Contoh 5

Buktikan, jika $c > 0$, maka $\lim_{x \to c} \sqrt{x} = \sqrt{c}$

Analisis Pendahuluan

Akan dicari bilangan $\delta > 0$ sedemikian sehingga apabila $0 < |x - c| < \delta$ berlaku $|\sqrt{x} - \sqrt{c}| < \varepsilon$ untuk setiap $\varepsilon > 0$.

Perhatikan:

$$\begin{aligned} |\sqrt{x} - \sqrt{c}| &= \left| \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{c})(\sqrt{x} + \sqrt{c})}{\sqrt{x} + \sqrt{c}} \right| \\ &= \left| \frac{x - c}{\sqrt{x} + \sqrt{c}} \right| \\ &= \frac{|x - c|}{\sqrt{x} + \sqrt{c}} \\ &\leq \frac{|x - c|}{\sqrt{c}} \end{aligned}$$

Dapat dipilih $\delta = \varepsilon\sqrt{c}$

Bukti:

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$ dipilih $\delta = \varepsilon\sqrt{c}$. Oleh karenanya jika $0 < |x - c| < \delta$ maka berlaku $|\sqrt{x} - \sqrt{c}| \leq \frac{|x - c|}{\sqrt{c}} < \frac{\varepsilon\sqrt{c}}{\sqrt{c}} < \varepsilon$. □

2.4 Teorema Limit

Teorema 2.4.1

Misalkan *n* bilangan bulat positif, *k* konstanta, serta *f* dan *g* fungsi-fungsi yang mempunyai limit di *c*, maka:

1) $\lim_{x \to c} k = k$

2) $\lim_{x \to c} x = c$

3) $\lim_{x \to c} kf(x) = k \lim_{x \to c} f(x)$

4) $\lim_{x \to c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) + \lim_{x \to c} g(x)$

5) $\lim_{x \to c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) - \lim_{x \to c} g(x)$

6) $\lim_{x \to c} [f(x).g(x)] = \lim_{x \to c} f(x). \lim_{x \to c} g(x)$

7) $\lim_{x \to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x \to c} f(x)}{\lim_{x \to c} g(x)}$, asalkan $\lim_{x \to c} g(x) \neq 0$

8) $\lim_{x \to c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \to c} f(x) \right]^n$

9) $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to c} f(x)}$, asalkan $\lim_{x \to c} f(x) > 0$ untuk *n* bilangan genap.

Bukti teorema 2.4.1 ini dibiarkan untuk latihan.

Dengan menggunakan teorema ini maka penentuan nilai limit suatu fungsi akan menjadi lebih mudah.

Contoh 6

Carilah $\lim_{x \to 3} 5x^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} 5x^2 &= 5 \lim_{x \to 3} x^2 && \textit{teorema } 2.2.1\ 3) \\ &= 5 \left[\lim_{x \to 3} x \right]^2 && \textit{teorema } 2.2.1\ 8) \\ &= 5(3)^2 && \textit{teorema } 2.2.1\ 2) \\ &= 45. \end{aligned}$$

Contoh 7

Carilah $\lim_{x \to 3} (5x^2 - 20)$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} (5x^2 - 20) &= \lim_{x \to 3} 5x^2 - \lim_{x \to 3} 20 && \textit{teorema } 2.2.1\ 5) \\ &= 45 - 20 && \textit{teorema } 2.2.1\ 1) \\ &= 25. \end{aligned}$$

Contoh 8

Carilah $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{5x^2 - 20}}{x}$

Penyelesaian: $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{5x^2 - 20}}{x} = \dfrac{\lim\limits_{x\to 3} \sqrt{5x^2 - 20}}{\lim\limits_{x\to 3} x}$ *teorema* 2.2.1 7)

$= \dfrac{\sqrt{\lim\limits_{x\to 3} 5x^2 - 20}}{3}$ *teorema* 2.2.1 2) dan 9)

$= \dfrac{\sqrt{25}}{3}$ dari contoh 7.

$= \dfrac{5}{3}$

Ingat, bentuk $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$ disebut polinom dan hasil bagi polinom disebut fungsi rasional, $\dfrac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + ... + b_m x^m}$.

Teorema 2.4.2

1) Jika f fungsi polinom maka $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$

2) Jika f fungsi rasional maka $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$ asalkan nilai penyebut di c tidak nol.

Teorema 2.4.2 ini dapat dibuktikan dengan menggunakan teorema 2.4.1.

Dengan adanya teorma 2.4.2 maka penentuan nilai limit fungsi polinom atau fungsi rasional menjadi sangat mudah, tentunya asalkan syarat perlu pada teorema tersebut untuk fungsi rasional dipenuhi.

Contoh 9

Tentukan $\lim_{x \to 2} 7x^5 - 10x^4 - 13x + 6$

Penyelesaian: $\lim_{x \to 2} 7x^5 - 10x^4 - 13x + 6 = 7(2)^5 - 10(2)^4 - 13(2) + 6 = 44$

Contoh 10

Tentukan $\lim_{x \to 2} \frac{7x^5 - 10x^4 - 13x + 6}{3x^2 - 6x - 8}$

Penyelesaian: $\lim_{x \to 2} \frac{7x^5 - 10x^4 - 13x + 6}{3x^2 - 6x - 8} = \frac{7(2)^5 - 10(2)^4 - 13(2) + 6}{3(2)^2 - 6(2) - 8} = \frac{44}{-8} = -\frac{11}{2}$.

Contoh 11

Tentukan $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 + 3x + 7}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^3 + 3x + 7}{(x-1)^2}$

Penyelesaian:

Teorema 2.4.2 tidak dapat digunakan karena nilai penyebut di $x = 1$ adalah nol dan teorema 2.4.1 bagian 7) juga tidak dapat dugunakan karena limit penyebut nol. Tetapi, karena limit pembilang 11, maka selama x mendekati 1 terjadi pembagian bilangan yang dekat 11 dengan bilangan positif dekat 0. Hasilnya adalah sebuah bilangan positif yang besar dan dapat dibuat besar sekehendak kita dengan membiarkan x cukup dekat dengan 1. Dalam hal ini dikatakan limitnya tidak ada. Contoh seperti ini akan diuraikan lebih lanjut pada bagian lain.

Contoh 12

Tentukan $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6}$

Penyelesaian:

Sebelum mencoba mengambil limitnya terlebih dahulu diadakan penyederhanaan pecahan dengan faktorisasi.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+5)}{(x-2)(x+3)}$$

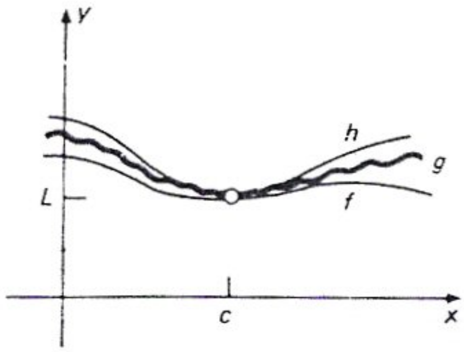
$$= \lim_{x \to 2} \frac{x+5}{x+3}$$

$$= \frac{7}{5}$$

Teorema 2.4.3 (*Teorema Apit*)

Misalkan f, g dan h adalah fungsi-fungsi dengan $f(x) \le g(x) \le h(x)$ untuk setiap x di sekitar c, kecuali mungkin di c. Jika $\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} h(x) = L$,

maka $\lim_{x \to c} g(x) = L$.



Bukti:

Diberikan bilangan $\varepsilon > 0$

Karena $\lim_{x \to c} f(x) = L$, berarti terdapat bilangan $\delta_1 > 0$ sedemikian hingga

$$0 < |x - c| < \delta_1 \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon \Leftrightarrow L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon.$$

Karena $\lim_{x \to c} h(x) = L$, berarti terdapat bilangan $\delta_2 > 0$ sedemikian hingga

$$0 < |x - c| < \delta_2 \Rightarrow |h(x) - L| < \varepsilon \Leftrightarrow L - \varepsilon < h(x) < L + \varepsilon$$

Dipilih $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$

Apabila $0 < |x - c| < \delta$ maka berlaku

$$\begin{aligned} & L - \varepsilon < f(x) \le g(x) \le h(x) < L + \varepsilon \\ \Rightarrow\ & L - \varepsilon < g(x) < L + \varepsilon \\ \Leftrightarrow\ & |g(x) - L| < \varepsilon \end{aligned}$$

Terbukti $\lim_{x \to c} g(x) = L$.

Contoh 13

Dapat diselidiki bahwa $1 - \frac{x^2}{6} \le \frac{\sin x}{x} \le 1$ untuk semua x yang mendekati tetapi tidak 0. Tunjukkan bahwa $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Penyelesaian:

Misalkan $f(x) = 1 - \frac{x^2}{6}$, $g(x) = \frac{\sin x}{x}$, dan $h(x) = 1$, maka $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 1 - \frac{x^2}{6} = 1$ dan $\lim_{x\to 0} h(x) = 1$, sehingga diperoleh

$$\lim_{x\to 0} 1 - \frac{x^2}{6} \le \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \le \lim_{x\to 0} 1$$

$$\Leftrightarrow \qquad 1 \le \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \le 1$$

Berdasarkan teorema 2.4.3 maka dapat disimpulkan $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

SOAL 2

1. Untuk fungsi $f(x) = 3x^3 + x$, hitunglah masing-masing nilai

   a. $f(1)$ c. $f(\frac{1}{2})$

   b. $f(-6)$ d. $f(\frac{1}{x})$

2. Untuk fungsi $g(t) = \frac{\sqrt{t}}{1+t^2}$, hitunglah masing-masing nilai

   a. $f(1)$ c. $f(\frac{1}{4})$

   b. $f(9)$ d. $f(\frac{1}{x^4})$

3. Gambarlah grafik fungsi

   a. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & , \quad x \le 1 \\ 3x & , \quad x > 1 \end{cases}$

   b. $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , \quad x \le 0 \\ 1 & , \quad 0 < x < 2 \\ x + 1 & , \quad x \ge 2 \end{cases}$

4. Jika $f(x) = x^2 + x$ dan $g(x) = \frac{2}{x+3}$, tentukan:

   a. $(f + g)(2)$ d. $(f / g)(1)$

   b. $(f - g)(2)$ e. $(g \circ f)(1)$

   c. $(f\,g)(1)$ f. $(f \circ g)(1)$

5. Jika $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ dan $g(x) = \frac{2}{x}$, tentukan:

a. $(f\,g)(x)$

b. $(f\,/\,g)(x)$

c. $(g \circ f)(x)$

d. $(f \circ g)(x)$

e. $f^{4}(x) + g^{4}(x)$

Dalam soal nomor 6 – 10, buktikan limit-limit tersebut.

6. $\lim_{x\to 3}(3x-7)=2$

7. $\lim_{x\to -2}(2x-4)=-8$

8. $\lim_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x-5}=10$

9. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+5x-6}{x-1}=7$

10. $\lim_{x\to 2}\sqrt{2x}=2$

11. Buktikan bahwa jika $\lim_{x\to c} f(x)=L$ dan $\lim_{x\to c} f(x)=M$, maka $L = M$.

12. Misalkan F dan G adalah fungsi-fungsi sedemikian sehingga $0 \le F(x) \le G(x)$ untuk semua x dekat dengan c, kecuali mungkin di c, buktikan bahwa jika $\lim_{x\to c} G(x)=0$ maka $\lim_{x\to c} F(x)=0$.

Untuk soal-soal berikut (no. 13 s.d. 20), tentukan nilai limit fungsi berikut

13. $\lim_{x\to 3}(7x-4)$

14. $\lim_{x\to -1}(2x^3-5x)$

15. $\lim_{x\to 0}(4x^2-3)(7x^3+2x)$

16. $\lim_{x\to -2}\dfrac{3x^4-8}{x^3+24}$

17. $\lim_{u\to 2}\dfrac{u^2-2u}{u^2-4}$

18. $\lim_{t\to -1}\dfrac{t^2+7t+7}{t^2-4t-5}$

19. $\lim\limits_{w \to -2} \dfrac{(w+2)(w^2 - w - 6)}{w^2 + 4w + 4}$

20. $\lim\limits_{y \to 1} \dfrac{(y-1)(y^2 + 2y - 3)}{y^2 - 2y + 1}$

2.5 Limit Kiri dan Limit Kanan

Definisi

Limit $f(x)$ untuk x mendekati c dari **kiri** adalah L, ditulis

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L$$

jika untuk setiap bilangan $\varepsilon > 0$ (betapapun kecilnya), terdapat bilangan $\delta > 0$ sedemikian sehingga apabila $0 < c - x < \delta$, maka berlaku $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Limit $f(x)$ untuk x mendekati c dari **kanan** adalah L, ditulis

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

jika untuk setiap bilangan $\varepsilon > 0$ (betapapun kecilnya), terdapat bilangan $\delta > 0$ sedemikian sehingga apabila $0 < x - c < \delta$, maka berlaku $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Teorema 2.5.1

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \to c^-} f(x) = \lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

Contoh 14

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \geq 1 \\ x^2, & x < 1 \end{cases}$$

Tentukan $\lim_{x \to 1^-} f(x)$, $\lim_{x \to 1^+} f(x)$, dan $\lim_{x \to 1} f(x)$, selanjutnya gambarkan grafik fungsi f.

Penyelesaian:

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1} x^2 = 1$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1} 2 - x = 1$

Karena $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = 1$ maka $\lim_{x \to 1} f(x) = 1$.

Contoh 15

$$g(x) = \begin{cases} 3 - x\,, & x \geq 1 \\ x^2\,, & x < 1 \end{cases}$$ Tentukan $\lim_{x\to 1^-} g(x)$, $\lim_{x\to 1^+} g(x)$, dan $\lim_{x\to 1} g(x)$,

selanjutnya gambarkan grafik fungsi g

Tentukan $\lim_{x\to 1^-} g(x)$, $\lim_{x\to 1^+} g(x)$, dan $\lim_{x\to 1} g(x)$, selanjutnya gambarkan grafik fungsi f.

Penyelesaian:

$\lim_{x\to 1^-} g(x) = \lim_{x\to 1} x^2 = 1$

$\lim_{x\to 1^+} g(x) = \lim_{x\to 1} 3 - x = 2$

Karena $\lim_{x\to 1^-} g(x) \neq \lim_{x\to 1^+} g(x)$ maka $\lim_{x\to 1} g(x)$ tidak ada.

2.6 Limit Tak Hingga

Contoh 16

Carilah $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}$ jika ada.

Penyelesaian:

x	$\frac{1}{x^2}$
± 1	1
± 0,5	4
± 0,2	25
± 0,1	100
± 0,05	400
± 0,01	10.000
± 0,001	1.000.000

Semakin x mendekati 0, x^2 juga semakin dekat dengan 0, dan nilai $\frac{1}{x^2}$ menjadi sangat besar (lihat tabel di samping). Nampak dari grafik fungsi $f(x) = \frac{1}{x^2}$ yang diperlihatkan pada gambar 2.4 bahwa nilai $f(x)$ dapat dibuat sangat besar dengan mengambil x cukup dekat ke 0. dengan demikian nilai $f(x)$ tidak mendekati suatu bilangan , sehingga $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}$ tidak ada.

Untuk menunjukkan jenis perilaku seperti uang ditunjukkan dalam contoh ini kita gunakan notasi

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

Hal ini tidak berarti bahwa kita menganggap ∞ sebagai suatu bilangan. Tidak juga bermakna bahwa limit tersebut ada. Notasi tersebut hanyalah menyatakan cara khusus untuk menunjukkan bahwa limit tersebut tidak ada.

Secara umum kita tuliskan

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

untuk menunjukkan nilai $f(x)$ menjadi semakin besar ketika x semakin mendekati c.

Limit jenis serupa, untuk fungsi yang menjadi negatif tak berhingga ketika x mendekati c dituliskan dengan

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty$$

Contoh 17

$$\lim_{x \to 0} \left(-\frac{1}{x^2} \right) = -\infty$$

Hal ini juga dapat diberlakukan untuk limit kiri dan limit kanan

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to c^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to c^+} f(x) = -\infty$$

Sebuah garis $x = c$ disebut asimtot tegak kurfa $y = f(x)$ jika paling sedikit salah satu dari pernyataan berikut benar:

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to c^-} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to c^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to c^-} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to c^+} f(x) = -\infty$$

Sebagai contoh, sumbu Y atau $x = 0$ merupakan asimtot tegak kurva $y = \frac{1}{x^2}$ karena $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$.

Contoh 18

Hitunglah $\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan x$ dan $\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan x$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan x = \lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sin x}{\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \cos x} = \infty$$

$$\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan x = \lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \sin x}{\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \cos x} = -\infty$$

2.7 Kekontinuan Fungsi

Definisi

Misalkan $f : A \to R$ suatu fungsi, maka

a. Fungsi f dikatakan kontinu di $c \in A$ jika $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

b. Fungsi f dikatakan kontinu pada himpunan A jika f kontinu disetiap anggota A.

Definisi a mengandung arti bahwa f dikatakan kontinu di $c \in A$ jika dipenuhi ketiga syarat berikut:

1) $\lim_{x \to c} f(x)$ ada

2) Nilai $f(c)$ ada

3) $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

Contoh 19

1. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 1 \quad , & x = 2 \end{cases}$

   Apakah f kontinu di $x = 2$?
   Gambarkan grafik fungsi f.

   Penyelesaian:

   1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2}(x+2) = 4$ (ada)

   2) $f(2) = 1$ (ada)

   3) Karena $\lim\limits_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$ maka f <u>tidak</u> kontinu di $x = 2$.

   Gambarkan grafik fungsi f diserahkan kepada pembaca.

2. $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2}$

   Apakah f kontinu di $x = 2$?
   Gambarkan grafik fungsi f.

   Penyelesaian:

   1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2}(x+2) = 4$ (ada)

   2) $f(2)$ tidak ada

   3) Karena $f(2)$ tidak ada, maka f <u>tidak</u> kontinu di $x = 2$.

   Gambarkan grafik fungsi f diserahkan kepada pembaca.

3. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 4 \quad , & x = 2 \end{cases}$

   Apakah f kontinu di $x = 2$?
   Gambarkan grafik fungsi f.

Penyelesaian:

1) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim\limits_{x \to 2}(x+2) = 4$ (ada)

2) $f(2) = 4$ (ada)

3) Karena $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = f(2)$ maka f kontinu di $x = 2$.

Gambarkan grafik fungsi f diserahkan kepada mahasiswa.

4. $f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \geq 1 \\ x^2, & x < 1 \end{cases}$

Apakah f kontinu di $x = 1$?
Gambarkan grafik fungsi f.

Penyelesaian:

1) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} x^2 = 1$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} 2 - x = 1$

Karena $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 1$ maka $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 1$ (ada)

Lihat kembali contoh 14.

2) $f(1) = 2 - 1 = 1$ (ada)

3) Karena $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = f(1)$, maka f kontinu di $x = 1$.

Gambarkan grafik fungsi f diserahkan kepada mahasiswa.

5. $g(x) = \begin{cases} 3 - x, & x \geq 1 \\ x^2, & x < 1 \end{cases}$

Apakah g kontinu di $x = 1$?
Gambarkan grafik fungsi g.

Penyelesaian:

1) $\lim\limits_{x \to 1^-} g(x) = \lim\limits_{x \to 1} x^2 = 1$

$\lim\limits_{x \to 1^+} g(x) = \lim\limits_{x \to 1} 3 - x = 2$

Karena $\lim_{x\to 1^-} g(x) \neq \lim_{x\to 1^+} g(x)$ maka $\lim_{x\to 1} g(x)$ tidak ada.

(lihat kembali contoh 15)

Karena $\lim_{x\to 1} g(x)$ tidak ada, maka g tidak kontinu di $x = 1$

Teorema 2.7.1

1. Fungsi polinom (fungsi suku banyak) kontinu pada R.
2. Jika fungsi-fungsi f dan g keduanya kontinu di c dan k sembarang konstanta maka fungsi $f+g$, $f-g$, kf, f/g (asal $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$) juga kontinu di c.
3. Jika g fungsi yang kontinu di c dan f fungsi kontinu di $g(c)$ maka $f \circ g$ kontinu di c.

SOAL 2

1. Tentukan limit (sepihak) berikut:

   a. $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{x}{|x|}$

   b. $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{x}{|x|}$

   c. $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x \le 1, \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$

   $\lim_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, dan $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

2. Apakah fungsi-fungsi berikut kontinu di 2?

   a. $h(t) = \begin{cases} \dfrac{t^3-8}{t-2}, & t \neq 2 \\ 12 \quad, & t = 2 \end{cases}$

b. $h(t) = \begin{cases} \dfrac{4t-8}{t-2}, & t \neq 2 \\ 2, & t = 2 \end{cases}$

c. $g(x) = \begin{cases} x+3, & x < 2 \\ x^2+1, & x \geq 2 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} -3x+4, & x \leq 2 \\ -2, & x > 2 \end{cases}$

3. $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$

   a. Apakah f kontinu di 0?
   b. Apakah f kontinu di 1?

4. $g(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ -x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$

   a. Apakah g kontinu di 0?
   b. Apakah g kontinu di 1?