Examen ALGAD

1. **1-1**

   MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

   În spațiul vectorial al vectorilor liberi 3 dimensional, se considera vectorii $\overline{a} = 3\overline{i}$; $\overline{b} = \overline{i} + \overline{j}$; $\overline{c} = 2\overline{j} - \overline{k}$. Atunci vectorul $\overline{c} \times \overline{a} - \overline{a} \times \overline{b}$, este:

   (a) $-3\overline{j} - 9\overline{k}$ (100%)
   (b) $-3\overline{j} - 6\overline{k}$
   (c) $-3\overline{j} + 9\overline{k}$
   (d) $-3\overline{j} - 3\overline{k}$

2. **1-2**

   MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

   Se consideră curba Γ definită de parametrizarea $r : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$: $\overline{r}(t) = a\cos(t)\overline{i} + a\sin(t)\overline{j} + bt\overline{k}$, cu a, b constante reale nenule. Atunci CURBURA acestei curbe va fi:

   (a) $\dfrac{b}{a^2 + b^2}$;
   (b) $\dfrac{a}{a^2 - b^2}$;
   (c) $\dfrac{a}{a^2 + b^2}$; (100%)
   (d) $\dfrac{b}{a^2 - b^2}$.

3. **1-3**

   MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

   În reperul cartezian $Oxyz$, se dau punctele A, B, C. Dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABC, atunci are loc egalitatea

   (a) $\overline{GA} + \overline{GB} - \overline{GC} = 0$;
   (b) $-\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = 0$;
   (c) $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = 0$; (100%)
   (d) $2\overline{GA} + \overline{GB} + 2\overline{GC} = 0$

4. **1-4**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Fie V un spaţiu vectorial real iar u, v doi vectori nenuli. Atunci cosinusul unghiului dintre vectorii u şi v, este numarul $\theta \in [0, \pi]$ definit prin egalitatea:

(a) $cos\theta = \frac{(\overline{u} \times \overline{v})}{|\overline{u}| \cdot |\overline{v}|}$;
(b) $cos\theta = \frac{\overline{u}}{|\overline{u}| \cdot |\overline{v}|}$;
(c) $cos\theta = \frac{\overline{v}}{|\overline{u}| \cdot |\overline{v}|}$;
(d) $cos\theta = \frac{(\overline{u}, \overline{v})}{|\overline{u}| \cdot |\overline{v}|}$;. (100%)

5. **1-5**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Se dau vectorii liberi $\overline{a} = \overline{i} + 2\lambda\overline{j} - (\lambda - 1)\overline{k}$; $\overline{b} = (3 - \lambda)\,\overline{i} + \overline{j} + 3\overline{k}$. Valoarea parametrului real λ pentru care vectorii $\overline{a}$ şi $\overline{b}$ sunt ortogonali este

(a) $\lambda = 0$
(b) $\lambda = 3$ (100%)
(c) $\lambda = 5$
(d) $\lambda = 4$

6. **1-6**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Fie punctele $O\,(0, 0, 0)$, $A(1, 1, 2)$ și $B(2, 2, 6)$ din reperul cartezian $Oxyz$. Produsul scalar $2 \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OB}$ este

(a) 30;
(b) 32; (100%)
(c) 42;
(d) -32.

7. **1-7**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Unghiul ϕ dintre vectorii $\overline{v_1} = \overline{i} + \overline{j} - 4\overline{k}$, $\overline{v_2} = \overline{i} - 2\overline{j} + 2\overline{k}$ este

(a) $\phi = \frac{\pi}{4}$;
(b) $\phi = \frac{3\pi}{4}$; (100%)
(c) $\phi = \frac{\pi}{2}$;
(d) $\phi = \frac{\pi}{6}$.

8. **1-8**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

După rezolvarea sistemului de ecuații liniare,

$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + y + z = 2 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

gasim soluțiile:

(a) $x = y = 2, z = -1$
(b) $x = y = 1, z = 0$ (100%)
(c) $x = 1, y = -1, z = 2$
(d) $x = 2, y = 3, z = 1$

9. **1-9**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Se consideră curba Γ definită de parametrizarea $r : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$: $\overline{r}(t) = (acost, asint, bt)$, cu a, b constante reale nenule. Atunci elementul de arc al acestei curbe va fi:

(a) $ds = \sqrt{a^2 - b^2}dt$;
(b) $ds = \sqrt{a^2 + b^2}dt$; (100%)
(c) $ds = \sqrt{2a^2 - 2b^2}dt$;
(d) $ds = \sqrt{a^2 + 2b^2}dt$.

10. **1-10**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Fie $B = (2, 2, -1), (2, -1, 2), (-1, 2, 2)$. Aflați coordonatele vectorului $x = (1, 1, 1)$, în această bază

(a) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$;

(b) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$;
(c) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$; (100%)
(d) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

11. **1-11**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Valorile proprii ale formei pătratice: $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$F(x) = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^3 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3,$$

sunt:

(a) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 7$;
(b) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 7$
(c) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -7$ (100%)
(d) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -7$

12. **1-12**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Tangenta la elipsa:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

în punctul de coordonate $M(4, 8)$, este de ecuație:

(a) $y = 2 + 2x$;
(b) $y = 3 + 2x$;
(c) $y = 1 - 2x$;
(d) $y = 2 - 2x$. (100%)

13. **1-13**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Fie dreapta de ecuație $(d) : \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+2}{4}$. Ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3, -1, -1)$ și este paralelă cu dreapta (d) este

(a) $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{4}$;
(b) $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{4}$; (100%)
(c) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$;

(d) $\frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{4}$.

14. **1-14**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Fie $C^0(\mathbb{R})$ spațiul vectorial real al funcțiilor reale și continue. Să se stabilească dimensiunea subspațiului generat de submulțimea $\{e^{ax}, xe^{ax}, x^2e^{ax}\}$ din acest spațiu vectorial $C^0(\mathbb{R})$.

(a) 1;
(b) 2;
(c) 3; (100%)
(d) 0;

15. **1-15**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Vectorii din mulțimea $\{(1, -1, 2), (1, 0, 3), (2, 1, 1)\}$

(a) sunt liniar dependenți;
(b) au produsul scalar doi câte doi nul;
(c) sunt liniar independenți; (100%)
(d) sunt perpendiculari doi câte doi.

16. **1-16**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Vectorii din mulțimea $\{(1, 1, 1), (1, -1, 1), (-1, 3, -1)\}$

(a) formează o bază ;
(b) sunt liniar independenți;
(c) sunt liniar dependenți; (100%)
(d) sunt paraleli doi câte doi.

17. **1-17**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Normalizați vectorul $(2, 1, 1)$ din $\mathbb{R}^3$

(a) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$;
(b) $\left(\frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$;

(c) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$; (100%)
(d) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$;

18. **1-18**

MULTI | 0.5 points | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Ortonormalizând vectorii din mulțimea $\{(1,1,1),(1,-1,1),(-1,3,-1)\}$ folosind procedeul Gramm-Schmidt se obține

(a) $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(0, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right\}$;
(b) $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(0, \frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right\}$;
(c) $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(0, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$; (100%)
(d) $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(0, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\right\}$.

19. **1-19**

MULTI | 1 point | 0.10 penalty | Single | Shuffle

Punctul din oficiu - aceasta intrebare-orice raspuns la ea va aduce un punct (punctul din oficiu)

(a) 1 punct; (100%)
(b) 1 punct; (100%)
(c) 1 punct; (100%)
(d) 1 punct; (100%)

Total of marks: 10