Лабораторная работа №1:
«Оценка погрешности на основании проведения прямых измерений»

по дисциплине: Метрология, стандартизация и сертификация

Выполнил: Неграш Андрей, P34301

Преподаватель: Рассадина Анна Александровна

Санкт-Петербург
2023

1. Протокол измерений

Протокол наблюдений
к лабораторной работе №1
"Оценка погрешности на основании
проведения прямых измерений"

№ опыта	длина, см
1	0,86
2	0,88
3	0,87
4	0,87
5	0,86
6	0,86
7	0,87

$\Delta_м = 0,1$ мм

Выполнил: Неграш А.В., Р34301

Проверил:

2. Цель

Провести прямые измерения длины выданного эталона при помощи штангенциркуля, и согласно полученным результатам провести обработку измерений, определив систематическую, относительную и абсолютную погрешности.

3. Обработка результатов измерений

Для удобства проведения дальнейших измерений добавим столбец с длиной в миллиметрах:

№ опыта	**длина, см**	**длина, мм**
1	0,86	8,6
2	0,88	8,8
3	0,87	8,7
4	0,87	8,7
5	0,86	8,6
6	0,86	8,6
7	0,87	8,7

3.1. Устранение или учёт известных систематических погрешностей

Записанная на измерительном приборе (штангенциркуле) точность измерений составляет $\Delta = 0{,}1$ мм.

Приборная систематическая погрешность вычисляется по формуле:

$$\theta = \frac{\Delta}{2}$$

Тогда для используемого штангенциркуля систематическая погрешность составляет:

$$\theta = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05 \text{ мм}$$

3.2. Вычисление среднего значения (с одним лишним знаком)

Вычисление среднего арифметического значения исправленных результатов измерений происходит по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Поскольку во всех результатах измерений содержится постоянная систематическая погрешность, обусловленная использованием одного и того же измерительного прибора, для вычисления среднего значения мы её исключим, и таким образом исправленные результаты измерений в данном случае будут равны неисправленным.

Вычислим среднее арифметическое значение с помощью указанной выше формулы:

$$\bar{x} = \frac{1}{7} * (8{,}6 + 8{,}8 + 8{,}7 + 8{,}7 + 8{,}6 + 8{,}6 + 8{,}7) = \frac{60{,}7}{7} = 8{,}67 \text{ мм}$$

3.3. Вычисление среднего квадратического отклонения

Среднее квадратическое отклонение S группы, которая содержит n результатов измерений, вычисляется по формуле:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Вычислим среднее квадратическое отклонение для наших измерений:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{7-1} * (3 * (8{,}60 - 8{,}67)^2 + (8{,}80 - 8{,}67)^2 + 3 * (8{,}70 - 8{,}67)^2)}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{6} * (3 * 0{,}0049 + 0{,}0169 + 3 * 0{,}0009)} = \sqrt{\frac{0{,}0343}{6}}$$
$$= \sqrt{0{,}0057} = 0{,}08 \text{ мм}$$

3.4. Проверка на промахи

Для того, чтобы исключить промахи (грубые погрешности), которые выбиваются из общего ряда проведённых измерений, используется критерий Грабса. Для этого необходимо вычислить G_1 и G_2 согласно формулам:

$$G_1 = \frac{|x_{max} - \bar{x}|}{S}$$

$$G_2 = \frac{|\bar{x} - x_{min}|}{S}$$

Выберем уровень значимости q=5%, и тогда теоретическим значением критерия Грабса мы будем считать G_T=2,020. Вычислим G_1 и G_2 для проведения дальнейших сравнений:

$$G_1 = \frac{|8{,}80 - 8{,}67|}{0{,}08} = \frac{0{,}13}{0{,}08} = 1{,}625$$

$$G_2 = \frac{|8{,}67 - 8{,}6|}{0{,}08} = \frac{0{,}07}{0{,}08} = 0{,}875$$

В наших вычислениях $G_1 < G_T$ и $G_2 < G_T$, отсюда можно сделать вывод, что и максимальное, и минимальное значение не являются промахом и их можно учитывать в качестве полноценных результатов измерений.

3.5. Вычисление среднего квадратического отклонения среднего

Вычислим среднеквадратическое отклонение среднего по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Для наших вычислений:

$$S_{\bar{x}} = \frac{0{,}08}{\sqrt{7}} = \frac{0{,}08}{2{,}65} = 0{,}03 \text{ мм}$$

3.6. Определение доверительной случайной погрешности

Доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины вычисляют по формуле:

$$\varepsilon = t * S_{\bar{x}}$$

Выберем коэффициент Стьюдента по таблице, где доверительная вероятность P=95%. По таблице t=2,365. Тогда доверительные границы случайности для наших вычислений:

$$\varepsilon = 2{,}365 * 0{,}030 = 0{,}07 \text{ мм}$$

3.7. Запись окончательного результата

Для записи окончательного результата нам потребуется учесть полную абсолютную погрешность прямого измерения согласно формуле:

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{(\varepsilon)^2 + (\theta)^2}$$

Для проведённых выше вычислений:

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{(0{,}07)^2 + (0{,}05)^2} = \sqrt{0{,}008} = 0{,}09$$

Также вычислим относительную погрешность по формуле:

$$\delta x = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} * 100\%$$

$$\delta x = \frac{0,087}{8,67} * 100\% = 0,01 * 100\% = 1\%$$

После всех проведённых вычислений мы можем записать окончательный результат прямого измерения:

$$x = 8,67 \pm 0,087 \rightarrow x = 8,670 \pm 0,087 \rightarrow x = (8,67 \pm 0,09) \text{ мм}$$

4. Вывод

При обработке результатов прямых измерений необходимо учитывать случайную и систематическую погрешность. Систематическая составляющая погрешности определялась через погрешность измерительного прибора. Случайная составляющая погрешности определялась вероятностными методами. В результате вычислений относительная погрешность составила 1%, что говорит о том, что результаты измерений являются высокоточными.