

**引用格式:** 朱俊帆, 张普熙, 付安然, 等. 增广比例导引法对机动目标打击仿真及优化[J]. 航空学报, 2019, 40(X):XXXXX. ZHU J F, ZHANG P X, FU A R, et al. Trajectory simulation and optimization of attacking the maneuvering target based on augmented proportional navigation guidance law[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(X):XXXXX(in Chinese). doi:

# 增广比例导引法对机动目标打击仿真及优化

朱俊帆<sup>1,\*</sup>, 张普熙<sup>1</sup>, 付安然<sup>1</sup>, 潘煜霖<sup>1</sup>

1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081

**摘要:** 针对战术导弹对运动目标的打击问题, 提出了一种改进的增广比例导引法。首先建立导弹的六自由度动力学及运动学模型。引入目标加速度偏量对比例导引法(PNG)进行改进, 使导弹在应对快速机动目标时能够有更好的追踪效果。对于导弹打击机动目标的全过程设计质点弹道并对在不同阶段设计相应的控制器。仿真结果验证了六自由度下, 导弹打击任务整体方案的有效性和可行性并对关键位置的弹道特性进行了分析与讨论。最后使用遗传算法对整体弹道进行了一定的优化, 对导弹速度变化机理进行了分析。

**关键词:** 战术导弹; 导引率; 机动目标; 弹道仿真; 遗传算法

中图分类号: V212.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893 (2019) XX-XXXX-XX

弹道设计与优化是战术导弹总体设计的前期工作, 贯穿战术导弹研制的全过程。飞行弹道设计是否合理, 直接影响导弹的性能指标、飞行品质、命中精度等。在满足战术指标的前提下, 为有效减小飞行过程中的能量消耗、提高突防能力, 获得更好的打击效果, 考虑在飞行中受到的多种约束条件限制和干扰因素影响, 采用恰当的方法对各阶段的弹道进行优化, 是导弹总体设计的重要研究课题<sup>[1]</sup>。

导弹的弹道可分为两大类, 一类是方案弹道; 另一类是导引弹道。方案弹道作为有控飞行的基准弹道, 其实是连接发射点和目标点的一条

合理的曲线<sup>[2]</sup>。该曲线必须要符合战术导弹飞行规律, 一方面要保证制导弹能很好地跟踪方案弹道; 另一方面要充分发挥导弹动力学性能, 使导弹达到增程、提高打击精度的目的。

本文针对战术导弹打击机动目标的问题, 对导弹动力学及运动学进行建模, 并针对飞行各阶段设计适用的控制器。提出一种基于增广比例导引法的战术导弹方案弹道及末端制导的整体设计并进行相关的优化, 综合考虑导弹飞行性能指标、性能约束等条件, 设计导弹基本控制器及末端制导律。整体弹道具有过载小、过渡平滑、命中精度高等特点。并通过仿真试验, 验证了弹道

收稿日期: 2021-xx-xx; 退修日期: 2021-xx-xx; 录用日期: 2021-xx-xx; 网络出版时间:

网络出版地址:

基金项目: 国家自然科学基金(基金号); 航空科学基金(基金号)

\*通讯作者. E-mail: zhujf0801@163.com

的可行性。最后采用遗传算法对整体弹道方案进行一定的优化。

## 1 问题建模

### 1.1 模型简化与假设

为提高弹道设计中的计算效率,忽略不必要因素,对导弹攻击问题进行如下假设<sup>[3]</sup>:

- 1) 导弹操作机构为理想控制机构,不考虑舵机执行机构的动态响应过程,舵面偏转能够瞬间完成。
- 2) 导弹不存在推力偏心,环境无阵风影响,不存在安装误差等干扰。
- 3) 导弹视为刚体,不存在气动弹性,结构弹性的影响。
- 4) 导弹为轴对称导弹。

### 1.2 导弹受力和力矩建模

若将导弹看作一个刚体,则它在空间的运动,可以看作是质心的运动和绕质心的转动的合成运动。质心的移动取决于作用在导弹上的力,绕质心的运动则取决于作用在导弹上相对于质心的力矩。在飞行的过程中,作用在导弹上的力主要有:空气动力、发动机推力和重力等,其中空气动力沿机体纵轴方向可分解为升力,阻力和侧向力;作用在导弹上的力矩有:空气动力引起的空气动力矩,由发动机引起的推力力矩等,根据假设 2),推力偏心问题不做考虑。

#### 1.1.1 导弹推力

对于采用固体火箭发动机的战术导弹而言,其推力不受控制系统控制,完全由发动机本身特性决定,因此,可以直接将发动机的推力等效为一个仅与时间相关的函数,即:

$$P = f_p(t) \quad (1)$$

#### 1.1.2 重力

由于发动机工作期间不断向外喷射燃烧后的混合气体,火箭总质量不断减少。由 1.1.1 节可知,火箭发动机分为一二级,查表可得发动机质量秒流量随时间变化情况,整体重力可简化为式(2):

$$G = f_G(t) = [m_0 - \int_0^t f_{stream}(t)dt]g \quad (2)$$

式中:  $m_0$  为初始质量,  $g$  为重力加速度,  $f_{stream}(t)$  为秒流量随时间的函数。

#### 1.1.3 空气动力学

空气动力分为升力、阻力及侧向力。升力  $Y$  的正方向与速度坐标系中  $Oy_3$  轴的正方向一致,阻力  $X$  与  $Ox_3$  轴的负方向一致,侧向力  $Z$  正方向与  $Oz_3$  轴的正方向一致。

升力和阻力的大小与来流动压  $q$

( $q = \frac{1}{2}\rho v^2$ ) 和特征面积  $S$  成正比,可表示为式(3):

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2}c_x S \rho V^2 \\ Y = \frac{1}{2}c_y S \rho V^2 \\ Z = \frac{1}{2}c_z S \rho V^2 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $c_x$  为阻力系数,由飞行攻角  $\alpha$ 、侧滑角  $\beta$  及马赫数  $Ma$  确定,  $c_y$ ,  $c_z$  升力系数和侧向力系数,二者可由飞行攻角  $\alpha$  或侧滑角  $\beta$  及马赫数  $Ma$  唯一确定,可表示为:

$$\begin{cases} c_x = f_{c_x}(\alpha, \beta, Ma) \\ c_y = f_{c_y}(\alpha, Ma) \\ c_z = f_{c_z}(\beta, Ma) \end{cases} \quad (4)$$

#### 1.1.4 空气动力矩

空气动力力矩分为俯仰力矩,滚转力矩和偏航力矩,根据假设 4),导弹为轴对称导弹,则导弹在俯仰和滚转上产生力矩的形式完全一致,因此为避免重复,此处仅介绍俯仰力矩。俯仰力矩由静稳定力矩、阻尼力矩、操纵力矩三部分组成,可表示为式(5):

$$M_z = M_z^\alpha \alpha + M_z^{\sigma_z} \sigma_z + M_z^{\delta_z} \delta_z \quad (5)$$

式中:  $M_z^\alpha$  为静稳定力矩,  $\alpha$  为飞行攻角,  $M_z^\alpha \alpha$  是静稳定力矩,可由飞行攻角  $\alpha$ 、马赫数  $Ma$ 、重心位置  $XG$  及系数  $qsl$  唯一确定,表示为式(6):

$$M_z^\alpha \alpha = f_{m_z^\alpha}(\alpha, Ma)qsl \quad (6)$$

式中: 系数  $qsl$  中  $q$  为来流动压 ( $q = \frac{1}{2}\rho v^2$ ),  $s$  为导弹特征面积,  $l$  为导弹特征长度。  $f_{m_z^\alpha}$  可通过查表确定。

当导弹重心位置发生变化时, 该方程修正为式(7):

$$M_{z_1}^{\alpha} \alpha = M_{z_0}^{\alpha} \alpha + c_y (XG - XG_0) / L \quad (7)$$

式中:  $XG$  为导弹重心位置, 简化为随时间的函数:

$$XG = f_{XG}(t) \quad (8)$$

$M_z^{\sigma_z} \omega_z$  为阻力力矩,  $\omega_z = \omega_z L / V$ ,  $\omega_z$  为弹体旋转角速度,  $L$  为导弹特征长度,  $V$  为飞行速度,  $M_z^{\sigma_z}$  为阻力力矩系数, 可由飞行攻角  $\alpha$ 、马赫数  $Ma$  及重心位置  $XG$  唯一确定, 表示为式(9):

$$M_z^{\sigma_z} \omega_z = f_{m_z^{\sigma_z}}(\alpha, Ma, XG) qsl \omega_z \quad (9)$$

式中:  $f_{m_z^{\sigma_z}}$  可通过查表确定。

$M_z^{\delta_z}$  为操纵力矩系数,  $\delta_z$  为舵偏角,  $M_z^{\delta_z} \delta_z$  为操纵力矩, 可由飞行攻角  $\alpha$ 、马赫数  $Ma$ 、重心位置  $XG$  及系数  $qsl$  唯一确定, 表示为式(10):

$$M_z^{\delta_z} \delta_z = f_{m_z^{\delta_z}}(\alpha, Ma, XG) qsl \delta_z \quad (10)$$

对于滚转力矩, 主要有滚转阻力力矩和滚转操纵力矩组成, 即可以表示为式(11):

$$M_x = M_x^{\sigma_x} \omega_x + M_x^{\delta_x} \delta_x \quad (11)$$

与俯仰阻力力矩和俯仰操纵力矩类似, 滚转阻力力矩与操纵力矩表示为式(12):

$$\begin{cases} M_x^{\sigma_x} \omega_x = f_{m_x^{\sigma_x}}(Ma) qsl \omega_x \\ M_x^{\delta_x} \delta_x = f_{m_x^{\delta_x}}(Ma) qsl \delta_x \end{cases} \quad (12)$$

### 1.3 六自由度弹道仿真模型

导弹在空间的运动一般看成可控制的变质量系统具有 6 个自由度的运动。在俄罗斯坐标系下, 描述导弹所受力、力矩与导弹运动参数的方程组由 6 个动力学方程、6 个运动学方程、1 个质量变化方程和 3 个几何关系方程构成, 如式(13)所示<sup>[4]</sup>:

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha \cos \beta - X - mg \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha \cos \gamma_v + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_v) + Y \cos \gamma_v - Z \sin \gamma_v - mg \cos \theta \\ -mV \cos \theta \frac{d\Psi_v}{dt} = P(\sin \alpha \sin \gamma_v - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_v) + Y \sin \gamma_v + Z \cos \gamma_v \\ J_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x - (J_z - J_y) \omega_z \omega_y \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y - (J_x - J_z) \omega_x \omega_z \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z - (J_y - J_x) \omega_y \omega_x \\ \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \Psi_v \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \Psi_v \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{d\Psi}{dt} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \theta \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \theta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \frac{dm}{dt} = -m_c \\ \sin \beta = \cos \theta [\cos \gamma \sin(\Psi - \Psi_v) + \sin \gamma \sin \gamma \cos(\Psi - \Psi_v)] - \sin \theta \cos \theta \sin \gamma \\ \sin \alpha = [\cos \theta \sin \gamma \cos \gamma \cos(\Psi - \Psi_v) - \sin \gamma \sin(\Psi - \Psi_v)] - \sin \theta \cos \theta \cos \gamma / \cos \beta \\ \sin \gamma_v = (\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \cos \theta + \cos \beta \sin \gamma \cos \theta) / \cos \theta \end{cases} \quad (13)$$

## 2 质点弹道设计

质点导弹设计过程中忽略导弹动态过程。认为导弹能够瞬间且无误地执行导航制导系统地指令, 即认为导弹的姿态运动以及质心平动均没有过渡过程。质点弹道的设计能够得出基础的导弹三维弹道和导弹需用过载, 是分析整体弹道的可行性具有重要参考。

对于战术导弹, 常采用爬升段-平飞段-末制导段的三段式弹道设计, 如图 1 所示。

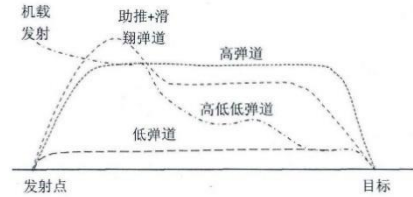


图 1 战术导弹弹道总体规划

其中, 爬升段和平飞段不需要导引头提供相关的信息, 可以按照预定的方案进行飞行, 因此设计为方案弹道; 末制导段需要采用一定的导引率以保证导弹能够命中目标, 因此, 末制导段需要设计单独的制导方式。下面针对导弹的三个阶段分别设计不同的质点导弹。

### 2.1 爬升段质点弹道设计

爬升段弹道要求导弹从初始点  $(x_0, y_0, z_0)$  以初始倾角  $\theta_0$  开始以一定爬升规律爬升至预定巡航高度  $H_c$ , 并在同时保持弹道倾角为 0。为便于后期

弹道优化工作,采用利用圆弧段转平过渡的参数化弹道设计,如图2所示<sup>[5]</sup>:

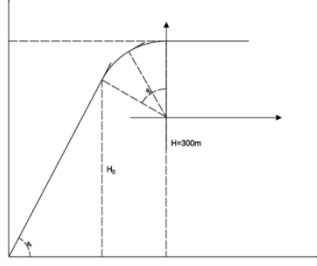


图2 爬升段弹道规划

由上图可知,爬升段弹道整体分为定弹道倾角的直线爬升段和圆弧衔接的过渡段,对于过渡段的设计有以下三点约束:

- (1) 过渡段初始位置与爬升段结束位置相同,初始斜率与爬升段斜率相同
- (2) 过渡段结束时弹道倾角为0
- (3) 过渡段结束时弹道高度为巡航高度  $H_c$

则整个爬升段弹道受三个参数约束:初始爬升倾角  $\theta_0$ ,过渡段初始高度  $H_0$ 和爬升段结束高度即巡航高度  $H_c$ 。由此可得过渡段圆弧半径:

$$R = \frac{H_0 - H_c}{\cos \theta_0 - 1} \quad (14)$$

圆心坐标:

$$\left( \frac{H_0}{\tan \theta_0} + R \sin \theta_0, H - R \right) \quad (15)$$

如图(2)所示,在圆心处建立直接坐标系,则圆弧段方程为:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (16)$$

过渡段高度对水平方向求导,即  $y$  对于  $x$  求

导可得:  $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$ , 即可得弹道倾角为:

$$\theta^* = \arctan\left(\frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2}}\right) \quad (17)$$

代入地面坐标系中导弹的位置  $(x_m, y_m)$ , 综合式(14)到式(16)得对应的坐标转换关系:

$$\begin{cases} x = \sqrt{R^2 - (R - H + y_m)^2} \\ y = R - H + y_m \end{cases} \quad (18)$$

将式(18)带入式(17)即可得过渡段弹道倾角,又有直线爬升段的定弹道倾角,则可综合获得爬升段弹道倾角随高度变化的表达式:

$$\theta^* = f(y_m) = \begin{cases} \theta_0 & (y < H_0) \\ \arctan\left(\frac{-\sqrt{\frac{(H_0 - H_c)^2}{\cos^2 \theta_0 - 1} - (\frac{H_0 - H_c}{\cos \theta_0 - 1} - H_c + y_m)^2}}{\frac{H_0 - H_c}{\cos \theta_0 - 1} - H_c + y_m}\right) & (y \geq H_0) \end{cases}$$

(19)

观察式(19)可知,  $\theta_0$ ,  $H_0$ ,  $H_c$  为参数化弹道的三个参数,对于整个弹道仅存在一个变量即导弹的飞行高度  $y_m$ , 因此,在实际飞行的过程中,可以直接根据当前高度获取需用弹道倾角  $\theta^*$ , 以保证整个弹道满足设计约束条件。

## 2.2 平飞段质点弹道设计

平飞段要求高度始终保持在巡航高度,即:

$$H = H_c \quad (20)$$

同时,在平飞阶段,导弹可以视情况根据导引率开始做侧向运动,进入半末制导状态,这样有利于打击在水平面内的机动的目标。

## 2.3 末制导段质点弹道设计

当弹目距离小于导引头最大搜索距离后,导弹进入末制导阶段,此时导弹按照预定的导引率接近并打击目标。

对于机动目标的打击常采用比例导引法,即要求导弹速度矢量的旋转角速度与弹目视线旋转角速度呈一定的比例。是介于追踪法和平行接近法之间的一种引导律。在铅锤平面上,比例导引法表示为:

$$\frac{d\sigma}{dt} = K \frac{dq}{dt} \quad (21)$$

式中:  $\sigma$  为导弹速度矢量,  $q$  为弹目视线角。将其推广至三维平面则得到三维比例导引律:

$$A_M^C = N\omega_s \times V \quad (22)$$

式中:  $A_M^C$  为加速度指令,  $N$  为比例系数,  $\omega_s$  为视线旋转角速度,  $V$  为导弹的速度矢量。将旋转角速度与导弹速度矢量投影到弹道坐标系即可获得三维比例导引法在弹道坐标系产生的三个方向的加速度分量为:

$$A_M^C|_{ax_2y_2z_2} = \begin{bmatrix} a_{x2} \\ a_{y2} \\ a_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ NV\dot{q} \cos(q_z - \Psi_V) \\ NV[\dot{q}_y \sin \theta \sin(q_z - \Psi_V) - \dot{q}_z \cos \theta] \end{bmatrix} \quad (23)$$

采用最优控制理论对比例导引法进行分析可以发现,若导弹和目标的速度均恒定不变,不考虑导弹惯性,且以终端脱靶量最小为性能判据,那么比例导引法是该条件下的最优导引规律。但实际上由于发动机推力和空气阻力的存在,导弹

飞行速度不可能恒定；即使目标速度恒定，比例导引法也不能达到最优化。这就意味着，需要更好导引规律，增广比例制导律正是对此的优化。

针对目标机动的增广比例导引法在比例导引法的基础上加入了目标加速度相关的偏量，对于三维比例导引，对其改进为增广比例导引律后为：

$$A_M^C|_{ax_2y_2z_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ NV\dot{q} \cos(q_z - \Psi_V) + 0.5Na_{Ty} \\ NV[\dot{q}_y \sin \theta \sin(q_z - \Psi_V) - \dot{q}_z \cos \theta] + 0.5Na_{Tz} \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中： $a_{Ty}$  和  $a_{Tz}$  分别为目标加速度在弹道坐标系  $y$  轴及  $z$  轴上的分量。

### 3 控制器设计

#### 3.1 倾斜控制器设计

由于本方案中战术导弹采用 STT (slide to turn) 的形式进行转弯，因此倾斜控制器需要在导弹攻击的全过程稳定滚转通道，保证全过程不会因为纵向与横侧向的运动而导致弹体失稳。对于倾斜控制器，其主要是对倾斜角度及倾斜角速度进行全状态反馈，并配置零极点至期望位置。其整体控制框图如图 3 所示：

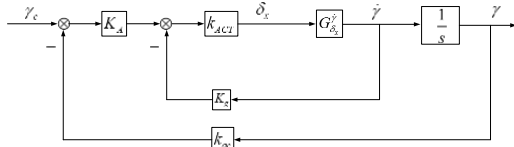


图 3 倾斜控制器结构框图

其中，根据假设 4) 可得  $k_{ACT} = 1$ ，主反馈为单位反馈，即  $k_{ac} = 1$ ， $G_{\delta_x} = \frac{b_{17}}{s - b_{11}}$  为副翼舵偏角到滚转角速度的传递函数， $K_g$  和  $k_{ac}$  为控制器需要设计的参数。

由此可得控制器闭环传递函数：

$$G_{\gamma_c}^{\gamma} = \frac{k_{ACT}b_{17}}{s^2 + (k_{ACT}b_{17}K_g - b_{11})s + k_{ACT}b_{17}k_{ac}K_A} \quad (25)$$

由式 (25) 可得，该系统是一个二阶系统，可以将其等效为一个典型二阶系统的形式：

$$G(s) = \frac{K\omega_c^2}{s^2 + 2\mu_c\omega_c s + \omega_c^2} \quad (26)$$

令闭环增益等于 1，即  $K = 1$ ，将式 (25) 等效为式 (26) 则可得系数变换代数式为：

$$\begin{cases} K_A = \frac{\omega_c^2}{b_{17}k_{ACT}k_{ac}} \\ K_g = \frac{2\mu_c\omega_c + b_{11}}{b_{17}k_{ACT}} \end{cases} \quad (27)$$

#### 3.2 姿态控制器设计

姿态控制器主要控制导弹的俯仰角，用于爬升段导弹跟踪预定的弹道倾角，其实现思路与倾斜自动驾驶仪类似，采用俯仰角与俯仰角速度的全状态反馈，其系统结构图如图 4 所示：

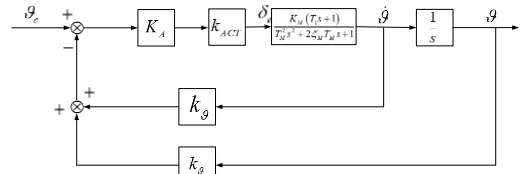


图 4 姿态控制器结构框图

根据系统结构图可以推导出系统的传递函数：

$$\frac{\theta(s)}{\theta_c(s)} = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_M^2}{K_A K_M} s^3 + \frac{2\xi_M T_M + K_A K_M T_1 k_{\dot{\theta}}}{K_A K_M} s^2 + \frac{K_A K_M (T_1 + k_{\dot{\theta}}) + 1}{K_A K_M} s + 1} \quad (28)$$

可以将其等效为一个三阶系统：

$$G(s) = \frac{T_1 s + 1}{(\tau_1^2 s^2 + 2\xi\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (29)$$

其系数对应关系有：

$$\begin{cases} \tau_1^2 \tau_2 = \frac{T_M^2}{K_A K_M} \\ 2\xi\tau_1 \tau_2 + \tau_1^2 = \frac{2\xi_M T_M + K_A K_M T_1 k_{\dot{\theta}}}{K_A K_M} \\ 2\xi\tau_1 + \tau_2 = \frac{K_A K_M (T_1 + k_{\dot{\theta}}) + 1}{K_A K_M} \end{cases} \quad (30)$$

据此可以根据等效三阶模型解得对应的控制器参数，保证姿态控制器响应与等效三阶模型一致。

#### 3.3 高度控制器设计

平飞段要求导弹高度能够一直维持在巡航高度，本方案采用内回路为姿态控制器的高度控制器的方案来实现导弹的定高平飞，其系统框图如图 5 所示：

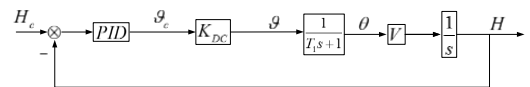


图 5 高度控制器结构框图

对于高度控制回路，其带宽远小于内环带

宽，即姿态控制器的响应速度远大于高度控制器，因此可以将姿态控制器简化为一个响应速度无限快的比例环节，同时比例系数  $K_{DC} = 1$ 。

由此可得高度控制器闭环传递函数为：

$$G_{H_c}^H = \frac{(K_D s^2 + K_P s + K_I) / K_I}{\frac{T_1}{K_{DC} V K_1} s^3 + \frac{K_{DC} V K_D + 1}{K_{DC} V K_1} s^2 + \frac{K_P}{K_I} s + 1} \quad (31)$$

式中： $K_P$ ， $K_I$ ， $K_D$  分别为 PID 控制器中对应的比例环节系数，积分环节系数和微分环节系数。

式 (31) 可以等效为以下由多个基本环节组合而成的三阶模型：

$$G_{H_c}^H = \frac{(K_D s^2 + K_P s + K_I) / K_I}{(\tau s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega} s + 1 \right)} \quad (32)$$

则对应系数为：

$$\begin{cases} K_P = \frac{(2\xi / \omega + \tau) T_1 \omega^2}{K_{DC} V \tau} \\ K_I = \frac{T_1 \omega^2}{K_{DC} V \tau} \\ K_D = \frac{(1 / \omega^2 + 2\xi \tau / \omega) T_1 \omega^2 / \tau - 1}{K_{DC} V} \end{cases} \quad (33)$$

### 3.4 过载控制器设计

过载控制器用于在末制导阶段跟踪制导系统发出的需用过载，其分为横向过载控制器与纵向过载控制器，对于轴对称导弹而言，两者纵向和侧向动力学系数相同，二者过载控制器的设计方法也相同。以纵向过载控制器为例，主体对利用加速度计测得的导弹实际过载做负反馈控制，同时，利用速率陀螺测得导弹俯仰/偏航角速度，并加进主反馈，用以提高系统的阻尼，其控制系统框图如图 6 所示：

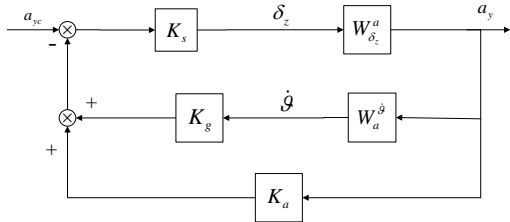


图 6 过载控制器结构框图

注意到，导弹舵面偏转产生的空气动力远小于整体所受的升力，因此忽略动力系数  $a_{35}$ ，则

系统闭环传递函数可简化为：

$$W_{a_{yc}}^{a_y} = \frac{v a_{25} a_{34}}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (34)$$

式中：

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{K_s} \\ a_1 = \frac{1}{K_s} (a_{34} - a_{22}) + K_g a_{25} \\ a = -\frac{1}{K_s} (a_{22} a_{34} + a_{24}) + (K_a v + K_g) a_{25} a_{34} \end{cases}$$

观察式 (34) 可知，过载控制器可等效为式 (26) 的二阶模型，综合二式可得控制器参数：

$$\begin{cases} K_s = \frac{K \omega_n^2}{V a_{25} a_{34}} \\ K_g = \frac{2\xi_n \omega_n - (a_{34} - a_{22})}{a_{25} K_s} \\ K_a = \frac{\frac{\omega_n^2 + a_{22} a_{34} + a_{24}}{K_s a_{25} a_{34}} - K_g}{V} \end{cases} \quad (35)$$

## 4 仿真

仿真过程主要是微分方程的解算，采用四阶龙格-库塔法进行解算，仿真步长选取 0.001s，仿真最大时长为 50s，仿真结束条件为达到最大时长或弹目距离小于 0.4m。仿真采用的导弹初始条件如表 1 所示：

表1 初始条件

初始高度/m	弹道倾角/°	质量/kg	速度/(m/s)
20	18	52.38	20

导弹相关动力学参数（如升力系数，阻尼系数，静稳定力矩系数等）选取参考文献[4]中的参数。

### 4.1 质点弹道仿真

#### 4.1.1 爬升段弹道仿真

参考式 (19) 设计爬升段质点导弹，其主要受三个参数影响  $\theta_0$ ， $H_0$ ， $H_c$ ，即初始角度，过渡段起始高度以及巡航高度。仿真过程中，确定

巡航高度为  $H_c = 300m$ ，通过改变初始弹道倾角即过渡段起始高度可以得到不同的爬升段方案。

仿真 1：确定初始弹道倾角为  $18^\circ$  情况下，改变不同的过渡段起始高度。

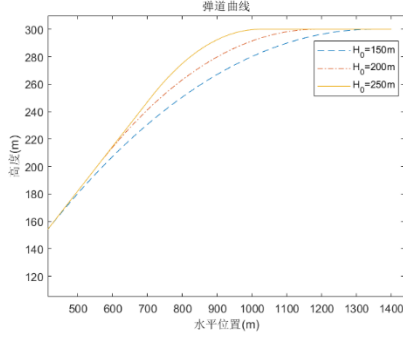


图 7 变过渡段初始高度的爬升段弹道

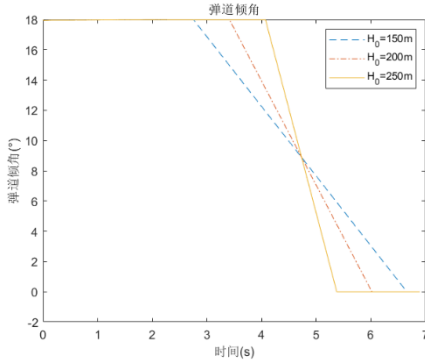


图 8 变过渡段初始高度的爬升段弹道倾角

仿真 2：确定过渡段起始高度为  $200m$  情况下，改变不同的初始弹道倾角。

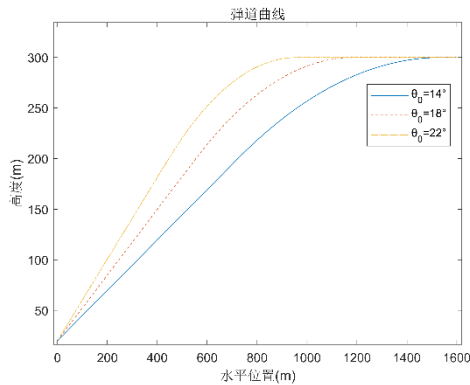


图 9 变初始倾角的爬升段弹道

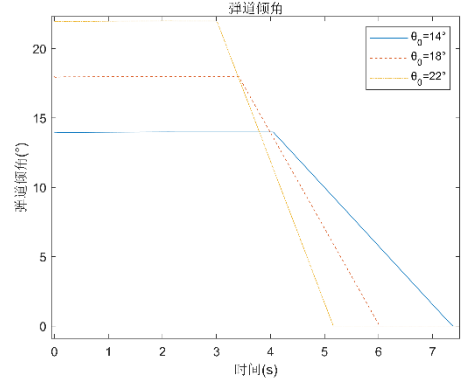


图 10 变初始倾角的爬升段弹道倾角

分析仿真 1，由于仿真最低转平高度为  $150m$ ，因此，三条曲线  $150m$  高度以下的部分均重合，在  $150m$  以上的区域，过渡段起始高度越高，圆弧段半径越小，这与式 (14) 推导的理论结果一致。从弹道倾角的图像也可以得出，过渡段起始高度越高，过渡段弹道倾角变化速率越快，导弹过载也就越高。

分析仿真 2，对于相同的过渡段起始高度，初始弹道倾角越小，开始转平飞的时间也就越晚，最后进入平飞的时间也越晚，同时，由于初始弹道倾角与最终弹道倾角相差更小，转平飞过程中弹道倾角的变化速率也相对更低，导弹过载更小，弹道更加平滑。

#### 4.1.2 末制导段弹道仿真

质点弹道下的末制导段仿真虽不能直接获得导弹的舵偏角，攻角，俯仰角等动力学参数，但能直接得到整个制导过程中的过载量及脱靶量，这对于评价制导体系的优劣有着关键的作用。该方案主要是针对常见的比例导引法进行改进，因此，质点弹道的末制导仿真中设计针对改进后的比例导引法与原导引法的对比，分析得出改进后的性能与特点。假定目标运动规律为： $x_T = 0$ ，

$$y_T = 0, \quad z_T = \begin{cases} 0 & (t < 30s) \\ \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 & (t \geq 30s) \end{cases}, \quad \text{即目标在导弹}$$

发射  $30s$  后开始以  $2m/s^2$  的加速度沿  $z$  轴正方向移动。其仿真结果如下：

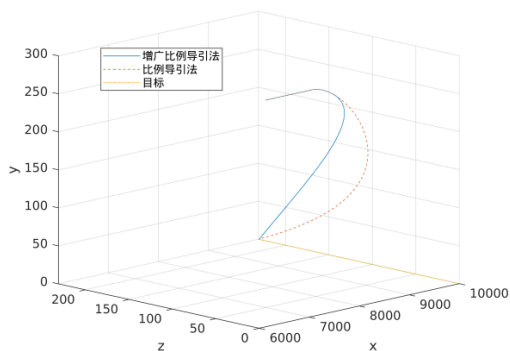


图 11 两种比例导引法对比

由图 11 可以看出,采用增广比例导引法时,末制导前期导弹会产生较大机动以锁定目标,末制导中后期导弹运动方向变化较小,因此,可以得出,增广比例导引法有效利用了导弹末制导前期的机动潜力,在中后期机动较小,能够有更大的空间应对变机动的目标。

## 4.2 控制器仿真

控制器仿真采用 Simulink 的线性化工具箱,根据质点弹道仿真结果可以计算得出在每个阶段的动力学参数的大致范围,取比较有代表性的特征点进行分析,设计响应的控制器,并针对设计的控制器分析其阶跃响应性能和 Bode 图中的截至频率及相角裕度等,以分析控制器的整体性能,为后期将导弹动力学模型加入仿真做准备。

### 4.2.1 倾斜控制器仿真

倾斜控制器可等效为二阶模型:

$$G(s) = \frac{K\omega_c^2}{s^2 + 2\mu_c\omega_c s + \omega_c^2}$$

取  $\omega_c = 8$ ,  $\mu_c = 0.707$ , 则可得系统阶跃响应如图 12 所示:

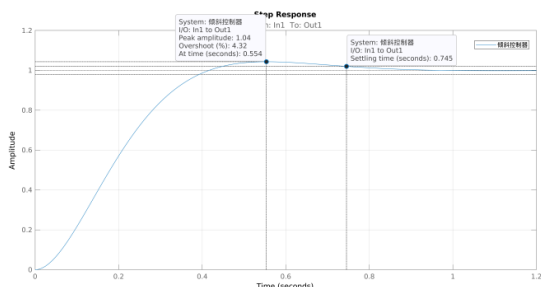


图 12 倾斜控制器阶跃响应曲线

由上图可知,系统为一个欠阻尼二阶系统,系统阻力系数  $\mu_c = 0.707$ , 因此系统有较好的响应性能,超调量为 4.32%,调节时间 0.745s。

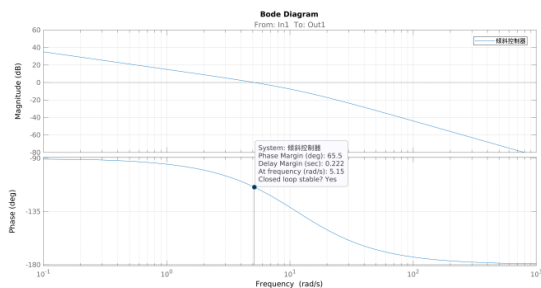


图 13 倾斜控制器开环 Bode 图

由图 13 可知,系统相角裕度为  $65.5^\circ$ , 在较理想的范围内。

### 4.2.2 姿态控制器仿真

姿态控制器是一个等效的三阶模型:

$$G(s) = \frac{T_1 s + 1}{(\tau_1^2 s^2 + 2\xi\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

选定参数:  $\xi = 0.707$  并综合式 (30) 可解得系统控制器模型如图 14 所示:

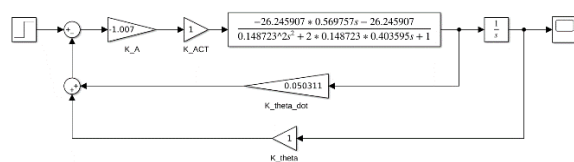


图 14 姿态控制器 Simulink 模型

据此可得系统阶跃响应如图 15 所示:

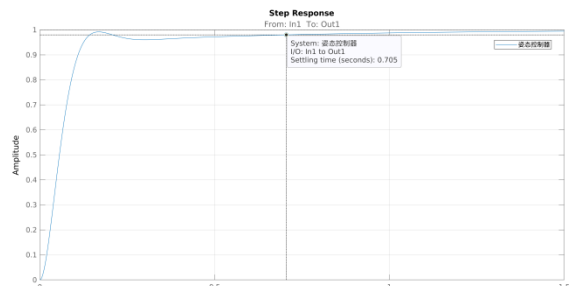


图 15 姿态控制器阶跃响应曲线

可见,系统阶跃响应无超调,调节时间为 0.705s,整体性能较好。同时,系统开环 Bode 图如图 16 所示:

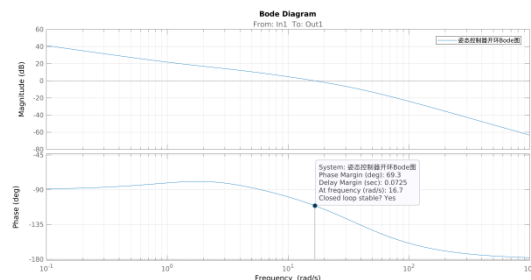


图 16 姿态控制器开环 Bode 图

不难看出,系统相角裕度为  $69.3^\circ$ , 符合  $[60^\circ, 80^\circ]$  的最佳稳定裕度范围。



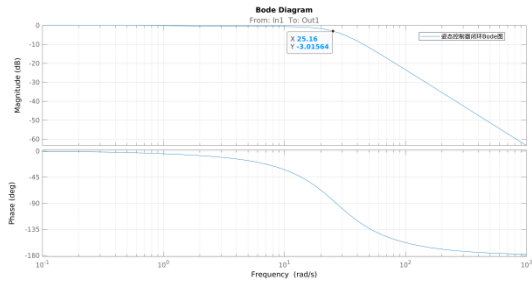


图 17 姿态控制器闭环 Bode 图

如图 17, 闭环系统带宽为 23.16rad/s。

#### 4.2.3 高度控制器仿真

高度控制器主体为 PID 控制器, 利用式 (33) 代数表达式计算得出:

$$\begin{cases} K_p = 0.2136 \\ K_I = 0.00013 \\ K_D = 0.00260 \end{cases}$$

据此得系统阶跃响应如图 18 所示:

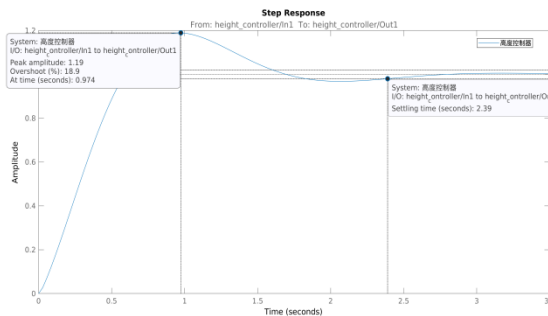


图 18 高度控制器阶跃响应曲线

系统阶跃响应超调量为 18.9%, 调节时间为 2.39s。

系统开环 Bode 图如图 19 所示:

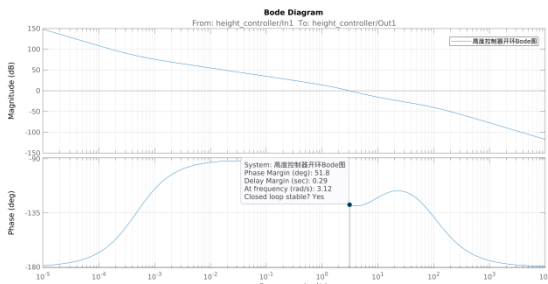


图 19 高度控制器开环 Bode 图

由上图可知, 系统相角稳定裕度为  $51.8^\circ$ , 稍欠于最佳稳定裕度范围。

由前文可知, 设计高度控制器的过程中, 将姿态回路视为一个调节速度无限快的比例环节, 其理由是高度控制器带宽远小于姿态控制器带宽, 因此绘制高度控制器闭环 Bode 图如下:

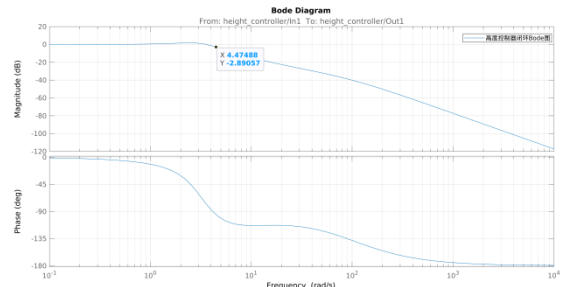


图 20 高度控制器闭环 Bode 图

由上图可知, 高度控制器带宽为

4.47rad/s, 而姿态控制器带宽为 23.16rad/s, 姿态控制器带宽约为高度控制器带宽的 5 倍, 因此可以认为, 在高度控制器调节的过程中, 姿态控制器能够瞬间响应完成。

#### 4.2.4 过载控制器仿真

过载控制器在忽略部分小量后可等效为如式 (26) 的二阶系统, 选取  $\omega_c = 25$ ,  $\mu_c = 0.7$  则可得系统阶跃响应如下:

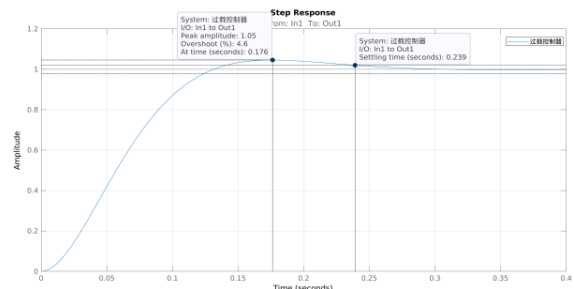


图 21 过载控制器阶跃响应曲线

如图 21, 系统超调量为 4.6%, 调节时间为 0.239s。并绘系统开环 Bode 图如下:

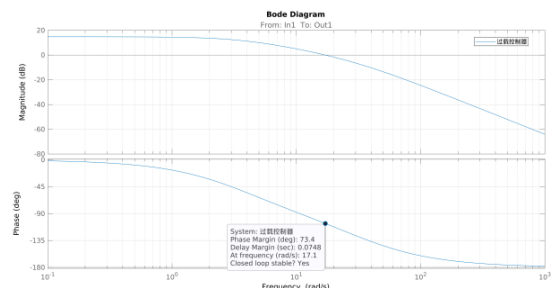


图 22 过载控制器开环 Bode 图

如图 22, 系统相角裕度为  $73.4^\circ$ , 落在理想相角裕度范围内。

#### 4.3 对机动目标打击的有控刚体弹道仿真

对机动目标打击的有控刚体弹道仿真是一次总体的仿真, 对系统的控制器, 制导律, 质点弹道方案等进行综合评估, 同时也是最直观, 最具有参考价值的仿真。

仿真实验采用 C 语言编写四阶龙格-库塔算法解算导弹动力学和运动学微分方程组, 并将数据导出采用 MATLAB 绘图。

假定机动目标运动规律如下:

1) 初始位置:

$$(x_0, y_0, z_0) = (10000m, 0, 0)$$

2) 初始速度:

$$(V_x, V_y, V_z) = (10m/s, 0, 5m/s)$$

3) 加速度:

在导弹发射 30s 后, 目标开始做变加速运动, 其加速度规律为:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+0.7(t-30) \\ 4-0.5(t-30) \\ 2+t-30 \end{pmatrix} m/s^2$$

对该机动目标进行打击, 仿真结果如下:

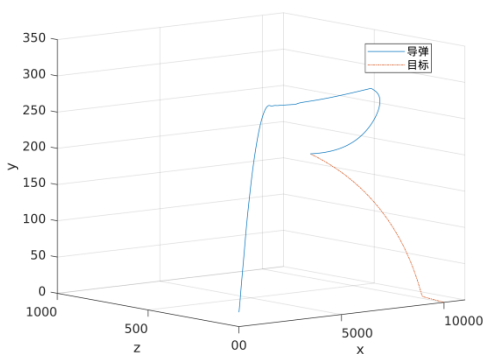


图 33 全过程弹道三维曲线

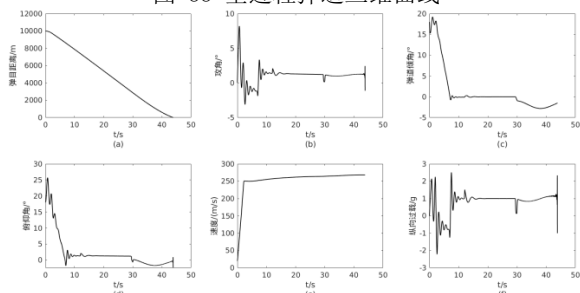


图 34 纵向参数曲线

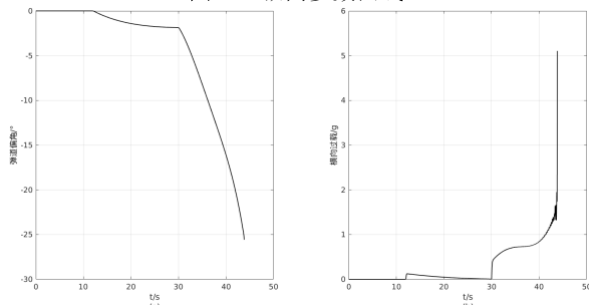


图 35 横向参数曲线

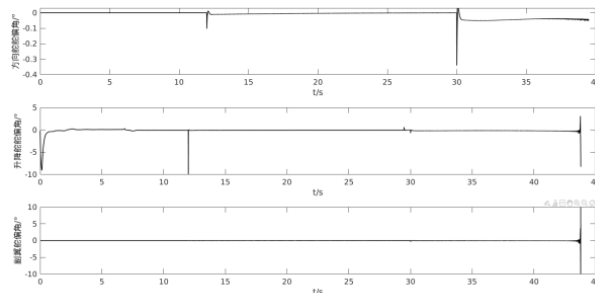


图 36 舵偏角曲线

如图 33, 导弹在三维空间整体按照预定方案进行爬升, 巡航并在末制导阶段完成对目标的精确打击。

由图 34- (b) (c) (d) 可知, 在导弹发射初始阶段, 由于此时, 导弹速度方向与弹道纵轴一致, 攻角为 0, 因此, 升力不足以保证导弹按当前弹道倾角飞行, 速度矢量向下偏转, 弹道倾角降低, 攻角增大, 在控制器的作用下, 为使导弹能够尽快稳定在  $18^\circ$  弹道倾角下, 俯仰角增大, 攻角进一步增大, 导弹升力上升, 弹道倾角在下降后逐渐上升。最后在经过一定的震荡后稳定下来, 后期在爬升段及平飞段整体较稳定, 没有明显的震荡和超调。

分析图 34- (f) 及图 36 中的升降舵偏角可知, 在导弹末制导最终阶段, 由于弹目距离较小, 而弹目距离变化速度相对较快, 导致视线角以较大速度变化的同时伴有一定的震荡, 所以在最后阶段, 导弹过载及升降舵偏角均出现较大的震荡, 在最后一刻还会出现数值崩溃的情况, 因此, 在实际应用的过程中, 可以使弹目距离接近到一定程度后, 保持导弹当前状态进行最终打击, 但这样会损失一定的精度。该现象在横侧向平面中也有体现。

同时, 在导弹不同阶段切换的瞬间, 由于控制器初始化的缘故, 舵偏角会出现短暂的数值跳变, 但通常在极短的时间内就能恢复正常, 这样极短时间的脉冲信号对弹道整体是没有明显影响的, 可以通过舵机限幅或控制信号滤波消除该影响。

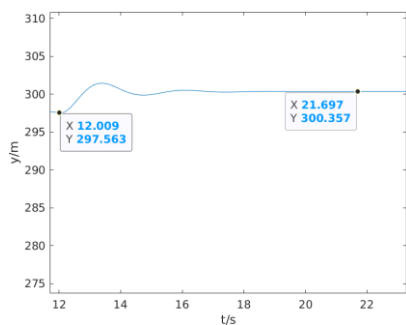


图 37 平飞段启动瞬间高度-时间曲线

同时,为分析高度控制器性能,对爬升段转平飞段后的一小段时间进行分析,如图 37 所示,可以看出,爬升段于 12s 结束时高度为 297.563m,存在约 2.5m 的高度误差,经过高度控制器的调整,在大约 2s 后稳定在 300m 的高度,整体稳态误差约为 0.36m,在可接受的范围内。

总体而言,在机动目标打击的过程中,导弹按照预定的方案命中目标,除初始时刻因发射而导致剧烈震荡的初始时刻以及最终打击阶段外,全过程没有明显的震荡和超调,能够按照预定的方案进行飞行,整体过载不超过 2.2g,最大舵偏角不超过 $-8^{\circ}$ ,整体弹道平滑,并最后以 0.133m 的误差击中机动的目标。

## 5 遗传算法优化

遗传算法可以解决具有任何类型的约束条件的平滑或非平滑优化问题,包括整数约束。它是一种随机的、基于种群的算法,通过种群之间的变异和交叉进行随机搜索,具有全局收敛性,缺点是模型调用次数通常较多,远高于梯度法、拟牛顿法等数值优化算法。

对于 4 中仿真的弹道,在保证导弹导引率及关键参数(如飞行高度,导弹初始值等)不变的情况,有如下三个自定义参数:

- 1) 初始弹道倾角  $\theta_0$
- 2) 爬升过渡段起始高度  $H_0$
- 3) 末制导启动时间  $t_0$

其中,末制导启动时间受到导弹导引头性能的限制,因此,取  $t_0 < 3000m$ 。对这三个参数进行优化以期得到更大的打击速度。构建代价函数:

$$J = \frac{1}{V_f}$$

式中:  $V_f$  为最终打击时的速度。则遗传算法的优化目标为确定三维变量  $(\theta_0, H_0, t_0)$ , 使得  $\min J$ 。

对于该三维单目标无约束优化问题。使用 MATLAB 优化工具中的 GA 函数进行优化,目标选用在 (10000m, 0, 0) 的固定目标,遗传算法参数如下:

表 2 遗传算法参数

设置	参数
Crossover Fraction	0.8
Function Tolerance	1e-6
Max Generations	200
Max Stall Generations	50
Migration Fraction	0.2

优化结果如下:

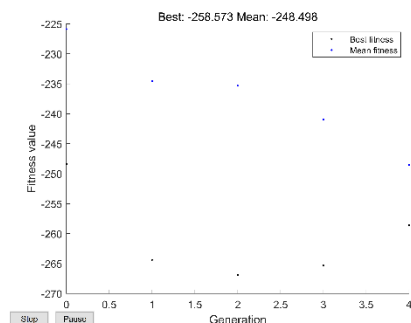


图 38 遗传算法收敛过程

表 3 遗传算法优化结果

发射角	转平高度	末制导距离	最终速度
12.4921°	116.717m	2066.4429m	274.068m/s

采用优化后的参数进行弹道仿真,得到如下结果:

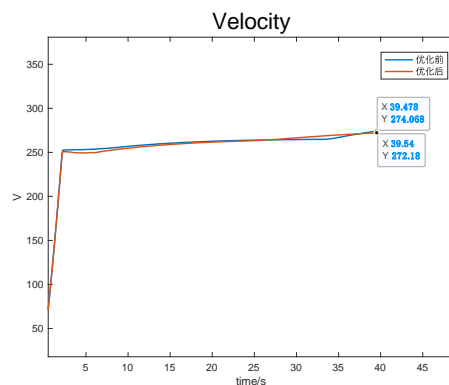


图 39 优化前后速度曲线对比

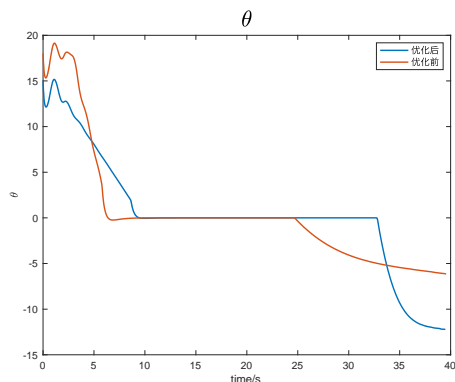


图 40 优化前后弹道倾角曲线对比

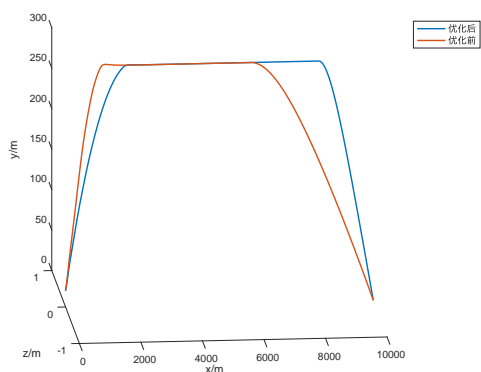


图 41 优化前后弹道三维曲线对比

根据优化结果可知, 优化前后导弹打击速度提高不到 1%, 约 2m/s, 因此认为, 优化设计的三个变量对速度影响不大或速度优化的潜力不大。

从速度变化机理分析, 其最主要的影响来源为导弹推力, 因此可以看到, 即使是一级火箭发动机关机后, 二级火箭发动机的推力也可以使导弹在爬升阶段加速, 并在后半段保持一个相对稳定的加速度。因此, 可以认为, 对于战术导弹而言, 弹道的选择及优化对于导弹最终打击速度影响不大, 想要提高打击速度的最佳方式就是采用比冲更大的发动机。

## 6 结论

本文针对机动目标的打击问题, 对导弹动力学、运动学进行数学建模, 在弹道设计的过程中将打击弹道分为三个阶段, 分别设计相应的质点导弹, 提出一种考虑目标加速机动的增广比例导引法, 后分别设计不同阶段控制器。仿真实验验证了质点弹道及控制器设计的可行性, 并通过对比展现了增广比例导引法的特点, 最后在六自由度机动目标打击的过程中验证了整体方案的可行

性。最后通过遗传算法优化的尝试分析了导弹速度变化的机理, 阐述了弹道设计对整体速度影响较小的特点。综上, 该方案能够对战术导弹弹道设计及控制器提供一定的参考。

## 致 谢

感谢王晓芳老师的批评与指导!

## 参 考 文 献

- [1] 张连庆. 小型飞航导弹方案弹道优化与末制导律设计 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014. [Zhang Lian-Qing. Project Trajectory Optimization and Terminal Guidance Law Design of Cruise Missile [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2014.]
- [2] John Yagna. Concentric Canister Launcher[J]. Naval Engineers Journal, 1997, 1(9): 313-330.
- [3] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006. 07: 90-91
- [4] 林海, 王晓芳. 飞行力学数值仿真[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2018
- [5] 王宏伦, 苏子康, 裴云峰. 考虑交接误差的 RLV 经常着陆轨迹和按弃权交接区设计 [J]. 航空学报, 2014, 35(11): 3092-3105

## Trajectory simulation and optimization of attacking the maneuvering target based on augmented proportional navigation guidance law

ZHU Junfan<sup>1,\*</sup>, ZHANG Puxi<sup>1</sup>, FU Anran<sup>1</sup>, PAN Yilin<sup>1</sup>

1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract:** Aiming at the problem of tactical missiles attacking maneuvering targets, an augmented proportional navigation guidance law is proposed. Firstly, the dynamic and kinematic model of the six degrees of freedom of the missile is established. The proportional navigation guidance law (PNG) is improved by introducing target acceleration bias, so that the missile can have better attacking effect when dealing with fast-maneuvering targets. For the whole process of missile attacks the moving targets, the particle trajectory is designed firstly, and the corresponding controller is designed for different stages. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of the overall scheme of missile strike mission under six degrees of freedom, and the dynamic characteristics of key positions are analyzed and discussed. Finally, the genetic algorithm is used to optimize the overall trajectory, and the mechanism of missile speed change was analyzed.

**Keywords:** tactical missile; guidance law; maneuvering target; trajectory simulation; genetic algorithm

---

Received: 2021-xx-xx; Revised: 2021-xx-xx; Accepted: 2021-xx-xx; Published online:

URL:

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (\*\*\*\*\*) (注: 基金项目的正确英文名称请查询本刊下载中心“[基金项目英文名称](#)”)

\*Corresponding author. E-mail: zhujf0801@163.com