

Университет ИТМО

Лабораторная работа №4 «Интерполяция и аппроксимация»

по дисциплине: Вычислительная математика

Вариант: метод интерполяции полинома Лагранжа

Выполнил: Неграш Андрей, Р3230

Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2022

Описание метода решения

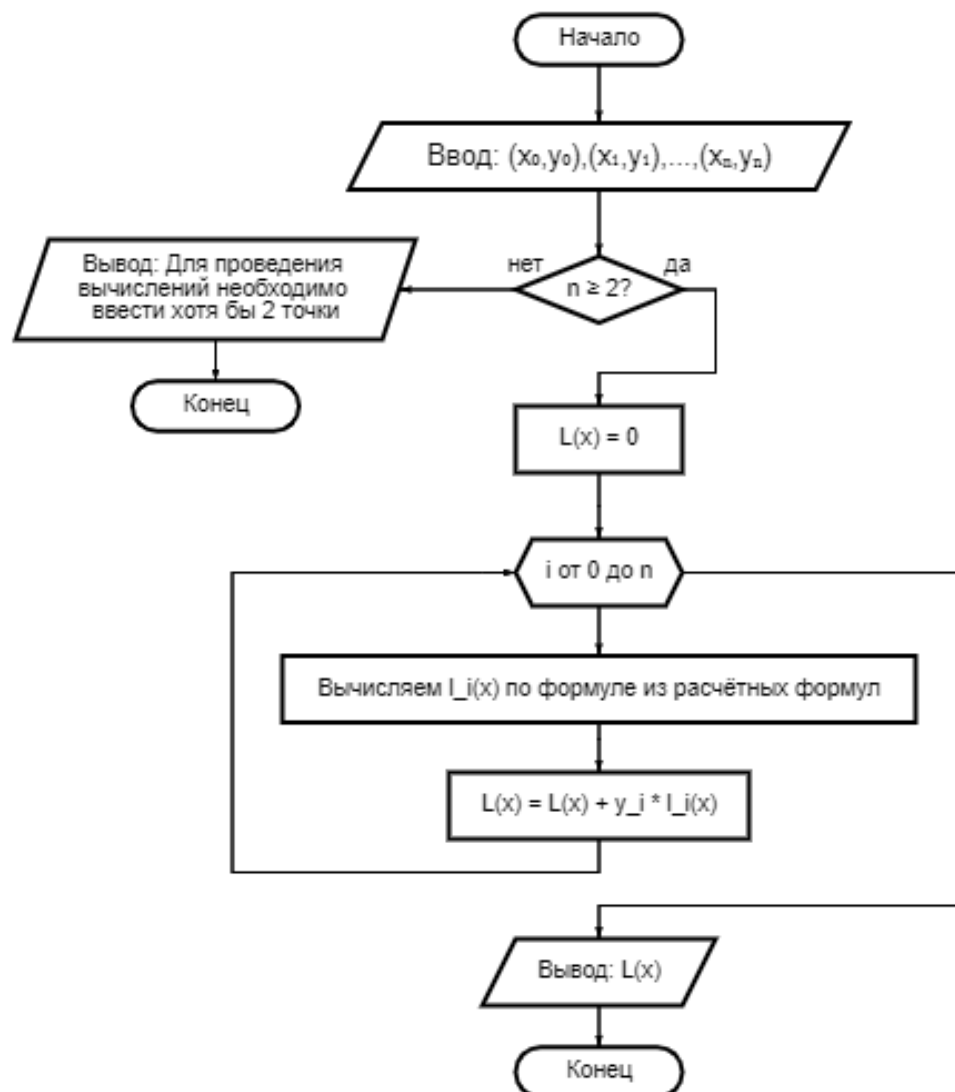
Метод представляет собой интерполяцию точек посредством построения многочлена так, чтобы он принимал нужное значение в заданном наборе точек и при этом имел степень, меньшую или равную количеству точек.

Расчётные формулы

$$L(x) = \sum_{j=0}^k y_j \times l_j(x)$$

$$l_j(x) = \prod_{\substack{0 \leq m \leq k \\ m \neq j}} \frac{x - x_m}{x_j - x_m}$$

Блок-схема численного метода



Листинг численного метода

```
def add_arrs(arr1, arr2):
    return list(map(op.add, arr1, arr2))

def multiply_arr(arr, coef):
    return [a * coef for a in arr]

def compute_multi(arr, pair):
    if len(arr) == 0:
        return [pair[0], pair[1]]

    multi1 = multiply_arr(arr, pair[0]) + [0]
    multi2 = [0] + multiply_arr(arr, pair[1])

    return add_arrs(multi1, multi2)

def generate_basis_poly(lst, i):
    ret = []
    xi = lst[i][0]
    for j in [x for x in range(len(lst)) if x != i]:
        xj = lst[j][0]
        ret = compute_multi(ret, (1 / (xi - xj), -xj / (xi - xj)))
    return ret

def generate_polynomial(lst):
    ret = generate_basis_poly(lst, 0)
    ret = multiply_arr(ret, lst[0][1])
    for i in range(1, len(lst)):
        newarr = generate_basis_poly(lst, i)
        newarr = multiply_arr(newarr, lst[i][1])
        ret = add_arrs(ret, newarr)

    return ret
```

Работа программы

1) Линейная функция

Лабораторная №4: "Интерполяция и аппроксимация"

Вариант: метод интерполяции полиномом Лагранжа

Автор: Неграш А.В., Р3230

Список команд:

[x] [y] - добавить точку (введите 2 числа через пробел)

x [x] - посчитать значение y в заданной координате

o [id] - наложить дополнительный график. В качестве параметра передайте id одного из уравнений:

1: $y = x - 3$

2: $y = 2x^2 - 4x + 2$

3: $y = 7x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

4: $y = \sin(x)$

0: удалить все дополнительные графики

d - удалить все точки

- v - просмотреть введённые точки
- c - посчитать полином
- h - вывод списка команд
- q - выход из программы

> d

Все ранее добавленные точки успешно удалены

> 0 -3

Добавлена точка $x = 0$; $y = -3$

> 1 -2

Добавлена точка $x = 1$; $y = -2$

> o 1

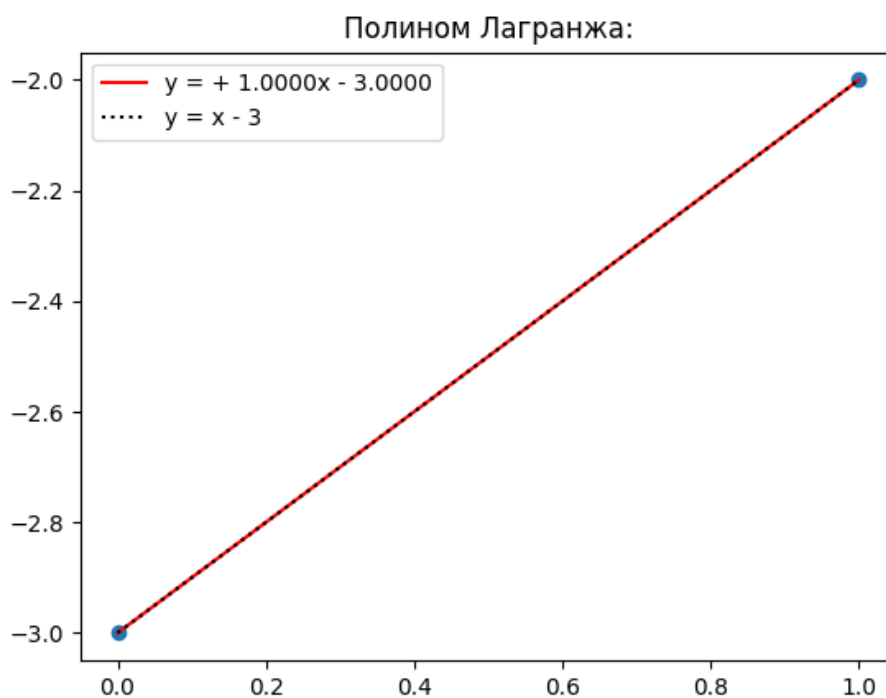
Добавлено $y = x - 3$ на график.

> c

Формула полинома:

$$y = + 1.0000x - 3.0000$$

Figure 1



2) Кубическая функция

> d

Все ранее добавленные точки успешно удалены

> o 3

Добавлено $y = 7x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ на график.

> 2 52

Добавлена точка $x = 2; y = 52$

> -2 -72

Добавлена точка $x = -2; y = -72$

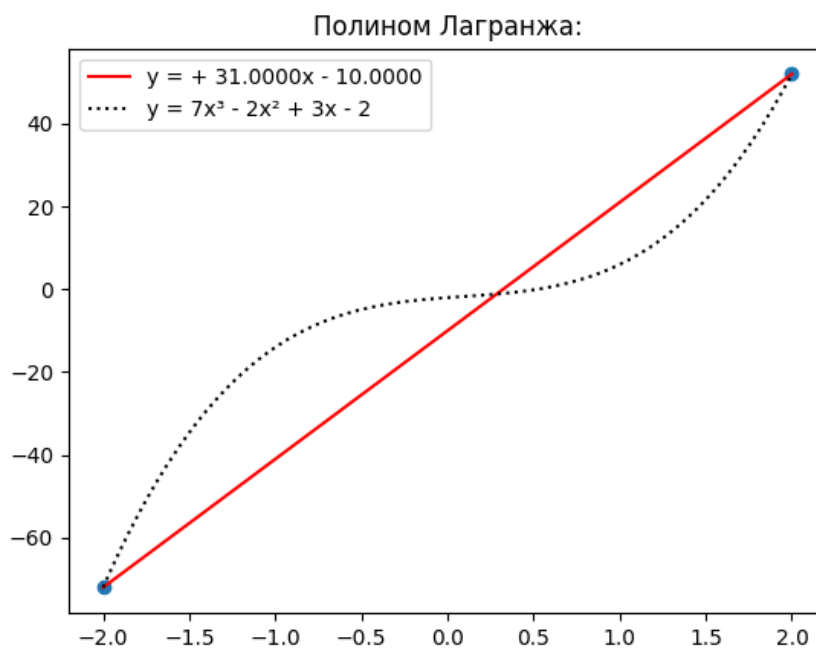
> c

Формула полинома:

$$y = + 31.0000x - 10.0000$$

Figure 1

— □ ×



x=1.295 y=6.4

> 0 -2

Добавлена точка $x = 0; y = -2$

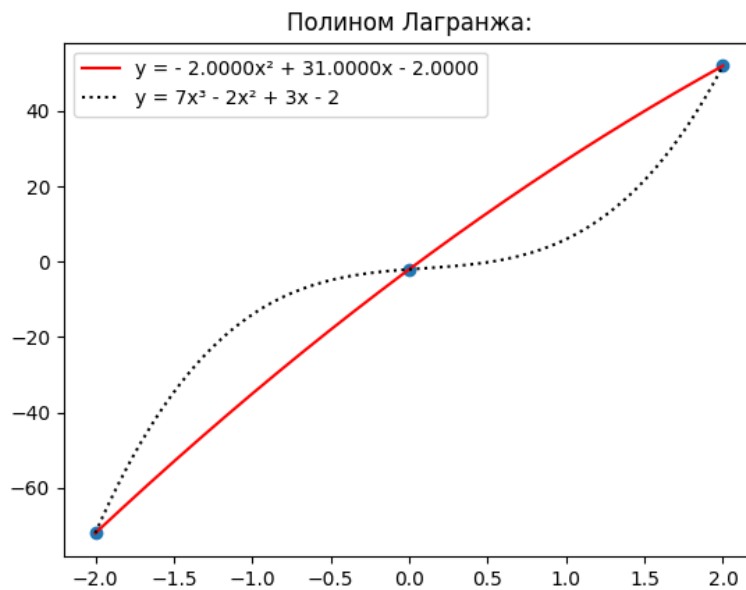
> c

Формула полинома:

$$y = -2.0000x^2 + 31.0000x - 2.0000$$

Figure 1

— □ ×



x=-1.162 y=-16.5

> 16

Добавлена точка $x = 1$; $y = 6$

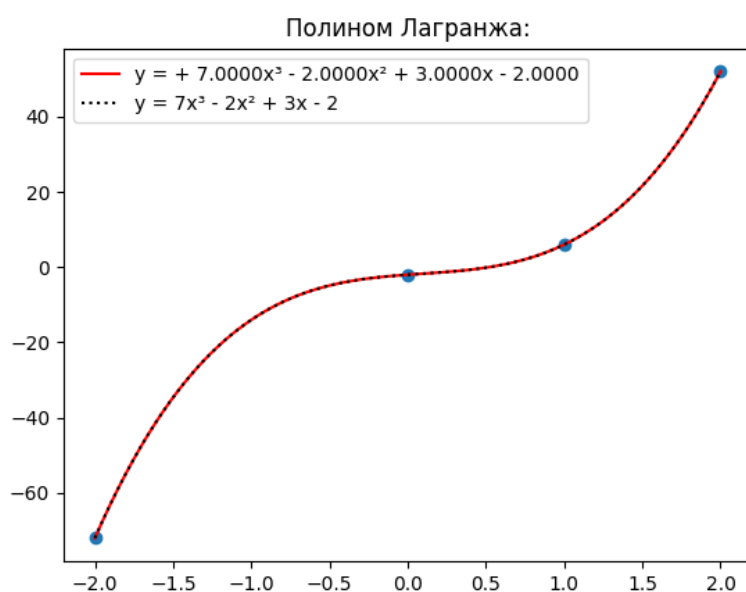
> c

Формула полинома:

$$y = +7.0000x^3 - 2.0000x^2 + 3.0000x - 2.0000$$

Figure 1

— □ ×



x=0.151 y=9.3

3) Синусоида

> d

Все ранее добавленные точки успешно удалены

> o 4

Добавлено $y = \sin(x)$ на график.

> -5 0.9589242747

Добавлена точка $x = -5$; $y = 0.9589242747$

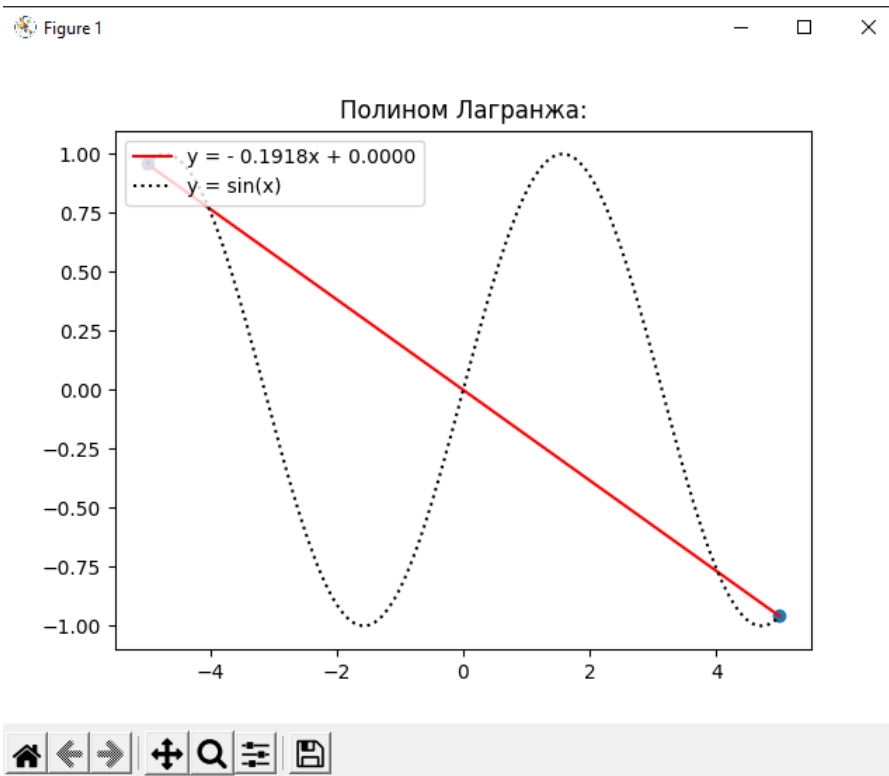
> 5 -0.9589242747

Добавлена точка $x = 5$; $y = -0.9589242747$

> c

Формула полинома:

$$y = -0.1918x + 0.0000$$



> 1 0.8414709848

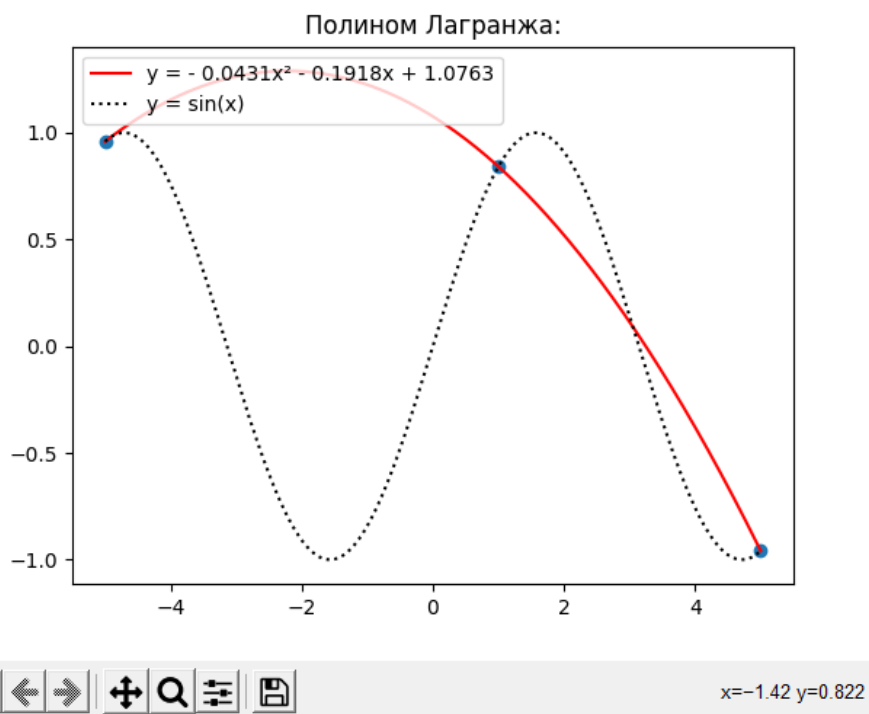
Добавлена точка $x = 1$; $y = 0.8414709848$

> c

Формула полинома:

$$y = -0.0431x^2 - 0.1918x + 1.0763$$

Figure 1



> -1 -0.8414709848

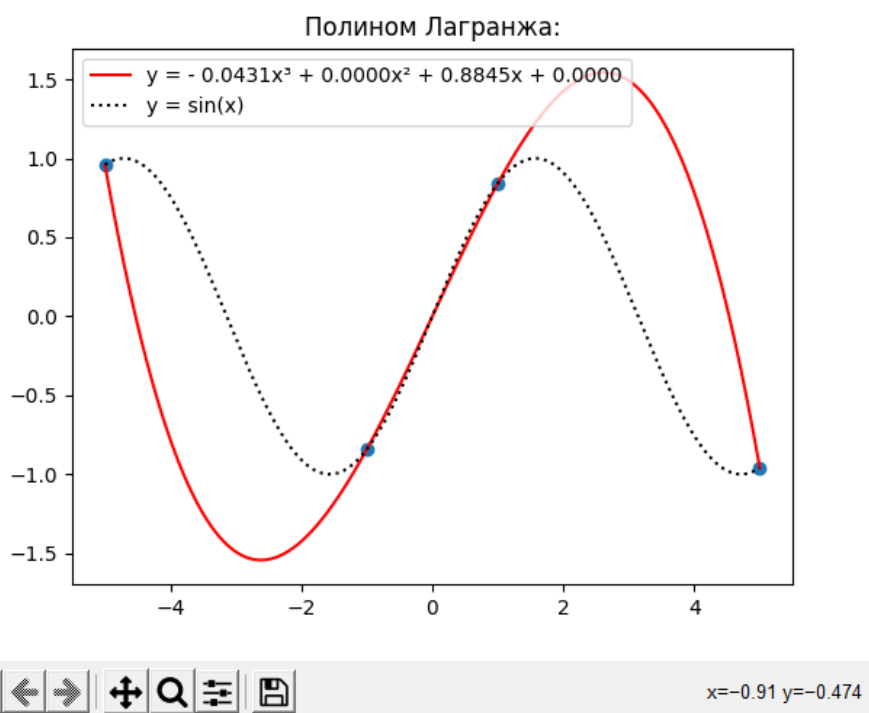
Добавлена точка $x = -1$; $y = -0.8414709848$

> c

Формула полинома:

$$y = -0.0431x^3 + 0.0000x^2 + 0.8845x + 0.0000$$

Figure 1



> -3 -0.1411200081

Добавлена точка $x = -3$; $y = -0.1411200081$

> 3 0.1411200081

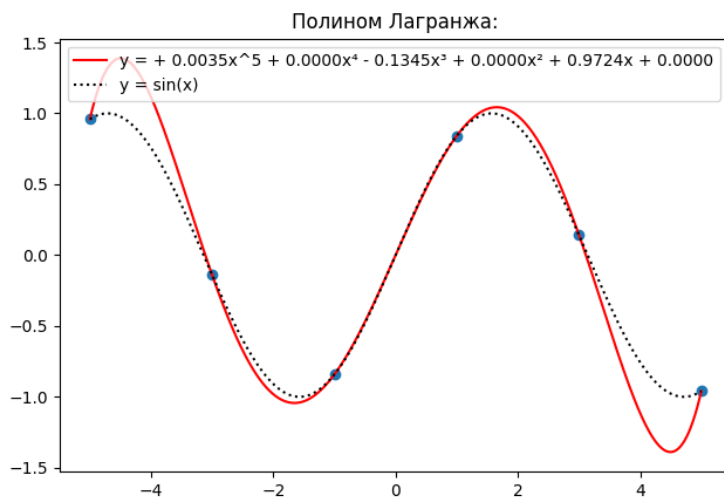
Добавлена точка $x = 3$; $y = 0.1411200081$

> c

Формула полинома:

$$y = + 0.0035x^5 + 0.0000x^4 - 0.1345x^3 + 0.0000x^2 + 0.9724x + 0.0000$$

Figure 1



> -4 0.7568024953

Добавлена точка $x = -4$; $y = 0.7568024953$

> 4 -0.7568024953

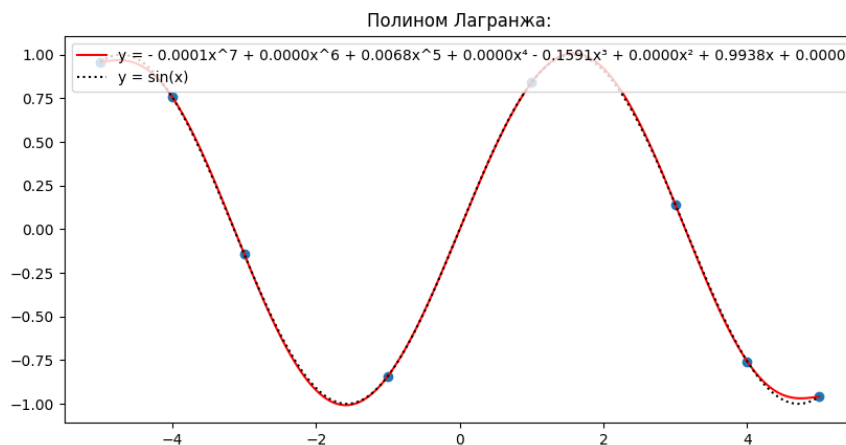
Добавлена точка $x = 4$; $y = -0.7568024953$

> c

Формула полинома:

$$y = - 0.0001x^7 + 0.0000x^6 + 0.0068x^5 + 0.0000x^4 - 0.1591x^3 + 0.0000x^2 + 0.9938x + 0.0000$$

Figure 1



x=2.86 y=-0.136

4) Полином вычислить невозможно
> 0 1

Добавлена точка $x = 0; y = 1$

> 0 2

Добавлена точка $x = 0; y = 2$

> c

Невозможно высчитать полином Лагранжа для введённого набора данных

Вывод

Метод Лагранжа необходимо использовать для восстановления функции по малому количеству заданных точек с небольшой погрешностью, при условии, что нет необходимости добавлять точки после построения полинома. В случае же, при котором будет требоваться добавлять точки в процессе работы, вычисление полинома Лагранжа становится менее эффективным и более верным вариантом будет использовать для вычислений метод Ньютона.