装订线，线内请勿答题

杭州电子科技大学学生考试卷（ ）卷

考试课程	线性代数 甲		考试日期	年 月 日		成绩	
课程号	A070237	考场、座号		任课教师姓名			
考生姓名		学号(8 位)		专业		班级	

题号	一	二			三			四	五	六	七	八	总分
		1	2	3	1	2	3						
得分													

得分	

一、填空题 （每小题 3 分，共 18 分）

1. [3 分]

行列式$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -4 \\ 4 & 9 & 1 & 16 \\ 8 & 27 & 1 & -64 \end{vmatrix}$的值为__________.

2. [3 分]

设 4 阶矩阵 A 满足$|A| = -2$,则$|A^*|$=_______.

3. [3 分]

若向量组$\alpha_1 = [-1,0,1]^T, \alpha_2 = [1,1,0]^T, \alpha_3 = [0,1,1]^T$ 则$L(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$的维数为

______________, 一组基为____________.

4. [3 分]

若 5 元齐次线性方程组$AX = 0$的基础解系由 3 个向量组成，则A的秩为_______.

5. [3 分]

设 A 是 n 阶方阵， A^*是 A 的伴随矩阵, $|A|$=3, 则 B= AA^*的特征值是__________,

6. [3 分]

$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$的一个标准形是 __________.

二、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

得分	

1．［5 分］计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&2&2\\2&1&2&2\\2&2&1&2\\2&2&2&1\end{vmatrix}$

得分	

2. ［5 分］设 $A=\begin{bmatrix}1&3&2&1&4\\1&1&0&-1&2\\1&2&1&0&3\\2&5&3&1&7\end{bmatrix}$,求 A 的秩.

得分	

3. ［5 分］试确定 t 使二次型

$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2tx_1x_2+2x_1x_3$ 是正定二次型.

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分	

1．［6 分］设 $\alpha_1=[1,1,2,3]^T,\alpha_2=[1,-1,1,1]^T,\alpha_3=[1,3,3,5]^T$，$\alpha_4=[4,-2,5,6]^T$，求出该向量组的秩及一个极大线性无关组.

装订线，线内请勿答题

得分	

2．［6 分］设 $A=\begin{bmatrix}-1&0&0\\-2&1&0\\-2&x&1\end{bmatrix}$，问 x 为何值时，矩阵 A 可对角化.

得分	

3．［6 分］求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系.

得分	

四、［本题 8 分］

设$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，求 X 使 AX=B+X

得分	

五、［本题 10 分］

设 R^3 中的两组基为

$$\text{Ⅰ}.\begin{cases}\alpha_1=(1,1,1)^T\\ \alpha_2=(1,0,-1)^T\\ \alpha_3=(1,0,1)^T\end{cases}\qquad \text{Ⅱ}:\begin{cases}\beta_1=(1,2,1)^T\\ \beta_2=(2,3,4)^T\\ \beta_3=(3,4,3)^T\end{cases}$$

(1) 求从基Ⅰ到基Ⅱ的过渡矩阵；

(2) 求向量 α =(7, 11, 9)在基Ⅱ下的坐标.

装订线，线内请勿答题

得分	

六、［本题 10 分］

当 λ 为何值时,方程组 $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = \lambda^2 \end{cases}$ 有解?并在有解时求出其通解.

得分	

七、[本题 12 分]

设二次型为 $f=4x_1^2+4x_2^2+4x_3+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$，试用正交变换把 f 化为标准形.

装订线，线内请勿答题

得分	

八、证明题(本题共 2 小题，共 9 分)

1．[5 分] 设 $A=E-\xi\xi^T$，其中 E 是 n 阶单位矩阵，ξ 是 n 维非零列向量，ξ^T 是 ξ 的转置，试证：(1) $A^2=A$ 的充分必要条件是 $\xi^T\xi=1$；

(2) 当 $\xi^T\xi=1$，A 是不可逆矩阵.

2．[4 分] 设 A 为 $n\times(n-1)$ 阶矩阵，B 为 n 维列向量，且方阵 (A,B) 可逆，

证明线性方程组 $AX=B$ 无解.