2004 级第二学期高等数学（甲 1）期终试题

一、填空题：（每题 3 分，共 18 分）

1．设 $z = xy + \frac{x}{y}$，则 $dz =$ ________________ 。

2．微分方程 $y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = 0$ 的通解是________________ 。

3．已知 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n = 2$ ， $\sum_{n=1}^{\infty}u_{2n-1} = 5$ ，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n =$ ________________ 。

4．过点 $(1,3,1)$ 且与平面 $2x - y + 5z = 8$ 垂直的直线方程为________________ 。

5．曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为________________ 。

6．设 L 是 $x^2 + (y-1)^2 = 4$ 正向闭路，则曲线积分 $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + (y-1)^2} =$ ____________。

二、试解下列各题：（每题 5 分，共 15 分）

1．设 $u = \phi(\frac{x}{y}, \frac{y}{z})$ ， $\phi(v, w)$ 具有连续的一阶偏导数，计算 $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z}$ 。

2．设 $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + 3x - 2y - 6z$ ，求 $gradf(0,0,0)$ 。

3．设 z 是由方程 $x + y - z = e^z$ 所确定的函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

三、试解下列各题：（每题 6 分，共 18 分）

1．求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1,-2,1)$ 处的切线和法平面方程。

2．求函数 $f(x,y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 的极值。

3．交换积分 $\int_0^2 dx \int_0^{\frac{x^2}{2}} f(x,y)dy + \int_2^{2\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{8-x^2}} f(x,y)dy$ 的积分顺序。

四、试解下列各题：（每题 6 分，共 12 分）

1．计算二重积分 $\iint\limits_D x^2 e^{-y^2} dxdy$ ，其中 D 是由直线 $x = 0$ ， $y = 1$ 和 $y = x$ 所围区域。

2．计算 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$ ，其中 Σ 是上半球面 $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ 的上侧。

五、试解下列各题（每题 6 分，共 12 分）

1．将函数 $f(x)=\cos 2x$ 展开成 x 的幂级数，并指出收敛区间。

2．设 $f(x)=\begin{cases} x+2\pi, & -\pi<x<0 \\ x, & 0<x<\pi \end{cases}$， 展开成 2π 为周期的傅立叶级数为

$S(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，求傅立叶级数的和函数 $S(x)$ 在 $x=2\pi$ 上的值

$S(2\pi)$。

六、（6 分）

求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+2)^n}{n}$ 的收敛域。

七、（6 分）

求微分方程 $y''(x)-4y(x)=2x+1$ 的通解。

八、（7 分）

计算曲线积分 $\oint_L |y|dx+|x|dy$，其中 L 是以 $A(1,0)$，$B(0,1)$，$C(-1,0)$ 为顶点的三角形正向周界。

九、（6 分）

已知曲线积分 $\int_L [e^{-x}+f(x)]ydx-f(x)dy$ 与路径无关，这里 $f(x)$ 可微且 $f(0)=\dfrac{1}{2}$。试计算 $\int_{(0,0)}^{(1,1)}[e^{-x}+f(x)]ydx-f(x)dy$。