

Este texto apresenta a proposta de Trabalho 3 para a Disciplina de Métodos Numéricos para Equações Diferenciais II. Mais informações úteis, assim como explicações mais detalhadas, ocorrerão em sala de aula até a entrega do trabalho, para auxiliar os estudantes na construção do código/redação do relatório.

Trabalho 3: Métodos de Alto Resolução aplicados à Equação de Advecção

A equação de advecção para um problema unidimensional no espaço envolvendo a determinação da concentração de um traçador (problema no qual despreza-se a influência da difusão física) pode ser apresentada na forma

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uc) = 0, \quad (1)$$

onde c indica a concentração e u a velocidade.

Para u constante igual a \bar{u} , maior do que zero, reescreve-se a Eq. (1),

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Neste trabalho devem ser empregados diferentes métodos numéricos baseados na discretização por volumes finitos na solução da equação de advecção, Eq. (2). Objetiva-se determinar as soluções em um domínio unidimensional de comprimento L_x , com condição inicial,

$$c(x, 0) = \exp[-A(x - B)^2] + s(x) \quad (3)$$

onde $s(x) = 0$, a menos do caso em que $C \leq x \leq D$, onde $s(x) = E$.

Como condições de contorno,

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0}^t = 0 \quad (4)$$

e

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=L_x}^t = 0. \quad (5)$$

Considera-se neste trabalho a equação

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - C (Q_i^n - Q_{i-1}^n) - \frac{1}{2} C (1 - C) [\psi(\theta_{i+1/2}^n) (Q_{i+1}^n - Q_i^n) - \psi(\theta_{i-1/2}^n) (Q_i^n - Q_{i-1}^n)] \quad (6)$$

onde, como $\bar{u} > 0$,

$$\theta_{i-1/2}^n = \frac{Q_{i-1}^n - Q_{i-2}^n}{Q_i^n - Q_{i-1}^n} \quad (7)$$

$$\theta_{i+1/2}^n = \frac{Q_i^n - Q_{i-1}^n}{Q_{i+1}^n - Q_i^n} \quad (8)$$

e os seguintes métodos para a escolha da função $\psi(\theta)$ devem ser adotados

a) *upwind*

$$\psi(\theta) = 0 \quad (9)$$

b) Superbee

$$\psi(\theta) = \max(0, \min(1, 2\theta), \min(2, \theta)) \quad (10)$$

c) van Albada

$$\psi(\theta) = \frac{\theta^2 + \theta}{\theta^2 + 1} \quad (11)$$

Elabore testes envolvendo refinamento de malha no espaço (aumento progressivo no número de volumes finitos, n_x , na malha computacional). Avalie a solução para diferentes tempos finais de simulação (utilizar discussão em sala de aula) e compare os resultados obtidos com os diferentes métodos. Cada estudante terá o seu conjunto padrão de dados (A, B, C, D, E , por exemplo; utilizar discussão em sala de aula). Apresente os resultados usando gráficos e/ou tabelas e apresente seu trabalho na forma de um relatório (formato .pdf), seguindo a estrutura de Resumo, Introdução, Metodologia, Resultados, Discussão, Conclusões e Referências Bibliográficas, colocando em Anexo a listagem do código desenvolvido.

Será permitido, excepcionalmente devido às condições de tempo para os estudantes neste período, que o relatório do Trabalho III seja feito a partir da evolução/adaptação do relatório do Trabalho II, também tendo em vista a semelhança das duas temáticas envolvidas. Isto deve favorecer aos estudantes na estrutura geral do trabalho e em seções de Introdução e Metodologia, por exemplo.

Data de entrega: até às 23:00 h do dia 11/12/2020.