SUMMUM BONUM

Prof. Dr. Nelson Gonçalves Gomes[1]
Universidade de Brasília[2]

Abstract

This article contains a presentation of Gödel's ontological proof, from both the intuitive and the formal points of view. Two other contemporary variations of it are also presented. The article discusses the philosophical and the theological criticisms of the proof. The conclusion to be drawn is that the soundness of Gödel's reasoning is an important logical result, which nevertheless demands further work of analysis. The metaphysical idea of a *positive property* (or *positive set*) for instance needs clarification.

Key-words: God, positive property (or set), intersection of all positive properties (or sets), essence, necessary existence.

Resumo

Este artigo apresenta o argumento ontológico de Gödel, intuitiva e formalmente. Duas dentre as suas variações contemporâneas também são apresentadas. O artigo discute as críticas filosóficas e teológicas ao argumento. A conclusão à qual se chega é que a correção dos raciocínios de Gödel é um importante resultado lógico que, porém, pede mais trabalho de análise. A idéia metafísica de *propriedade positiva* (ou de *conjunto positivo*), por exemplo, carece de clarificação.

Palavras-chave: Deus, propriedade positiva (ou conjunto positivo), grande intersecção de todas as propriedades positivas (ou conjuntos positivos), essência, existência necessária.

Miscere sacra profanis

(Mesclar o sagrado e o profano)

Horácio (Epístola 1, 16, 54)

1. Um texto tardio

Em princípios de 1970, o lógico e metamatemático austríaco Kurt Gödel (1906-1978) escreveu em inglês um texto com o título alemão *Ontologischer Beweis* (Argumento ontológico), que logo seria copiado e distribuído de mão em mão entre alguns especialistas, antes da sua publicação oficial, um quarto de século mais tarde. O texto é curto, constando de apenas uma folha manuscrita em ambos os lados, com data do 10 de fevereiro de 1970. Consoante relatos de Wang (1996, p. 113) e de Löffler (2000, p. 69), o lógico britânico Dana Scott esteve com Gödel naquele mesmo mês, redigindo um breve comentário intitulado *Gödel's ontological proof* (O argumento ontológico de Gödel). No outono daquele ano, Scott discutiu o argumento gödeliano no seu seminário acadêmico de Princeton. Uma transcrição do manuscrito de Gödel e uma reprodução do comentário de Scott foram publicados num apêndice ao artigo de J.H. Sobel (1987). O manuscrito de Gödel também consta como

---

[1] No ano de 2002, foi publicada uma versão deste artigo contendo múltiplos e graves erros de revisão. O presente texto resulta daquele primeiro, com modificações e acréscimos.

[2] Agradecemos ao Prof. Dr. W. Löffler (Innsbruck/Áustria) e ao Prof. Dr. Agnaldo Cuoco Portugal (UnB) pelo gentil envio de materiais que possibilitaram a preparação deste artigo. Agradecemos também ao Prof. Dr. Frank Thomas Sautter (UFSM) pelas críticas ao manuscrito do texto. Falhas eventualmente aqui contidas são de nossa responsabilidade.

apêndice em Anderson (1990). Segundo H. Wang, que elabora um resumo do argumento ontológico, Gödel teria sido levado a conceber a sua prova depois da leitura de Leibniz (Wang, 1988, p. 195 e 1996, pp. 111-21).

Gödel trabalhou nesse tema durante cerca de trinta anos, de vez que o seu primeiro ensaio sobre o assunto é de 1941. Ele voltaria a escrever anotações a respeito do argumento ontológico em 1946, 1954 e em 1955. Em 1970, finalmente, Gödel deu-se por satisfeito (Oskar Morgenstern, citado por Dawson, 1997, p. 237 e por Fuhrmann, 2005, p. 349). Não obstante, ele temia que o seu trabalho pudesse ser tomado como confissão de fé religiosa, o que o levou a não o publicar (Fuhrmann, *ib.*). Apenas em 1995, o referido texto seria formalmente dado a lume, no volume III das *Collected Works* de Kurt Gödel.

Apesar do seu título, o texto de Gödel não é um escrito histórico que mencione a conhecida prova de Anselmo e tampouco é um ensaio sistemático completo. Entretanto, ele abriga um núcleo de raciocínios extremamente interessantes, que serão aqui apresentados, primeiramente de modo informal. Em seguida, o argumento será reconstruído passo a passo, com o emprego de lógica e teoria dos conjuntos. Feito isso, veremos algumas dificuldades que o argumento acarreta, estudando as elaboradas críticas de Sobel e as alternativas sugeridas por Anderson e Fuhrmann. Terminado o trabalho técnico-formal, apresentaremos algumas perspectivas filosóficas. Discutiremos o papel da lógica na prova ontológica, tentando mostrar que o núcleo daquele argumento é estritamente metafísico. Concluindo, nós retomaremos a tradicional crítica contra o argumento ontológico, examinando-a no contexto das versões a serem aqui desenvolvidas. A nossa tese é que a objeção sempre repetida pelos tomistas carece de fundamento lógico e não se aplica a estas versões.

2. Noções preliminares

Antes de examinar a prova de Gödel, é preciso termos em mente alguns conceitos de lógica modal, porquanto o seu emprego é decisivo neste contexto. Essa disciplina investiga a validade de argumentos nos quais expressões como *necessariamente*, *possivelmente*, *contingentemente* e outras análogas têm papel relevante. A lógica modal, nos seus sistemas-padrão, fundamenta-se sobre a assim chamada *semântica dos mundos possíveis*, na qual trabalhamos com a conhecida idéia introduzida por Leibniz. Um *mundo possível* é uma maneira completa de como as coisas são, poderiam ser, ou poderiam ter sido (Forbes, 1995). É possível, por exemplo, um mundo m_1, no qual tudo seria como de fato é, salvo quanto a um pormenor: em m_1, a cotação do dólar com respeito ao real estaria um centavo abaixo do que realmente estava, num determinado dia do ano. Também parece ser possível um mundo m_2, no qual a malária esteja totalmente erradicada. Possível é ainda um mundo m_3, no qual o crescimento demográfico mundial venha a reduzir-se. Como tais exemplos podem ser estendidos indefinidamente, nós admitimos, em princípio, a existência de uma infinidade de mundos possíveis m_1, m_2, m_3, m_4, ..., m_n, ... Com o auxílio dessa noção, entendemos a condição de verdade de uma frase como *Necessariamente, dois mais dois são quatro*. Tal frase é verdadeira se, e somente se, *em qualquer mundo possível*, a oração *Dois mais dois são quatro* for verdadeira. Ora, como não há alguma situação ou mundo possível na qual dois mais dois não sejam quatro, aquela primeira frase é, realmente, verdadeira. Por sua vez, a frase *Possivelmente, a inflação irá estabilizar-se* é verdadeira se, e somente se, existir ao menos um mundo possível, no qual a frase *A inflação estabilizou-se* seja verdadeira. Tal mundo existe, ao que tudo indica, pois podemos facilmente imaginar circunstâncias nas quais a inflação pare de subir. Nesse caso, a frase de possibilidade em questão é verdadeira.[3] Esses conceitos são centrais: *Necessário* é aquilo que está presente em *todos* os mundos possíveis, *possível* é aquilo que está presente em *ao menos um* dentre esses mundos. As relações entre o real e o possível são objeto de controvérsia filosófica, mas, no presente contexto, basta-nos a idéia de que tudo o que é real é possível. Ou seja, se é verdade, por exemplo, que esteja chovendo, daí inferimos ser possível que esteja chovendo.

3. Deus, propriedade positiva, essência e existência necessária

Gödel constrói o seu argumento tentando provar que Deus, concebido como *Summum Bonum* (Sumo Bem ou Bem Supremo), existe necessariamente. Numa primeira aproximação, isso significa a existência, num único ser, de todas as propriedades positivas que, de modo distributivo, são também atribuídas aos outros seres. Alguns entes são bons, alguns são belos, outros são sábios, etc. Entretanto, dentre os seres bons, há os que não são belos nem sábios. Entre os belos, há os que não são sábios nem bons e entre os sábios, há os que não são bons nem belos. Deus seria, precisamente, aquele ser bom, belo, sábio e tudo o mais que possa ser atribuído aos entes, como sendo *positivo*. Em outras palavras, Deus seria aquele ser no qual

[3] Como observam Bradley e Swartz, o simples recurso à imaginação ou às nossas capacidades psíquicas subjetivas não basta para definir mundos possíveis de modo exato (Bradley & Swartz, 1979, pp. 3-4). De fato, definir com precisão o que seja um mundo possível é tarefa complexa. Há boas indicações a respeito, dentre outras, nas seguintes obras: Kim & Sosa, 1999, pp. 131-193; Loux, 1979.

todas as propriedades positivas se *intersectam* ou somam. A *definição de Deus* como Bem Supremo é, precisamente essa: *Deus é o ser que tem todas as propriedades positivas*.

Fixemos a nossa atenção sobre esse conceito de *propriedade positiva*. Num modo de falar informal e imperfeito, nós chamamos de positivo o que pode ser louvado ou desejado. Ao afirmar que Francisco de Assis foi um homem bom, nós estamos reconhecendo-lhe um valor positivo e não o contrário. Analogamente, ao dizer que a estátua da Vênus de Milo é bela, nós estamos assumindo uma atitude de louvor frente às qualidades estéticas daquela escultura. Ora, como Francisco de Assis e a Vênus de Milo são entes que existem (ou existiram) e como eles, pretensamente, têm (ou tiveram) as mencionadas propriedades, podemos dizer que certos entes têm (ou tiveram) propriedades positivas. Portanto, falar de tais propriedades não é referir-se a algo inexistente ou vazio. Francisco de Assis e a Vênus de Milo são *exemplos*, respectivamente, de bondade e beleza. Estas últimas, por sua vez, são propriedades positivas, de modo que o predicado *Propriedade Positiva* não é vazio. Além disso, esse predicado não é aplicado a objetos, como a Vênus de Milo, mas sim a propriedades de objetos, como a Beleza. No jargão dos lógicos, Beleza é propriedade de primeira ordem (aplica-se a objetos), enquanto que Positividade é propriedade de segunda ordem (aplica-se a propriedades de primeira ordem).

Os exemplos acima invocados não oferecem grandes dificuldades, ao menos em princípio. Contudo, quando Gödel fala em propriedades positivas, ele o faz de modo mais forte, na medida em que restringe o emprego da expressão àquelas propriedades que são positivas *em todos os mundos possíveis*. Isto quer dizer que se a bondade exemplificada por Francisco de Assis for uma propriedade positiva, nessa acepção forte, então ela será positiva em toda e qualquer circunstância, independentemente de fatos sócio-culturais, econômicos ou de quaisquer outras contingências. No seu manuscrito de 1970, Gödel nota, explicitamente:

> "Positive means positive in the moral aesthetic sense (independently of the accidental structure of the world). Only then [are] the axioms true. It may also mean pure "attribution" [4] as opposed to "privation" (or *containing* privation). This interpretation [supports a] simpler proof.
>
> [4] i.e. the disjunctive normal form in terms of elementary properties contains one member without negation." [4]
>
> (Gödel, 1995 A, p. 404, itálicos no original)

[4] "Positivo significa positivo no sentido moral estético (independentemente da estrutura acidental do mundo). Só então os axiomas [são] verdadeiros. Isso pode significar também pura "atribuição"[4], em oposição a "privação" (ou *contendo* privação). Essa interpretação [embasa uma] prova mais simples. [Nota][4] Isto é, a forma disjuntiva normal, em termos de propriedades elementares, contém um membro sem negação".

Essas explicações de Gödel são um simples comentário e *não uma definição* do conceito em pauta que, na verdade, é tomado como *primitivo*. Gödel não dá exemplos intuitivos e tampouco entra em pormenores, mas deixa em aberto uma possibilidade filosoficamente relevante: a alternativa de interpretar a positividade num sentido ontológico, como pura atribuição, oposta a privação.

Feito esse comentário sobre o que seja uma propriedade positiva, na acepção de Gödel, podemos delinear a direção do seu argumento ontológico, em termos aproximados, da seguinte maneira: *Se as propriedade* P_1, P_2, ..., P_n, ... *forem positivas*, *então, necessariamente, existe um ser que tem a propriedade* P_1, *a propriedade* P_2, *a propriedade* P_3, *etc.* Em outras palavras, *se as propriedade* P_1, P_2, ..., P_n, ... *forem positivas*, *então Deus existe, necessariamente*. Em outras palavras, ainda: *Se as propriedades* P_1, P_2, ..., P_n, ... *forem positivas*, *então elas estão combinadas num único ser que existe, necessariamente*. Esse ser é o Bem Supremo ou Deus!

É claro que a simples definição de Deus nada garante quanto à Sua existência, pois podemos definir algo que não exista. Ao dizer que Pégaso é um cavalo alado, nós definimos esse conceito herdado da mitologia grega, mesmo sabendo que não há eqüinos voadores na natureza. Por conseguinte, depois de definir Deus como o Bem Supremo, cabe a Gödel provar que esse é um conceito muito diferente de todos os demais, pois o ser ao qual ele se refere existe necessariamente, vale dizer, está presente em todos os mundos possíveis.

Antes de introduzir outros conceitos empregados por Gödel, examinaremos um pormenor filosoficamente relevante. As linhas do manuscrito de 1970 acima transcritas sugerem que Gödel, seguindo Leibniz, aceitava a existência de propriedades positivas *simples*. Num pequeno manuscrito, datado de 1954, ele afasta a idéia de definir o que seja positivo, entendendo que esse conceito deva ser expresso por meio de axiomas. Em acréscimo a isso, ele afirma:

> "... the positive properties are precisely those which can be formed out of the elementary ones through applications of conjunction, disjunction, and implication".
> (Gödel, 1995 B, pp. 433-7)[5]

Comparando esta última citação com a anterior, vemos que para Gödel uma propriedade positiva P pode ser composta de inúmeras propriedades p_1, p_2, ..., p_n, que sejam positivas e, além disso, simples, elementares, não-analisáveis. Essas propriedades simples podem ser

---

[5] "... as propriedades positivas são precisamente aquelas que podem ser formadas a partir das que forem elementares, por meio de aplicações da conjunção, disjunção e implicação."

relacionadas entre si por meio de conectivos, de modo a P ser equivalente a uma expressão que os lógicos chamam de *forma normal disjuntiva*.[6] Nesse caso, conforme Gödel, ao menos uma propriedade p deve ocorrer sem negação, evidenciando o seu caráter simples. Como observa Wang, se isso está correto, então Deus tem não apenas todas as propriedades positivas elementares, mas todas as respectivas combinações algébricas booleanas que forem simples, no sentido ora indicado (Wang, 1996, p. 117).

Passemos aos conceitos de essência e de existência necessária, que também são fundamentais no argumento ontológico. Várias formas contemporâneas de filosofia defendem a tese de que a essência de uma entidade x seria uma característica *universal* que contém o que há de mais básico em x. Nessa direção, Pires (1990, p. 256) define essência como sendo aquilo que faz com que uma coisa seja o que ela é. Qual é a essência de Sócrates? A resposta mais ubíqua seria dizer que Sócrates é *animal racional*, antes de tudo, de modo que essa seria a sua essência. Qual a essência de um triângulo? De novo, antes de ter qualquer outra característica, um triângulo há de ser é uma *figura geométrica fechada, com três lados e três ângulos internos*, estando aí a sua essência.

A propósito desse tópico, Gödel representa uma tese muito mais estrita, segundo a qual a essência de um indivíduo é uma propriedade abrangente que envolve todos os seus traços fundamentais, de modo completo. Nesses termos, ele consideraria *insuficiente* dizer que a essência de Sócrates seria a sua animalidade racional, de vez que essa propriedade pode ser atribuída a qualquer ser humano. Se a essência de Sócrates sintetiza o que ele é, então tal propriedade deve conter muitos elementos, a ponto de possibilitar uma distinção entre Sócrates e Fídias, por exemplo, condição essa que a animalidade racional não satisfaz. Mais do que isso: a essência de Sócrates deve ser uma *propriedade individual* desse filósofo, capaz de distingui-lo relativamente a qualquer outra entidade. Falando de modo mais exato: tal essência é um *conjunto de propriedades* que, necessariamente, constituem Sócrates tal como ele é, singularizando-o de modo pleno. Ora, em qualquer mundo possível, Sócrates deve ser dotado de extensão, de vida, de racionalidade e de outros traços mais específicos. Entre os itens gerais que compõem a lista de propriedades de Sócrates está a identidade, ou seja, Sócrates = Sócrates, pouco importando quais sejam as características singularizantes que

[6] *Formas normais disjuntivas* são expressões compostas apenas com o auxílio da disjunção (*ou*), da conjunção (*e*) e da negação (*não*). Na lógica dos conectivos, qualquer fórmula pode ser apresentada em forma normal disjuntiva.

afetam o filósofo. Se Sócrates é algo, então só ele pode ser idêntico a Sócrates, como o ensina a conhecida análise leibniziana.

Sócrates, Fídias e cada um dos humanos têm essências que partilham certas características, na medida em que todos são seres corpóreos, animais racionais e assim por diante. Entretanto, cada ente singular tem uma complexa combinação de propriedades necessárias que perfaz a sua essência singular. Na acepção de Gödel, a essência é também um princípio de individuação.

Sob o ponto de vista histórico, a noção gödeliana de essência é uma clara retomada do conceito de *haecceitas*, da qual Duns Scotus tratou no século XIII e que Leibniz, o principal ponto de referência filosófica de Gödel, generalizou e aprofundou, no século XVII. A expressão latina *haec* significa *isto*, de modo que a *haecceitas* (heceidade) de um objeto x é a sua *istoidade*, ou seja, é o conjunto de propriedades que x e só x tem, naquela combinação específica (Jacquette 1997, p. 308). O que Gödel chama de essência, claramente, é a essência individual ou *haecceitas*. Mais uma vez, ele paga tributo a Leibniz e toma de empréstimo um dos seus conceitos filosóficos.

A *definição de essência*, na acepção de Gödel, é introduzida da seguinte forma: a propriedade A é *uma essência* de um objeto x se, e somente se, (1) x tem a propriedade A e (2) para toda propriedade B que x tenha, necessariamente, vale: qualquer objeto y que tenha a propriedade A tem também a propriedade B.

O item (1) dessa definição não oferece dificuldades, pois, A não seria a essência de x, se x não tivesse tal propriedade (ou conjunto de propriedades). Mas, o como entender a propriedade B, ao qual o item (2) se refere? Löffler (2000, p. 74-6) sugere que B seja interpretada como alguma propriedade que um objeto tenha em qualquer mundo possível ou ao longo de toda a sua existência, de sorte que talvez ela seja parte da essência. Por exemplo, tomemos B como sendo a propriedade *Ter o Corpo de Sócrates*. Assim sendo, a essência de Sócrates é uma série de propriedades A, de tal modo que se um indivíduo y tem A, então y também tem a propriedade B. Em outras palavras: se y tem a essência de Sócrates, então y também tem o corpo de Sócrates. Obviamente, se Sócrates e um indivíduo y satisfazem tais condições, então Sócrates = y, ambos são um mesmo ente. Sócrates compartilha a sua essência com ninguém. As essências gödelianas são propriedades amplas, no sentido de que delimitam de modo completo o objeto que as tem, mas elas são extensionalmente mínimas, porquanto *a cada essência corresponde apenas uma entidade*. Tais essências não são universais.

Mas a definição acima estabelecida fala de *uma* essência de um objeto *x*, o que deixa margem para a questão: poderia *x* ter duas ou mais essências? No manuscrito de Gödel, há a seguinte observação resumida:

"Any two essences of x are necessarily equivalent."[7]

(Gödel, 1995 A, p. 403)

Sendo assim, se Sócrates tem duas essências, elas se equivalem, de modo que a essência de Sócrates é única. Raciocinando nessa mesma direção, Scott escreveu uma nota no seu comentário, na qual diz que se φ e ψ são essências de *x*, então, necessariamente, $\varphi = \psi$ (Scott, 1987, p. 258).[8]

O último dos grandes conceitos empregados no argumento ontológico é a noção de *existência necessária*. Desde Kant, é clássica a tese de que a existência não é um predicado, com cujo auxílio nós possamos diferenciar objetos. Ao dizer que *x* é azul e *y* é verde, nós exibimos *x* e *y*, distinguindo-os por meio das suas cores. Portanto, estas podem ser legitimamente predicadas de objetos, servindo como recurso para identificá-los. Mas, como faríamos para distinguir duas coisas *a* e *b*, recorrendo à noção de existência? Seria pensável exibir *a* e *b*, dizendo que *a* existe, mas *b* não? A resposta a isso só pode ser negativa.

A objeção ora mencionada é importante, mas não atinge o conceito gödeliano que lhe corresponde. A *definição de existência necessária* é a seguinte: O objeto *x existe necessariamente* se, e somente se, a propriedade (ou conjunto de propriedades) que for a essência de *x* tiver um exemplo, em *qualquer* mundo possível. Por conseguinte, se *A* é a essência de um objeto que exista necessariamente, então, em cada um dos mundos possíveis m_1, m_2, m_3, m_4, ..., m_n, ..., haverá sempre alguma entidade cuja essência seja *A*. A entidade *x* existe necessariamente se, e somente se, *x* estiver presente em todos os mundos possíveis. O filósofo Sócrates não satisfaz tal condição, de vez que a sua vida extinguiu-se, em 399 a.C. Por outro lado, se Deus existe e se existe necessariamente, então Ele estará em qualquer mundo possível. Contornando a mencionada objeção contra a existência como predicado, vemos que a noção de existência necessária nos permite diferenciar entre o filósofo e Deus, ao menos no plano conceptual.

---

[7] "Quaisquer duas essências de x são necessariamente equivalentes."

[8] Cabe notar que, no texto gödeliano, nada implica a tese de que, necessariamente, cada objeto tenha uma essência.

4. O método axiomático

Axioma é uma frase admitida sem prova, num determinado sistema. Com o auxílio de frases desse tipo e de instruções de procedimento conhecidas como *regras de inferência*, nós podemos provar outras frases, chamadas *teoremas*. A geometria escolar nos oferece exemplos desses conceitos, dos quais o mais citado é a oração *O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos*, conhecida como Teorema de Pitágoras. Ela é provada passo a passo, a partir dos axiomas da geometria elementar, com o uso de regras intuitivas.

O emprego desse método de prova, ainda de modo imperfeito, remonta à Grécia Antiga, na qual axiomas eram tidos como princípios simples e gerais, que não precisariam e nem mesmo poderiam ser provados. Não precisariam de prova por causa da sua suposta evidência e não poderiam ser provados por serem eles os princípios mais simples dentre todos. Euclides, o grande axiomatizador da geometria grega, toma como certo, entre outros, o princípio *Duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si*.

No século XIX, o surgimento das assim chamadas *geometrias não-euclidianas* levou matemáticos e filósofos a rever essa tese da suposta verdade evidente dos axiomas. Desde fins daquele período e princípios do século XX, sobretudo graças às contribuições do matemático David Hilbert (1862-1943), adotou-se uma visão pragmática frente aos axiomas, que não mais estão associados a pretensões de verdade e de certeza. Nas disciplinas formais contemporâneas, axiomas são frases que *escolhemos* como básicas, ao elaborar um sistema. Se este último vier a apresentar dificuldades sérias, ao menos um dentre tais princípios há de ser modificado ou abandonado. Nos casos nos quais o método axiomático seja aplicado para a construção de teorias não puramente lógicas ou matemáticas, certos parâmetros das respectivas áreas de conhecimento têm de ser levados em conta. Gödel recomendava o emprego desse método na elaboração de teorias metafísicas (Wang, 1996, p. 112). Entretanto, os axiomas escolhidos devem ter, no mínimo, certa plausibilidade, sob pena de obtermos teorias formalmente corretas, mas sem interesse propriamente filosófico. No argumento ontológico, Gödel satisfaz essa condição, postulando axiomas aparentemente plausíveis, nos quais o conceito de propriedade positiva é descrito em termos das características que deve ter no sistema.

A afirmação de que axiomas são frases *escolhidas* como base de um sistema pode gerar a impressão de que eles sejam arbitrários e subjetivos. Contudo, isso desaparece se levarmos em conta as exigências que são impostas a um sistema axiomático. Nós podemos construir, por exemplo, sistemas geométricos ou aritméticos diferentes daqueles que são comumente aceitos, mas, ao fazê-lo, temos de apresentar uma *prova* de que tais construções satisfazem certas condições. Nesses termos, um sistema assim concebido deve admitir uma prova de *consistência*, vale dizer, uma demonstração de que os axiomas escolhidos não envolvem contradições. Dada uma tal demonstração, nós sabemos que a postulação de certos axiomas, pelo menos, não nos conduzirá à afirmação e à negação de uma mesma tese. Portanto, o nosso sistema será, no mínimo, plausível, mesmo abandonando pretensões de evidência e verdade absolutas.

5. Versão informal da prova ontológica

A prova de Gödel pertence à família dos argumentos ontológicos, cujo grande patriarca é o controverso raciocínio de Anselmo. Há múltiplas formas de argumentos ontológicos, mas todos têm uma característica em comum: eles são *a priori*, isto é, não empregam dados de experiência e, presumivelmente, desenvolvem-se por meio de puro raciocínio. Em outras palavras: os argumentos ontológicos pretendem provar a existência de Deus por recurso a raciocínios nos quais estão excluídos quaisquer apelos a dados empíricos ou contingentes. Tais argumentos são *endonoéticos*, isto é, eles desenvolvem-se *no interior do pensamento*.

O argumento ontológico apresentado por Descartes na Meditação Quinta foi objeto da crítica de Leibniz que fez notar um ponto importante: Descartes não teria provado que Deus exista necessariamente. Teria provado, isto sim, que *se* a existência de Deus for possível, *então* Ele existirá necessariamente. Ou seja, a demonstração cartesiana seria meramente *condicional*, e careceria ainda de um complemento: a prova de que a existência de Deus é possível. Leibniz apresenta o seu argumento para preencher essa lacuna supostamente deixada por Descartes. Em linhas gerais, o argumento de Leibniz é o seguinte:

1. Uma *perfeição* é uma qualidade simples e puramente positiva, que expressa algo sem quaisquer limites. Sendo simples, uma perfeição não pode ser objeto de análise.

2. As perfeições são compatíveis entre si e podem realizar-se no mesmo sujeito. Se, por hipótese de absurdo, nós admitimos que as perfeições A e B são mutuamente excludentes, então isso deveria ser provado por meio da análise de A e/ou de B. Mas, isso é impossível, em sendo A e B simples. Logo, não há como provar tal hipótese, o que implica que ela pode ser falsa. Portanto, A e B podem ambas realizar-se num mesmo sujeito.

3. Conclui-se, então, ser possível que se conceba um sujeito, como *Ens Perfectissimum* (Ser Perfeitíssimo), no qual todas as perfeições se realizem. Tal ser tem de existir, porquanto a existência é uma das perfeições.
(Leibniz, 1969, pp. 167-8; Wang, 1996, p. 116; Adams, 1995, 392-5)

A crítica de Leibniz a Descartes mostra que ambos admitiam a tese de que *se a existência de Deus for possível, então ela será também necessária*. Descartes, porém, teria tão-somente *pressuposto* ser ela possível, em contraposição a Leibniz, que exige uma *prova* para tal premissa. Mas, uma vez elaborada essa prova, de imediato, segue-se que Deus existe. Em resumo, se é um teorema a tese condicional da Meditação Quinta e se há uma prova para o pressuposto cartesiano da possibilidade de Deus existir, então a existência necessária de Deus é deduzida por *modus ponens*.

O argumento desenvolvido por Gödel assemelha-se ao de Descartes-Leibniz, mas com algumas importantes diferenças. Gödel admitia propriedades simples, mas não falava delas como sendo meras qualidades, no sentido das perfeições de Leibniz. Sendo um lógico, ele pensava as propriedades simples combinadas entre si, por meio de conectivos, o que resulta em propriedades positivas complexas.

Na construção do seu argumento ontológico, Gödel postula os seguintes axiomas:

Axioma I: *A intersecção de todas as propriedades positivas é uma propriedade positiva.*

A idéia subjacente a este axioma é a seguinte: se *A* é propriedade positiva e *B* também o é, então *A e B*, vale dizer, ambas essas propriedades tomadas conjuntamente formam uma propriedade positiva; se *Ser Bom* é uma propriedade positiva e *Ser Belo* também o é, então *Ser Bom e Belo* é uma propriedade positiva. De um modo geral, o mesmo vale para a intersecção de qualquer número de propriedades. Com isso, de início, Gödel postula que as propriedades positivas formam um sistema coerente, no qual uma delas não exclui qualquer das demais. Cabe enfatizar que não se exige que tais propriedades sejam simples.

Axioma II: *Para uma propriedade qualquer, vale: ela é positiva, ou a sua negação é positiva*. (Nesse axioma, a expressão *ou* é excludente, no sentido do *aut* latino: uma coisa, ou outra, mas não ambas.)

O Axioma II reza que se uma propriedade for positiva, então a sua negação será não-positiva; se a negação for positiva, então a propriedade original será não-positiva. Se *Ser Bom* é positivo, então *Não Ser Bom* é não-positivo. (Nós evitamos falar em *negativo*, preferindo a expressão *não-positivo*.)

Axioma III: *Se uma propriedade for positiva (ou não-positiva), então ela será necessariamente positiva (ou não-positiva).*

Consoante esse postulado, uma propriedade positiva (ou não-positiva) tem tal caráter em qualquer mundo possível. Se *Ser Bom* é positivo, então isso é assim sob quaisquer circunstâncias. O caráter metafísico da concepção de propriedade positiva torna-se claro graças a uma observação de Gödel. Após formular o Axioma III, ele escreve:

"… because it follows from the nature of the property."[9]
(Gödel, 1995 A, p. 403)

Portanto, é graças à sua natureza que uma propriedade é positiva (ou não-positiva), em qualquer mundo possível.

Axioma IV: *A existência necessária é uma propriedade positiva.*

O Axioma IV aproxima Gödel da tradição ontológica que se inicia com Anselmo e passa por Descartes e Leibniz. Entre as propriedades positivas está a existência necessária.

Axioma V: *Caso* A *seja uma propriedade positiva e caso, necessariamente, se* x *for* A*,* x *também for* B*, então* B *será uma propriedade positiva*.

Nos termos do Axioma V, se *Ser Racional* é propriedade positiva, então *Ser Pensante* também o é, porque aquela primeira propriedade está necessariamente contida nesta última. Mas, como os seres pensantes são necessariamente vivos e como os vivos estão no universo, a positividade expande-se.

Após enunciar a fórmula do Axioma V, Gödel acrescenta:

"... which implies

$$\begin{cases} x = x \text{ is positive} \\ x \neq x \text{ is negative"}^{10} \end{cases}$$

(Gödel, 1995 A, p. 403)

Subdividiremos esse importante acréscimo em duas partes, chamando-as de Corolário I e II. Para entender esse item, temos de considerar aspectos da matemática

---

[9] "... porque isso se segue da natureza da propriedade."

[10] ... o que implica:
$x = x$ é positivo
$x \neq x$ é negativo

fundamental. Nós sabemos que o *complemento absoluto de um conjunto* é a reunião de tudo o que está *fora* desse conjunto. Por exemplo, o complemento absoluto do conjunto dos homens é o conjunto de tudo aquilo que não é homem. Sabemos ainda que o *conjunto vazio* ($\varnothing$) é aquele ao qual *nada* pertence. Para caracterizá-lo, escolhemos uma propriedade que nenhum objeto tenha, ou seja, a propriedade *Ser Diferente de Si Mesmo* ($x \neq x$). Por outro lado, temos o *conjunto-universo* (U), ao qual *tudo* pertence. Portanto, para caracterizá-lo, escolheremos a propriedade *Ser Idêntico a Si Mesmo* ($x = x$), pois qualquer objeto é auto-idêntico (Sócrates = Sócrates, 2 = 2, etc.). Dois pontos devem ainda ser considerados: a) o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto, em especial, no universo; b) o complemento absoluto do universo (U') é o conjunto vazio, pois como tudo está em U, o vazio nada reúne; simetricamente, o complemento absoluto do vazio ($\varnothing'$) é o universo. (Convencionalmente, o complemento absoluto de um conjunto A será representado por A'.)

Corolário I: *O conjunto vazio não é positivo*.
Prova:

Conforme o Axioma V, aquilo que é positivo estende a sua positividade para os contextos nos quais esteja contido. Pergunta-se então: o conjunto vazio poderia ser positivo? Resposta: Não! Porque se, por hipótese, o vazio fosse positivo, então, como ele está contido no universo, este seria positivo. Mas sendo o universo positivo, então, pelo Axioma II, o complemento absoluto do universo, necessariamente, seria não-positivo. Ora, o complemento absoluto do universo é o conjunto vazio, que não pode ser positivo e não-positivo. Logo, a hipótese de que o vazio possa ser positivo é falsa. Q.E.D.[11]

Corolário II: *O conjunto-universo é positivo. A*
Prova:

O Corolário I mostra que $\varnothing$ não é positivo. Pelo Axioma II, o complemento absoluto de $\varnothing$ é positivo. Ora, $\varnothing' = U$. Logo, U é positivo. Q.E.D.

No raciocínio feito na prova do Corolário I, a hipótese de que o conjunto vazio pudesse ser positivo levou-nos a uma contradição: se tal conjunto fosse positivo, então ele seria também não-positivo. Logo, a hipótese é falsa. Gödel afirma, então, que $x = x$ (a

[11] Ao invés de Q.E.D (*Quod erat demonstrandum*, ou *O que era para ser demonstrado*), usam-se também os símbolos ou , para assinalar a conclusão de uma prova.

propriedade característica do conjunto universo) é positiva, enquanto que $x \neq x$ é *negativa*. Notemos que, neste contexto, cabe o uso de *negativa*, pois o vazio é não-positivo sob qualquer ponto de vista. O conjunto vazio (e somente ele) é negativo, pois não tem elementos.

Os axiomas de Gödel não postulam diretamente a existência de propriedades positivas, cingindo-se apenas a descrevê-las. Não obstante, o Corolário II, de imediato, mostra-nos a positividade do conjunto-universo. Portanto, *existe ao menos uma propriedade positiva* com caráter ontológico, apesar de Gödel ter aventado, em primeiro lugar, a possibilidade de que tais propriedades tivessem natureza moral ou estética. Nós estamos no âmbito da metafísica, apesar da linguagem lógico-matemática ora empregada. Sob o ponto de vista puramente formal, não cabe descrever qualquer conjunto, em especial o conjunto $\emptyset$, como positivo ou negativo. Essas descrições resultam da adoção de axiomas metafísicos. Formalmente, o Corolário II é supérfluo, pois não será empregado nas provas que vêm a seguir. Não obstante, ele é filosoficamente relevante.

Uma vez estabelecidos os axiomas, o argumento ontológico de Gödel irá desenvolver-se obedecendo a uma estratégia análoga àquela proposta por Leibniz, ou seja: (1) num primeiro passo, prova-se que a existência de Deus é possível; (2) num segundo passo, prova-se que *Ser Deus* é a essência da Divindade; (3) finalmente, prova-se que Deus existe, necessariamente. O passo (2) é típico deste argumento gödeliano. Por outro lado, Gödel não tem dificuldade em demonstrar a tese cartesiana apontada por Leibniz, segundo a qual se a existência de Deus é possível, então ela é necessária. Essa tese é uma variação de um teorema pertencente a um dos sistemas formais que Gödel emprega na sua prova.

Corolário III: Ser Deus *é uma propriedade positiva*.

Prova:

Consoante o Axioma I, a intersecção de todas as propriedades positivas é uma propriedade positiva. Ora, por definição, *Ser Deus* é a intersecção de todas as propriedades positivas, pois Ele pertence ao conjunto (eventualmente unitário) de entidades que tenham todas essa propriedades. Logo, Ser Deus é uma propriedade positiva. Q.E.D.

O primeiro passo do argumento ontológico contém dois teoremas que são os seguintes:

Teorema I: *Tudo o que é positivo, possivelmente, é não-vazio.*[12]

Prova:

Admitamos que *A* seja uma propriedade positiva. Por hipótese de absurdo, admitamos ser impossível que *A* não seja vazia. Nesse caso, *A* seria necessariamente vazia, ou seja, seria idêntica ao conjunto ∅. Mas, conforme o Corolário I, ∅ é negativo. Logo, a propriedade *A* não poderia ser positiva, como foi admitido. Segue-se daí que se *A* é propriedade positiva, a hipótese de absurdo deve ser descartada, de sorte que, possivelmente, *A* é não-vazia. Q.E.D.

Teorema II: *É possível que Deus exista.*

Prova:

Consoante o Teorema I, tudo o que é positivo, possivelmente, é não-vazio. Ora, consoante o Corolário III, *Ser Deus* é uma propriedade positiva. Logo, é possível que *Ser Deus* não seja uma propriedade vazia, vale dizer, é possível que Deus exista. Q.E.D.

O Teorema II encerra o primeiro passo da estratégia de Gödel. O teorema seguinte provará que *Ser Deus* é a essência dessa Divindade possível. Esse é o segundo passo da referida estratégia.

Teorema III: *Se* x *é Deus, então a essência de* x *é* Ser Deus.

Prova:

Admitamos que *x* seja Deus. Por definição, *x* tem todas as propriedades positivas, ou seja, se *B* é propriedade positiva, então *x* tem *B*. Se *B* não é positiva, então, pelo Axioma II, não-*B* é positiva e *x* tem não-*B*. Por outro lado, se *x* tivesse ambas as propriedades (*B* e não-*B*), então a existência de *x* seria impossível. Mas, pelo Teorema II, a existência de *x* é possível. Logo, se *x* é Deus e tem a propriedade *B*, então *B* é positiva e é-o necessariamente, conforme o Axioma III. O mesmo vale para qualquer entidade *y*: para qualquer propriedade *B* que Deus tenha, necessariamente, se *y* é Deus, então *y* tem a propriedade *B*.

Em termos condicionais, o raciocínio do parágrafo anterior pode se resumido na seguinte frase: se *x* é Deus, então, caso *x* tenha uma propriedade *B*, necessariamente, qualquer *y* que seja Deus terá a propriedade *B*. Ora, essa frase condicional expressa a definição de *essência de Deus* que, a partir da definição correspondente, pode ser estipulada da seguinte maneira:

[12] Os teoremas aqui enunciados seguem a ordem constante em Essler/Brendel (1993, pp. 362-4) e em Essler (1998, pp. 175-7).

(1) *x* tem a propriedade *Ser Deus*; (2) para toda a propriedade *B* que *x* tenha, necessariamente vale: qualquer objeto *y* que tenha a propriedade *Ser Deus* terá também a propriedade *B*. Por conseguinte, nós partimos da hipótese de que *x* é Deus e deduzimos a expressão da respectiva essência. Isso foi feito tão-somente com o auxílio da definição de Divindade, de axiomas e leis lógicas. Logo, podemos dizer que se *x* é Deus, a essência de *x* é *Ser Deus*. Q.E.D.

Esse teorema esgota o segundo passo da estratégia de Gödel. O terceiro e último é aquele que vem a seguir.

Teorema IV: *Se for possível que Deus exista, então será necessário que Ele exista.*

Prova:

Conforme o Axioma IV, a existência necessária é uma propriedade positiva, de sorte que se existir uma entidade *a* que seja Deus, então *a* existirá necessariamente. Tomando essa mesma entidade *a* como ponto de referência, podemos dizer: *Existe um* x *(isto é, a entidade* a*) tal que: se* x *é Deus, então* x *existe necessariamente.*

Na lógica modal elementar, há uma regra que legitima o seguinte raciocínio: A partir da tese *Se* φ *então* ψ, podemos inferir *Se* φ *é possível, então* ψ *é possível.* Aplicando essa regra à última frase do parágrafo anterior, concluímos: *Se for possível que exista um* x *que seja Deus, então será possível que* x *exista necessariamente.*

No sistema modal S5, há um teorema que, adaptado à presente linguagem, diz o seguinte: se for possível que *x* exista necessariamente, então *x* existe necessariamente. Combinando tal teorema com a última frase do parágrafo anterior, inferimos: *se for possível que exista um* x *que seja Deus, então* x *existe necessariamente*. Q.E.D.

A partir do Teorema IV, dois corolários e mais um teorema podem ser demonstrados. Eles são:

Corolário IV: *Deus existe, necessariamente.*

Prova:

O Teorema IV assevera que se for possível a existência de um *x* que seja Deus, então será necessário que esse *x* exista. O Teorema II diz que tal existência é possível. Daí se conclui que Deus existe, necessariamente. Q.E.D.

O argumento ontológico ora desenvolvido converge para a proposição que vimos de provar. Não obstante, a rigor, cabe ainda demonstrarmos duas outras teses que são o corolário V e o teorema V.

Corolário V: *Deus existe, no mundo real*.

Prova:

Se Deus existe necessariamente, então Ele existe em todos os mundos possíveis, em particular no mundo real. Ora, conforme o Corolário IV, Deus existe necessariamente. Logo, Deus existe no mundo real. Q.E.D.

Teorema V: *Existe apenas um Deus*.

Prova:

Pelo Corolário IV, necessariamente, existe ao menos uma entidade x que é Deus. Suponhamos que uma entidade y seja diferente de x. Nesse caso, y não tem a propriedade positiva que é *Ser Idêntico a* x. Logo, y não é Deus. Portanto, como é impossível que x e y sejam deuses sem que $y = x$, então apenas x é Deus. Q.E.D.

Com isso o argumento ontológico está completo. Porém, as provas informais acima apresentadas são apenas delineamentos de demonstrações mais rigorosas feitas passo a passo. Essas provas informais contêm omissões e imperfeições consideráveis, que a linguagem natural tende a acobertar. No que vem a seguir, retomaremos todo o argumento, formalizando-o e apresentando-o com algum rigor.

6. O formalismo subjacente ao argumento ontológico

O texto de 1970 emprega lógica de segunda ordem (na qual há quantificação de predicados), combinada com notação de conjuntos e com o uso de operadores modais. Já na primeira linha daquele trabalho, Gödel escreve:

“$P(\varphi)$ $\qquad$ φ is positive $\qquad$ (or $\varphi \in P$)”[13]

(Gödel, 1995 A, p. 403)

Isso não deixa dúvidas sobre a sua maneira *extensional* de tratar os predicados. Levando em conta esse fato, nós optamos por apresentar a uma formulação do argumento ontológico empregando linguagem de conjuntos, também complementada pelo uso de operadores modais.

Como sabemos, *a extensão de um predicado é um conjunto ou classe* (tomaremos esses conceitos como sendo equivalentes). O predicado *Ser Azul*, por exemplo, estende-se no conjunto de todas as coisas azuis, de modo que dizer *O céu é azul* equivale a dizer *O céu pertence ao conjunto das entidades* x, *tais que*: x *é azul*, ou seja: *O céu* $\in$ {x| *x é azul*}. A

---

[13] $P(\varphi)$ $\quad$ φ é positivo $\quad$ (ou $\varphi \in P$)

assim chamada *teoria dos conjuntos* é construída sob um ponto de vista extensional, na medida em que trata as mais diversas entidades como *conjuntos* ou *classes*. O predicado *Ser Bom* identifica-se com o conjunto de todos os entes bons, como seria, por exemplo: {Francisco de Assis, Madre Tereza de Calcutá, ...}; o predicado *Ser Belo*, é a classe dos objetos belos: {Vênus de Milo, Mona Lisa, Taj Mahal, ...}; *Ser Sábio* é o conjunto dos sábios, ou seja: {Salomão, Sócrates, Gandhi, ...}. As relações recebem tratamento análogo, pois são pares ou ternos ou quadras, etc. de objetos que estão ordenados entre si de certo modo. Nós dizemos, por exemplo, que Abelardo ama Heloísa, que Romeu ama Julieta, que Marília ama Dirceu. Sob o ponto de vista extensional, a relação *Ama* (ou *x Ama y*) é um conjunto de pares: $\{<x,y>|\ x \text{ ama } y\}$. Isso significa que tal relação é a classe formada pelas duplas de pessoas que se amam: {<Abelardo, Heloísa>, <Romeu, Julieta>, ...}.

Ora, como a teoria dos conjuntos trata *tudo* como conjunto ou elemento de conjunto, os conceitos de Deus, propriedade positiva, essência e existência necessária serão traduzidos para a linguagem extensional. Mas como expressar as propriedades positivas, no sentido de Gödel? Em busca de uma resposta, suponhamos que o conjunto $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ reúna apenas entidades que tenham a propriedade *Ser Bom*, que $\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ reúna objetos que satisfaçam a condição *Ser Belo* e que $\{z_1, z_2, ..., z_n\}$ congregue indivíduos que sempre mereçam a predicação *Ser Sábio*. Com esses três conjuntos como elementos, formemos o conjunto P da seguinte maneira:

$$P = \{\{x_1, x_2, ..., x_n\}, \{y_1, y_2, ..., y_n\}, \{z_1, z_2, ..., z_n\}\}.$$

P é um conjunto com três elementos ou membros que, por sua vez, também são conjuntos: P é um conjunto de conjuntos. Esse conjunto pode ser entendido como expressando uma propriedade positiva, se os seus membros congregam seres bons ou belos ou sábios, em todos os mundos possíveis. Nessa acepção, dizer que *Ser Bom* é uma propriedade positiva é o mesmo que afirmar: $\{x_1, x_2, ..., x_n\} \in P$.

Ainda a título de exemplo, tomemos um universo u no qual existam apenas os objetos a, b, e c. Descrevendo essa totalidade como conjunto, podemos dizer que $u = \{a,b,c\}$. O conjunto das partes de u (ou o conjunto-potência de u, que se representa com o auxílio do símbolo $\wp$) será, então:

$$\wp(\{a,b,c\}) = \{\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\},\varnothing\}.$$

Tomemos agora a seguinte propriedade: *Estar no mesmo conjunto que* a. Suponhamos que tal propriedade seja uma propriedade positiva P. Nesse caso, teremos:

$$P = \{\{a\},\{a,b\},\{a,c\}, \{a,b,c\}\}$$

Num tal contexto, o complemento absoluto de P (a ser representado por P') é a seguinte classe:

$$P' = \{\{b\},\{c\},\{b,c\},\varnothing\}$$

Esse exemplo deve levar-nos também a entender melhor por que evitamos identificar *não-positivo* com *negativo*. No contexto da metafísica de Gödel, o conjunto $\varnothing$ é não-positivo e negativo, pois não tem elementos. Em oposição a isso, os conjuntos $\{b\}$, $\{c\}$ e $\{b,c\}$ são apenas não-positivos, pois têm membros (Essler, 1998, pp. 171-2 ; Essler & Brendel, 1993, pp. 357-8).

O conceito de *essência* será tratado como uma *relação* que associa uma propriedade a um objeto (a propriedade A é a essência do objeto x). *Existência necessária* será definida como um *conjunto*. No que vem a seguir, usaremos a notação usual de conjuntos. As expressões φ e $\Diamond\varphi$ serão lidas à maneira da lógica modal, ou seja, respectivamente: φ é (uma proposição) necessária, φ é possível. Lançaremos mão de certos axiomas, de regras e teoremas modais, nomeadamente:

$\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$ (Axioma K)

$\vdash \varphi \therefore \vdash \varphi$ (Regra da Necessitação)

$\vdash \varphi \rightarrow \psi \therefore \vdash \varphi \rightarrow \psi$ (Regra Modal Derivada 1)

$\vdash \varphi \rightarrow \psi \therefore \vdash \Diamond\varphi \rightarrow \Diamond\psi$ (Regra Modal Derivada 2)

$\neg\Diamond\varphi \Leftrightarrow \neg\varphi$ (Intercâmbio Modal)

$\varphi \therefore \varphi$ (Regra T)

$\vdash \Diamond \varphi \rightarrow \varphi$ (Teorema do Sistema Modal S5)[14].

Nas provas que vêm a seguir, empregaremos o método da dedução natural, como ele está caracterizado em Mates (1980), com adaptações. Usaremos as regras do *modus ponens* e do *modus tollens*, abreviando-as, respectivamente, como MP e MT. As regras da dedução natural serão abreviadas da forma usual. Por exemplo: E$\wedge$ é a regra da eliminação do $\wedge$, E$\forall$ é a regra da eliminação do $\forall$, I$\vee$ é a introdução do $\vee$, etc. As regras $\varphi \leftrightarrow \psi, \varphi \therefore \psi$ e $\varphi \leftrightarrow \psi, \psi \therefore \varphi$ serão chamadas, respectivamente, de Separação da Equivalência 1 e Separação da Equivalência 2.

[14] Os axiomas, regras e o teorema da lógica modal aqui apresentados estão em Hughes & Cresswell (1996), pp. 25, 30, 33-4, 35, 42 e 58.

Mais abaixo, nós faremos uso do conceito generalizado de intersecção. Se temos um conjunto de conjuntos C, a expressão $\cap C$ designa uma classe composta por aqueles elementos que forem comuns a todos os membros de C. Seja este último, por exemplo, o conjunto de conjuntos $\{\{x,y,a\},\{x,y,b\},\{x,y,c\}\}$. A classe $\cap C$ é o conjunto que congrega os elementos partilhados por todos os conjuntos de C, razão por que essa classe chama-se *grande intersecção* de C (ou, alternativamente, *intersecção de todos os elementos de* C). No nosso exemplo, $\cap C = \{x,y\}$. Isto quer dizer que x e y, ou seja, os elementos de $\cap C$, estão presentes em *todos* os conjuntos que são membros de C. Por conseguinte, $\cap C$ é subconjunto de cada um desses conjuntos: $\cap C \subseteq \{x,y,a\}$, $\cap C \subseteq \{x,y,b\}$, $\cap C \subseteq \{x,y,c\}$. Mais adiante, faremos referência ao princípio expresso nesta última frase por meio da abreviação P.I.G.I., que significa *Princípio da Inclusão da Grande Intersecção*.

Em seguida, apresentaremos a prova ontológica, numa linguagem de conjuntos.[15]

7. Versão formal do argumento ontológico

O argumento a ser desenvolvido a seguir pressupõe como sistemas subjacentes a lógica clássica de segunda ordem e mais algumas lógicas modais padrão, nomeadamente K, T, S4 e S5. Nas provas que vêm adiante, passos corriqueiros serão omitidos e a tese conjuntista P.I.G.I. será empregada. As letras x, y e z serão tomadas como variáveis individuais quaisquer. A e B serão predicados (ou conjuntos) de primeira ordem, arbitrariamente escolhidos. As regras que restringem os empregos de tais símbolos estarão pressupostas.

O conceito *primitivo* do presente argumento é *conjunto de classes positivas*, a ser representado por P. Os conceitos *definidos* são *Deus* (a ser representado por D), *Essência* (a ser representado *Ess*) e *Existência Necessária* (a ser representado por *EN*). As definições de tais conceitos são as seguintes:

Deus =df $\cap P$ [Def. D]

---

[15] O texto de Gödel (1995 A, p. 403) contém dois teoremas centrais, que são enunciados sem prova: $G(x) \supset GEss.x$ (*Se* x *é Deus, então* Ser Deus *é a essência de* x) e $G(x) \supset N(\exists y)G(y)$ (*Se* x *é Deus, então, necessariamente, existe um* y *que é Deus*). Gödel aponta para três conseqüências que daí se derivam: $(\exists x)G(x) \supset N(\exists y)G(y)$, $M(\exists x)G(x) \supset MN(\exists y)G(y)$ e $M(\exists x)G(x) \supset N(\exists y)G(y)$ [N simboliza *necessidade* e M representa *possibilidade*]. Neste item, nós apresentaremos o argumento ontológico acompanhando de perto a versão de Essler (1998, pp. 175-8) e Essler/Brendel (1993, pp. 362-4), que ordena os teoremas de outra maneira. As nossas provas foram quase que totalmente reformuladas. A versão de Löffler (2000, pp. 77-82) também nos foi útil. As presentes reformulações visam enfatizar os passos do argumento que forem filosoficamente mais relevantes.

D, por definição (extensional) é o conjunto que reúne todos os entes que, por sua vez, sejam elementos de todas as classes positivas. Suponhamos que P tenha como elementos as classes $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ Suponhamos ainda que existam três objetos x, y, e z que sejam membros de todas essas classes positivas. Nesse caso, $\cap P = \{x,y,z\}$. Num tal contexto, é conveniente falarmos em D como sendo o *conjunto das Divindades*. Posteriormente, provar-se-á que tal conjunto tem um e apenas um elemento.[16] Se A_1 é uma classe que congregue os entes bons, se A_2 reúne os entes belos, etc. e se A_n contém os entes justos, então $\cap P$ reúne os entes que são tudo isso: bons, belos, justos, etc. As Divindades estão em todas as classes positivas. A definição do conjunto das Divindades será representada por 'Def. D'.

Passemos agora à definição de essência, a ser simbolizada por *Ess*:

A é a *Essência* de x: $\forall A \forall x(<A,x> \in Ess) =\mathrm{df}\ x \in A \wedge \forall B[x \in B \rightarrow \quad (A \subseteq B)]$ [Def. *Ess*]

[A expressão '*Para toda propriedade* A *e para todo objeto* x*: o par formado por uma propriedade e por um objeto pertence à classe Essência* (Ess)', por definição, é o mesmo que 'x *tem a propriedade* A *e, para toda propriedade* B*, se* x *é* B*, então, necessariamente,* A *é subconjunto de* B'.]

Por fim, passemos à definição de existência necessária, cuja abreviação será *EN*. Ela é a seguinte:

O objeto x tem *Existência Necessária*: $\forall x\ x \in EN =\mathrm{df}\ \forall A \forall x[(<A,x> \in Ess) \rightarrow \quad \exists y\ y \in A]$ [Def. *EN*]

[A expressão '*O objeto* x *pertence à classe Existência Necessária* (EN)', por definição, é o mesmo que '*Para toda propriedade* A: *se* A *for a essência de* x*, então, necessariamente, existirá um objeto que pertença a* A'.]

Os axiomas da versão acima desenvolvida serão reapresentados, na linguagem dos conjuntos. Eles estarão numerados com algarismos arábicos. Em alguns casos, empregaremos parênteses de modo abundante, para facilitar a leituras das fórmulas. O símbolo $\vdash_G$ representará a relação de dedutibilidade, neste argumento. Se φ for uma fórmula, então $\vdash_G \varphi$ significará que φ é teorema do argumento. Os axiomas do argumento ontológico de Gödel, formalmente expressos, são os seguintes:

[16] No texto de 1970, p. 403, Gödel define o ser com todas as propriedades positivas e escreve *(God)*. Scott define a mesma entidade empregando a expressão *God-like* (semelhante a Deus), em (Scott, 1987, p. 258). Nós preferimos tratar *D* como sendo o conjunto das Divindades. A mesma escolha está em Essler (1998, p. 172) e em Essler/Brendel (1993, p. 358).

Axiomas:

Axioma 1: $\cap P \in P$

[A grande intersecção de todas as propriedades positivas é uma propriedade positiva.]

Axioma 2: $A \in P \vee A' \in P$, sendo $\vee$ a disjunção excludente.

[Para uma propriedade qualquer, vale: ela é positiva, ou a sua negação é positiva. Na versão extensional: ou *A* é uma classe que pertença ao conjunto das classes positivas, ou o seu complemento absoluto pertence àquele conjunto, mas não ambos.]

Axioma 3: $A \in P \rightarrow \quad (A \in P)$

[Se uma propriedade for positiva (ou não-positiva), então ela será necessariamente positiva (ou não-positiva). Na versão extensional: se *A* pertencer ao conjunto das classes positivas, então, necessariamente, *A* pertencerá a tal conjunto.]

Axioma 4: $EN \in P$

[A existência necessária é uma propriedade positiva. Na versão extensional: *Existência Necessária* (*EN*) é uma classe que pertence ao conjunto das classes positivas.]

Axioma 5: $[A \in P \wedge \quad (A \subseteq B)] \rightarrow B \in P$

[Caso *A* seja uma propriedade positiva e caso, necessariamente, se *x* for *A*, *x for B*, então *B* será uma propriedade positiva. Na versão extensional: se *A* for uma classe que pertença ao conjunto das classes positivas e se, necessariamente, *A* estiver contida em *B*, então *B* será uma classe que pertence ao conjunto das classes positivas.]

Corolário 1: $\varnothing \notin P$

Prova:

$\varnothing$	1.	$\varnothing \subseteq U$	Teorema de conjuntos
$\varnothing$	2.	$\quad (\varnothing \subseteq U)$	1, Necessitação
{3}	3.	$\varnothing \in P$	Hipótese
{3}	4.	$\varnothing \in P \wedge \quad (\varnothing \subseteq U)$	3, 2 I$\wedge$
$\varnothing$	5.	$[\varnothing \in P \wedge \quad (\varnothing \subseteq U)] \rightarrow U \in P$	Axioma 5
{3}	6.	$U \in P$	4, 5, MP
$\varnothing$	7.	$U \in P \vee U' \in P$	Axioma 2
{3}	8.	$U' \notin P$	6, 7, Regra $\varphi \vee \psi, \varphi \therefore \neg\psi$ ($\vee$ excludente)
{3}	9.	$\varnothing \notin P$	8, Equivalência
$\varnothing$	10.	$\varnothing \in P \rightarrow \varnothing \notin P$	9, Condicionalização

$\varnothing$	11.	$(\varnothing \in P \rightarrow \varnothing \notin P) \rightarrow \varnothing \notin P$	Tautologia
$\varnothing$	12.	$\varnothing \notin P$	10, 11, MP Q.E.D.

Corolário 2: $U \in P$

Prova:

$\varnothing$	1.	$\varnothing \notin P$	Corolário 1
$\varnothing$	2.	$U' \notin P$	1, Equivalência
$\varnothing$	3.	$U \in P \vee U' \in P$	Axioma 2
$\varnothing$	4.	$U \in P$	2, 3, Regra: $\neg\psi, \varphi \vee \psi \therefore \varphi$ Q.E.D.

Corolario 3: $D \in P$

Prova:

$\varnothing$	1.	$\cap P \in P$	Axioma 1
$\varnothing$	2.	$D \in P$	1, Def. D Q.E.D.

Teorema 1: $\vdash_G \forall A[A \in P \rightarrow \Diamond(A \neq \varnothing)]$

(Tudo o que é positivo, possivelmente, é não-vazio.)

Prova:

{1}	1.	$A \in P$	Hipótese
{2}	2.	$\neg\Diamond(A \neq \varnothing)$	Hipótese
{2}	3.	$\neg(A \neq \varnothing)$	2, Intercâmbio Modal
{2}	4.	$(A = \varnothing)$	3, Dupla Negação
{2}	5.	$A = \varnothing$	4, Regra T
{2}	6.	$A \notin P$	5, Corolário 1
$\varnothing$	7.	$\neg\Diamond(A \neq \varnothing) \rightarrow A \notin P$	6, Condicionalização
{1}	8.	$\Diamond(A \neq \varnothing)$	1, 7, MT e Dupla Negação
$\varnothing$	9.	$A \in P \rightarrow \Diamond(A \neq \varnothing)$	8, Condicionalização
$\varnothing$	10.	$\forall A[A \in P \rightarrow \Diamond(A \neq \varnothing)]$	9, I$\forall$, Q.E.D.

Teorema 2: $\vdash_G \Diamond(D \neq \varnothing)$.

(É possível que o conjunto das Divindades não seja vazio.)

Prova:

$\varnothing$	1.	$\forall A[A \in P \to \Diamond(A \neq \varnothing)]$	Teorema 1
$\varnothing$	2.	$D \in P \to \Diamond(D \neq \varnothing)$	1, E∀
$\varnothing$	3.	$D \in P$	Corolário 3
$\varnothing$	4.	$\Diamond(D \neq \varnothing)$	2, 3 MP Q.E.D.

Teorema 3: $\vdash_G \forall x[(x \in D) \to (<D,x> \in Ess)]$

(*Se* x *é Deus, então a essência de* x *é* Ser Deus. *Em termos extensionais: para todo* x: *se* x *pertence ao conjunto das Divindades, então o par ordenado* <D,x> *pertence à relação Essência*.)

Prova:

$\varnothing$	1.	$A \in P \to \cap P \subseteq A$	P.I.G.I
$\varnothing$	2.	$A \in P \to D \subseteq A$	1, Def. *D*
$\varnothing$	3.	$\quad (A \in P) \to \quad (D \subseteq A)$	2, Regra Modal Derivada 1
{4}	4.	$x \in D \wedge x \in A$	Hipótese
{5}	5.	$A \notin P$	Hipótese
$\varnothing$	6.	$A \in P \vee A' \in P$	Axioma 2
{5}	7.	$A' \in P$	5, 6, Regra: $\neg\varphi, \varphi \vee \psi \therefore \psi$
{5}	8.	$D \subseteq A'$	7, Corolário 3 e P.I.G.I.
{5}	9.	$\forall x(x \in D \to x \in A')$	8, Def. $\subseteq$
{5}	10.	$x \in D \to x \in A'$	9, E∀
{4}	11.	$x \in D$	4, E∧
{4,5}	12.	$x \in A'$	10, 11, MP
{4}	13.	$x \in A$	4, E∧
{4,5}	14.	$x \in A \wedge x \in A'$	12, 13 I∧
{4}	15.	$A \notin P \to (x \in A \wedge x \in A')$	14, Condicionalização
$\varnothing$	16.	$[A \notin P \to (x \in A \wedge x \in A')] \to A \in P$	Tautologia
{4}	17.	$A \in P$	15, 16, MP
$\varnothing$	18.	$A \in P \to \quad (A \in P)$	Axioma 3
{4}	19.	$\quad (A \in P)$	17, 18, MP
$\varnothing$	20.	$(x \in D \wedge x \in A) \to \quad (A \in P)$	19, Condicionalização
$\varnothing$	21.	$(x \in D \wedge x \in A) \to \quad (D \subseteq A)$	20, 3, Transitividade
$\varnothing$	22.	$x \in D \to [x \in A \to \quad (D \subseteq A)]$	21, Import./Export.
$\varnothing$	23.	$x \in D \to \forall A[x \in A \to \quad (D \subseteq A)]$	22, Regra $\Phi \to \Psi \therefore \Phi \to \forall A \Psi$
$\varnothing$	24.	$\forall x\{x \in D \to \forall A[x \in A \to \quad (D \subseteq A)]\}$	23, I∀
$\varnothing$	25.	$\forall x\{x \in D \to [x \in D \wedge \forall A[x \in A \to \quad (D \subseteq A)]]\}$	25, Regra: $\varphi \to (\psi \to \chi)$ eq.$\varphi \to [\varphi \wedge (\psi \to \chi)]$
$\varnothing$	26.	$\forall x[x \in D \to (<D,x> \in Ess)]$	25, [Def. *Ess*] Q.E.D.

Teorema 4: $\vdash_G \Diamond\exists x\, x \in D \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$

(Se é possível que Deus exista, então é necessário que Ele exista.)

Prova:

$\emptyset$	1.	$EN \in P$	Axioma 4
$\emptyset$	2.	$\cap P \subseteq EN$	1, P.I.G.I.
$\emptyset$	3.	$D \subseteq EN$	2, Def. *D*
$\emptyset$	4.	$\forall x(x \in D \rightarrow x \in EN)$	3, Def. $\subseteq$
$\emptyset$	5.	$\forall x\{x \in D \rightarrow [(<D,x> \in Ess) \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)]\}$	4, Def. *EN* e Equivalência
$\{6\}$	6.	$\exists x\, x \in D$	Hipótese
$\{6\}$	7.	$a \in D$	6, E$\exists$
$\emptyset$	8.	$a \in D \rightarrow [(<D,a> \in Ess) \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)]$	5, E$\forall$
$\{6\}$	9.	$(<D,a> \in Ess) \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$	7, 8, MP
$\emptyset$	10.	$a \in D \rightarrow (<D,a> \in Ess)$	Teorema 3 e E$\forall$
$\{6\}$	11.	$<D,a> \in Ess$	7, 10, MP
$\{6\}$	12.	$\quad (D \neq \emptyset)$	11, 9, MP
$\emptyset$	13.	$\exists x\, x \in D \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$	12, Condicionalização
$\emptyset$	14.	$\Diamond\exists x\, x \in D \rightarrow \Diamond \quad (D \neq \emptyset)$	13, Regra Modal Derivada 2
$\emptyset$	15.	$\Diamond \quad (D \neq \emptyset) \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$	Teorema de S5
$\emptyset$	16.	$\Diamond\exists x\, x \in D \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$	14,15, Transitividade Q.E.D.

O Teorema 4 estabelece a conexão cartesiana entre a possibilidade e a necessidade da existência de Deus. Ele equivale à disjunção $\neg\Diamond\exists x\ x \in D \vee \quad (D \neq \emptyset)$, segundo a qual a existência de Deus é impossível ou necessária. De alguma forma, essa tese está presente em todos os argumentos ontológicos, razão por que Löffler a chama de *Princípio de Anselmo* (Löffler, 2000, pp. 89-91). Na linha 15 dessa prova, a passagem da possibilidade à necessidade da existência de Deus é intermediada pelo teorema $\Diamond \quad \varphi \rightarrow \quad \varphi$, que pertence ao sistema modal S5. Esse teorema desempenha um papel crucial para que o argumento ontológico se complete.

Corolário 4: $\quad (D \neq \emptyset)$

(Deus existe, necessariamente, ou: necessariamente, o conjunto das Divindades não é vazio.)

Prova:

$\emptyset$ 1. $\Diamond\exists x\, x \in D \rightarrow \quad (D \neq \emptyset)$ Teorema 4

$\varnothing$	2.	$\Diamond(D \neq \varnothing) \rightarrow \quad (D \neq \varnothing)$	1, Equivalência
$\varnothing$	3.	$\Diamond(D \neq \varnothing)$	Teorema 2
$\varnothing$	4.	$(D \neq \varnothing)$	2, 3 MP. Q.E.D.

Esse corolário é o núcleo do argumento ontológico de Gödel, pois aqui se prova que, necessariamente, existe alguma Divindade.

Corolário 5: $D \neq \varnothing$

(O conjunto das Divindades existe no mundo real.)

Prova:

$\varnothing$	1.	$(D \neq \varnothing)$	Corolário 4
$\varnothing$	2.	$D \neq \varnothing$	1, Regra T Q.E.D.

Se o conjunto das Divindades existe em todos os mundos possíveis, tal conjunto existe também no mundo real, que é um dentre os possíveis.

Teorema 5: $\exists x\, x \in D \wedge \forall x \forall y[(x \in D \wedge y \in D) \rightarrow x = y]$

(Existe um e apenas um Deus, ou, em termos extensionais, o conjunto das Divindades tem, precisamente, um elemento.)

Prova:

$\varnothing$	1.	$D \neq \varnothing$	Corolário 5
$\varnothing$	2.	$\exists x\, x \in D$	1, Equivalência
{3}	3.	$x \in D \wedge x \neq y$	Hipótese
{3}	4.	$x \in D$	3, E$\wedge$
{3}	5.	$x \neq y$	3, E$\wedge$
{3}	6.	$<D,x> \in Ess$	4, Teorema 3 e MP
{3}	7.	$x \in D \wedge [x \neq y \rightarrow \quad \forall x(x \in D \rightarrow x \neq y)]$	6, Def. *Ess*, sendo $B = \{x \mid x \neq y\}$
{3}	8.	$x \neq y \rightarrow \quad \forall x(x \in D \rightarrow x \neq y)$	7, E$\wedge$
{3}	9.	$\forall x(x \in D \rightarrow x \neq y)$	5, 8 MP
{3}	10.	$\forall x(x \in D \rightarrow x \neq y)$	9, Regra T
{3}	11.	$y \in D \rightarrow y \neq y$	10, E$\forall$
$\varnothing$	12.	$y = y$	Teorema da Identidade
{3}	13.	$y \notin D$	11,12 MT
$\varnothing$	14.	$(x \in D \wedge x \neq y) \rightarrow y \notin D$	13, Condicionalização
$\varnothing$	15.	$\forall y[(x \in D \wedge x \neq y) \rightarrow y \notin D]$	14, I$\forall$
$\varnothing$	16.	$\forall x \forall y[(x \in D \wedge x \neq y) \rightarrow y \notin D]$	15, I$\forall$

$\varnothing$	17.	$\forall x \forall y[x \in D \to (x \neq y \to y \notin D)]$	16, Import./Expot.
$\varnothing$	18.	$\forall x \forall y[x \in D \to (y \in D \to x = y)]$	17, Contraposição
$\varnothing$	19.	$\forall x \forall y[(x \in D \wedge y \in D) \to x = y]$	18, Import./Export.
$\varnothing$	20.	$\exists x\, x \in D \wedge \forall x \forall y[(x \in D \wedge y \in D) \to x = y]$	2, 19, I$\wedge$ Q.E.D.

O Corolário 5 prova que há ao menos um Deus, no mundo real. O Teorema 5 prova que há um e apenas um. Ele é uma variação do conhecido argumento de tipo leibniziano que demonstra a impossibilidade da existência de dois ou mais deuses: Se *a* e *b* fossem ambos divinos, teriam as mesmas propriedades e, portanto, seriam idênticos um ao outro.

Neste ponto, a presente versão do argumento de Gödel está completa.

8. As objeções de Sobel

Em 1987, J.H. Sobel analisou pormenorizadamente o argumento ontológico e reconheceu-lhe a validade formal. Não obstante, ele levantou sérias dificuldades contra aquela prova, partindo de dois pressupostos que *não* estão no texto gödeliano de 1970, mas que Sobel admite como se fossem pequenos acréscimos. Esses pressupostos são:

(a) um Princípio Forte de Abstração para a formação de propriedades, sintetizado na expressão

$$\hat{\beta}\ [\varphi](\alpha) \leftrightarrow \varphi',$$

na qual β é uma variável de objeto, φ é uma fórmula, α é um termo e φ' é uma fórmula que resulta de φ, em se substituindo adequadamente β por α;

(b) a tese de que cada objeto teria uma essência.

Graças a tais pressupostos, qualquer oração sobre fatos pode ser transformada numa frase sobre uma propriedade divina: se *y* é filósofo, então, por abstração, concluímos que Deus tem a propriedade de estar diante do fato de que um α é filósofo (Sobel, 1987, pp. 250-1). Pela [Def. *Ess*], segue-se que, necessariamente, tal propriedade é implicada pela essência divina.

Sobel lança três argumentos contra o argumento ontológico, que são os seguintes:

Primeiramente, o Deus das religiões nada teria a ver com aquela entidade cuja existência é provada no argumento:

"... the God of the *system*, if real, would *not* be omniscient, omnipotent, just or benevolent, and would indeed lack every "attribute of God" that might recommend it as an object of worship ..." [17]

(Sobel, 1987, p. 250, itálicos no original.).

[17] "... o Deus do *sistema*, se for real, *não* será onisciente, onipotente, justo ou benevolente e não terá qualquer um dentre os "atributos de Deus" que O recomende como objeto de culto ..."

Em segundo lugar, o Deus gödeliano teria propriedades que implicariam a existência necessária de *qualquer objeto*. Isso porque se x for Deus e y (com a sua suposta essência B) for diferente de Deus, então x terá a propriedade de que exista um y com essência B, diferente de Deus. Ora, tal propriedade estará em todos os mundos possíveis, por ser divina, e estará exemplificada em todos eles. Logo, y terá existência necessária (Sobel, 1987, pp. 252-3).

Em terceiro lugar, as propriedades divinas implicariam que qualquer frase verdadeira seria necessária. Se y for filósofo, o Princípio Forte de Abstração conduz-nos a afirmar que, em qualquer mundo possível, Deus terá a propriedade de estar diante de tal verdade, o que transforma numa verdade necessária a asserção de que alguém é filósofo (Sobel, 1987, p. 253).

Em termos modais, o Princípio Forte de Abstração implica a seguinte tese, segundo a qual tudo o que é verdadeiro é necessário:

$$\varphi \rightarrow \quad \varphi$$

Ora, como $\quad \varphi \rightarrow \varphi$ é o Axioma T, o acréscimo do mencionado princípio tem como conseqüência o seguinte resultado:

$$\varphi \leftrightarrow \quad \varphi$$

Mas se φ equivale a $\quad \varphi$, o operador de necessidade perde qualquer função, o que torna irrelevante a lógica modal. Segundo Sobel, esse resultado indesejado seria conseqüência do argumento de Gödel, com os referidos acréscimos.

Sobel termina o seu artigo rejeitando argumentos ontológicos, de um modo geral, e exortando a que se evite o Axioma 4, nomeadamente:

“Do not claim that a God-like being would have necessary existence. Give up the ontological argument.”[18] (Sobel, 1987, p. 254)

9. A consistência do argumento de Gödel

Independentemente das críticas de Sobel, cabe-nos provar que o argumento de Gödel é consistente. A idéia intuitiva que se situa na base deste último conceito pode ser apresentada se olharmos para o outro lado da moeda. Um sistema é *inconsistente* se, e somente se, ele envolve contradições e, dessa maneira, se torna inaplicável. É possível que *alguns* dentre os axiomas de um sistema inconsistente sejam verdadeiros (ou que sejam *satisfeitos*), com

[18] “Não estabeleçam a pretensão de que um ser semelhante a Deus tenha existência necessária. Desistam do argumento ontológico.”

respeito a certos objetos, propriedades (ou conjuntos) e relações. Porém, se o sistema é inconsistente, ao menos um outro axioma será falso, frente ao mesmo repertório. Portanto, se nós conseguirmos caracterizar um repertório de objetos, propriedades (ou conjuntos) e relações que torne verdadeiros (ou *satisfaça*) *todos* os axiomas de um sistema, nós estaremos provando que este é *consistente* ou *satisfactível*. No que vem a seguir, nós caracterizaremos um repertório que satisfaz todos os axiomas do argumento de Gödel, provando-lhe a consistência. Um tal repertório de objetos, propriedades (ou conjuntos) e relações é chamado de *modelo* do argumento. Tecnicamente falando, o repertório é uma quadra ordenada <M,R,D,V>, na qual M é um conjunto de mundos possíveis, R é uma relação sobre M, D é um conjunto não-vazio e V é uma função que associa predicados a conjuntos, nos mundos. Se <M,R,D,V> possibilita a atribuição do valor Verdade a todos os elementos de um conjunto de proposições, então <M,R,D,V> é um modelo desse conjunto.

A seguir, nós apresentamos provas de consistência e de não-eliminação do operador .
Tais provas foram elaboradas por Fuhrmann (2005, pp. 362-4). As presentes versões adaptam o trabalho desse autor à nossa linguagem, com pequenas mudanças.

Seja $\{m_1, m_2\}$ um conjunto de apenas dois mundos possíveis, m_1 e m_2; sejam a e b dois objetos que pertençam a esses mundos. Seja D o conjunto das Divindades; seja EN o conjunto da existência necessária; sejam A, B e Q conjuntos quaisquer; seja P o conjunto dos conjuntos positivos (ou o conjunto das propriedades positivas). Além desses conjuntos, o nosso repertório também inclui negações e conjunções dos conjuntos ora mencionados.

Isto posto, estabeleçamos as seguintes convenções:

1. admitamos que, no mundo m_1, sejam verdadeiras as seguintes fórmulas: $a \in D$, $b \in Q$. Portanto, em m_1, o objeto a é uma Divindade e b é elemento de um certo conjunto (ou tem a propriedade) Q;
2. admitamos que, no mundo m_2, sejam verdadeiras as seguintes fórmulas: $a \in D$, $b \notin Q$. Em m_2, a também é uma Divindade, mas o objeto b não é Q;
3. para cada conjunto A, vale: $A \in P$, ou $A' \in P$. Portanto, um conjunto é positivo, ou o seu complemento absoluto o é;
4. para um conjunto qualquer A, deve valer: $A \in P$ se, e somente se, $a \in A$. Portanto, um conjunto será positivo se, e somente se, o objeto a for um dentre os seus elementos;
5. admitamos que a fórmula $A \in P$ seja verdadeira, tanto em m_1, quanto em m_2, se, e somente se, A for um conjunto positivo. A positividade independe de mundos;

6. admitamos que a fórmula φ seja verdadeira, em m_1, ou em m_2 se, e somente se, a fórmula φ for verdadeira tanto em m_1 quanto em m_2.

O nosso conjunto de mundos tem apenas dois elementos, sendo que uma Divindade está presente em ambos. Tal Divindade não precisa ser entendida num sentido forte, pois o deus do nosso repertório é tão-somente membro de um conjunto positivo. Como nós pretendemos provar a consistência do argumento de Gödel e não mais a existência de uma Divindade, essa caracterização está livre de qualquer petição de princípio. Isto posto, a consistência do argumento de Gödel pode ser provada.

Metateorema da consistência do argumento ontológico de Gödel: *O repertório acima descrito satisfaz todos os axiomas do argumento.*

Prova:

Examinemos cada um dos casos.

Axioma 1. Por definição, $\cap P \in P$ é equivalente a $D \in P$. Consoante as nossas convenções 1 e 2, $a \in D$ é verdadeira, em m_1 e m_2. Ora, consoante o item 4 das convenções, D deve ser um conjunto positivo, pois a é seu elemento. Logo, $D \in P$. O Axioma 1 é satisfeito pelo modelo.

Axioma 2. O item 3 das nossas convenções satisfaz esse axioma, pois um conjunto é positivo, ou o seu complemento absoluto o é.

Axioma 3. O item 5 assegura-nos que a positividade de um conjunto A, em m_1, se estende a m_2 e vice-versa. Se a fórmula $A \in P$ for verdadeira em um dos mundos, ela o será também no outro. Logo, $(A \in P)$. Dessa maneira, o Axioma 3 é satisfeito pelo repertório.

Axioma 4. Conforme os itens 1 e 2, em cada mundo possível do nosso repertório, $a \in D$, ou seja, o objeto a é uma Divindade. Logo, conforme 6, $(a \in D)$. Segundo o item 4, se um conjunto A é positivo, então $a \in A$ e vice-versa. Portanto, as propriedades positivas do objeto a permanecem as mesmas, em m_1 e em m_2. Essas propriedades são mutuamente equivalentes, pois se o objeto a tem uma delas, então tem também as outras, em m_1 e em m_2. Conforme a definição de essência (*Ess*), conclui-se daí que D é uma essência do objeto a. Por conseguinte, conforme a definição de existência necessária (*EN*), temos que $a \in EN$. Segue-se daí, conforme o item 4, que $EN \in P$. Portanto, o nosso repertório satisfaz o Axioma 4.

Axioma 5. Admitamos que A seja um conjunto positivo. Então, conforme o item 4, $a \in A$. Suponhamos que, necessariamente, $A \subseteq B$. Nesse caso, em qualquer mundo possível, $a \in B$, de modo que, conforme 4, B também será um conjunto positivo. Concluímos portanto que o nosso repertório satisfaz o Axioma 5.

Neste ponto, o nosso raciocínio está completo, de maneira que a consistência do argumento de Gödel está provada. Q.E.D.

Outras provas de consistência para o argumento de Gödel estão em Sautter (2000), Hájek (2001) e em Fitting (2002).

Metateorema da preservação do operador modal : *A fórmula* $\varphi \rightarrow \ \varphi$ *não é verdadeira, no repertório ora estabelecido.*

Prova:

Seja φ a fórmula $b \in Q$. Conforme os itens 1 e 2 acima estabelecidos, a fórmula $b \in Q$ é verdadeira, em m_1, e falsa, em m_2. Logo, em m_1, $b \in Q$ é verdadeira e $(b \in Q)$ é falsa. Portanto, a fórmula $\varphi \rightarrow \ \varphi$ é falsa.

O nosso repertório satisfaz os axiomas do argumento ontológico de Gödel, mas não a fórmula $p \rightarrow \ p$. Portanto, o Princípio Forte da Abstração não pertence ao argumento de Gödel. Este metateorema refuta a objeção de Sobel, segundo a qual o argumento acarretaria a eliminação do operador . Q.E.D.

10. O argumento ontológico de Fuhrmann

Seguindo uma sugestão de F. Bjørdal, Fuhrmann desenvolve um argumento ontológico bastante simples, no seu texto de 2005 (pp. 371-3). Neste último, a estratégia de Gödel é invertida, pois o conceito *Ser Deus* (ou o *conjunto das Divindades*) é tomado como primitivo, enquanto que a noção de propriedade positiva é *definida*, a partir daquele primeiro. Portanto, Fuhrmann não define Deus. Os conceitos de essência e de existência necessária tornam-se dispensáveis. A nossa versão do argumento de Fuhrmann é mera adaptação do texto ora citado, com algumas pequenas mudanças.

Mantendo as letras maiúsculas na mesma acepção nas qual elas vêm sendo empregadas, a definição de *propriedade positiva* (ou de *conjunto positivo*) é a seguinte:

$A \in P =\text{df}\ \forall x(x \in D \rightarrow x \in A)$ ou, alternativamente, $D \subseteq A$ [Def. *P*]

[Dizer que A é um conjunto positivo significa o seguinte: se x é uma Divindade, então x é A. Em outras palavras, as propriedades positivas são sempre propriedades das Divindades, mesmo que, talvez, elas não sejam propriedades exclusivas das Divindades. Estas últimas sempre têm todas as propriedades positivas.]

(A letra F sobrescrita indica teses do argumento de Fuhrmann. A expressão $\vdash_F$ representará a relação de dedutibilidade, nesse argumento.)

Axiomas^F

Axioma 1^F: $A' \in P \rightarrow A \notin P$

[Se a negação de uma propriedade for positiva, então a propriedade será não-positiva. Em outras palavras: se o complemento absoluto de *A* for positivo, então *A* não será positiva.]

Axioma 2^F: $A \in P \rightarrow \quad A \in P$

[Se a propriedade *A* for positiva, a sua necessitação será positiva. Em outras palavras, se o conjunto *A* for positivo, necessariamente-*A* será positivo.]

Informalmente, convencionemos que a expressão '$x =\_$ ' simbolize a propriedade *Ser Idêntico a uma Divindade*. Temos então:

Axioma 3^F: $x \in D \rightarrow x =\_ \in P$

[Se *x* for uma Divindade, então é positivo ser idêntico a *x*. Ou seja: é positivo ser idêntico a uma Divindade. Tecnicamente, o este axioma pode ser expresso da seguinte maneira, com o emprego da assim chamada notação-lâmbda,: $x \in D \rightarrow \lambda y[x = y] \in P$.]

Teorema 1^F: $\vdash_F \exists x\, x \in D$

[Existe ao menos uma divindade.]

Prova:

∅	1. $\forall x\, (x \in D \rightarrow x \in D)$	Teorema quantificacional
∅	2. $D \in P \leftrightarrow \forall x(x \in D \rightarrow x \in D)$	Def. *P*
∅	3. $D \in P$	1, 2, Regra da Sep. da Equiv. 2
∅	4. $D' \in P \rightarrow D \notin P$	Axioma 1^F
∅	5. $\neg(D' \in P)$	3, 4 MT
∅	6. $D' \in P \leftrightarrow \forall x(x \in D \rightarrow x \in D')$	Def. *P*
∅	7. $\neg\forall x(x \in D \rightarrow x \in D')$	5, 6, Regra: $\varphi \leftrightarrow \psi, \neg\varphi \therefore \neg\psi$
∅	8. $\neg\forall x \neg x \in D$	7, $x \in D \rightarrow x \in D'$ equivale a $\neg x \in D$
∅	9. $\exists x\, x \in D$	8, Equivalência Q.E.D.

Observemos que na prova do Teorema 1^F não foi feito qualquer emprego de lógica modal.

Teorema 2^F: $\vdash_F \exists x\, x \in D \rightarrow \quad \exists x\, x \in D$

[Se existe ao menos uma Divindade, então a sua existência é necessária.]

Prova:

$\varnothing$	1.	1. $\forall x\,(x \in D \to x \in D)$	Teorema quantificacional
$\varnothing$	2.	2. $D \in P \leftrightarrow \forall x(x \in D \to x \in D)$	Def. *P*
$\varnothing$	3.	$D \in P$	1, 2, Regra da Sep. da Equiv. 2
$\varnothing$	4.	$D \in P \to \quad D \in P$	Axioma 2^F
$\varnothing$	5.	$\quad D \in P$	3, 4, MP
$\varnothing$	6.	$\quad D \in P \leftrightarrow \forall x(x \in D \to x \in \quad D)$	Def. *P*
$\varnothing$	7.	$\forall x(x \in D \to x \in \quad D)$	5, 6, Regra da Sep. da Equiv. 1
$\varnothing$	8.	$\forall x(x \in D \to x \in \quad D) \to (\exists x\, x \in D \to \exists x\, x \in \quad D)$	Teorema quantificacional
$\varnothing$	9.	$\exists x\, x \in D \to \exists x\, x \in \quad D$	7, 8, MP
$\varnothing$	10.	$\exists x\, x \in \quad \mathrm{D} \to \quad \exists x\, x \in D$	Teorema quantificacional-modal
$\varnothing$	11.	$\exists x\, x \in D \to \quad \exists x\, x \in D$	9, 10, Transitividade
$\varnothing$	12.	$\exists x\, x \in D$	Teorema 1
$\varnothing$	13.	$\quad \exists x\, x \in D$	11, 12, MP
$\varnothing$	14.	$\exists x\, x \in D \to \quad \exists x\, x \in D$	13, Condicionalização Q.E.D.

Teorema 3^F: $\forall x[x \in D \to \quad \forall y(y \in D \to x = y)]$

[Se um *x* qualquer for uma Divindade, então, necessariamente, qualquer *y* que também o for será idêntico a *x*. Em outras palavras: a Divindade é sempre uma só.]

{1}	1.	$x \in D$	Hipótese
$\varnothing$	2.	$x \in D \to x =\_ \in P$	Axioma 3^F
{1}	3.	$x =\_ \in P$	1, 2 MP
$\varnothing$	4.	$x =\_ \in P \leftrightarrow \forall y(y \in D \to y \in x =\_\ )$	Def. *P*, com $x =\_$ no lugar de *A*
{1}	5.	$\forall y(y \in D \to y \in x =\_\ )$	3, 4, Regra da Sep. da Equiv. 1
{1}	6.	$\forall y(y \in D \to x = y)$	5, Equivalência
$\varnothing$	7.	$x \in D \to \forall y(y \in D \to x = y)$	6, Condicionalização
$\varnothing$	8.	$\quad (x \in D) \to \quad \forall y(y \in D \to x = y)$	7, Regra Modal Derivada 1
$\varnothing$	9.	$\forall x(x \in D \to x \in D)$	Teorema quantificacional
$\varnothing$	10.	$D \in P \leftrightarrow \forall x(x \in D \to x \in D)$	Def. *P*
$\varnothing$	11.	$D \in P$	9, 10 Regra da Sep. da Equiv. 2
$\varnothing$	12.	$D \in P \to \quad D \in P$	Axioma 2^F
$\varnothing$	13.	$\quad D \in P$	11, 12, MP
$\varnothing$	14.	$\quad D \in P \leftrightarrow \forall y(y \in D \to y \in \quad D)$	Def. *P*
$\varnothing$	15.	$\forall y(y \in D \to y \in \quad D)$	13, 14, Regra da Sep. da Eq. 1
$\varnothing$	16.	$x \in D \to x \in \quad D$	15, E$\forall$

$\varnothing$	17.	$x \in D \to \quad (x \in D)$	16, Equivalência
$\varnothing$	18.	$x \in D \to \quad \forall y(y \in D \to x = y)$	17, 8, Transitividade
$\varnothing$	19.	$\forall x[x \in D \to \quad \forall y(y \in D \to x = y)]$	18, I$\forall$ Q.E.D.

O sistema ora em questão emprega recursos modais bastantes fracos, sem lançar mão do sistema S5. Neste ponto, está provado que existe uma Divindade, que existe necessariamente e que existe apenas uma.

A consistência desse sistema pode ser provada por meio de um modelo com apenas um mundo *m*, um objeto *a* e uma propriedade *D*. Convencionemos que o objeto *a* tenha a propriedade *D*, em *m*. A partir daí, verificamos que os três axiomas deste argumento são satisfeitos pelo modelo (Fuhrmann, 2005, p. 373).

11. O argumento ontológico de Gödel-Anderson

A segunda e a terceira objeções de Sobel perdem muito da sua força, na medida em que se baseiam em suposições que não estão no texto de Gödel e nem tampouco são dedutíveis a partir dele. Em 1990, C. A. Anderson apresentou uma reformulação do argumento ontológico, na qual os pontos centrais do raciocínio gödeliano de 1970 são mantidos, mas, aparentemente, sem cair sob as objeções de Sobel. O argumento ontológico, nessa versão de 1990, será chamado aqui de *argumento ontológico de Gödel-Anderson*. Nós o apresentaremos na linguagem formal até agora empregada, mantendo a nossa ordem de numeração para os axiomas e teoremas.[19]

Anderson faz ver que o eixo das objeções de Sobel é o conceito gödeliano de essência. De fato, essa noção parece conter uma forma de necessitarismo claramente herdada de Leibniz (Adams, 1995, p. 399-402). Ora, isso pode ser evitado. Empregando asteriscos para marcar as suas definições modificadas, Anderson propõe que a essência* de uma entidade *x* seja definida como *aquela propriedade (ou conjunto de propriedades)* A *que, necessariamente, implique uma propriedade* B *se, e somente se,* x *tiver a propriedade* B *em qualquer mundo possível*. Em outras palavras, a essência* de *x* implica, em qualquer caso, as propriedades *necessárias* de *x*, mas não outras. Se *Ter o Corpo de Sócrates* for uma propriedade que Sócrates tem, em qualquer caso, então a sua essência* implicará necessariamente tal propriedade. Entretanto, tal essência* não implica necessariamente que Sócrates seja marido de Xantipa, pois essa relação é contingente. Pela mesma razão, a

[19] Anderson apresenta a sua versão em linguagem informal.

essência* de Deus não implica que Ele, em qualquer caso, tenha a propriedade de estar diante da verdade da existência de um filósofo, pois tal verdade não se estende a todos os mundos possíveis. Portanto, mesmo admitindo o Princípio Forte de Abstração proposto por Sobel, não se deduz que um filósofo exista necessariamente e nem tampouco que a correspondente proposição existencial seja verdadeira em todos os mundos possíveis (Anderson, 1990, pp. 294-6).

Anderson estabelece uma definição de existência necessária*, que é simples adaptação do correspondente conceito gödeliano. O conceito de Deus é redefinido, nos seguintes termos: Deus* *é o ser cuja essência*, necessariamente, contém apenas propriedades positivas e contém todas elas*. Portanto, Anderson define Deus como *Summum Bonum*, mas sem excluir a possibilidade de que Ele tenha algumas propriedades neutras (nem positivas nem negativas), desde que não façam parte de Sua essência*. Dado um par de propriedades do tipo *A*/Não-*A*, Deus* tem uma delas. Como Deus* não é azul, Ele é não-azul, o que não torna positiva essa propriedade. *Ser Azul* e *Ser Não-Azul* são apenas *neutras* ou *indiferentes*. Raciocinando nesta mesma linha, ele modifica o Axioma 2 de Gödel. Com efeito, segundo este último valem os seguintes tópicos:

(2a) Se $A \in P$, então $A' \notin P$;

(2b) Se $A \notin P$, então $A' \in P$.

Anderson entende que (2b) é uma condição excessiva, porque exclui a possibilidade da existência de propriedades indiferentes. Ora, (2b) está subjacente a um dos pontos condenados por Sobel. Portanto, para que se enfraqueça o Axioma 2, apenas a frase (2a) é postulada por Anderson (1990, pp. 295-6). Dessa maneira, a base lógica da crítica de Sobel perde completamente a sua razão de ser, de vez que um corolário essencial àquela objeção deixa de ser demonstrável.[20]

No que vem, a seguir, continuaremos a usar asteriscos nos tópicos modificados por Anderson. Por exemplo, Axioma 1* será o correspondente postulado, com modificação. Axioma 5 é o postulado original de Gödel, também aceito por Anderson.

---

[20] Com o auxílio de (2b), demonstramos o Teorema 4, tal como está feito acima. Deste último, supondo o Princípio Forte da Abstração (de modo a que *A* seja uma propriedade arbitrariamente formada), nós demonstramos o seguinte corolário: $(x \in D \wedge x \in A) \rightarrow (D \subseteq A)$. Ora, essa fórmula consubstancia as objeções de Sobel. Eliminado (2b), o corolário não mais se demonstra e as objeções perdem o seu chão.

Na sua versão do argumento ontológico, Scott tomou $D \in P$ como princípio, ao invés do Axioma 1 de Gödel. Na verdade, essas fórmulas são equivalentes. Anderson preferiu postular um axioma como o de Scott.

O argumento ontológico de Gödel-Anderson tem um único conceito primitivo que é *conjunto de classes positivas*, a ser representado por P. Os conceitos definidos são *Deus** (ou *conjunto das Divindades**, a ser representado por D^*), *Essência** (Ess^*) e *Existência Necessária** (EN^*). As correspondentes definições são as seguintes:

*Deus** =df $\{x|\ \forall A(\quad (x \in A) \leftrightarrow A \in P)\}$ [Def. D^*]

A propriedade A é a *Essência** de x: $\forall A \forall x(<A,x> \in Ess^*)$ =df $\forall B[\quad (x \in B) \leftrightarrow \quad (A \subseteq B)]$ [Def. Ess^*]

O objeto x tem *Existência Necessária**=df $\forall A \forall x[(<A,x> \in Ess^*) \rightarrow \quad \exists y\ y \in A]$ [Def. EN^*]

Axiomas*

Axioma 1*: $D^* \in P$

[*Ser Deus** é uma propriedade positiva. Em termos extensionais: o conjunto das Divindades* pertence ao conjunto das classes positivas.][21]

Axioma 2*: $A \in P \rightarrow A' \notin P$

[Se A for uma propriedade positiva, então a sua negação será não-positiva. Em termos extensionais: se A pertencer ao conjunto das classes positivas, então A' não pertencerá a tal conjunto.]

Axioma 3: $A \in P \rightarrow \quad (A \in P)$

[Se uma propriedade for positiva (ou não-positiva), então ela, necessariamente, será positiva (ou não-positiva). Na versão extensional: se A pertencer ao conjunto das classes positivas, então, necessariamente, A pertencerá a tal conjunto.]

Axioma 4*: $EN^* \in P$

[A existência necessária* é uma propriedade positiva. Em termos extensionais: a classe existência necessária* pertence ao conjunto das classes positivas.]

Axioma 5: $[A \in P \wedge \quad (A \subseteq B)] \rightarrow B \in P$

[Caso A seja uma propriedade positiva e caso, necessariamente, se x for A, x for B, então B será uma propriedade positiva. Na versão extensional: Se A é uma classe que pertence ao conjunto das classes positivas e se,

[21] Por si só, esse axioma não afirma que o conjunto das Divindades tenha elementos.

necessariamente, *A* está contida em *B*, então *B* é uma classe que pertence ao conjunto das propriedades positivas.]

(Os axiomas 3 e 5 são comuns a ambos os argumentos ora sob exame, razão por que não estão indicados por meio de asteriscos.)

Corolário 1*: $\varnothing \notin P$

Prova:

$\varnothing$	1.	$\varnothing \subseteq U$	Teorema de conjuntos
$\varnothing$	2.	$(\varnothing \subseteq U)$	1, Necessitação
{3}	3.	$\varnothing \in P$	Hipótese
$\varnothing$	4.	$\varnothing \in P \rightarrow \varnothing' \notin P$	Axioma 2∗
{3}	5.	$\varnothing' \notin P$	3, 4, MP
{3}	6.	$U \notin P$	5, Equivalência
$\varnothing$	7.	$[\varnothing \in P \wedge (\varnothing \subseteq U)] \rightarrow U \in P$	Axioma 5
{3}	8.	$\varnothing \in P \wedge (\varnothing \subseteq U)$	3, 2, I∧
{3}	9.	$U \in P$	7, 8, MP
{3}	10.	$U \in P \wedge U \notin P$	9, 6, I∧
$\varnothing$	11.	$\varnothing \in P \rightarrow (U \in P \wedge U \notin P)$	10, Condicionalização
$\varnothing$	12.	$\neg(U \in P \wedge U \notin P)$	Princípio de Não-Contradição
$\varnothing$	13.	$\varnothing \notin P$	11, 12, MT Q.E.D.

Corolário 2*: $U \in P$

Prova:

$\varnothing$	1.	$D* \in P$	Axioma 1∗
$\varnothing$	2.	$D* \subseteq U$	Teorema de conjuntos
$\varnothing$	3.	$(D* \subseteq U)$	2, Necessitação
$\varnothing$	4.	$D* \in P \wedge (D* \subseteq U)$	1, 4, I∧
$\varnothing$	5.	$[D* \in P \wedge (D* \subseteq U)] \rightarrow U \in P$	Axioma 5
$\varnothing$	6.	$U \in P$	4, 5, MP Q.E.D.

Corolario 3*: $D* \in P$

Prova:

Este corolário coincide com o Axioma 1*, o que o torna supérfluo, enquanto corolário.

(O símbolo $\vdash_{\text{G-A}}$ representa a relação de dedutibilidade, no argumento de Gödel-Anderson.)

Teorema 1*: $\vdash_{\text{G-A}} \forall A[A \in P \rightarrow \Diamond(A \neq \varnothing)]$

Prova:

A formulação e a prova do Teorema 1* correspondem ao que consta mais atrás, para o Teorema 1.

Teorema 2*: $\vdash_{\text{G-A}} \Diamond(D^* \neq \varnothing)$

Prova:

A formulação e a prova do Teorema 2* são análogas ao que consta mais atrás, para o Teorema 2. Na linha 3 desta última prova, há recurso ao Corolário 3, que neste caso deve ser substituído por menção do Axioma 1*.

Teorema 3*: $\vdash_{\text{G-A}} \forall x[x \in D^* \rightarrow (<D^*,x> \in Ess^*)]$

Prova:

{1}	1.	$x \in D*$	Hipótese
{2}	2.	$\quad (x \in A)$	Hipótese
∅	3.	$x \in D* \leftrightarrow [\quad (x \in A) \leftrightarrow A \in P]$	Def. $D*$
{1}	4.	$\quad (x \in A) \leftrightarrow A \in P$	1, 3, Regra da Sep. da Equiv. 1
{1, 2}	5.	$A \in P$	2, 4 Regra da Sep. da Equiv. 1
∅	6.	$A \in P \rightarrow (x \in D* \rightarrow x \in A)$	3, Regras $\varphi \leftrightarrow (\psi \leftrightarrow \chi) \therefore \chi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$ e T
∅	7.	$\quad [A \in P \rightarrow (x \in D* \rightarrow x \in A)]$	6, Necessitação
∅	8.	$\quad (A \in P) \rightarrow \quad (x \in D* \rightarrow x \in A)$	7, Axioma K e MP
∅	9.	$A \in P \rightarrow \quad (A \in P)$	Axioma 3
{1, 2}	10.	$\quad (A \in P)$	5, 9 MP
{1, 2}	11.	$\quad (x \in D* \rightarrow x \in A)$	8, 10 MP
{1, 2}	12.	$\quad (D* \subseteq A)$	11, Def. $\subseteq$
{1}	13.	$\quad (x \in A) \rightarrow \quad (D* \subseteq A)$	12, Condicionalização
∅	14.	$x \in D* \rightarrow [\quad (x \in A) \rightarrow \quad (D* \subseteq A)]$	13, Condicionalização
{15}	15.	$\quad (D* \subseteq A)$	Hipótese
{15}	16.	$A \in P$	15, Axiomas 1* e 5
{1, 15}	17.	$\quad (x \in A)$	13, 4 Regra da Sep. da Equiv. 2
{1}	18.	$\quad (D* \subseteq A) \rightarrow \quad (x \in A)$	17, Condicionalização
∅	19.	$x \in D* \rightarrow [\quad (D* \subseteq A) \rightarrow \quad (x \in A)]$	18, Condicionalização
∅	20.	$x \in D* \rightarrow [\quad (D* \subseteq A) \leftrightarrow \quad (x \in A)]$	14, 19 Def. de $\leftrightarrow$
∅	21.	$x \in D* \rightarrow (<D*,x> \in Ess*)$	20, Def. $Ess*$
∅	22.	$\forall x[x \in D* \rightarrow (<D*,x> \in Ess*)]$	21, I$\forall$ Q.E.D.

(Anderson, 1990, p. 296)

Teorema 4*: $\vdash_{G\text{-}A} \Diamond\exists x\, x \in D^* \rightarrow \quad (D^* \neq \emptyset)$

Prova:

{1}	1.	$\exists x\, x \in D*$	Hipótese
{1}	2.	$a \in D*$	1, E∃
∅	3.	$a \in D* \leftrightarrow [EN* \in P \rightarrow \quad (a \in EN*)]$	Def. *D**
{1}	4.	$EN* \in P \rightarrow \quad (a \in EN*)$	2, 3, Regra da Sep. da Equiv. 1
∅	5.	$EN* \in P$	Axioma 4*
{1}	6.	$\quad (a \in EN*)$	4, 5, MP
{1}	7.	$a \in EN*$	6, Regra T
{1}	8.	$(<D*,a> \in Ess*) \rightarrow \quad \exists y\, y \in D*$	7, Def. *EN**
∅	9.	$a \in D* \rightarrow (<D*,a> \in Ess*)$	Teorema 3*, E∀
{1}	10.	$<D*,a> \in Ess*$	2, 9, MP
{1}	11.	$\quad \exists y(y \in D*)$	8, 10, MP
∅	12.	$\exists x\, x \in D* \rightarrow \quad \exists y\, y \in D*$	11, Condicionalização
∅	13.	$\Diamond\exists x\, x \in D* \rightarrow \Diamond \quad \exists y\, y \in D*$	12, Regra modal derivada 2
∅	14.	$\Diamond\exists x\, x \in D* \rightarrow \Diamond \quad (D* \neq \emptyset)$	13, Equivalência
∅	15.	$\Diamond \quad (D* \neq \emptyset) \rightarrow \quad (D* \neq \emptyset)$	Teorema de S5
∅	16.	$\Diamond\exists x(x \in D*) \rightarrow \quad (D* \neq \emptyset)$	14, 15, Transitividade Q.E.D.

Corolário 4*: $\quad (D^* \neq \emptyset)$

Prova:

A formulação do Corolário 4^* corresponde àquela do Corolário 4. A prova é análoga, com menção dos Teoremas 2^* e 4^*, ao invés de 2 e 4.

Corolário 5*: $D^* \neq \emptyset$

Prova:

Coincide com a prova do Corolário 5.

Teorema 5*: $\exists x\, x \in D^* \wedge \forall x \forall y\{(x \in D^* \wedge y \in D^*) \rightarrow x = y\}$

Prova:

∅	1.	$D* \neq \emptyset$	Corolário 5*

$\varnothing$	2.	$\exists x\, x \in D*$	1, Equivalência
{3}	3.	$x \in D* \wedge y \in D*$	Hipótese
{3}	4.	$x \in D*$	3, E$\wedge$
{3}	5.	$y \in D*$	3, E$\wedge$
{3}	6.	$<D*,x> \in Ess*$	4, Teorema 3*, MP
{3}	7.	$(x \in \{z \mid z = x\}) \leftrightarrow \quad (D* \subseteq \{z \mid z = x\})$	6, Def. *Ess**
$\varnothing$	8.	$(x = x)$	Teorema da Identidade
$\varnothing$	9.	$(x \in \{z \mid z = x\})$	8, Equivalência
{3}	10.	$(D* \subseteq \{z \mid z = x\})$	7, 9 Regra da Sep. da Equiv. 1
{3}	11.	$(y \in \{z \mid z = x\})$	5, 10 Def. $\subseteq$
{3}	12.	$(y = x)$	11, Equivalência
{3}	13.	$(x = y)$	12, Equivalência
{3}	14.	$x = y$	13, Regra T
$\varnothing$	15.	$(x \in D* \wedge y \in D*) \rightarrow x = y$	14, Condicionalização
$\varnothing$	16.	$\forall y[(x \in D* \wedge y \in D*) \rightarrow x = y]$	15, I$\forall$
$\varnothing$	17.	$\forall x \forall y[(x \in D* \wedge y \in D*) \rightarrow x = y]$	16, I$\forall$
$\varnothing$	18.	$\exists x\, x \in D* \wedge \forall x \forall y[(x \in D* \wedge y \in D*) \rightarrow x = y]$	2,17 I$\wedge$ Q.E.D.

Anderson indica como a consistência do seu argumento e a preservação do operador modal podem ser provadas. O seu ponto de referência é um modelo de segunda ordem para o sistema modal S5, elaborado por N. Cocchiarella (1969). O raciocínio é aproximadamente o seguinte: (1) tomemos um universo de apenas dois mundos possíveis $\{m_1, m_2\}$ e dois objetos *a* e *b*; (2) admitamos que o objeto *a* pertença a ambos esses mundos, mas que *b* pertença apenas a m_1 (em m_2, o objeto *b* é tão-somente possível); (3) digamos que a *positividade* de um conjunto *A* signifique que $(A' \subseteq B)$ e que *B* seja, por exemplo, idêntico a $\{b\}$ (nesse caso, *B* será o conjunto dos objetos *contingentes*). Prova-se nesse modelo que D^* e EN^* são positivos, pois eles se identificam com a função que envolve o objeto *a*, em qualquer mundo possível, função essa cujo complemento absoluto caracteriza a existência contingente. Dessa forma, os axiomas de Gödel-Anderson são satisfeitos (Anderson, 1990, pp. 296-7).

12. O ponto de vista dos teólogos

A versão de Gödel-Anderson mantém todas as teses estabelecidas no texto gödeliano de 1970, mas sem sujeitar-se à segunda e à terceira críticas de Sobel. Porém, o que dizer da primeira? Sem dúvida, aquela objeção é *procedente*, de vez que o Deus de Gödel (ou de Fuhrmann ou de Gödel-Anderson) não é uma entidade cujos atributos venham a encorajar qualquer tipo de culto. Alguém estaria disposto a adorar uma Grande Intersecção? Alguém queimaria incenso frente a uma entidade booleana? Sobel tem razão, quando afirma que o Deus do sistema não teria as características do Deus religioso. Parafraseando Pascal, diga-se que a Divindade dos teoremas não é o Deus de Abraão, de Isaac e de Jacó!

Protestos teológicos contra esse tipo de especulação filosófica têm uma longa e conhecida história, na qual quase sempre se recusa a fútil tentativa de alcançar o Divino por meio de nossos reduzidos recursos intelectuais. Em última análise, o teólogo sujeita-se à autoridade do Livro, cuja mensagem é clara o bastante:

"Tu es vere Deus absconditus"[22].

Como não existe religião sem Deus oculto, o filósofo há de parecer pretensioso ou mesmo ridículo aos olhos do teólogo contemporâneo. Num dos seus sermões oxonienses, John Newman resumiu essa posição com grande elegância:

"The God of philosophy was infinitely great, but an abstraction; the God of paganism was intelligible, but degraded by human conceptions".[23]

(Newman, 1997, nº 2, 16)

Em tal linha de pensamento, o argumento ontológico parece enquadrar-se em ambas as categorias: abstração e degradação por concepções humanas!

A primeira objeção de Sobel é a tal ponto procedente que pode ser generalizada, porquanto atinge *todas* as tentativas filosóficas de provar a existência de Deus: A Grande Intersecção presta-se tão mal ao culto quanto o Primeiro Motor!

Devemos, então, concluir que, ao fim e ao cabo, os argumentos ontológicos cedem frente à primeira objeção de Sobel? Não necessariamente, pois aquela crítica é *irrelevante* para o filósofo. A razão é trivial: mesmo sem qualquer correspondência bíblica, um argumento pode ter significado e legitimidade como questão lógico-metafísica. Filosofia e teologia são áreas diferentes!

Encerrando este tópico, é interessante observarmos que o argumento proposto por Anderson lança mão de um repertório filosoficamente diferente daquele empregado por Gödel. Anderson mantém a idéia de propriedade positiva, mas descreve-a de outra maneira, na medida em que modifica os axiomas e os conceitos a eles subjacentes. A idéia de Deus é redefinida, de modo a que as propriedades positivas se somem na essência divina. Por fim, as idéias de essência e existência necessária tornam-se menos leibnizianas, pois não mais

[22] "Tu és, verdadeiramente, o Deus oculto".

[23] "O Deus da filosofia era infinitamente grande, sendo, porém, u'a mera abstração; o Deus do paganismo era inteligível, mas degradado por concepções humanas".

envolvem a noção de *haecceitas*. Todas essas modificações formais introduzidas por Anderson foram ditadas pela seleção de um outro repertório filosófico.

13. Exercícios de filosofia analítica

As versões do argumento ontológico ora apresentadas podem ser vistas como exercícios de filosofia analítica. Como sabemos, esta última sofreu importantes evoluções ao longo da segunda metade do século XX, a ponto de caracterizar-se não pela defesa de teses específicas, mas sim pela busca da clareza e pela tentativa de argumentar com rigor lógico e metodológico. A filosofia analítica contemporânea não exclui quaisquer problemas herdados da tradição. Muito ao contrário: ela trata de retomá-los e de submetê-los a alguma forma de análise lógico-lingüística, com recursos exatos, na medida do possível. Quem pratica esse *modus philosophandi* não reivindica qualquer exclusividade sobre a razão filosófica, mas tão-somente pressupõe que valha a pena discutir questões epistemológicas, metafísicas, éticas ou outras similares, com o auxílio de métodos precisos e, sobretudo, de procedimentos argumentativos. Essa atitude metafilosófica vem sendo enfatizada pela literatura da área, que se esforça em realçar as conexões existentes entre o trabalho do pensador analítico contemporâneo e as múltiplas tradições que o antecederam, inclusivamente no que diz respeito a questões tradicionais típicas, como o problema da existência de Deus, por exemplo (Bourgeois-Gironde, 2000, pp. 297-308; Panaccio, 2000, pp. 325 *et seq*.).

O argumento ontológico, nas versões apresentadas mais atrás, está estruturado com o auxílio de recursos bem definidos. Ele é válido e consistente. Em qualquer das versões ora apresentadas, ele delimita o que se consegue provar e o que ainda permanece como tarefa. Nesta altura, nós podemos divisar a questão maior *não* resolvida que é *o esclarecimento do conceito de propriedade positiva*. Ao tomá-lo como primitivo, Gödel simplifica o seu trabalho formal, deixando em aberto a questão ontológica mais significativa. O argumento não estará completo enquanto essa lacuna não for sanada, mesmo porque são insuficientes as nossas aproximações intuitivas, relativamente àquilo que seria positivo, em todos os mundos possíveis. Gödel dá-nos uma pista, ao fazer ver que o conjunto vazio é negativo e que o universo é positivo. Anderson avança um passo adiante, ao sugerir que se possa tomar imperfeição como conceito primitivo, definindo-se, então, como positiva aquela propriedade que satisfizer às seguintes condições: (1) a sua *ausência* numa entidade x, necessariamente, implicaria que x seja *imperfeita*; (2) a sua *presença* em x não necessariamente implicaria que x seja imperfeita. Ao que tudo indica, o sentido da visão seria um exemplo imediato do que seja uma perfeição. Nesses termos, dizer que a propriedade *Ser Deus* é positiva seria o mesmo que afirmar que ela não implica necessariamente imperfeição alguma (Anderson, 1990, p. 297). Aparentemente, a sugestão de Anderson é interessante, o que a torna digna de um desenvolvimento minucioso. Fuhrmann, por sua vez, define positividade a partir da noção de propriedades divinas, o que simplifica bastante o seu argumento, sob o ponto de vista formal. Neste caso, também há uma simplificação na metafísica subjacente, que não precisa empregar os conceitos de essência ou de existência necessária. Não obstante, a definição de propriedade positiva talvez esclareça pouco, pois tanto o que seja positividade quanto a noção de propriedades divinas parecem carecer de elucidação. Em resumo, o argumento ontológico de Gödel e as suas variações são válidos e consistentes. Porém, compete ainda à metafísica discutir os conceitos primitivos em pauta. Se ela conseguir esclarecer tais conceitos, o argumento poderá ser descrito como filosoficamente satisfatório.

O emprego que se faz no argumento ontológico de noções como essência e existência necessária mostra que tais conceitos podem ser adequadamente definidos, sem os problemas que os envolveram na história da filosofia. Como vimos, essência é tão-somente uma relação entre uma propriedade (ou conjunto de propriedades) e um objeto. Por conseguinte, essa noção não é mais problemática do que os conceitos em função dos quais ela é caracterizada. O mesmo vale para a idéia de existência necessária.

Finalmente, as versões do argumento ora expostas possibilitam uma resposta à tradicional objeção que sempre é repetida contra esse tipo de raciocínio: *ele envolveria uma passagem ilegítima da ordem lógica à ordem ontológica ou da ordem do pensamento à do ser* (Vries, 1961; Brugger, 1961).

Ao longo de quase mil anos, o argumento ontológico foi apresentado de inúmeras maneiras e em múltiplos âmbitos intelectuais. Anselmo formulou o seu raciocínio em meio a uma prece, pedindo a assistência divina (Anselmo, 1962). Conforme a linguagem filosófica corrente no século XI, a sua formulação não podia deixar de incluir noções mentalistas, como *poder pensar ou não algo maior do que o conceito de Deus*. Por isso mesmo, Tomás de Aquino critica-o recorrendo àquelas mesmas noções e dizendo que elas nada provam quanto ao que exista na realidade. Para Tomás de Aquino, o raciocínio de Anselmo seria uma renúncia à argumentação, implicando o entendimento de que a existência de Deus seria óbvia e não-carente de qualquer prova (Tomás de Aquino, 1992).

Talvez caiba a pergunta sobre a avaliação correta do argumento de Anselmo por parte de Tomás de Aquino, mas, independentemente disso, não há dúvida de que a sua crítica *não se aplica* a Gödel, a Fuhrmann ou a Gödel-Anderson, pois nestes argumentos não ocorrem elementos mentalistas e nem há qualquer renúncia à argumentação.

Apesar disso, é correto perguntar se as presentes versões do argumento não cederiam frente à mencionada objeção de passagem ilegítima do pensamento ao ser ou do lógico ao ontológico. Cabe, então, a pergunta: o que seria essa passagem ilegítima do pensamento ao ser? Há duas possibilidades de resposta: (1) a inferência do real a partir do necessário não seria válida; (2) a conclusão do argumento não seria dedutível com o auxílio de princípios puramente lógicos. Estudemos esses casos.

Para examinar a objeção (1), tomemos o nosso Corolário 5, no qual se deduz $D \neq \varnothing$, a partir de $(D \neq \varnothing)$, com o auxílio da Regra T. Suponhamos que $(D \neq \varnothing)$ seja verdadeira *na ordem lógica*, vale dizer, conforme a correspondente *definição semântica* (Hughes & Cresswell, 1996, p. 38). Então, $D \neq \varnothing$ será verdadeira em qualquer caso e em qualquer mundo possível, em particular, no mundo real. Admitamos, por hipótese, que no mundo real, possivelmente, $D \neq \varnothing$ seja falsa. Se for assim, estaremos diante de uma *contradição*: $D \neq \varnothing$ será irrestritamente verdadeira (conforme a definição semântica), mas, num caso real restrito, aquela fórmula poderá ser falsa (conforme a hipótese)! Portanto, aceita a primeira suposição, a hipótese deve ser descartada, por envolver contradição. Com isso, cai a crítica (1). Curiosamente, esta última equivale a uma recusa da Regra T, que é mera aplicação de um princípio já antigo: *A necesse ad esse valet illatio*.[24] Portanto, os detratores tradicionais do argumento ontológico ignoram a sua própria lógica.

Examinemos a objeção (2): a conclusão $D \neq \varnothing$ não seria dedutível, a partir de princípios puramente lógicos. Nesse caso, há mais a ser esclarecido, pois, muitas vezes, expressões como *pura lógica* e outras do mesmo gênero são tomadas em acepções bastante difusas. Sabidamente, a lógica não é uma ciência empírica, de modo que os seus princípios nada informam sobre o que ocorra na natureza. Uma fórmula como $\forall xPx \rightarrow Py$, por exemplo, que pode ser tomada como axioma da lógica elementar, apenas elucida o emprego do quantificador universal, nada informando sobre fatos reais. Nesse sentido, é *correto* dizer que $D \neq \varnothing$ não se demonstra em sistemas como o cálculo de primeira ordem ou de ordem superior, ainda que seja com o auxílio de lógica modal. Na verdade, uma prova para a frase em questão exige a adição de pressupostos metafísicos que, no presente caso, assumiram a

[24] "A ilação vale, da necessidade para o ser".

forma de axiomas. O argumento ontológico é *a priori*, mas não apenas por causa da sua lógica subjacente. A metafísica que o apóia também é *a priori* e sem ela a prova não se desenvolve.

Tudo isso significa que, sob um ponto de vista lógico, a existência de Deus seria um *fato contingente*, como afirma Löffler (2000, pp. 105-6)? Na verdade, essa maneira de falar não parece ser a mais feliz. Com maior cuidado, caberia dizer que o conceito de Deus é *alheio* à lógica, cujo objeto é bem outro! A metafísica pode *aplicar lógica* para tratar da questão de Deus, tal como ocorre em Gödel, em Fuhrmann e em Gödel-Anderson, mas aí não mais estamos no âmbito da lógica pura. Sem o acréscimo de premissas ou postulados adicionais, não há discurso sobre Deus dentro da lógica. Nos limites específicos dessa disciplina, Deus não é contingente, necessário ou impossível. Ali não há sequer o conceito de Deus, como não há tampouco noções como ação e reação, moeda ou papéis sociais. Tais idéias pertencem, respectivamente, à física, à economia e à sociologia, da mesma forma que o conceito de Deus é metafísico. Podemos tratá-lo *com o auxílio da lógica*, mas não apenas *na* lógica. Entretanto, ao menos nas versões ora apresentadas, o argumento ontológico não pretende proceder sem recursos metafísicos, de modo que, mais uma vez, a objeção contra ele não procede.

14. Conclusão

O argumento ontológico ganhou particular relevância no século XVII, nas filosofias de Descartes, Espinosa e Leibniz. Como mostra Röd, num minucioso estudo sobre o tema, aqueles filósofos constroem sistemas nos quais se explica a possibilidade de formulação de juízos objetivamente válidos sobre o mundo real (Röd, 1992, pp. 55-74, 80-99, 105-21). A ordem das razões racionalista interliga teses de modo arquitetônico, de modo que, nesse tipo de elaboração, o argumento ontológico é o último toque que mantém em pé uma catedral de proposições:

> “Der ontologische Gottesbeweis stellt sich gleichsam als Schlußstein des Kuppelbaus der rationalistischen Systeme dar: Er hält das Gewölbe zusammen, von dem er selbst getragen wird. So wie die Kuppel einstürzt, wenn der Schlußstein herausgebrochen wird, so wird die rationalistische Philosophie hinfällig, wenn der ontologische Gottesbeweis zurückgewiesen wird”[25] (Röd, 1992, pp. 9-10).

Essas linhas de Röd fazem-nos ver o papel histórico que o argumento exerceu e que, evidentemente, não mais pode exercer, mesmo porque, no contexto contemporâneo, não há catedrais de proposições e nem pedras derradeiras.

[25] “O argumento ontológico apresenta-se, por assim dizer, como a derradeira pedra na construção da cúpula de sistemas racionalistas: ele dá compacidade à própria abóbada que o apóia. Da mesma forma que a cúpula desaba, quando aquela pedra lhe é retirada, assim também a filosofia racionalista perde qualquer sustentação, se o argumento ontológico é recusado”.

Embora Gödel estivesse satisfeito com o seu argumento, talvez ele admitisse que o seu trabalho lógico é parcial e carente de ulterior análise metafísica. Antes mesmo de redigir o curto texto de 1970, ele escreveu uma carta à sua mãe, que tinha então 82 anos. Nessas linhas, datadas do dia 6 de outubro de 1961, diz Gödel:

"Man ist natürlich heute weit davon entfernt, das theologische Weltbild wissenschaftlich begründen zu können, aber ich glaube, schon heute dürfte es möglich sein, rein verstandesmäβig (ohne sich auf den Glauben an irgend eine Religion zu stützen) einzusehen, daβ die theologische Weltanschauung mit allen bekannten Tatsachen [...] durchaus vereinbar ist. Das hat schon vor 250 Jahren der berühmte Philosoph und Mathematiker Leibniz versucht"[26] (conforme M.-E. Schimanovich-Galidescu, 2001, *apud* Fuhrmann, 2005, p. 369).

A sobriedade dessas linhas sugere que o argumento ontológico deva ser tomado como uma questão filosoficamente relevante, mas não como o ponto alto de qualquer sistema de crenças. Gödel tinha clara consciência de que questões como essa devem ser tratadas ao longo do tempo e do muito tempo.

BIBLIOGRAFIA

ADAMS, R.M. (1995). "Introductory note to *1970". In Gödel (1995 A), pp. 388-402.

ANDERSON, C.A. (1990). "Some emendations of Gödel's ontological proof". In *Faith and Philosophy*, **7** (1990): 291-303.

ANSELMO (1962)."Proslogion", capítulos II-IV, 2ª edição. Tradução de S.N. Deane. In *Anselm's basic writings*. La Salle (Ill.): The Open Court Publishing Company.

BOURGOIS-GIRONDE, S. (2000). "Philosophie de la religion". In Pascal Engel (ed.): *Précis de philosophie analytique*. Paris: Presses Universitaires de France, pp. 297-323.

BRADLEY, R. & SWARTZ, N. (1979). *Possible worlds: An introduction to logic and its philosophy*. Oxford: Basil Blackwell.

BRUGGER, W. (1961)."Ontológico (argumento)". In W. Brugger: *Dicionário de Filosofia*. São Paulo: Herder, pp. 389-90.

COCCHIARELLA, N. (1969). "A completeness theorem in second order modal logic". In *Theoria*, **35** (1969): 81-103.

DAWSON, J.W. (1997). *Logical dilemmas. The life and work of Kurt Gödel*. Wellesley (Massachusetts): Edition Peters.

ESSLER, W.K. (1998). "Gödels Beweis". In Frido Ricken (ed.). *Klassische Gottesbeweise in der Sicht der gegenwärtigen Logik und Wissenschaftstheorie*. Stuttgart/Berlin/Köln: Kohlhammer, 2ª ed., pp. 167-79.

[26] "Naturalmente, nós estamos hoje muito distantes de poder fundamentar cientificamente a visão teológica do mundo. Eu creio, porém, que mesmo hoje nos seria possível ver, de maneira puramente racional (sem o apoio de qualquer fé religiosa), que a cosmovisão teológica é plenamente compatível com todos os fatos conhecidos. O célebre filósofo e matemático Leibniz já tentou isso, há 250 anos atrás".

ESSLER, W.K.& BRENDEL, E. (1993) *Grundzüge der Logik, II: Klassen/Relationen/Zahlen*, 4ª ed., Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann.

FITTING, M. (2002). *Types, tableaus, and Gödel's God.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

FORBES, G. (1995). "Possible worlds". In *A companion to metaphysics*. J. Kim & E. Sosa (eds.). Oxford: Basil Blackwell, pp. 404-5.

FUHRMANN, A. (2005). "Existenz und Notwendigkeit: Kurt Gödels axiomatische Theologie". In Wolfgang Spohn, Peter Schroeder-Heister & Erik J. Olsson (eds.): *Logik in der Philosophie*. Heidelberg: Synchron, pp. 349-74.

GÖDEL, K. (1995 A). "Ontological Proof.". In *Collected Works*, Vol. III. S. Feferman & S.C. Kleene (eds.). New York: Oxford University Press, pp. 403-4 e p. 476.

GÖDEL, K. (1995 B) "Appendix B: Texts relating to the ontological proof". In *Collected Works*, Vol. III. S. Feferman & S.C. Kleene (eds.). New York: Oxford University Press, pp. 429-37 e p. 478.

HÁJEK, P. (2001). "Der Mathematiker und die Frage der Existenz Gottes (betreffend Gödels ontologischen Beweis)". *In* B. Buldt *et alii* (eds.): *Kurt Gödel – Leben und Werk*. Wien: Hölder – Pichler – Tempsky, vol. 2.

HUGHES, G.E. & CRESSWELL, M.J. (1996). *A new introduction to modal logic*. London/New York: Routledge.

JACQUETTE, D. (1997). "Haecceity". In *The Cambridge Dictionary of Philosophy*, 1ª edição 1995, 3ª reimpressão 1997. Robert Audi (ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

KIM, J. & SOSA, E. (eds., 1999) *Metaphysics: An anthology*, Part III. Oxford: Blackwell Publishers.

LEIBNIZ, W. (1969). *Philosophical papers and letters*. Tradução de L. Loemaker. Dordrechet: Reidel.

LÖFFLER, W. (2000). *Notwendigkeit, S5 und Gott: das ontologische Argument für die Existenz Gottes in der zeitgenössischen Modallogik*. Münster/Hamburg/London: LIT Verlag.

LOUX, M.J. (Ed., 1979). *The possible and the actual: Readings in the metaphysics of modality*. Ithaca and London: Cornell University Press.

MATES, B. (1980). *Elementary logic*. New York: Oxford University Press, 2ª ed, 1972, 6ª reimpressão, 1980. (Edição em português, a partir da 1ª ed. (1967): *Lógica elementar*. Tradução de L. Hegenberg e O. S. da Mota. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1968.)

NEWMAN, J.H. (1997). *Fifteen sermons preached before the University of Oxford*. Notre Dame: University of Notre Dame Press.

PANACCIO, C. (2000). "Philosophie analytique et histoire de la philosophie". In Pascal Engel (ed.): *Précis de philosophie analytique*. Paris: Presses Universitaires de France, pp. 325-44.

PIRES, C. (1999). "Essência". In *Logos: Enciclopédia Luso-Brasileira de Filosofia*, vol. 2, 2ª ed.. Lisboa & S. Paulo: Verbo, pp. 256-9.

PLANTINGA, A. (1995). "Essence and essencialism". In *A companion to metaphysics*. J. Kim e E. Sosa (eds.). Oxford: Blackwell, pp. 138-40.

RÖD, W. (1992) *Der Gott der reinen Vernunft-Die Auseinandersetzung um den ontologischen Gottesbeweis von Anselm bis Hegel*. München: Beck.

SAUTTER, Fr. Th. (2000). *O argumento ontológico gödeliano para a existência de Deus*. Tese de doutorado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas/Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, setembro de 2000.

SCOTT, D. (1987). "Gödel's ontological proof ". In: *Appendix 3. Notes in Dana Scott's hand*. [Transcribed by J.H. Sobel with the permission of Dana Scott, and John Milnor on behalf of the custodians of Kurt Gödel's Nachlass.] Apêndice a SOBEL (1987), pp. 257-8.

SOBEL, J.H. (1987). "Gödel's ontological proof ". In *On Being and Saying. Essays for Richard Cartwright*. J.J. Thomson (ed.). Cambridge/Massachusetts: MIT Press, pp. 241-61.

TOMÁS DE AQUINO (1990). *Suma contra os gentios*. Vol. I, capítulos X e XI. Tradução de D. Odilão Moura e D. Ludgero Jaspers. Porto Alegre: Escola Superior de Teologia S. Lourenço de Brindes; Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul.

VRIES, J. de (1961). "Deus (Provas da existência de)". In W. Brugger: *Dicionário de Filosofia*. São Paulo: Herder, pp. 160-4.

WANG, H. (1988). *Reflections on Kurt Gödel*. Cambridge/Massachusetts: MIT Press.

WANG, H. (1996) *A logical journey: from Gödel to philosophy*. Cambridge (Massachusetts)/London (England): The MIT Press.