Университет ИТМО

Лабораторная работа №6 «Зачётная»

по дисциплине: Вычислительная математика

Вариант: Интегрирование по области

Выполнил: Неграш Андрей, Р3230

Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2022

Описание метода решения

Для вычисления определённого интеграла по прямоугольной области в данной работе используется метод прямоугольников, причём для всех 3 методов – левых, средних и правых. В результате выводятся все 3 подсчитанных значения, которые можно сравнить между собой.

Для определения количества точек разбиения функции по каждой стороне используется правило Рунге для заданной функции и точности. Получив данное значение, мы высчитываем интеграл по определённой области согласно формуле 1 из раздела ниже. В качестве функции f(x,y) используется выбранная функция, а режим вычисления (левых прямоугольников, средних или правых) происходит параллельно.

Расчётные формулы

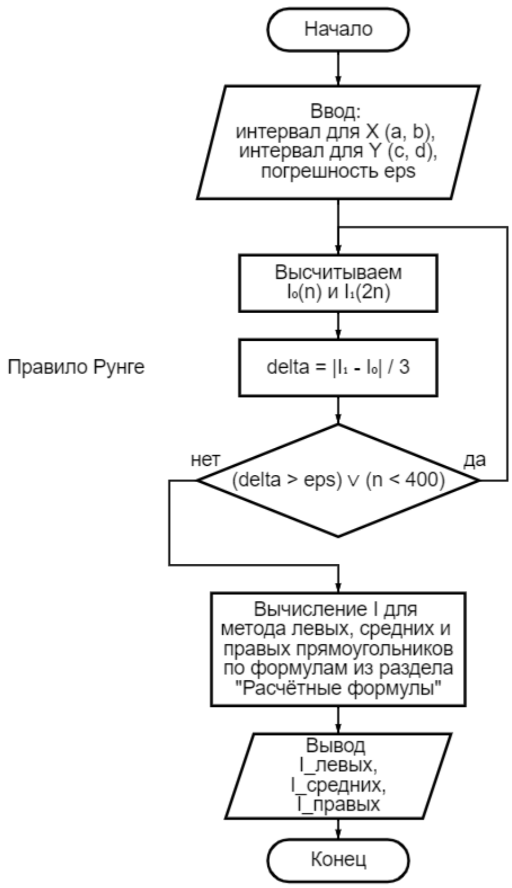
$I = \iint_G f(x,y)\,dx\,dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x,y)\,dy$*, где* G *это прямоугольник:* $a < x < b,\ c < y < d$

$$I_{\text{левых}} = \int_a^b f(x)dx = (b-a) * f(a)$$

$$I_{\text{средних}} = \int_a^b f(x)dx = (b-a) * f(\frac{b-a}{2})$$

$$I_{\text{правых}} = \int_a^b f(x)dx = (b-a) * f(b)$$

Блок-схема численного метода



Листинг численного метода

```
def solve_integral(count_steps, a, b, c, d, function, mode):
    step_x = abs(b - a) / count_steps
    step_y = abs(d - c) / count_steps
    x = np.linspace(a, b, count_steps)
    y = np.linspace(c, d, count_steps)
    integral = 0

    for i in range(0, len(y)):
        for j in range(0, len(x)):
            if mode == LEFT:
                integral += function(x[j], y[i]) * step_x * step_y
            elif mode == MIDDLE:
                integral += function(x[j] + step_x / 2, y[i] + step_y / 2) * step_x *
step_y
            elif mode == RIGHT:
                integral += function(x[j] + step_x, y[i] + step_y) * step_x * step_y

    return integral
```

Работа программы

Пример 1

Лабораторная №6: "Зачётная"
Вариант: интегрирование по области
Автор: Неграш А.В., P3230

Выберите уравнение:
1: $f(x,y) = x^2 + y^2$
2: $f(x,y) = x * y$

> *1*

Отлично! Вы выбрали функцию $f(x,y) = x^2 + y^2$
Введите левую границу промежутка для X:

> *-5*

Теперь введите правую границу промежутка для X:

> *5*

Введите левую границу промежутка для Y:

> *-1*

Теперь введите правую границу промежутка для Y:

> *1*

Последнее, что нужно ввести - погрешность:

> *0.01*

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом левых прямоугольников:
I ≈ 173.87584767865093

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом средних прямоугольников:
I ≈ 173.8771172099221

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом правых прямоугольников:
I ≈ 173.88092580366333

Пример 2

Лабораторная №6: "Зачётная"
Вариант: интегрирование по области
Автор: Неграш А.В., Р3230

Выберите уравнение:
1: $f(x,y) = x^2 + y^2$
2: $f(x,y) = x * y$

> *2*

Отлично! Вы выбрали функцию $f(x,y) = x * y$
Введите левую границу промежутка для X:

> *0*

Теперь введите правую границу промежутка для X:

> *1*

Введите левую границу промежутка для Y:

> *0*

Теперь введите правую границу промежутка для Y:

> *1*

Последнее, что нужно ввести - погрешность:

> *0.00001*

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом левых прямоугольников:
I ≈ 0.25

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом средних прямоугольников:
I ≈ 0.2507818603515574

Приблизительное значение вычисленного интеграла методом правых прямоугольников:
I ≈ 0.25156494140624813

Вывод

Методы кратного интегрирования просты в плане алгоритма решения, однако для получения более высокой точности потребуется выбирать меньший размер шага, что значительно увеличивает количество операций (поэтому в реализованной мною программе и есть условие количества разбиений не более 400). Метод также может быть применён для интегрирования функций по 2 и более переменным, однако увеличение кратности интеграла повлечёт за собой кратное увеличение числа операций по его вычислению.

Метод Монте-Карло также достаточно прост в вычислении и его основным достоинством является малое количества операций. Чаще всего данный метод используют, когда важна скорость вычисления, а не его точность. Идея метода состоит в вычислении интеграла по некоторому числу равномерно распределённых случайных точек. Также стоит отметить, что в отличии от методов кратного интегрирования, метод Монте-Карло способен вычислять интеграл не только для прямоугольных областей интегрирования.

Метод Люстерника-Диткина позволяет вычислить площадь любой фигуры, представив её в виде суммы площадей окружностей, правильных шестиугольников, эллипсов и/или прямоугольников. Данный метод очень хорош в плане точности – для одинаковой ошибки потребуется гораздо меньше операций.