

杭州电子科技大学学生考试卷（A）卷

考试课程	概率论与数理统计		考试日期	2011 年 1 月 日		成 绩	
课程号	A0702140	教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号(8 位)		年 级		专 业	

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填充题（每题 3 分，共 24 分）

1. 设 10 个产品中有 2 个次品，每次从中任取一个，共取两次，取出的产品不再放回，则至少取到一个次品的概率是_____。
2. 设 $P(A)=0.4,P(A\cup B)=0.7$ ，当 A、B 相互独立时 $P(B)=$ _____。
3. 设 $P(A\cup B)=0.8$ ， $P(B)=0.4$ ，则 $P(A|\overline{B})=$ _____。
4. 设随机变量 $X\sim b(2,p)$ ， $Y\sim b(3,p)$ ，若 $P\{X\geq 1\}=\frac{5}{9}$ ，则 $P\{Y\geq 1\}=$ _____。
5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立， $X\sim N(1,2^2)$ ， $Y\sim N(2,3^2)$ ，若 $Z=2X-3Y+1$ ，则随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)=$ _____。
6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立， $P\{X=1\}=0.2,P\{X=2\}=0.5,P\{X=3\}=0.3$ ， $Y\sim U[3,5]$ ，则 $P\{X+Y\leq 6\}=$ _____。
7. 设总体 $X\sim N(0,2^2)$ ，样本 X_1,X_2,\cdots,X_{20} ，则样本均值 $\overline{X}\sim$ _____。
8. 设总体 $X\sim N(0,4)$ ，样本 X_1,X_2,X_3,X_4 ， $Y=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$ ，
则 $a=$ _____， $b=$ _____时， Y 服从 χ^2 分布，自由度为_____。

二、（14 分）设随机变量 X 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}x,0\leq x\leq 1,\\2-x,1< x\leq 2,\\0,其他\end{cases}$$

- 1) （4 分）求分布函数 $F(x)$ ；
- 2) （6 分）计算数学期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$ ；
- 3)（4 分）现对 X 进行 3 次独立观察，求至少有 2 次观察值大于 $\frac{1}{2}$ 的概率。

三、(8分) 二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.1	0.05	0.25
1	0	0.1	0.2
2	0.2	0.1	0

- 1) (4分)求 X 的边缘分布律;
- 2) (4分)计算 $P\{X+Y \leq 2 | X \neq 1\}$

四、(10分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{8}(6-x-y), 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

- 1) (4分) $P\{X+Y \geq 4\}$;
- 2) (6分) 问 X 与 Y 是否相互独立? 为什么?

五、(8分) 设某微机系统有 1000 个终端，每一个终端有 5%的时间在使用。若终端是否使用是相互独立的，试求使用终端数在 40~60 个之间的概率（答案用 $\Phi(x), x > 0$ 表示）。

六、(12 分) 总体 X 具有密度 $f(x) = \frac{1}{2a} e^{-\frac{|x|}{a}}, -\infty < x < +\infty, a > 0$

若 $a > 0$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个简单随机样本,

- 1) (6 分) 求的最大似然估计量 \hat{a} ;
- 2) (6 分) 问所得估计量 \hat{a} 是否为 a 的无偏估计量。

八、(8%) 某制药厂研究一种新药, 研究者希望验证服用新药片后至开始起作用的时间间隔比原有同种类型药物至少缩短一半。设服用原有药物后至开始起作用的时间间隔为 $X, X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, 样本观测值 x_1, \dots, x_{n_1} ; 服用新药片后至开始起作用的时间间隔为

$Y, Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 样本观测值为 y_1, \dots, y_{n_2} 。设 X 与 Y 相互独立, σ_1^2 与 σ_2^2 为已知, 求假设检验问题

- 1) $H_0: \mu_1 \leq \mu_2, H_1: \mu_1 > \mu_2$ 的拒绝域;
- 2) $H_0: \mu_1 \leq 2\mu_2, H_1: \mu_1 > 2\mu_2$ 的拒绝域。

九、(6 分) 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_{2n} , 其中 $E(X_i) = \mu, D(X_i) = \sigma^2, i = 1, \dots, n$, $i \neq j$ 时 $\rho_{X_i X_j} = \rho, i, j = 1, \dots, 2n$ 。令 $Y = X_1 + \dots + X_n, Z = X_{n+1} + \dots + X_{2n}$, 求相关系数 ρ_{YZ} 。

七、(10 分) 某食品加工厂采用自动流水线灌装番茄酱罐头, 按每罐 500 克出售, 现随机抽取成品罐头 16 罐, 测得样本均值 $\bar{x} = 499.8$ 克, 样本标准差 $s = 0.24$ 克。设每罐番茄酱净重 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \mu$ 和 σ^2 均未知, 求每罐番茄酱平均净重 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 ($t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.025}(16) = 2.1199, z_{0.025} = 1.96$)。