

Este texto apresenta a proposta de Trabalho 1 para a Disciplina de Métodos Numéricos para Equações Diferenciais II. Mais informações úteis, assim como explicações mais detalhadas, ocorrerão em sala de aula até a entrega do trabalho, para auxiliar os estudantes na construção do código/redação do relatório.

Trabalho 1: A Equação de Advecção-Difusão

Em problemas práticos, a equação de advecção-difusão pode ser empregada na determinação da variação espacial e temporal da concentração de um traçador escoando em um meio físico. Por traçador entende-se uma pequena concentração de uma substância presente no fluido que escoa, de modo que a sua presença não tenha influência na dinâmica do escoamento. A equação de advecção-difusão para um problema unidimensional no espaço pode ser apresentada na forma

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uc) - \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial c}{\partial x}\right) = 0, \quad (1)$$

onde c indica a concentração, u a velocidade e D o coeficiente de difusão, maior do que zero.

Para u constante igual a \bar{u} , maior do que zero, e D constante, igual a α , reescreve-se a Eq. (1),

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} - \alpha \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0. \quad (2)$$

Neste trabalho deve ser empregado o método dos volumes finitos na solução da equação de advecção-difusão, Eq. (2). Objetiva-se determinar as soluções em um domínio unidimensional de comprimento L_x , com condição inicial,

$$c(x, 0) = c_{ini} \quad (3)$$

e condições de contorno,

$$c(0, t) = c_{inj} \quad (4)$$

e

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=L_x}^t = 0. \quad (5)$$

O seguinte método numérico devem ser aplicado na solução deste problema:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\bar{u} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) - \alpha \frac{Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n}{\Delta x} \right]. \quad (6)$$

Elabore testes envolvendo refinamento de malha no espaço (aumento progressivo no número de volumes finitos, n_x , na malha computacional), para diferentes tempos. Cada estudante terá o seu conjunto padrão de dados para L_x , \bar{u} , c_{inj} , c_{ini} e α (utilizar discussão em sala de aula), sendo que variações em parâmetros devem ser avaliadas (também utilizar discussão em sala de aula). Os casos (1) de $\bar{u} = 0$ e (2) $\alpha = 0$ devem ser avaliados. Apresente os resultados usando gráficos e/ou tabelas e apresente seu trabalho na forma de um relatório (formato .pdf), seguindo a estrutura de Resumo, Introdução, Metodologia, Resultados, Discussão, Conclusões e Referências Bibliográficas, colocando em Anexo a listagem do código desenvolvido.

Os Exemplos 3, 4 e 5 da disciplina devem ser considerados como apoio para o desenvolvimento do trabalho, versando os exemplos sobre, respectivamente:

1. introdução ao método dos volumes finitos;
2. condições inicial e de contorno e
3. estabilidade.

Data de entrega: até às 23:00 h do dia 20/10/2020.