长出警时间,将新增平台设置在出警时间最长的路口处。同理可求得增加平台 1~5 个时工作量变异系数及最长出警时间的变化,见表 1。

表 1 增加平台后工作量的变异系数和最长出警时间

新增平台个数	新增平台位置 (路口编号)	工作量的 标准差	工作量的 均值	变异 系数	最长出警 时间(min)
0	无	1.14	6.23	0.183 0	5.70
1	28 或 29	1.34	5.93	0.226 0	4.19
2	61	1.51	5.66	0.266 8	3.82
3	39	1.35	5.41	0.249 5	3.68
4	91	1.04	5.19	0.200 4	2.71
5	67	0.76	4.98	0.152 6	2.71

结论:增加 4 个交巡警平台时,分别位于路口 28(29)、61、39 和 91,此时最长出警时间已达到 3 min 以内的要求,为 2.71 min,工作量的变异系数较小,为 0.200 4。增加 5 个交巡警平台时,分别位于路口 28(29)、61、39、91 和 67,则工作量的变异系数减小,为 0.152 6,最长出警时间仍为 2.71 min。因此,增加 4 或 5 个交巡警平台都满足题目要求。考虑到建设成本,可只增加 4 个交巡警平台;若更重视工作量的均衡性,需增加 5 个交巡警平台。

4 逃犯围堵方案

4.1 问题重述

如果该市地点 P(路口 32)处发生了重大刑事案件,在案发 3 min 后接到报警,犯罪嫌疑人已驾车逃跑。为了快速搜捕嫌疑犯,请给出调度全市交巡警服务平台警力资源的最佳围堵方案。

4.2 思路及算法 校园咖客收集整理 (www.campustars.com)

此问题是对一个逃犯进行封锁,而逃犯是不停运动的,要想确保成功封锁住逃犯,必须讨论逃犯所有可能的逃跑路线。因此,这个问题包括两个部分:(1)找到可以封锁住逃犯所有逃跑路线的路口集合;(2)对这些路口进行 0-1 规划,找出最优的围堵方案。

首先,为了找到可以封锁逃犯的所有路口的集合,综合分析全市的所有路口,判断其能否封锁。不能封

锁的标准:没有一个平台的警力能在犯人逃跑到这个路口之前到达。

接着,根据前面找出的不可能被成功封锁的路口集合,得出一个最小围堵圈。该最小围堵圈由若干个与不能被封锁的路口距离最近的可封锁路口组成。由于每个路口都必须有一个平台出警去封锁它,一个平台也只能封锁一个路口,那么有可能会出现这样一种情况,即两个路口被同一个平台封锁。显然,这两个路口中会有一个不能被成功封锁。

为解决这种“供需不平衡”的情况,将未能完全封锁的路口纳入不能成功封锁的路口,重新生成新的最小围堵圈,再重复以上步骤,直至得出的围堵圈中的每个平台均可被成功封锁。

最后,被封锁的路口确定后,犯人最长的落网时间即可确定。由于最后得到的围堵圈是由中心最小的围堵圈开始逐步向外扩散得到的,所以该围堵方案的落网时间是最短的。而为了确定具体的指派方案,可利用 0-1 规划,以每个路口都有一个平台出警去封锁它、一个平台只能封锁一个路口为约束条件,以总调度距离最短为目标函数,求解出最后的封锁方案。

5 参赛感悟

在比赛中,三名队员既要分工明确,又要配合默契,相互帮助,这样才能取长补短、博采众长。面对分歧时,我们热烈讨论、各抒己见,对各自的观点进行辩论和质疑,最终达成共识后开始分工、互相协作以完成任务。在整个过程中,讨论与交流是必不可少的。俗话说“三个臭皮匠顶个诸葛亮”,只有在交流中才会产生思想的火花,才会迸发出智慧的光芒!

参考文献

- [1] 朱茵,王军利,周彤梅.智能交通系统导论[M].北京:中国人民公安大学出版社,2007.
- [2] 姜启源,谢金星,叶俊.数学模型[M].3版.北京:高等教育出版社,2003.
- [3] 叶奇明,石世光.Floyd 算法的演示模型研究[J].海南大学学报:自然科学版,2008,26(1):47-50.
- [4] 马莉.MATLAB 数学实验与建模[M].北京:清华大学出版社,2010.
- [5] 张锦,王坤.流线网络优化的变分不等式模型与算法[J].西南交通大学学报,2011,46(3):481-487.

The Setting and Dispatch Model of the Traffic and Cruising Police Platform

Wei Xin¹, Dong Xiaoxiao¹, Tang Di¹

Advisor: Luo Wanchun²

(1. The 9th Team of Cadet Brigade, Third Military Medical University, Chongqing 400038, China;

2. Department of Mathematics, Third Military Medical University, Chongqing 400038, China)

Abstract: To post the traffic and cruising police platform properly, the balance of workload of each platform and the time which is spent on the way should be taken into consideration. With the help of 0-1 integer programming, a partition model of the territorial jurisdiction has been established. In emergency, the police from a platform needs to be dispatched to a certain intersection, so we are also based on 0-1 programming to get the best scheme which is the fastest and shortest in general. In the condition that the criminal had fled from Point P for 3 minutes before the police set out, in order to catch the criminal as soon as possible, we firstly seek out the smallest blockade circle, and check whether each intersection in the circle can be successfully closed off by the police, if not we expand the blockade circle until it is true, then we once again use the dispatch model to draw the best plan for blockade the criminal.

Key words: 0-1 integer programming; the traffic and cruising police platform; dispatch model

作者简介

魏歆,董小小,唐棣,第三军医大学本科 2008 级学生,多次参加全国大学生数学建模竞赛和美国数学建模竞赛,在 2011 年全国大学生数学建模竞赛中获得 MATLAB 创新奖。

罗万春,博士,副教授,第三军医大学生物医学工程与医学影像学院数学教研室教师。