Um contemporâneo de Anselmo de Aosta, o monge Gaunilo de Marmoutiers, elaborou uma refutação do argumento de Anselmo por meio de uma *REDUCTIO AD ABSURDUM* do mesmo. A *reductio* de Gaunilo tem o seguinte aspecto:

- Perdida é a ilha paradisíaca mais perfeita e agradável que qualquer outra.
- A ideia de ilha paradisíaca mais perfeita e agradável que qualquer outra existe na nossa consciência
- 3. Se a ilha real a que esta ideia corresponde não existisse, teria de faltar um predicado à ideia, a saber, o predicado da existência, pelo que então essa ideia já não seria a ideia da ilha paradisíaca mais perfeita e agradável que qualquer outra, uma vez que seria possível pensar-se noutra ilha que tivesse exactamente as mesmas propriedades de Perdida e ainda a propriedade da existência.
- 4. Logo, se a ideia de ilha paradisíaca mais perfeita e agradável que qualquer outra existe, então o objecto que lhe corresponde tem também que existir pois, caso contrário, a ideia em causa deixa de ser a ideia que é, o que constitui uma contradição.

A reformulação do argumento de Anselmo por Gaunilo mostra-nos as conclusões inaceitáveis que se podem extrair de tal estrutura argumentativa mas não diagnostica o vício subjacente ao mesmo. Um primeiro diagnóstico da natureza deste vício foi efectuado por Hume e tornado célebre por Kant. Consiste na consideração de que o termo «existir» não é adequadamente utilizado no argumento, uma vez que ele é aqui tratado como se referisse um predicado quando a existência não é um predicado. Não sendo a existência um predicado, a atribuição de existência à ideia ou representação de um objecto ou ser não lhe acrescenta qualquer predicado, pelo que a ideia ou representação de um dado objecto, ou ser concebido como existente, não pode ser considerada como maior ou mais perfeita, no sentido referido de algo que reúne maior número de predicados, do que a mesma ideia ou representação concebida de um objecto ou ser inexistente.

Daí que a ideia de Deus concebida como realizada num ser particular em nada possa diferir da mesma ideia de Deus concebida como não realizada por qualquer ser.

Mais tarde, Frege refinou a análise do conceito de existência, defendendo a tese de que a existência seria um predicado de segunda ordem, isto é, um predicado que apenas poderia ser atribuído a conceitos e não a objectos ou seres. (Porém, há autores modernos que defendem novas versões da tese tradicional; ver EXISTÊNCIA.) Deste modo, o que a proposição expressa pela frase «Deus existe» faria seria atribuir ao conceito de Deus a propriedade de não ser vazio. Pressupondo a não contraditoriedade do conceito de Deus, uma decisão acerca da verdade de tal proposição só poderia ser alcançada por intermédio da descoberta de um processo por meio do qual fosse possível determinar empiricamente se algum ser satisfaria efectivamente todos os predicados de primeira ordem por meio da conjunção dos quais o conceito de Deus seria definido. Como a existência, enquanto predicado de segunda ordem, não poderia ser um desses predicados, o contraste entre as duas ideias introduzidas no argumento de Anselmo não poderia, portanto, estabelecer-se e o argumento seria improcedente. Assim, a nova definição de existência introduzida por Frege não traz qualquer modificação à rejeição do argumento determinada por Hume e Kant. Ver ARGUMENTO ONTOLÓGICO DE GÖDEL. AZ

Frege, G. 1884. Os Fundamentos da Aritmética. Trad. A. Zilhão. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda, 1992.

Gaunilo de Marmoutiers. Liber pro Insipiente.

Hume, D. 1740. *Tratado da Natureza Humana*. Trad.P. Galvão et al. Lisboa: Gulbenkian, 2002.

Kant, I. 1787. Crítica da Razão Pura. Trad. M. P. dos Santos et al. Lisboa: Gulbenkian, 1985.

Santo Anselmo. *Proslogion*. Trad. C. Macedo. Porto: Porto Editora, 1996.

argumento ontológico de Gödel Kurt Gödel é conhecido por resultados notáveis nos domí-

# argumento ontológico de Gödel

nios dos fundamentos da matemática, da lógica, da ciência da computação e da física: o TEOREMA DA COMPLETUDE da lógica elementar clássica (1929), os TEOREMAS DA INCOMPLETU-DE da aritmética elementar clássica (1930), o teorema de equiconsistência das aritméticas clássica e intuicionista (1933), a definição de FUNÇÃO RECURSIVA geral (1934), o teorema da consistência da hipótese generalizada do CON-TÍNUO (1937), um modelo cosmológico para as equações de campo de Einstein (1949) etc. No entanto, interessou-se também por questões clássicas da metafísica. Gödel oferece o seu ponto de vista sobre as três ideias que Kant afirma serem constitutivas da metafísica: Deus, liberdade e imortalidade. Gödel não trata directamente da questão da imortalidade, mas somente da questão associada sobre a vida depois da morte. Num manuscrito intitulado «O Meu Ponto de Vista Filosófico» afirma que «o mundo no qual vivemos não é o único em que viveremos ou em que tenhamos vivido» (Wang 1996: 316).

Em correspondências datadas do início da década de 1960, Gödel utiliza um análogo do princípio da razão suficiente de G. L. Leibniz, segundo o qual «o mundo e tudo o que nele há têm sentido (Sinn) e razão (Vernunft)» (Wang 1996: 108), para concluir que há vida depois da morte (p. 105). Segundo Gödel, caso não houvesse vida depois da morte, o mundo não teria sido «racionalmente construído e não teria sentido» (pp. 105–106):

«Que sentido haveria em criar um ser (o homem), que tem uma ampla gama de possibilidades para desenvolver e para relacionamentos com os outros, e não permitir que realize sequer um milésimo dessas possibilidades?».

Mas o mundo foi racionalmente construído porque «tudo é permeado pela máxima regularidade e ordem» e «a ordem é uma forma de racionalidade» (p. 106).

Quanto à questão da liberdade, Gödel sugere ser possível adaptar os seus teoremas da incompletude da aritmética elementar clássica para demonstrar o seguinte:

«Uma sociedade completamente isenta de liberdade (isto é, uma sociedade procedendo em tudo segundo regras estritas de «conformidade») será, no seu comportamento, ou inconsistente ou incompleta, isto é, incapaz de resolver determinados problemas, talvez de importância vital. Ambos podem, naturalmente, pôr em perigo a sua sobrevivência numa situação difícil. Uma observação similar aplicar-se-ia também a seres humanos considerados na sua individualidade» (p. 4).

O ataque de Gödel à questão sobre a natureza e existência de Deus é elaborado a partir de uma adaptação do ARGUMENTO ONTOLÓGICO de Leibniz. Esse argumento está inserido num projecto mais amplo, apenas esboçado por Gödel, para fundar a metafísica como uma ciência exacta, preferencialmente sob forma de uma monadologia na qual Deus é a mónada central (Gierer 1997: 207–217). Gierer transcreve e comenta um diálogo ocorrido em 13 de Novembro de 1940 entre Gödel e Carnap, no qual Gödel sustenta a exequibilidade de tal projecto.

Há, entre os espólios de Gödel, esboços do argumento ontológico datando aproximadamente de 1941, mas a versão definitiva é datada de 10 de Fevereiro de 1970. Gödel é conhecido pela sua relutância em publicar resultados que não considerasse definitivos. Basta lembrar que a sua obra publicada em vida não perfaz mais de trezentas páginas. Isso talvez explique por que razão o seu argumento ontológico fícou inédito até 1987, quando Jordan Howard Sobel o publicou (Sobel 1987: 241–261).

Em Fevereiro de 1970, Gödel discutiu o seu argumento ontológico com Dana Scott. Disso resultou uma versão do argumento ontológico de Gödel, produzida por Scott, cujo tratamento formal é mais simples do que o da versão original de Gödel. Por manter intactas as noções fundamentais e os passos principais da versão original de Gödel, costuma-se utilizar essa versão de Scott na discussão do argumento ontológico de Gödel. Adoptamos, aqui, essa prática.

Contudo, para compreender o argumento proposto por Gödel é preciso analisar previamente o argumento ontológico de Leibniz. Este argumento é parte de uma crítica mais geral à epistemologia cartesiana. Leibniz, contra René Descartes, salienta o valor do conhecimento simbólico, e a crítica ao argumento ontológico de Descartes constitui um exemplo dessa diferença entre Leibniz e Descartes.

Leibniz esquematiza o argumento da Quinta Meditação cartesiana do seguinte modo (tratase de um excerto de carta, provavelmente endereçada à condessa Elisabete, provavelmente escrita em 1678):

«Deus é um ser que tem todas as perfeições e, consequentemente, tem existência, que é uma perfeição. Portanto, existe.» (Leibniz 1989: 237)

Segundo Leibniz, o argumento não é uma falácia, mas está incompleto. O que lhe falta é a demonstração da consistência da noção de Deus, ou seja, falta a demonstração da COM-POSSIBILIDADE das perfeições. O que Leibniz solicita é que seja demonstrado que a noção de Deus é adequada e não apenas distinta; que é possível fornecer uma definição real e não apenas nominal de Deus (Leibniz 1982: 271-278; trata-se do texto «Meditações sobre o Conhecimento, a Verdade e as Ideias», de 1684, no qual Leibniz distingue entre noções claras e obscuras, distintas e confusas, adequadas e inadequadas, intuitivas e simbólicas, e esboça uma teoria da definição a partir dessas dicotomias).

No texto «Que o Ser Perfeitíssimo Existe» (Leibniz 1982: 148–150), de 1676, Leibniz demonstra a compossibilidade das perfeições a partir da sua caracterização como qualidades simples, positivas e absolutas. Dessas, apenas a positividade se mantém como nota das perfeições no período maduro da filosofia de Leibniz.

No argumento ontológico de Gödel, as propriedades positivas realizam o papel das perfeições, constituem as notas da noção de Deus. O argumento ontológico de Gödel nada mais é do que uma axiomatização da noção de propriedade positiva, uma definição implícita daquilo que se entende por propriedade positiva.

Dividimos o argumento de Gödel em quatro blocos: definições, axiomas, resultados e metateoria

## Definições

 Um indivíduo tem a propriedade de ser semelhante a Deus (Gottähnlich) se, e só se, tem todas as propriedades positivas.

Gödel também lhe chama «propriedade de ser divino» (Göttlich).

 Uma propriedade é a essência de um indivíduo se, e só se, o indivíduo tem essa propriedade e essa propriedade está necessariamente subordinada a todas as propriedades do indivíduo.

Gödel utiliza indiferentemente as expressões Essenz e Wesen para a essência de um indivíduo. Entende-se que uma propriedade é subordinada a outra quando a extensão da primeira é um subconjunto da extensão da segunda. Esta noção de essência corresponde à noção de Leibniz de conceito completo de um indivíduo.

 Um indivíduo tem a propriedade da existência necessária (Notwendige Existenz) se, e só se, todas as essências do indivíduo são necessariamente exemplificadas.

Gödel tem o cuidado de não fazer da existência um predicado não trivial de primeira ordem. Gödel faz eco da proposta de Norman Malcolm (1960), para quem a existência necessária, ou seja, a impossibilidade lógica da inexistência, é um predicado não trivial de primeira ordem, embora a existência *simpliciter* não o seja.

## Axiomas

1. Qualquer propriedade de indivíduos é positiva ou sua negação é positiva.

Entende-se que a negação de uma proprie-

#### argumento ontológico de Gödel

dade de indivíduos é aquela propriedade de indivíduos cuja extensão é o complemento, relativo ao domínio de indivíduos, da extensão da propriedade de indivíduos.

- Quaisquer que sejam as propriedades P e Q, se P é positiva e necessariamente sempre que um indivíduo tem a propriedade P também tem a propriedade Q, então Q é positiva.
- 3. A propriedade da semelhança a Deus é positiva.
- Qualquer que seja a propriedade de indivíduos, se ela é positiva então necessariamente é positiva.
- 5. A propriedade da existência necessária é positiva.

Os axiomas 1, 2 e 4 relacionam-se com uma estrutura algébrica denominada ultrafiltro (filtro primo). Na versão original de Gödel isso é ainda mais evidente. O primeiro axioma da versão original de Gödel afirma que a conjunção de uma quantidade arbitrária de propriedades positivas é uma propriedade positiva; este axioma é uma generalização da cláusula imposta aos ultrafiltros, segundo a qual os conjuntos de um ultrafiltro são fechados por intercepções finitas. O segundo axioma da versão original de Gödel corresponde ao primeiro axioma da versão de Scott; estes axiomas correspondem à cláusula de maximalidade imposta aos ultrafiltros. O quarto axioma da versão original de Gödel corresponde ao segundo axioma da versão de Scott; estes axiomas correspondem à cláusula de fecho por superconjuntos imposta aos ultrafiltros. Finalmente, os axiomas segundo os quais as propriedades de semelhança a Deus e de existência necessária são propriedades positivas correspondem à cláusula de não vacuidade imposta aos ultrafiltros. Esta caracterização algébrica das propriedades positivas é reveladora das intuições e intenções de Gödel: é usual interpretar um ultrafiltro como uma família de conjuntos muito grandes. Se esta interpretação estiver correcta, Gödel está a afirmar que as propriedades divinas são exemplificadas por uma quantidade muito grande de indivíduos, o que estaria em conformidade com as teses de Leibniz acerca da criação e constituição do mundo actual como o melhor dos mundos possíveis (Sautter 2000).

Gödel também oferece uma caracterização puramente sintáctica das propriedades positivas. No «Caderno de Notas Filosóficas» (Adams 1995: 436) afirma que «as propriedades positivas são precisamente aquelas que podem ser formadas a partir das propriedades elementares por intermédio das operações &, ∨, ⊃»; em nota de rodapé à sua versão do argumento, Gödel afirma que as propriedades positivas são aquelas cuja «forma normal disjuntiva em termos de propriedades elementares contêm um membro sem negação» (Adams 1995: 404). Aqui, admite que algumas propriedades positivas são simples (as propriedades elementares) e, portanto, não contêm negação, e que todas as demais propriedades positivas são obtidas das propriedades elementares por intermédio de operações booleanas nas quais não precisa intervir a negação. Esta possibilidade de caracterização decorre dos seguintes resultados acerca da lógica proposicional clássica (LPC), cuja demonstração envolve a aplicação de indução matemática:

- Teorema: Para toda proposição P da LPC, existe uma proposição Q da LPC tal que Q é tautologicamente equivalente a P e os conectivos de Q pertencem a {&, ∨, ⊃} ou Q é a negação de uma proposição cujos conectivos pertencem a {&, ∨, ⊃}.
- 2. Corolário: Para toda proposição P da LPC tal que a forma normal disjuntiva de P contém pelo menos um disjuntivo sem negação, existe uma proposição Q da LPC tal que Q é tautologicamente equivalente a P e os conectivos proposicionais de Q pertencem a {&, ∨, ⊃}.
- Teorema: Se P é uma proposição da LPC tal que os conectivos de P pertencem a {&, ∨, ⊃}, a forma normal disjuntiva de P contém pelo menos um disjuntivo sem negação.

Há duas objecções principais à noção de propriedade positiva: na primeira, alega-se que a distinção entre positivo e não positivo não é absoluta, como pretende Gödel, mas sempre relativa à escolha de um sistema de conceitos; na segunda, alega-se que a noção de propriedade positiva não tem relevância teológica.

A primeira objecção é formulada por André Fuhrmann do seguinte modo:

«As propriedades não são, em si, positivas ou negativas, mas sempre e somente em função de outras propriedades. Deste modo, poder-se-ia, por exemplo, considerar *duro* como uma propriedade simples e analisar *mole* como *não duro*; o inverso é, naturalmente, igualmente possível. Por conseguinte, isto indica que pode haver mais de uma análise, no fim das quais figuram classes de propriedades simples distintas e incompatíveis» (Fuhrmann 1999).

Fuhrmann compara a situação da distinção entre positivo e negativo (não positivo) com a situação da distinção entre simples e complexo (não simples). Embora a controvérsia não se restrinja aos seus aspectos formais, Otto Muck (1992: 65–66) forneceu um critério natural de prioridade ontológica com o qual, pelo menos formalmente, é possível mostrar que uma propriedade positiva tem prioridade ontológica sobre sua negação.

A segunda objecção é ainda mais contundente: em que medida as propriedades tradicionalmente atribuídas a Deus (omnipotência, omnisciência, omnibenevolência, etc.) são positivas segundo a caracterização oferecida por Gödel? Aqui, novamente, Muck (p. 61) encontra uma resposta: a caracterização de propriedade positiva tem grande similaridade com a caracterização de *perfectio pura* da tradição da teologia filosófica. Por oposição às *perfectione mixtae*, as *perfectione purae* são os atributos divinos nessa tradição.

# Resultados

1. *Teorema:* Se uma propriedade é positiva, é possivelmente exemplificada.

Este passo da demonstração é realizado utilizando somente os Axiomas 1 e 2.

 Corolário: A propriedade de ser semelhante a Deus é possivelmente exemplificada. Este passo da demonstração corresponde ao passo que Leibniz alega faltar no argumento ontológico cartesiano: a demonstração de compossibilidade dos atributos divinos; este passo da demonstração é realizado utilizando o teorema 1 e o axioma 3.

 Teorema: Se um indivíduo tem a propriedade de ser semelhante a Deus, essa propriedade é a essência desse indivíduo.

Este passo da demonstração é realizado utilizando somente o axioma 1.

- 4. *Nota:* Duas essências de um indivíduo são necessariamente idênticas
- 5. *Nota:* A essência de um indivíduo necessariamente não é a propriedade de outro indivíduo.

Este resultado, juntamente com o teorema 1, demonstra a unicidade divina, quer dizer, existe no máximo um ser com a propriedade de ser semelhante a Deus.

6. *Teorema:* Necessariamente, existe um indivíduo com a propriedade de ser semelhante a Deus.

Este passo da demonstração é realizado utilizando o corolário 2 do teorema 1 e o seguinte resultado auxiliar: se a propriedade de ser semelhante a Deus é possivelmente exemplificada, então é possível que seja necessariamente exemplificada. Este último resultado é, por sua vez, demonstrado com auxílio do axioma 4 e da proposição baptizada por Charles Hartshorne como «princípio de Anselmo». Este princípio afirma que se existe um ente com a propriedade ser semelhante a Deus, então necessariamente existe um ente com a propriedade de ser semelhante a Deus. Esta denominação, «princípio de Anselmo», parece estar relacionada com o facto de Anselmo da Cantuária demonstrar, por redução ao absurdo, não apenas a existência de um ser maior do que o qual nada se pode pensar (Deus), mas também que necessariamente existe tal ser (Macedo 1996).

#### argumento per analogiam

A demonstração, por redução ao absurdo, no Cap. 2 de *Proslogion*, conclui que o ser maior do que o qual nada se pode pensar existe; a demonstração, também por redução ao absurdo, no Cap. 3, conclui, utilizando a mesma definição de Deus, que necessariamente existe; finalmente, no Cap. 15, Anselmo conclui que Deus nem sequer pode ser pensado, quer dizer, é incognoscível.

Metateoria Sobel sugeriu que o argumento ontológico de Gödel sofre de um grave problema formal, a saber, o colapso das modalidades, ou seja, tudo aquilo que é verdadeiro também é necessário. Desde então, foram propostas diversas modificações das noções e axiomas originais de Gödel para ultrapassar esta dificuldade (o manuscrito Summum Bonum de Nelson Gomes, a ser publicado pela Editora Loyola na colectânea intitulada Nós e o Absoluto, além de conter uma exposição pormenorizada do argumento ontológico de Gödel, tanto nos seus aspectos histórico-filosóficos como em seus aspectos formais, contém uma exposição das principais propostas de alteração do mesmo). Contudo, Petr Hájek mostrou que, adoptando uma interpretação não standard do universo das propriedades de indivíduos, segundo a qual as propriedades são fechadas por operações booleanas (a formação arbitrária de propriedades (interpretação standard) é uma das causas do colapso das modalidades no argumento ontológico de Gödel), e adoptando o sistema de lógica modal S5 como lógica subjacente, é possível demonstrar a consistência do argumento ontológico de Gödel, a independência mútua dos seus axiomas, e o não colapso das suas modalidades (esses resultados são pormenorizadamente apresentados em Sautter 2000, Cap. 3). Ver ARGUMENTOS A FAVOR DA EXISTÊNCIA DE DEUS. FTS

Adams, R. M. 1995. Appendix B: Texts Relating to the Ontological Argument. In Feferman, Solomon et al., orgs., *Kurt Gödel*, *Collected Works*, Vol. III. Oxford: Oxford University Press.

Adams, R. M. 1995. Introductory Note to \*1970. In Feferman, Solomon et al., orgs., *Kurt Gödel, Col-*

*lected Works*, Vol. III. Oxford: Oxford University Press.

Fuhrmann, A. 1999. *Gödel's ontologischer Gottesbeweis*. http://www.ifcs.ufrj.br/cfmm/col2.htm.

Gierer, A. 1997. Gödel Meets Carnap: A Prototypical Discourse on Science and Religion. *Zygon* v. 32, n. 2: pp. 207–217.

Hájek, P. s/d. Der Mathematiker und die Frage der Existenz Gottes (betreffend Gödels ontologischen Beweis).
 Prague. Trabalho académico. Institute of Computer Science, Czech Academy of Sciences.

Kant, I. 1781. Crítica da Razão Pura. Trad. M. P. dos Santos e A. F. Morujão. Lisboa: Gulbenkian, 1994.
Leibniz, G. W. 1982. Escritos Filosóficos. Ed. e trad. E. Olaso. Buenos Aires: Charcas.

 Leibniz, G. W. 1989. Philosophical Essays. Ed. e trad. R. Ariew e D. Garber. Indianápolis: Hackett.
 Malcolm, N. 1960. Anselm's Ontological Arguments. The Philosophical Review 69: 41–62.

Muck, O. 1992. Eigenschaften Gottes im Licht des Gödelschen Arguments. *Theologie und Philoso*phie 67: 65–66.

Santo Anselmo. *Proslogion*. Trad. C. Macedo. Porto: Porto Editora, 1996.

Sautter, F. T. 2000. O Argumento Ontológico Gödeliano. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP.
Sobel, J. H. 1987. Gödel's Ontological Proof. In J. J. Thomson, org., On Being and Saying. Cambridge: The MIT Press.

Wang, H. 1996. A Logical Journey. Cambridge: The MIT Press.

**argumento** *per analogiam Ver* ARGUMENTO POR ANALOGIA.

**argumento por analogia** Um argumento que infere a satisfação de uma propriedade Φ por um objecto B, na base da analogia que se verifica existir entre o objecto B e um dado objecto A, que sabemos previamente satisfazer a propriedade Φ. A analogia existente entre os objectos A e B deixa-se, por sua vez, esclarecer em termos do facto de existir um certo grupo de propriedades satisfeito tanto por A como por B.

A hipotética validade ou invalidade de um tal argumento não pode ser estabelecida *A PRIORI*. Com efeito, a validade de um argumen-