Prostor Elementárních Jevů

Elementární Jev w
Každý možný výsledek náhodného pokusu.

Prostor Elementárních Jevů Ω
Množina všech elementárních jevů.

Příklady

- $\Omega = \{R, L\}$
- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ (narozeninový experiment)
- $\Omega = (0, \infty)$ (most)
- $\Omega = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$ (dopisy)

Prostor Elementárních Jevů

Elementární Jev w

Každý možný výsledek náhodného pokusu.

Prostor Elementárních Jevů Ω

Množina všech elementárních jevů.

Příklady

- $\Omega = \{R, L\}$
- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ (narozeninový experiment)
- $\Omega = (0, \infty)$ (most)
- $\Omega = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$ (dopisy)

Náhodný Jev

Náhodný Jev A

Libovolná podmnožina prostoru elementárních jevů. ($A \subset \Omega$)

Příklady

- $D = \{1, 3, 5, 7, 8, 10, 12\}$
- $R = \{$2-Únor,6-Červen,7-Červenec,8-Srpen,12-Prosinec$\}$
- $D \cap R = \{7, 8, 12\}$

Náhodný Jev

Náhodný Jev A

Libovolná podmnožina prostoru elementárních jevů. $(A \subset \Omega)$

Příklady

- $D = \{1, 3, 5, 7, 8, 10, 12\}$
- $R = \{$2-Únor,6-Červen,7-Červenec,8-Srpen,12-Prosinec$\}$
- $D \cap R = \{7, 8, 12\}$

Počítání s náhodnými jevy

Průnik

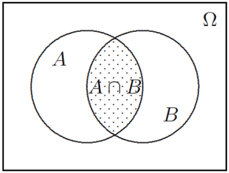
$A \cap B = \{w \in \Omega : w \in A \text{ a zároveň } w \in B\}$

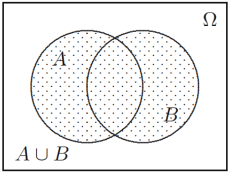
Sjednocení

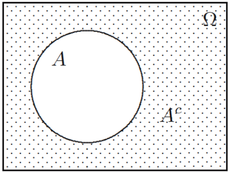
$A \cup B = \{w \in \Omega : w \in A \text{ nebo } w \in B\}$

Doplněk

$A^c = \{w \in \Omega : w \notin A\}$







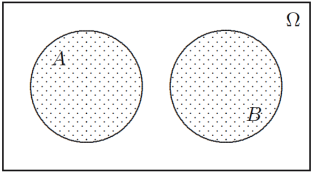
Vzájemné vztahy náhodných jevů

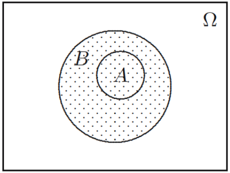
Disjunktní - vzájemně se vylučující

$A \cap B = \emptyset$

A implikuje B

$A \subset B$





DeMorganovy zákony

- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Pravděpodobnost

Definice

Pravděpodobnostní funkce P na konečném prostoru Ω přiřazuje každému náhodnému jevu $A \subset \Omega$ číslo $P(A)$ v intervalu $[0, 1]$ takové, že

I $P(\Omega) = 1$, a
II $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ jestliže A a B jsou disjunktní.

Číslo $P(A)$ se nazývá pravděpodobnost, že A nastane.

Důkaz obecnějšího tvrzení

$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) + P(C)$

Správné značení

$P(\{R\}) = P(\{L\}) = \frac{1}{2}$

Pravděpodobnost

Definice

Pravděpodobnostní funkce P na konečném prostoru Ω přiřazuje každému náhodnému jevu $A \subset \Omega$ číslo $P(A)$ v intervalu $[0,1]$ takové, že

I. $P(\Omega) = 1$, a
II. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ jestliže A a B jsou disjunktní.

Číslo $P(A)$ se nazývá pravděpodobnost, že A nastane.

Důkaz obecnějšího tvrzení

$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) + P(C)$

Správné značení

$P(\{R\}) = P(\{L\}) = \frac{1}{2}$

Pravděpodobnost

Definice

Pravděpodobnostní funkce P na konečném prostoru Ω přiřazuje každému náhodnému jevu $A \subset \Omega$ číslo $P(A)$ v intervalu $[0, 1]$ takové, že

I. $P(\Omega) = 1$, a
II. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ jestliže A a B jsou disjunktní.

Číslo $P(A)$ se nazývá pravděpodobnost, že A nastane.

Důkaz obecnějšího tvrzení

$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) + P(C)$

Správné značení

$P(\{R\}) = P(\{L\}) = \frac{1}{2}$

Pravděpodobnost příklady

Příklad 1

- $P(R) = 0,49,\ P(L) = 0,51$
- $P(\text{úspěch}) = p,\ P(\text{neúspěch}) = 1 - p,\ p \in [0,1]$

Příklad 2

- $P(1) = P(2) = \ldots = P(12) = \frac{1}{12}$
- $P(1) = \frac{31}{365}$ a $P(4) = \frac{30}{365}$

Cvičení R2.3

Vezměme v úvahu ještě přestupné roky. Jak budeme přiřazovat pravděpodobnost jednotlivým měsícům, tak abychom byli blíž reality?

Pravděpodobnost příklady

Příklad 1

- $P(R) = 0,49,\ P(L) = 0,51$
- $P(\text{úspěch}) = p,\ P(\text{neúspěch}) = 1 - p,\ p \in [0,1]$

Příklad 2

- $P(1) = P(2) = \ldots = P(12) = \frac{1}{12}$
- $P(1) = \frac{31}{365}$ a $P(4) = \frac{30}{365}$

Cvičení R2.3

Vezměme v úvahu ještě přestupné roky. Jak budeme přiřazovat pravděpodobnost jednotlivým měsícům, tak abychom byli blíž reality?

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),$$
$$A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,$$
$$A \cup B = B \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),$$
$$A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,$$
$$A \cup B = B \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),$$
$$A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,$$
$$A \cup B = B \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),$$
$$A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,$$
$$A \cup B = B \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),$$
$$A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,$$
$$A \cup B = B \cup (A \cap B^c),$$
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$
\begin{aligned}
&A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c),\\
&P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c),\\
&A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c,\\
&A \cup B = B \cup (A \cap B^c),\\
&P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),
\end{aligned}
$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Pravděpodobnost sjednocení

Odvození

$$
\begin{aligned}
&A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c), \\
&P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c), \\
&A \cup B = (A \cup B) \cap B \cup (A \cup B) \cap B^c, \\
&A \cup B = B \cup (A \cap B^c), \\
&P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^c),
\end{aligned}
$$

Věta

Pro libovolné dva náhodné jevy platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Lemma

Pro libovolný náhodný jev platí:

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$