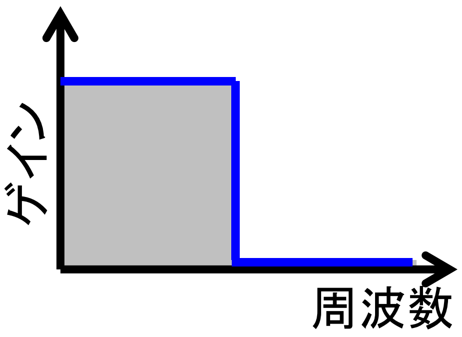
信号処理システム特論

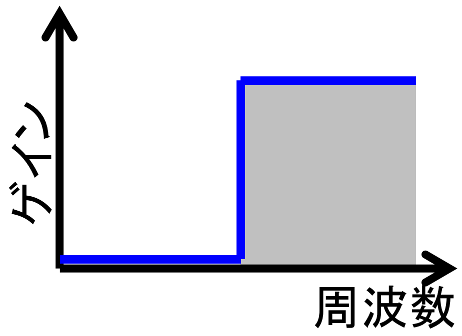
ノイズ除去＆音源分離

代表的な周波数選択型フィルタ ～振幅特性による分類～

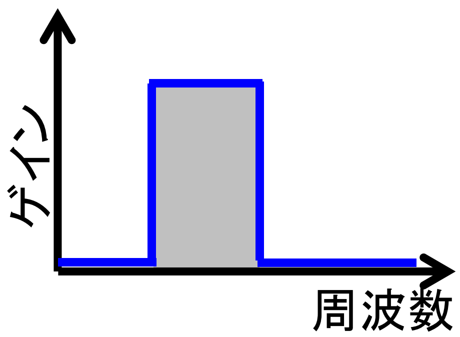
ローパス・フィルタ



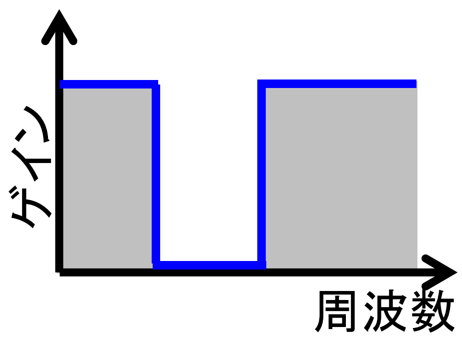
ハイパス・フィルタ



バンドパス・フィルタ

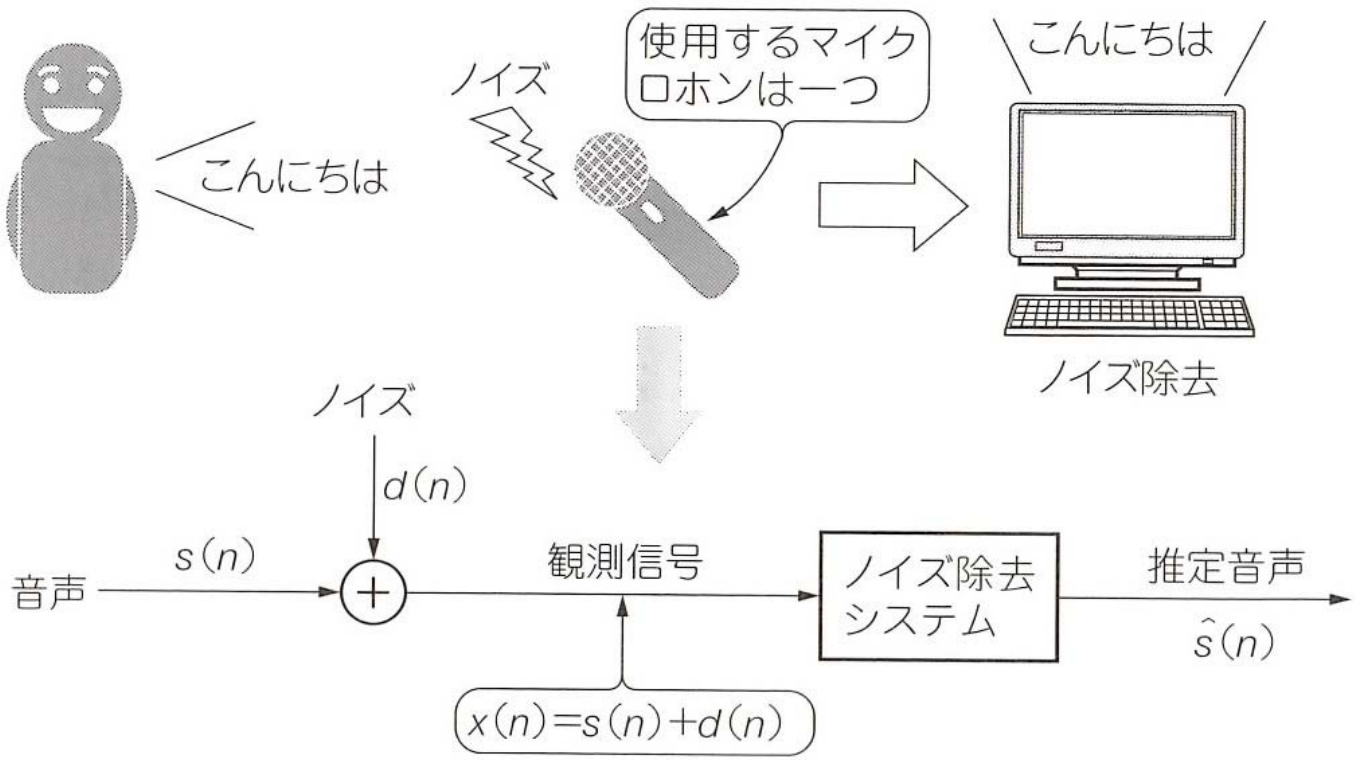


バンドストップ・フィルタ



欲しい信号と、不要な信号の帯域が離れていれば、
周波数選択型フィルタで十分に対応可能！

ノイズ除去問題の設定(1)



仮定1:時刻 n における観測信号は $x(n) = s(n) + d(n)$ で表せる
仮定2:音声信号 $s(n)$ とノイズ信号 $d(n)$ は無相関

Wiener フィルタ

□ 2乗誤差最小基準で最適

$$\hat{S}(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$

$\hat{S}(\omega)$: クリーン信号の推定値
$X(\omega)$: 観測信号
$H(\omega)$: Winerフィルタ

真値$S(\omega)$と推定値$\hat{S}(\omega)$の誤差:

$$E(\omega) = S(\omega) - \hat{S}(\omega) = S(\omega) - H(\omega)X(\omega)$$

$E[|E(\omega)|^2] = E[|S(\omega) - H(\omega)X(\omega)|^2]$ を最小にする$H(\omega)$は？

$$\frac{\partial E[|E(\omega)|^2]}{\partial H(\omega)} = 2H(\omega)P_{xx}(\omega) - 2P_{xs}(\omega) = 0$$

$$\boxed{H(\omega) = \frac{P_{xs}(\omega)}{P_{xx}(\omega)}}$$

$$P_{xx}(\omega) = E[|X(\omega)|^2]$$

雑音混入信号のパワースペクトル

$$P_{xs}(\omega) = E[X(\omega)S^*(\omega)]$$

雑音混入信号とクリーン信号の相互パワースペクトル

*:複素共役

$X(\omega)$と$S(\omega)$の関係：

ノイズ信号とクリーン信号が無相関ならば$H(\omega)$のパワースペクトルは

$$P_{xx}(\omega) = P_{ss}(\omega) + P_{dd}(\omega)$$

$X(\omega)$と$S(\omega)$の相互パワースペクトルは

$$P_{xs}(\omega) = E[X(\omega)S^*(\omega)] = E[\big(S(\omega) + D(\omega)\big)S^*(\omega)]$$

$$= E[|S(\omega)|^2] = P_{ss}(\omega)$$

$D(\omega)$:ノイズのスペクトル

$$\boxed{H(\omega) = \frac{P_{xs}(\omega)}{P_{xx}(\omega)} = \frac{P_{ss}(\omega)}{P_{ss}(\omega) + P_{dd}(\omega)}}$$

クリーン音声とノイズのパワースペクトル $P_{ss}(\omega), P_{dd}(\omega)$
の期待値をどのように得るか？

$$P_{ss}(\omega) \Rightarrow \overline{|S(\omega)|^2}$$

$$P_{dd}(\omega) \Rightarrow \overline{|D(\omega)|^2}$$

時間平均
で置き換える

$$\boxed{H(\omega) = \frac{P_{xs}(\omega)}{P_{xx}(\omega)} = \frac{\overline{|S(\omega)|^2}}{\overline{|S(\omega)|^2} + \overline{|D(\omega)|^2}}}$$

$\overline{|S(\omega)|^2}$ をどのように得るか？

$$\overline{|S(\omega)|^2} = \overline{|X(\omega)|^2} - \overline{|D(\omega)|^2}$$

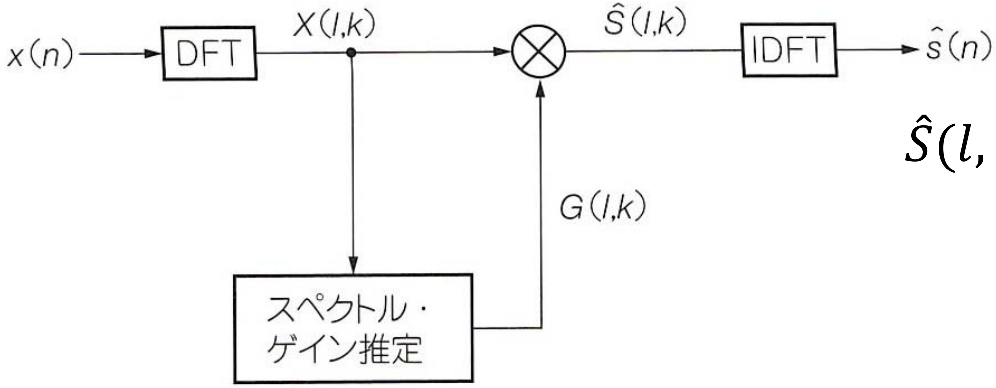
$$\boxed{H(\omega) = \frac{\overline{|S(\omega)|^2}}{\overline{|S(\omega)|^2} + \overline{|D(\omega)|^2}} = \frac{\overline{|X(\omega)|^2} - \overline{|D(\omega)|^2}}{\overline{|X(\omega)|^2}}}$$

ただし、非因果的なフィルタ

スペクトル・サブトラクション

S.F.Boll, "Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction," IEEE Trans. Acoustics, Speech, and signal processing, Vol.ASSP-27, No.2, 1978.

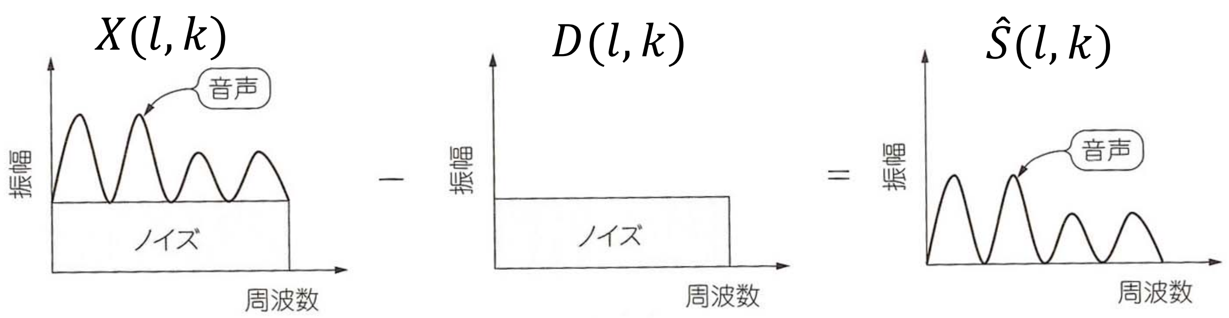
音信号の非音声部分における平均周波数特性スペクトルの大きさを推定し、周波数領域においてこれを減算するもの。

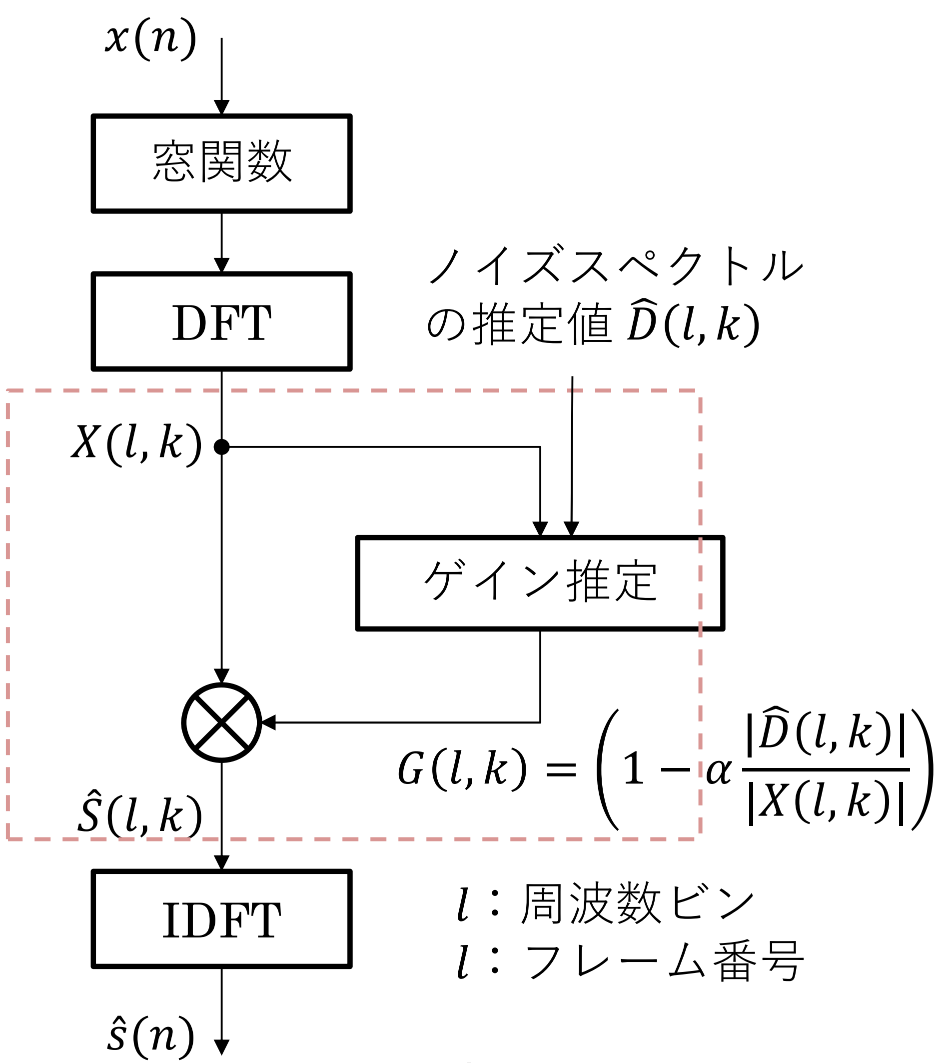


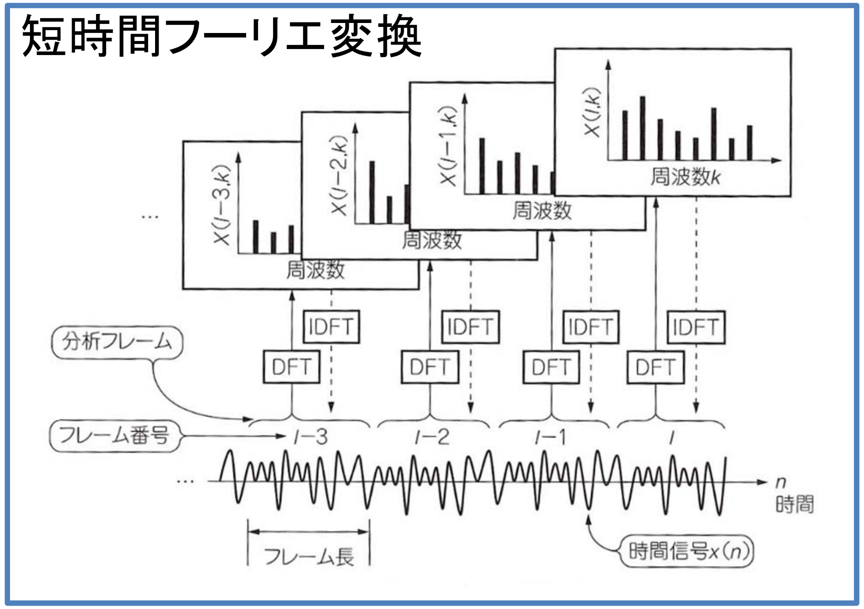
$$\hat{S}(l,k) = G(l,k)X(l,k)$$

最適なスペクトルゲイン

$$\boxed{G_{opt}(l,k) = \frac{X(l,k) - D(l,k)}{X(l,k)} = 1 - \frac{D(l,k)}{X(l,k)}}$$







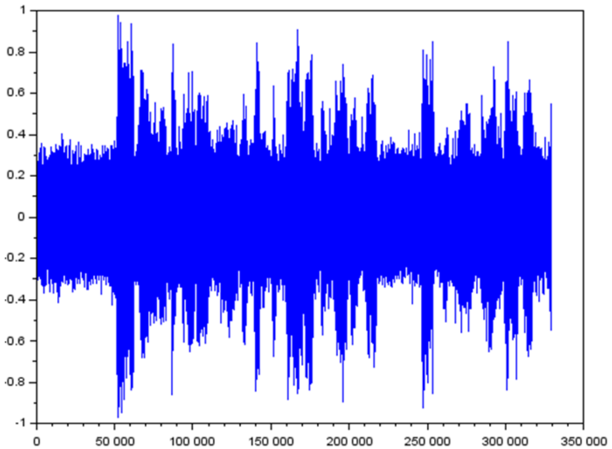
$$\hat{S}(l,k) = G(l,k)X(l,k) = \left(1 - \alpha \frac{|\hat{D}(l,k)|}{|X(l,k)|}\right)X(l,k)$$

$$= \left(|X(l,k)| - \alpha\left|\hat{D}(l,k)\right|\right)e^{j\angle X(l,k)}$$

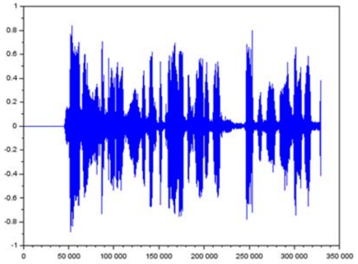
α: どれくらい減算するかのパラメータ

比較

入力信号 SN=0.72[dB]

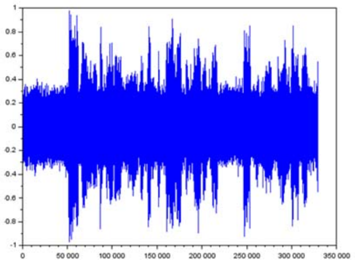


クリーン音声信号



ホワイトノイズ付加

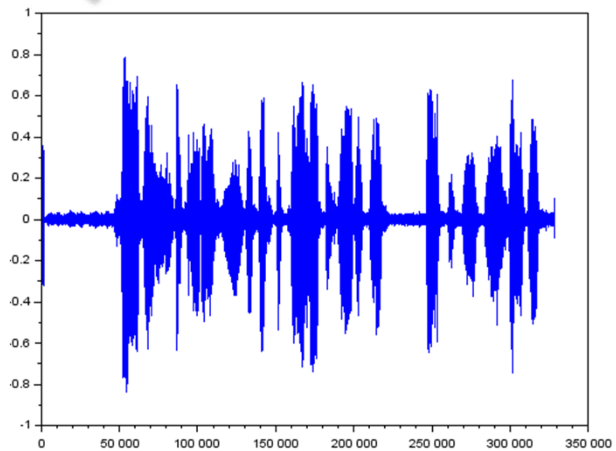
入力信号



$$\mathrm{SN} = 10 \times \log_{10} \frac{\text{信号のパワー}}{\text{ノイズのパワー}} [\mathrm{dB}]$$

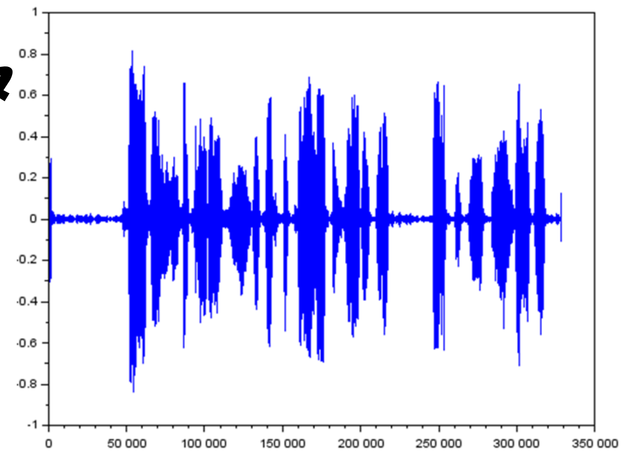
SN=16.7[dB]

SS



SN=20.8[dB]

Winerフィルタ



音源分離

音源分離技術の必要性

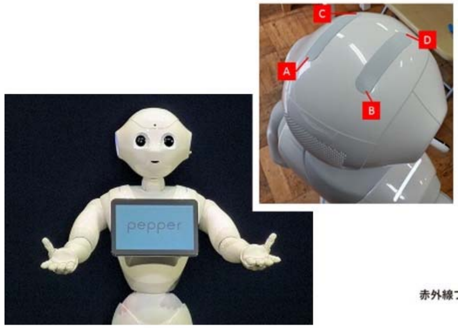
- ■ 携帯電話の音声認識は実用レベル

  Siri, しゃべってコンシェル→きれいな音声は認識できる

- ■ 遠隔発話の認識では残響や干渉音の重畳が問題

- ■ 実環境で特定の音だけを取得する技術
  - 接話マイク（音源近くにマイクを配置。可能ならこれがベスト）
  - ガンマイク（大きなサイズが必要、音源方向にむける必要）
  - マイクアレイ（複数マイクの信号を用いて指向特性を制御）

マイクアレイ製品の例



Pepper（ソフトバンク）

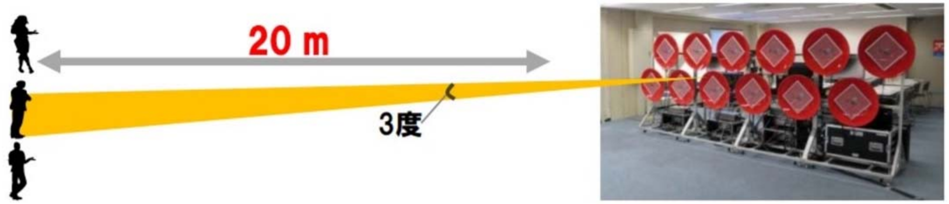
十字型マイクアレイ
（エレコム）

Kinect (Microsoft)

マイクアレイ研究の例

正方型マイクアレイ

線形型マイクアレイ
（東京電気大学・陶山研研究室）



ズームアップマイク（NTT）

音源分離とその応用(一例)

音声認識

雑音環境での音声認識

補聴器

聞きたい音や危険な音を聴きやすく

遠隔会議

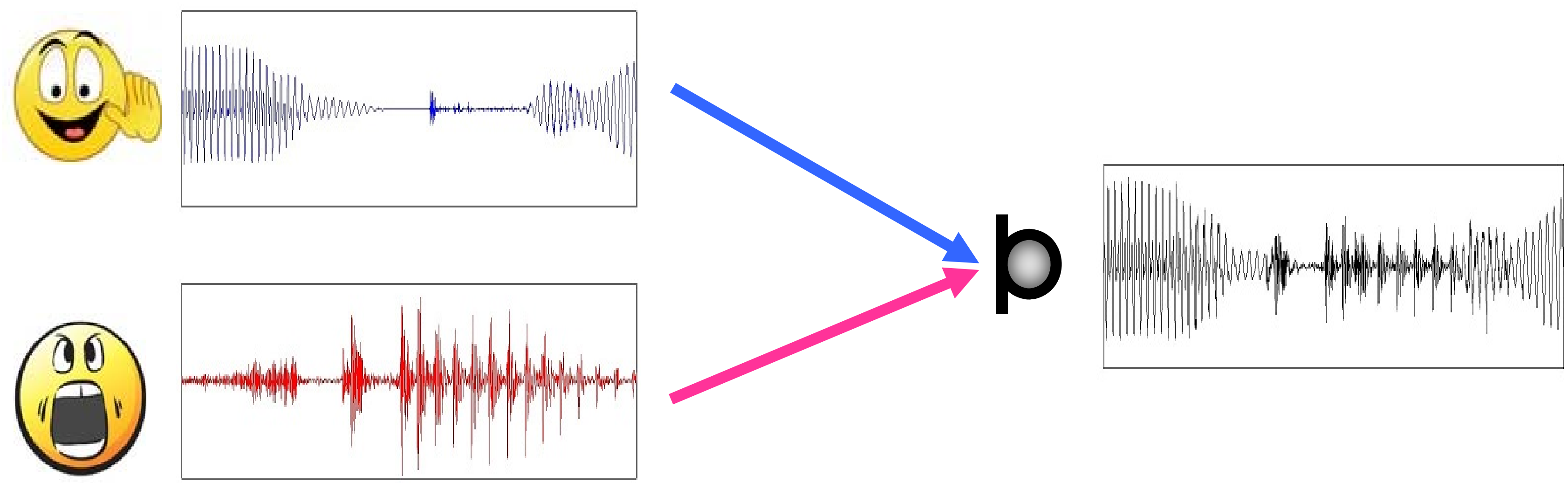
高品質な音声での通話

音楽などの加工

楽器ごとの音源抽出
⇒自動採譜

音が混ざるとは？

- 音は波なので加法的に（足し算で）混合する
  - 画像の場合は複数のオブジェクトがあったら
    足し算ではなく隠す（Occlusion）
  - 匂いの場合は加法的とも言えるが、引き算はない



音源分離の基本的な考え方 ～足し算、引き算～

- 混合音は足し算で混ざっている

  ⇒ 引き算すれば元に戻るのでは？

観測値（既知）

$$\begin{aligned} 3x + y &= \boxed{5} \\ x + 3y &= \boxed{7} \end{aligned}$$

y の大きさを揃える

$$\begin{aligned} 9x + 3y &= 15 \\ -)\quad x + 3y &= 7 \\ \hline 8x &= 8 \end{aligned}$$

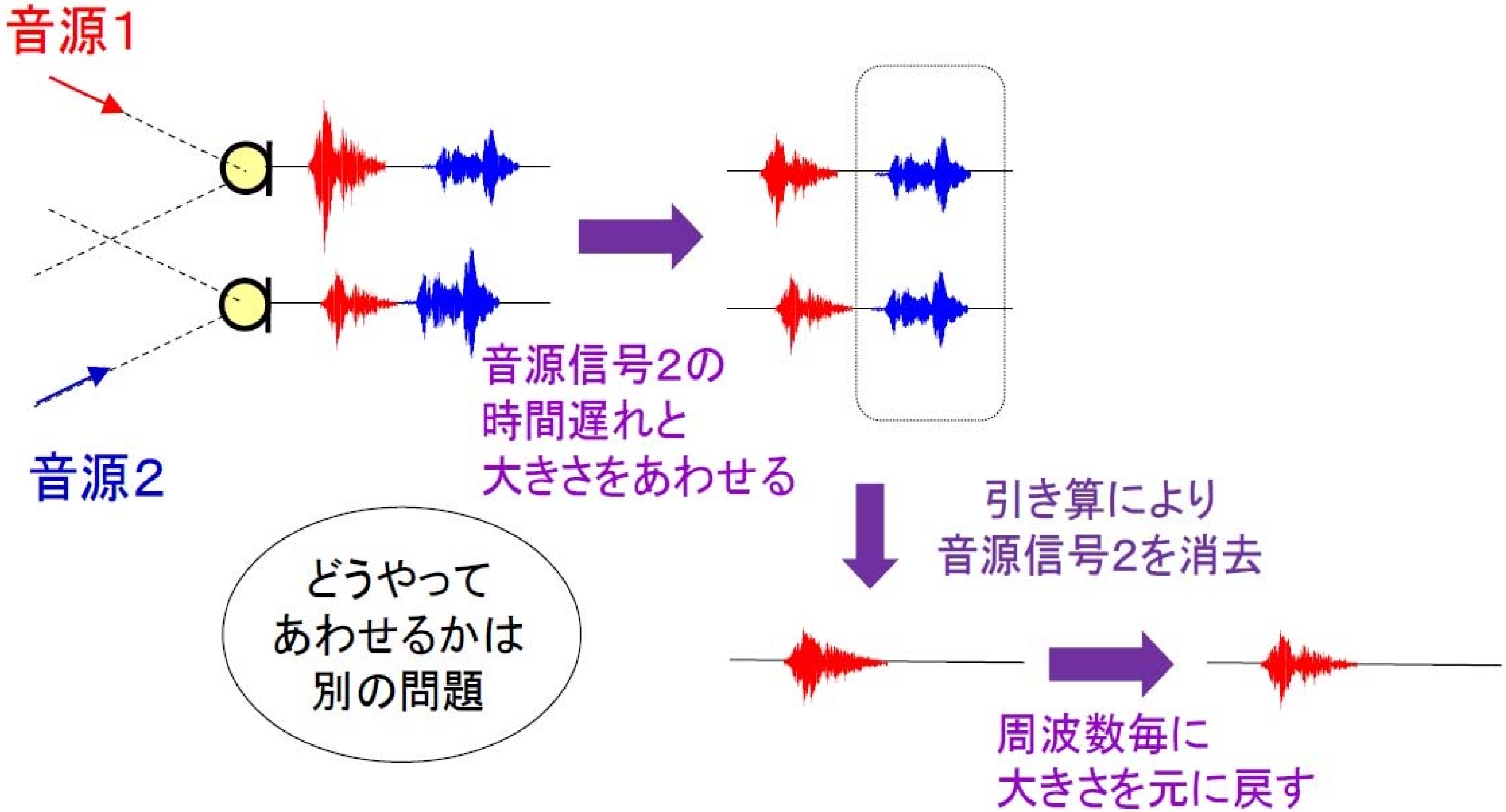
引き算で y を消去

$$x = 1$$

x の大きさを戻す

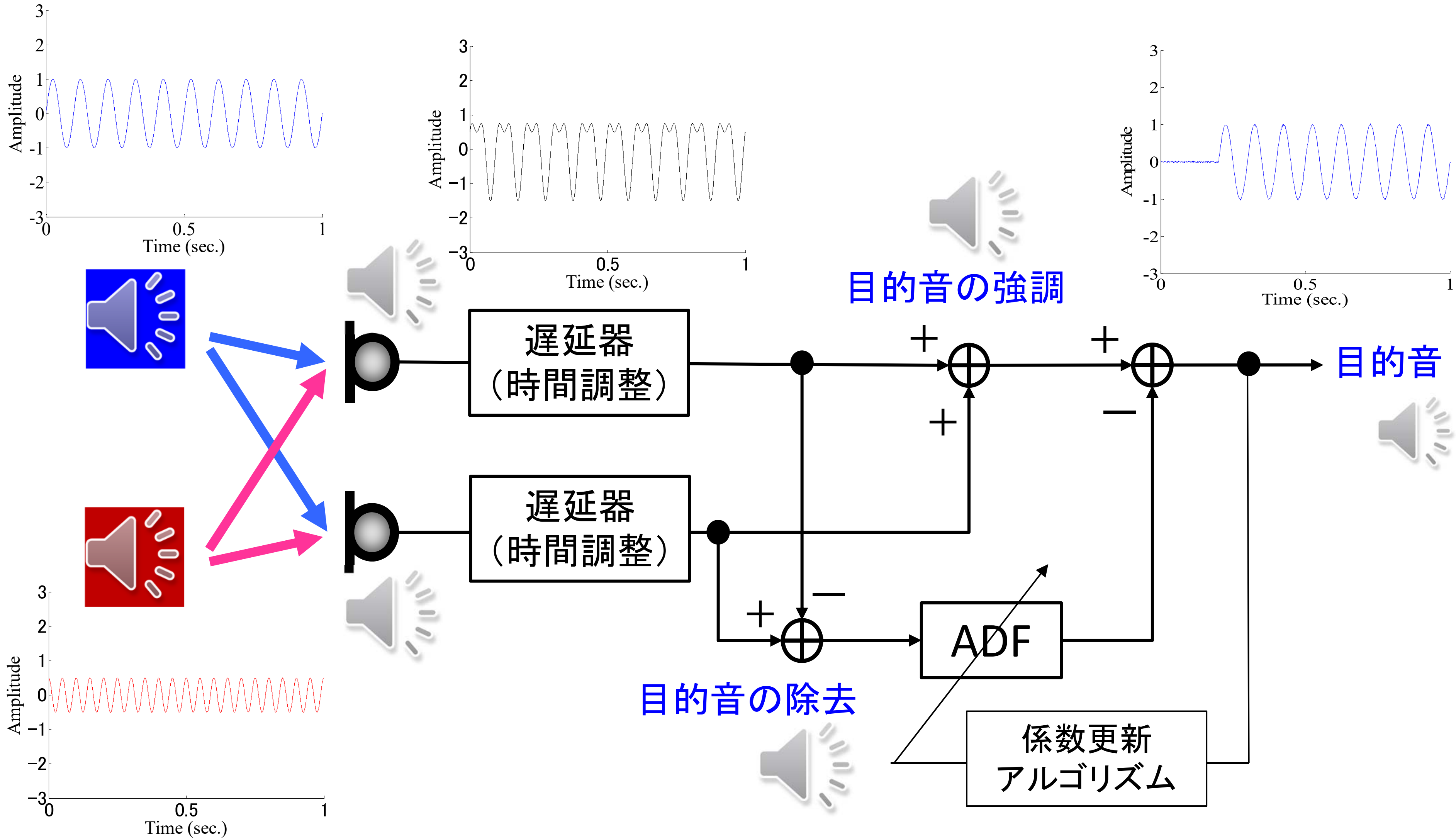
音源分離の基本的な考え方 ～足し算、引き算～

■ 以下は原理説明なので、実際は周波数成分毎に処理



足し算、引き算による分離例

■ 目的の方向の信号を取り出す

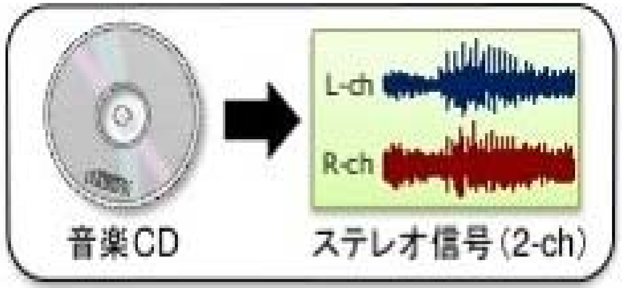


音源分離技術の分類

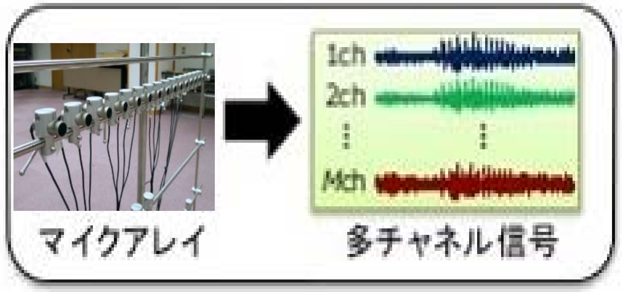
難

■ 単一チャネル信号（モノラル信号）
- 音源分離には最も困難な観測条件
- 汎用性は高い（応用範囲が広い）
- 音色に関する情報しか得られない

■ 音源数＞マイク数（劣決定条件）
- ２チャンネル（ステレオ）等だが，
  混合されている音源がチャネルよりも多い
- 空間的な情報は得られる
  各マイクでの観測信号間の振幅差や位相差



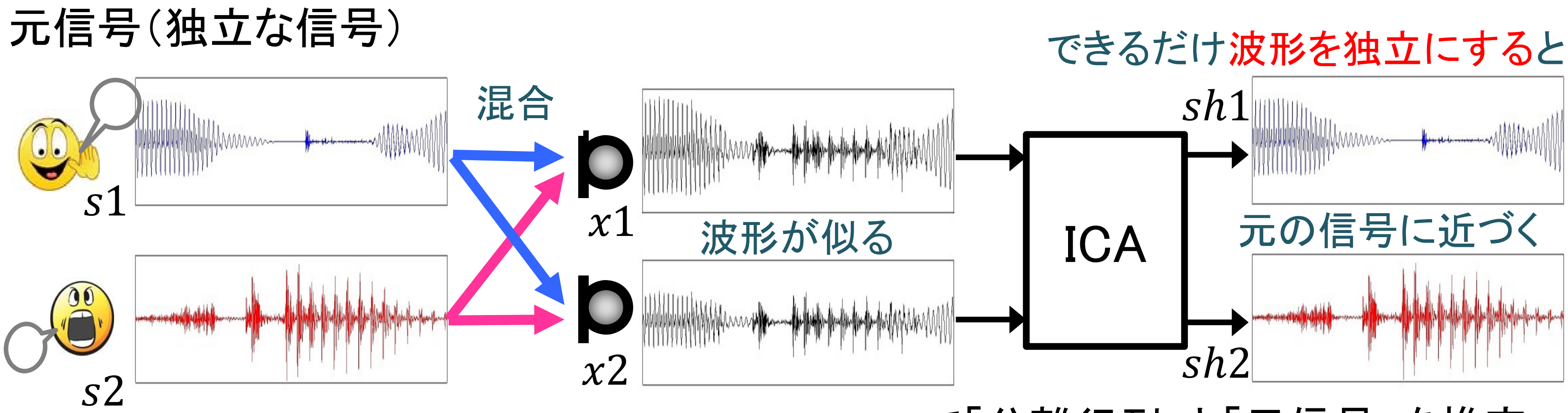
■ 音源数≦マイク数（優決定条件）
- 十分な数のマイクがある
- 空間的な情報量も多く得られる
- 装置，コストは大きい



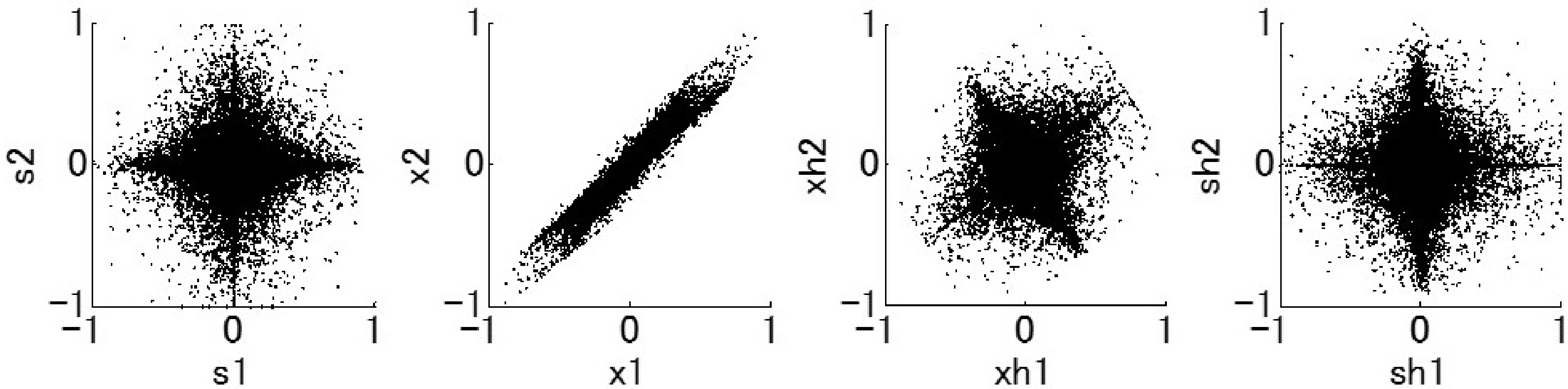
易

ICAによるブラインド音源分離（原理説明）

- ICA：Independent Component Analysis）：
  「統計的に独立」という信号の性質を利用して信号を分離する手法
- ブラインド音源分離：事前情報なし（混合過程は未知）で分離

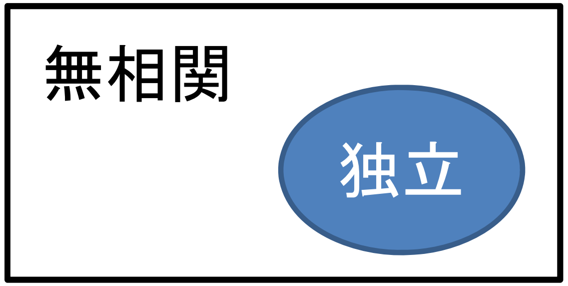


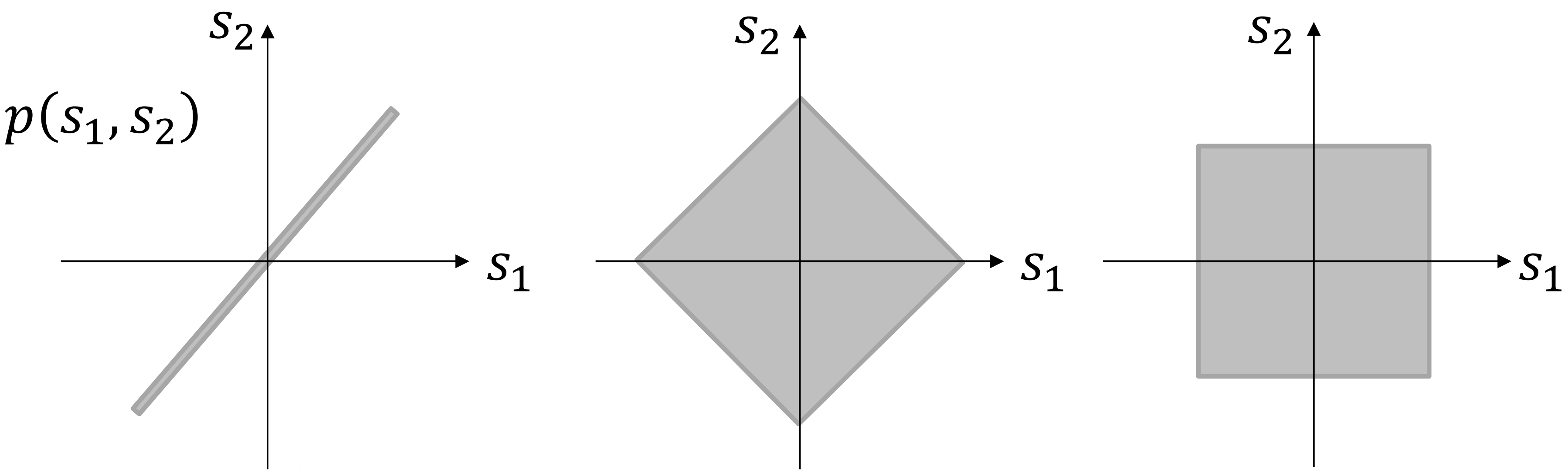
ICAで「分離行列」と「元信号」を推定



独立とは？

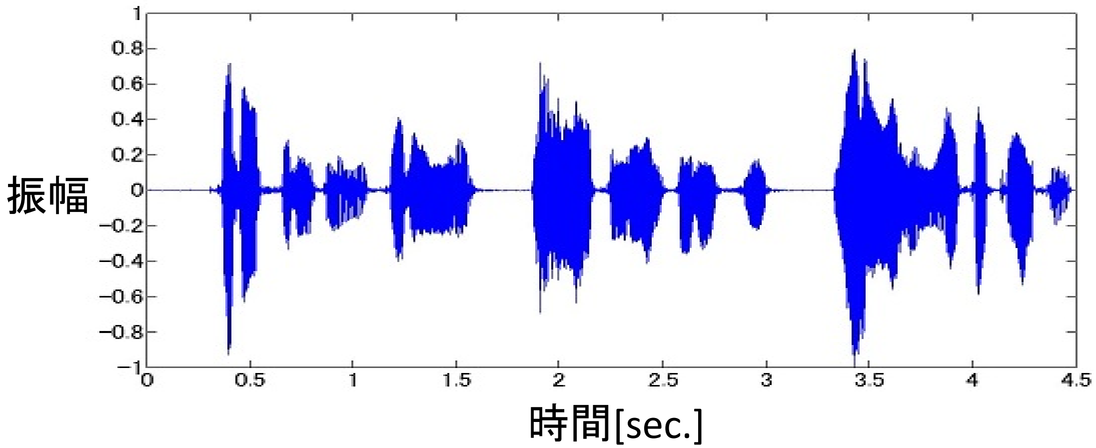
- 独立性は「無相関性」よりも厳しい尺度
- 独立ならば無相関が成立
- 無相関だからといって独立とは限らない



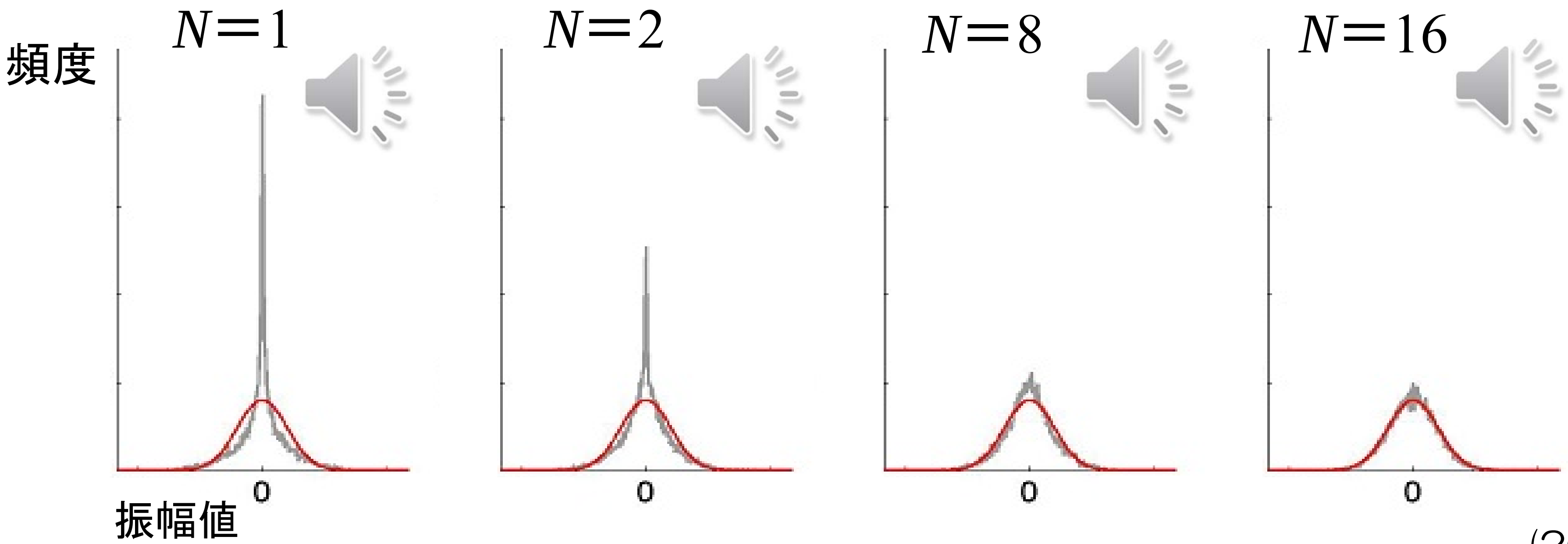


相関有り（勿論、独立ではない）　無相関（でも、独立ではない）　独立（勿論、無相関）

複数の音が混ざると正規分布に近づく



【ヒストグラム（N :音源数）】



正規分布

統計学における最も基本的かつ重要な分布の一つ

- 確率密度関数　$p(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$

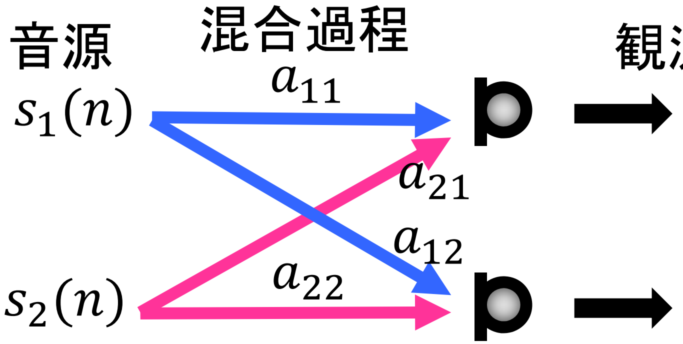
- 性質
  - 平均μ, 分散 σ^2によって確率密度関数が一意に決まる
  - もっともランダムな分布
  - 同じ分散を持つ分布の中でエントロピーが最大
  - k次中心モーメント:　$m_k = E(x-\mu)^k$

$$\left.\begin{array}{l} \text{歪度}: \dfrac{m_3}{\sigma^3} \\[2ex] \text{尖度}: \dfrac{m_4}{\sigma^4} \end{array}\right\} \text{正規分布では歪度「0」, 尖度「3」}$$

＊ 尖度を $\dfrac{m_4}{\sigma^4} - 3$ で定義するものもある

問題設定 ～瞬時混合モデル～

【2音源の場合】



$$x_1(n) = a_{11}s_1(n) + a_{21}s_2(n)$$

$$x_2(n) = a_{12}s_1(n) + a_{22}s_2(n)$$

■ 観測信号の行列表現

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{As}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$ 混合行列

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_1 \\ \boldsymbol{s}_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{s}_1 = [s_1(0) \quad s_1(1) \quad \cdots \quad s_1(M-1)]$$

$$\boldsymbol{s}_2 = [s_2(0) \quad s_2(1) \quad \cdots \quad s_2(M-1)]$$

$$\boldsymbol{x}_1 = [x_1(0) \quad x_1(1) \quad \cdots \quad x_1(M-1)]$$

$$\boldsymbol{x}_2 = [x_2(0) \quad x_2(1) \quad \cdots \quad x_2(M-1)]$$

M : 観測データ数

観測信号 $\boldsymbol{x}$ から音源 $\boldsymbol{s}$ を得たい！

【仮定】

1）$\boldsymbol{A}$ は未知

ただし，サイズ（2×2）だけは既知

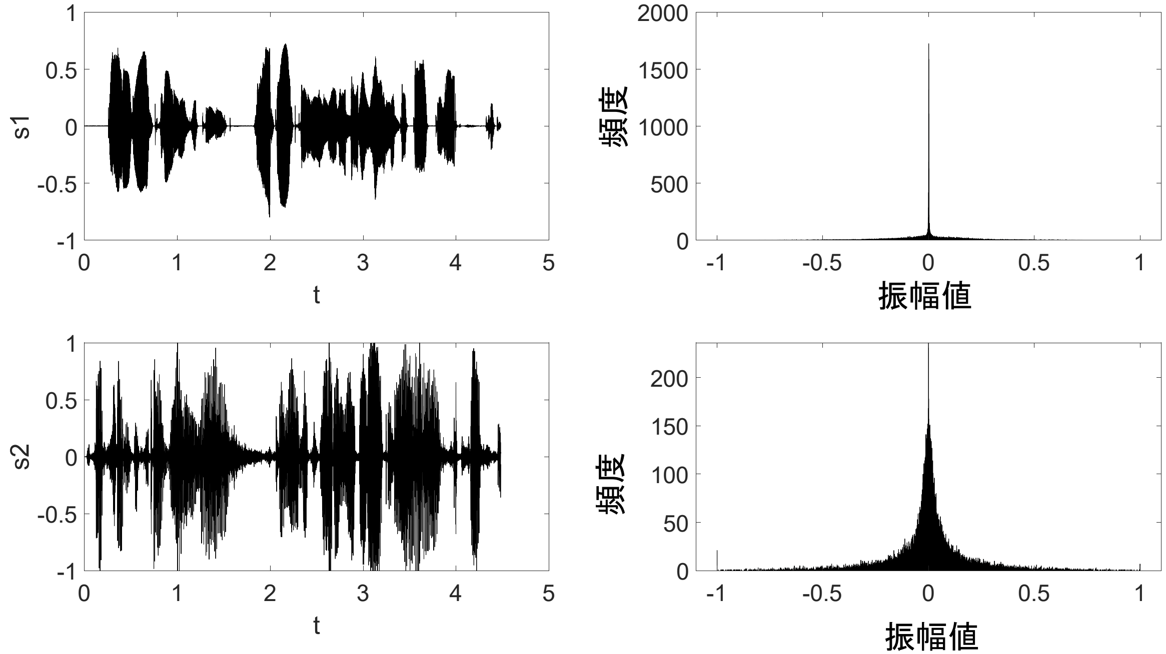
2）$\boldsymbol{s}_1$，$\boldsymbol{s}_2$ は統計的に独立

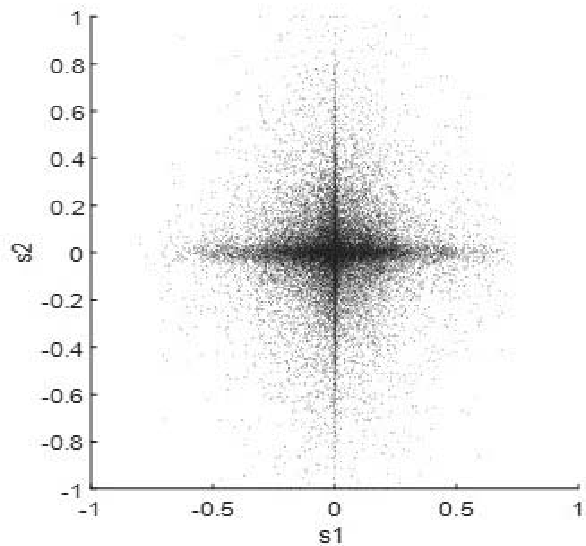
もし $\boldsymbol{A}$ が既知で正則なら，

$$\boldsymbol{s} = A^{-1}\boldsymbol{x}$$

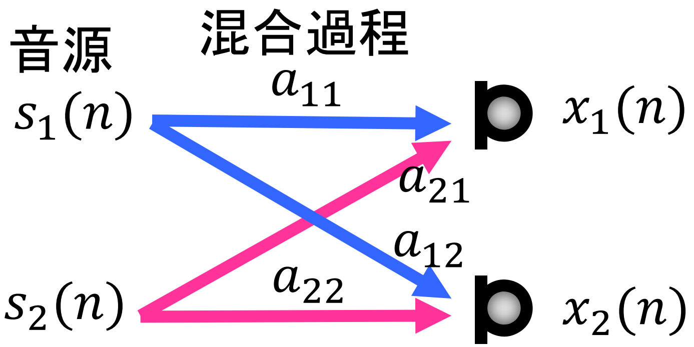
で求まる．．．

元信号の散布図の例



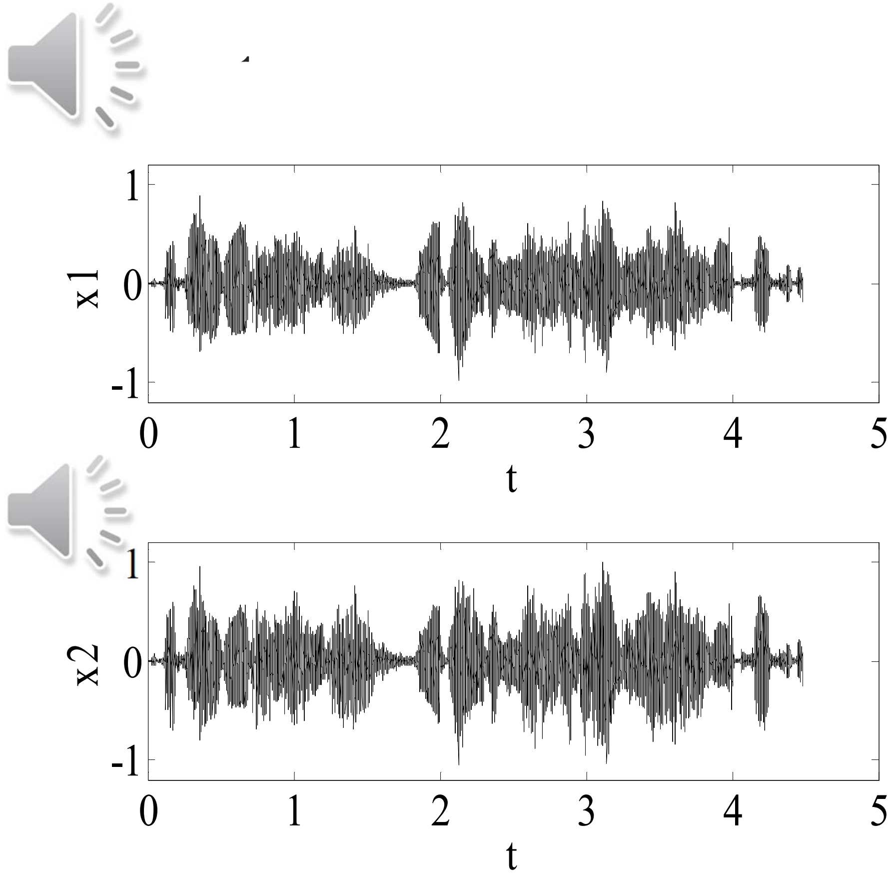


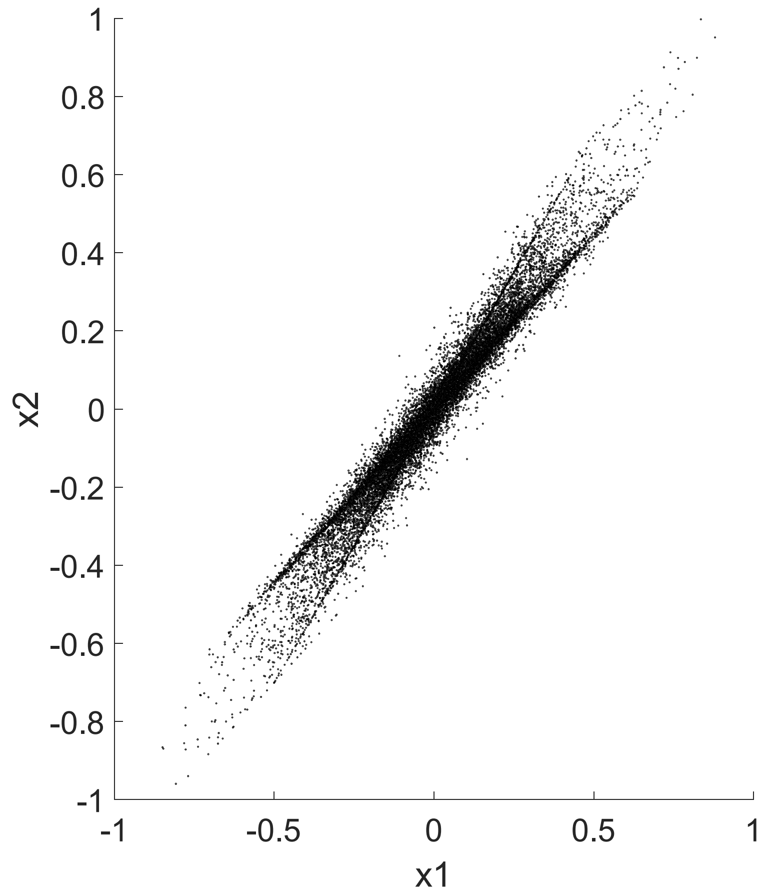
【2音源】



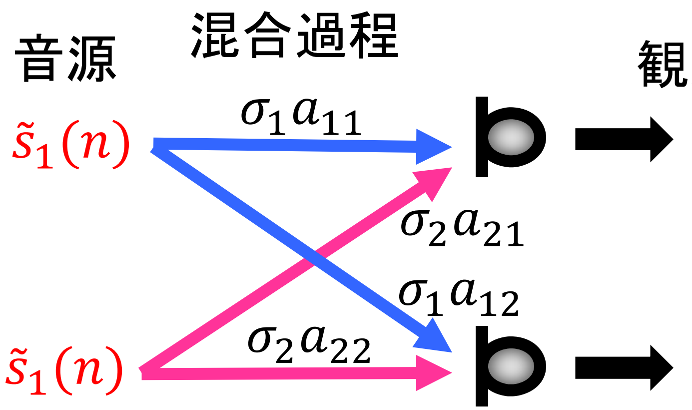
混合行列

$$A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.5 \\ 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}$$





p.21のモデル修正



$$x_1(n) = \sigma_1 a_{11} \tilde{s}_1(n) + \sigma_2 a_{21} \tilde{s}_2(n)$$

$$x_2(n) = \sigma_1 a_{12} \tilde{s}_1(n) + \sigma_2 a_{22} \tilde{s}_2(n)$$

■ 分散1の信号

$$\tilde{\boldsymbol{s}}_1 = \boldsymbol{s}_1 / \sigma_1$$

$$\tilde{\boldsymbol{s}}_2 = \boldsymbol{s}_2 / \sigma_2$$

$$\tilde{\boldsymbol{s}}_1 = [\tilde{s}_1(0) \quad \tilde{s}_1(1) \quad \cdots \quad \tilde{s}_1(M-1)]$$

$$\tilde{\boldsymbol{s}}_2 = [\tilde{s}_1(0) \quad \tilde{s}_1(1) \quad \cdots \quad \tilde{s}_1(M-1)]$$

■ 音源の分散

$$E[s_1^2(n)] = \sigma_1^2 \qquad E[s_2^2(n)] = \sigma_2^2$$

これを求める問題を考える

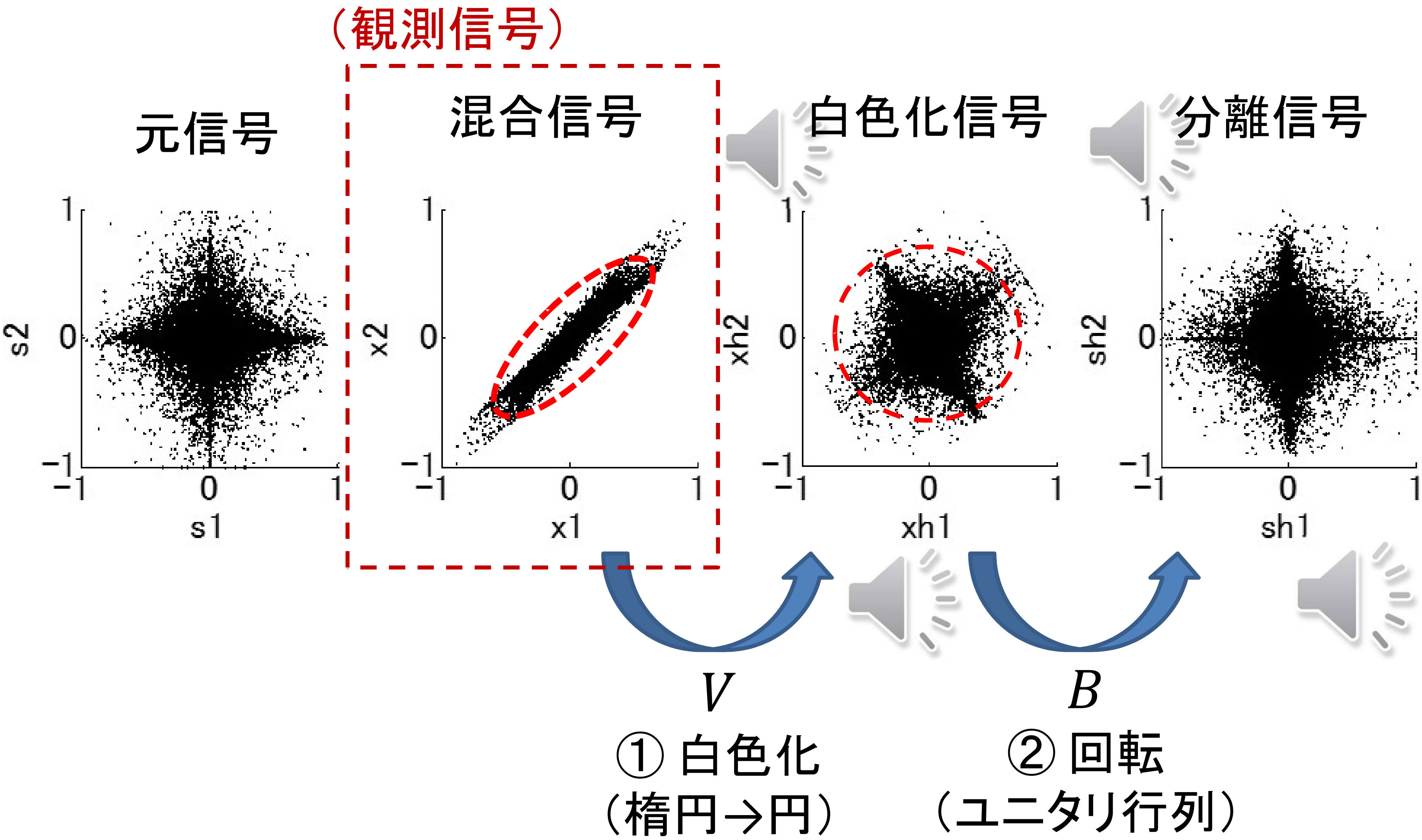
(s_1, s_2の定数倍)

$$\boldsymbol{x} = \widetilde{\boldsymbol{A}} \tilde{\boldsymbol{s}}$$

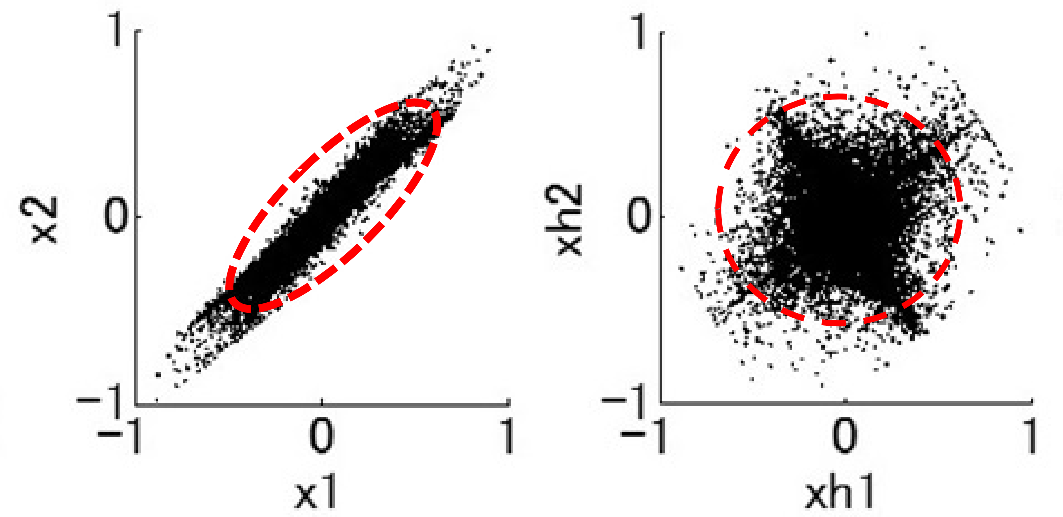
$$\widetilde{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 a_{11} & \sigma_2 a_{12} \\ \sigma_1 a_{21} & \sigma_2 a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{s}}_1 \\ \tilde{\boldsymbol{s}}_2 \end{bmatrix}$$

ICA処理の基本的な流れ



①白色化(無相関化)行列 V の導出



$\hat{\boldsymbol{x}}$ の相関行列が単位行列になるように $\boldsymbol{x}$ を変換

観測信号をVで変換した信号

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{x}$$

$\hat{\boldsymbol{x}}$の相関行列：$R_{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{I} \quad \Rightarrow$ 単位行列

<u>V をどうやって求めるか？</u>

■ $\hat{\boldsymbol{x}}$の期待値（相関行列）に着目すると

$$E[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^T] = E[\boldsymbol{Vx}(\boldsymbol{Vx})^{\boldsymbol{T}}] = \boldsymbol{V}E[\boldsymbol{xx}^T]\boldsymbol{V}^T$$

$$= \boldsymbol{V}E\left[\tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{s}}(\tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{s}})^{\boldsymbol{T}}\right]\boldsymbol{V}^T = (\boldsymbol{V}\tilde{\boldsymbol{A}})\underline{E[\tilde{\boldsymbol{s}}\tilde{\boldsymbol{s}}^T]}(\boldsymbol{V}\tilde{\boldsymbol{A}})^T = (\boldsymbol{V}\tilde{\boldsymbol{A}})(\boldsymbol{V}\tilde{\boldsymbol{A}})^T \quad (1)$$

$\tilde{\boldsymbol{s}}_1, \tilde{\boldsymbol{s}}_2$は互いに独立，
かつ分散1なので $E[\tilde{\boldsymbol{s}}\,\tilde{\boldsymbol{s}}^T] = \boldsymbol{I}$

■ $\hat{\boldsymbol{x}} = \tilde{\boldsymbol{s}}$ となれば良いので

$$E[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^T] = E[\tilde{\boldsymbol{s}}\tilde{\boldsymbol{s}}^T] = \boldsymbol{I}$$

よって、$(V\tilde{\boldsymbol{A}})(V\tilde{\boldsymbol{A}})^T = \boldsymbol{I}$ (2)　　$(V\tilde{\boldsymbol{A}})$：正規直交行列

■ $\hat{\boldsymbol{x}}_1$ と $\hat{\boldsymbol{x}}_2$ が無相関： $E[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^T] = \boldsymbol{I}$

このとき，(1)より $E[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^T] = VE[\boldsymbol{xx}^T]V^T = \boldsymbol{I}$

$$E[\boldsymbol{xx}^T] = \begin{bmatrix} E\{x_1x_1\} & E\{x_1x_2\} \\ E\{x_2x_1\} & E\{x_2x_2\} \end{bmatrix} = R \text{ と置くと}$$

$$VRV^T = I \quad (3)$$

■ 分散共分散行列 R の固有値分解:

$$Rq = \lambda q$$

なる固有値λと固有ベクトルqがRの行数分だけ存在

（音源数2とすると, λとq ともに2つ）

$$Q = [q_1 \quad q_2] \qquad \Lambda = \mathrm{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2]$$

$$RQ = Q\Lambda$$

Q:ユニタリ行列 $QQ^T = Q^TQ = I$

$$Q^TRQ = \Lambda$$

$$\left(\sqrt{\Lambda^{-1}}Q^T\right)R\left(\sqrt{\Lambda^{-1}}Q^T\right)^T = I \qquad (4)$$

■ 白色化のための変換行列

(3),(4)を比較すると

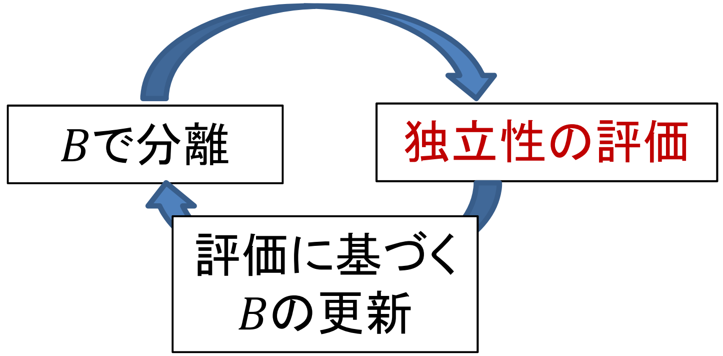
$$V = \left(\sqrt{\Lambda^{-1}}Q^T\right)$$

② 分離行列 B の導出

白色化のための行列：

$$V = \left(\sqrt{\Lambda^{-1}}Q^T\right)$$

を用いると，$E[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^T] = I$ が保証



■ 分離後の信号（推定値）：$\hat{\boldsymbol{s}}$

式(2)の関係を利用

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \tilde{\boldsymbol{s}} = \boxed{\left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right)^T\left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right)}\tilde{\boldsymbol{s}} = \left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right)^T V\left(\tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{s}}\right)$$

$$= \left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right)^T V\boldsymbol{x} = \left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right)^T \hat{\boldsymbol{x}} = B^T\hat{\boldsymbol{x}}$$

$$B = \left(V\tilde{\boldsymbol{A}}\right) = [\boldsymbol{b}_1 \quad \boldsymbol{b}_2]$$

【分離行列の評価（独立性の評価）】

■ 尖度（4次キュムラント）

$$\kappa = E[z^4] - 3E[z^2]^2$$

z：平均「0」の確率信号

ただし，4次キュムラントは外れ値に弱い

＊その他の独立性評価指標：「相互情報量」「最尤推定」「ネゲントロピー」など

実際の B の探索

- $B = [\boldsymbol{b}_1 \quad \boldsymbol{b}_2]$に対して$\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2$の順番に探索
- i 番目$(i = 1, 2)$の分離信号：$\hat{\boldsymbol{s}}_i = b_i^T \hat{\boldsymbol{x}}$
- $\hat{s}_i(n)$に対する4次キュムラント：独立性が高いほど大きい

$$\kappa_i = E\left[\hat{\boldsymbol{s}}_i^4\right] - 3E\left[\hat{\boldsymbol{s}}_i^2\right]^2 = E\left[\left\{b_i^T \hat{\boldsymbol{x}}\right\}^4\right] - 3\left(b_i^T b_i\right)^2$$

正規直交条件 $\|b_i\|^2 = 1$ を課して4次キュムラントの最大化

ラグランジュの未定乗数法

$$J_i = E\left[\left\{b_i^T \hat{\boldsymbol{x}}\right\}^4\right] - 3\|b_i\|^4 + \lambda(\|b_i\|^2 - 1)$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial b_i} = E\left[4\left\{b_i^T \hat{\boldsymbol{x}}\right\}^3 \hat{\boldsymbol{x}}\right] - 12\|b_i\|^3 + 2\lambda b_i = 0$$

$$b_i = \frac{-2}{\lambda}\left\{\left[E\left\{b_i^T \hat{\boldsymbol{x}}\right\}^3 \hat{\boldsymbol{x}}\right] - 3\|b_i\|^2 b_i\right\}$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial \lambda} = \|b_i\|^2 - 1 = 0$$

重要なのは方向なので（ b_i の大きさは1なので）

以下のようにi 番目の基底の$(k+1)$回目の更新（後で大きさを調整）:

$$\hat{b}(k+1) = [E\{(b_i(k))^T \hat{\boldsymbol{x}}\}^3 \hat{\boldsymbol{x}}] - 3b_i(k) \tag{4}$$

■ $(i-1)$番目までの基底との直交化

グラムシュミットの直交化

$$\bar{b}_i(k+1) = \hat{b}(k+1) - \sum_{j=1}^{i-1} \left\{ \hat{b}_i^T(k+1) b_j \right\} b_j \tag{5}$$

■ 正規化: $b_i(k+1) = \dfrac{\bar{b}_i(k+1)}{\left\| \bar{b}_i(k+1) \right\|}$ (6)

■ 収束判定: $\left| |\{b_i(k+1)\}^T b_i(k)| - 1 \right| < \epsilon$ (7)

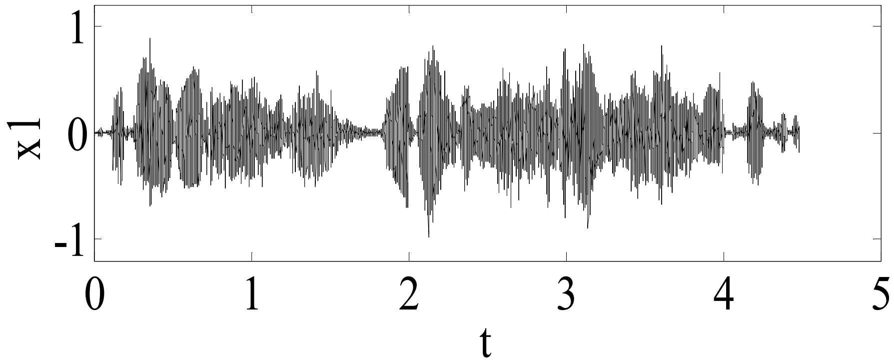
Fast ICAの手順まとめ

【逐次直交化法を利用したもの】

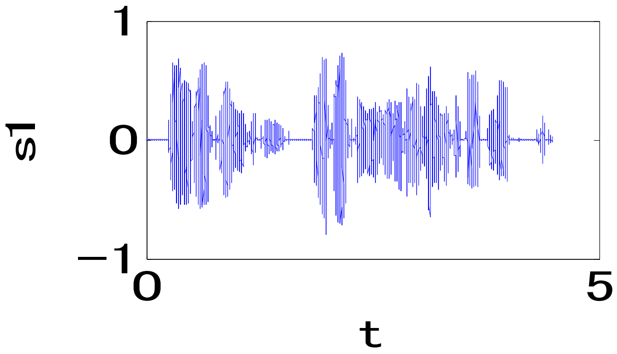
1. 中心化：観測データの平均を「0」にする。
2. 白色化：変換行列Vを使って，測定データを変換
3. 独立成分の数 m を決める。カウンタ p を $p \leftarrow 1$ とする
4. $\boldsymbol{b}_i$の初期化：ノルム1の基底に設定
5. 基底の更新：式(4)
6. 直交化：式(5)
7. 正規化： 式(6)
8. 収束判定：式(7)　収束していなければ 5. へ戻る。
9. $p \leftarrow p + 1$, もし $p \leq m$ ならば 4. に戻る

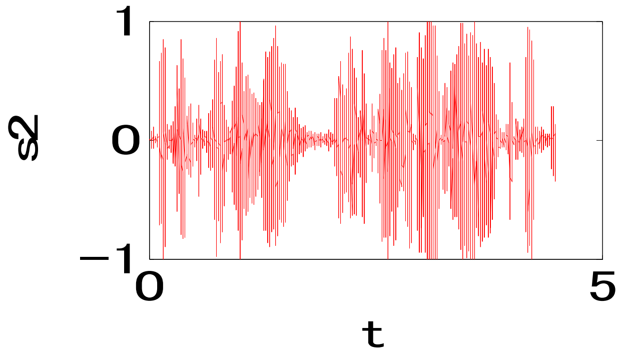
元信号と分離信号

観測信号
(X1)

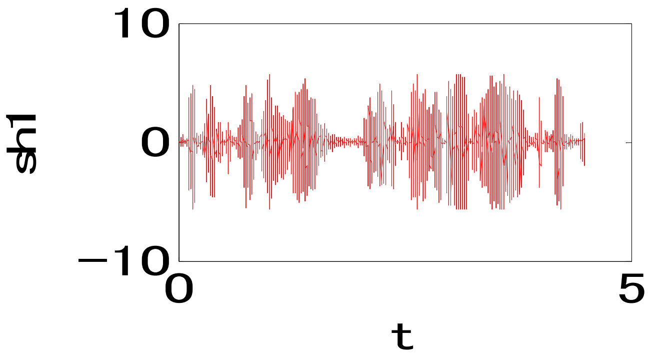


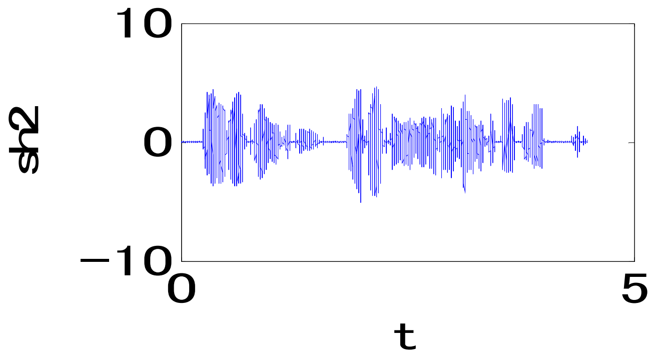
元信号





分離信号

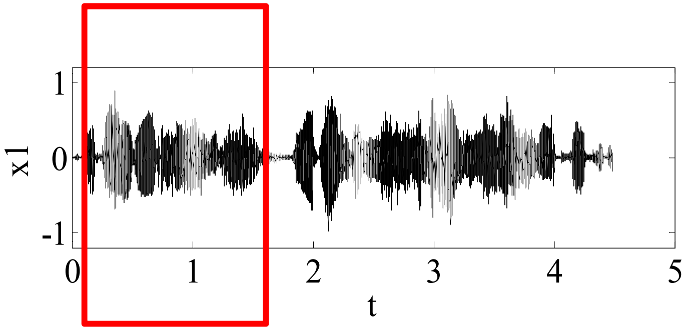


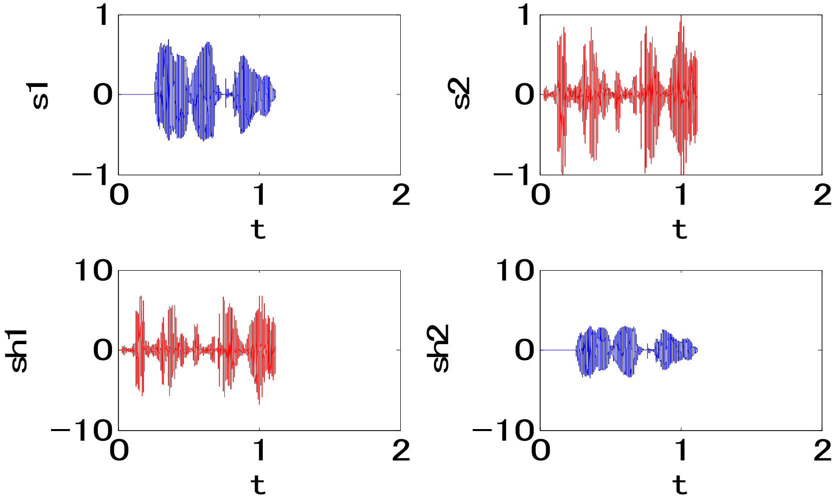


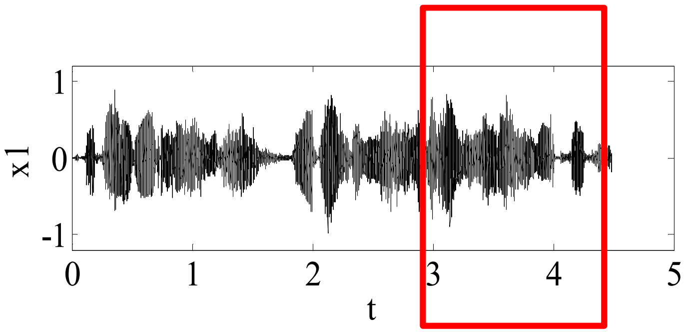
＜予備実験＞ 時間を分割して処理してみる

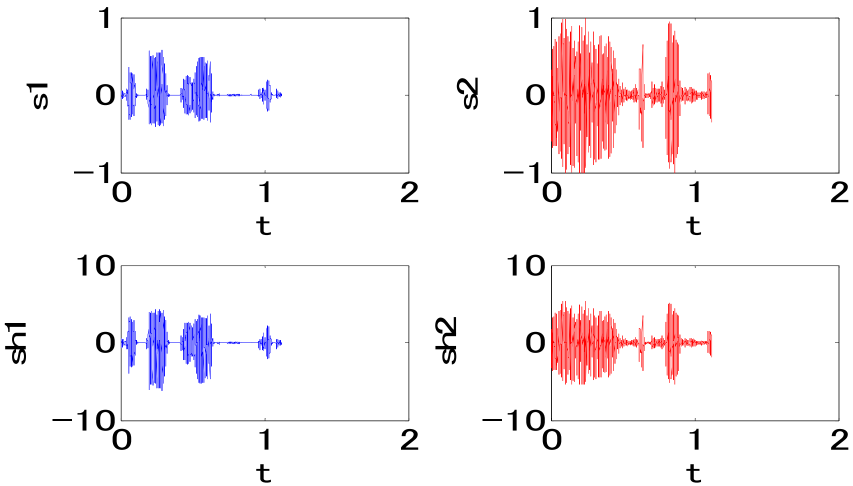
観測信号(X1)

オリジナル信号と分離信号



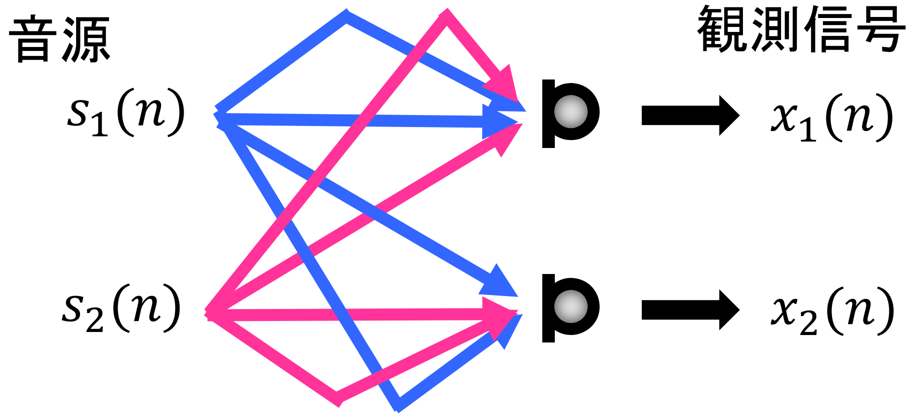






周波数領域ICA～畳み込み混合モデル～

【2音源の場合】



i番目$(i = 1,2,\cdots,I)$の音源からj番目$(j = 1,2,\cdots,J)$のマイクロフォンへのインパルス応答を $a_{ji}(m)$ $\left(m = 0,1,2,\cdots,M_{ji} - 1\right)$とすると、

j番目のマイクでの観測信号

$$x_j(n) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{m=0}^{M_{ji}-1} a_{ji}(m)\, s_i(n-m)$$

$$x_j(n) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{m=0}^{M_{ji}-1} a_{ji}(m)\, s_i(n-m)$$

行列表示

$$\boldsymbol{x}(n) = \sum_{m=0}^{M_{ji}-1} \boldsymbol{A}(m)\boldsymbol{s}(n-m)$$

$$\boldsymbol{x}(n) = \left[x_1(n), x_2(n), \cdots, x_J(n)\right]^T$$

$$\boldsymbol{A}(m) = \begin{bmatrix} a_{11}(m) & a_{12}(m) & \cdots & a_{1I}(m) \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) & \cdots & a_{2I}(m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{J1}(m) & a_{J2}(m) & \cdots & a_{JI}(m) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{s}(n) = [s_1(n), s_2(n), \cdots, s_I(n)]^T$$

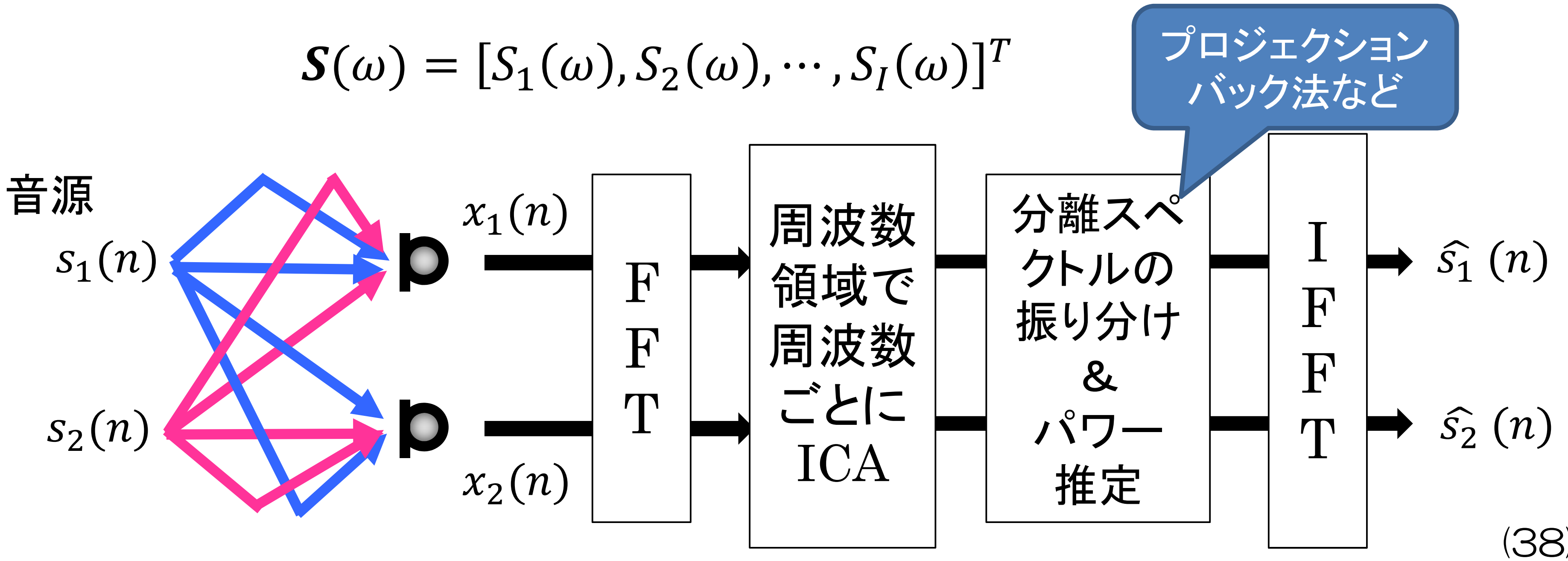
$$x_j(n), a_{ji}(m), s_i(n) \xrightarrow{\text{FFT}} X_j(\omega), A_{ji}(\omega), S_i(\omega)$$

$$\boldsymbol{X}(\omega) = \widetilde{\boldsymbol{A}}(\omega)\boldsymbol{S}(\omega)$$ ⇐ 瞬時混合と同じ形

$$\boldsymbol{X}(\omega) = \left[X_1(\omega), X_2(\omega), \cdots, X_J(\omega)\right]^T$$

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}(\omega) = \begin{bmatrix} A_{11}(\omega) & A_{12}(\omega) & \cdots & A_{1I}(\omega) \\ A_{21}(\omega) & A_{22}(\omega) & \cdots & A_{2I}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{J1}(\omega) & A_{J2}(\omega) & \cdots & A_{JI}(\omega) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{S}(\omega) = [S_1(\omega), S_2(\omega), \cdots, S_I(\omega)]^T$$



ICAの特徴

【利点】

3つの仮定だけで信号を推定可能

1）元信号は統計的に互いに独立

2）独立成分は非正規分布から生成（正規分布は一つまで）

3）混合行列は正方行列

【欠点】

1）混合行列は正方行列

- 推定したい成分の数だけ観測が必要

例）4つの楽器を分離したいとき，4つの観測信号（マイク）が必要

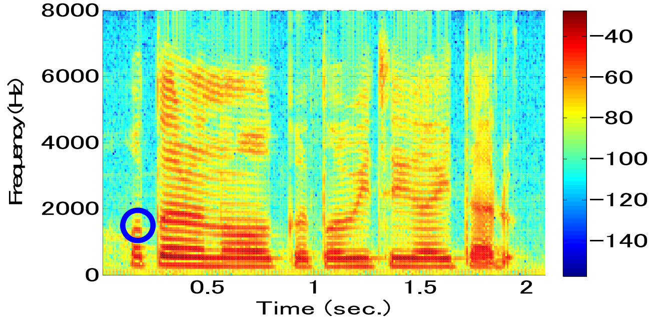
2）独立成分のパワー（分散）は決定できない

3）独立成分の順序は決定できない ⇐ パーミュテーション問題

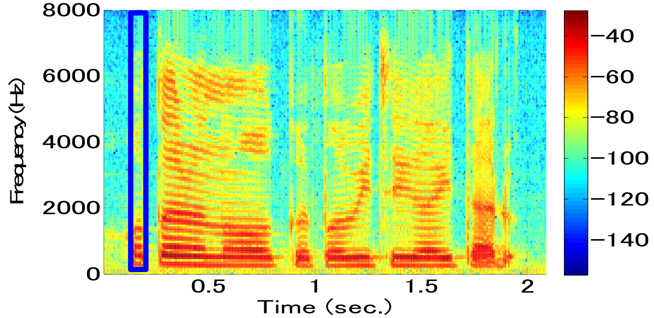
＊2）3）は曖昧性，不確定性

Independent Factor Analysis Family

- ICA = Independent Component Analysis



- IVA = Independent Vector Analysis



- ILRMA = Independent Low-Rank Matrix Analysis