装

订

线，

线

内

请

勿

答

题

杭州电子科技大学学生考试卷（ ）卷

考试课程	线性代数 甲		考试日期	年 月 日		成绩	
课程号	**A070237**	考场、座号		任课教师姓名			
考生姓名		学号(8 位)		专业		班级	

题号	一	二			三			四	五	六	七	八	总分
		1	2	3	1	2	3						
得分													

得分	

一、填空题 （每小题 3 分，共 18 分）

1. ［3 分］

在行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 2 & k & -1 & 0\\ 1 & 3 & 1 & 0\end{vmatrix}$ 中,当 k=_________时,行列式之值为零.

2. ［3 分］

设 $\alpha_1=[1,0,2],\alpha_2=[0,1,-1]$，且 $A=\alpha_1^T\alpha_2$，则设 $A^3=$_____________.

3. ［3 分］

. 设向量组 $\alpha_1=[1,1,1]^T,\alpha_2=[1,2,1]^T,\alpha_3=[2,3,t]^T$,若 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 的维数为 2

则 t___________，一组基为________________.

4. ［3 分］

若 7 元齐次线性方程组 $AX=0$ 的基础解系由 4 个向量组成，则 A 的秩为_______.

5. ［3 分］

设三阶方阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 且 $B=A^3-2A^2$, 则 $|B|=$ ____________.

6. ［3 分］

与向量 $\alpha_1=[1,0,1]^T,\alpha_2=[1,1,0]^T$ 都正交的一个单位向量是________.

二、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

得分	

1．[5 分] 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

得分	

2. [5 分]设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$，求 A 的秩.

得分	

3. [5 分]试判别二次型

$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+6x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$ 是否是正定二次型.

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分	

1．［6 分］求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0 \end{cases}$$

的基础解系.

装

订

线

，

线

内

请

勿

答

题

得分	

2．［6 分］设 A 相似于对角矩阵 Λ，其中

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & x & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix},\quad \Lambda=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix},$$

求 x, y 的值

得分	

3.［6 分］设 $a_1 = [1,2,3,4]^T$, $a_2 = [2,3,4,5]^T$, $a_3 = [3,4,5,6]^T$, $a_4 = [4,5,6,7]^T$,求出该向量组的秩及一个极大线性无关组.

得分	

四、［本题 8 分］

设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，而 B 满足关系式 $AB=A+B$,试求矩阵 B.

得分	

五、［本题 12 分］

设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是$R^3$的一组基,而 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2$ $\beta_3=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$.(1) 试证$\beta_1,\beta_2,\beta_3$也是$R^3$的一组基；(2) 求由基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的过渡矩阵；(3) 设向量$\alpha$在第一组基下的坐标为$[1,2,3]^T$,求它在基β_1,β_2,β_3下的坐标.

装订线，线内请勿答题

得分	

六、［本题 10 分］

设 3 阶实对称方阵 A 的特征值为 $l_1 = 0, l_2 = l_3 = 1$, A 的属于特征值 $l_1 = 0$ 的特征向量为 $x_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，(1)求 $l_2 = l_3 = 1$ 所对应的特征向量; (2)求 A.

得分	

七、[本题 10 分]

当 λ 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + (l-3)x_3 - 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + l\,x_4 = -1 \end{cases}$ 有解，并在有解时求出其解.

得分	

八、证明题(本题共 2 小题，共 9 分)

1．[5 分] 设 A 和 B 均为 n 阶可逆矩阵，其中 A^* 是 A 的伴随矩阵，B^* 是 B 的伴随矩阵，证明 $(AB)^* = B^* A^*$，其中 $(AB)^*$ 是 AB 的伴随矩阵

2．[4 分] 设 $a = [a_1, a_2, \cdots, a_n], b = [b_1, b_2, \cdots, b_n]$ 为相互正交的非零向量，而

$A = \alpha^T \beta$，试证明 A 的特征值只能为零.