Introducción a conjuntos

Definición de conjunto

Un conjunto es una colección de *elementos*. Sea A un conjunto de elementos que puede ser finito o infinito se dice que a es elemento de A si, y solo si $a \in A$.

Por lo tanto se puede decir que $A \in \{a\}$.

Simbologia:
- $\exists$ existe
- $\nexists$ no existe
- $\exists!$ existe solo para
- $\in$ pertenece
- $\notin$ no pertenece
- $<, \leq, >, \geq$ menor, menor que, mayor, mayor que
- $\ll, \gg$ super mayor y super menor, se usan para decir que el objeto que se está analizando es tan grande que no cabe en el sistema, por lo tanto se puede simplificar.

Escalamiento: Si se die que un valor es orden a la 1 ($x \approx O(1)$) se da a entender que el valor es muy pequeño. Al programar se puede usar el $\approx O(1)$ para poder aceptar gráficas experimentales resultantes del ruido del sistema y programación que son distintaas a la grafica ideal.

Para definir un conjunto se puede hacer de dos maneras; *exetnsiva* donde se enumeran todos los elementos o *comprensiva*, donde se usa la lógica para poder obtener una expresión sobre los elementos.

Ejemplo:
- Extensiva:
  - $\{a, b, c, d, e\}$
- Comprensiva
  - $\{x \mid x \text{ son las vocales}\}$
  - $\{x \mid x \text{ son las vocales de la palabra casa}\} = \{a\}$, nótese como los conjintos solo pueden tener una vez los elementos
  - $\{x \in \mathbb{N}_0 | -3 \leq x < 2\}$, donde $\mathbb{N}_0$ indica que nuestros naturales van desde el 0, en este caso es igual a $\{0, 1\}$
  - $D \in \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 4 = 0\right\} = \{2, -2\}$
  - $F \in \left\{x \in \mathbb{R} | x^2 + 9 = 0\right\} = \emptyset$, debido a que la solución es $x = +-3i$, que no se encuentra en los reales
  - $R \in \left\{x \in \mathbb{C} \mid x^2 + 2x + 1 = 0\right\}$ que es $\{-1\}$ porque la solución es repetida $(-1, -1)$

Operaciones

Unión: Sea $A \wedge B \neq \emptyset$, dos conjuntos no vacíos tal que $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$, donde juntamos los elementos de ambos.

Intersección: $\{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$, es decir, los que estan en ambos conjuntos.

Diferencia: $A/B = A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$, lo que no tiene el de la derecha la izquierda; los elementos que le faltan a B para ser A

Complemento: $A^c = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$, lo que le falta ser a A para ser el universo U

Diferencia simétrica: $A \triangle B$ o $A \oplus B$ que es $(A - B) \cup (B - A)$, es decir, todo lo que no se repite en A y B, es decir, todos los elementos que no son parte de $A \cap B$ pero que esten en $A \vee B$.

Ejercicio

Sea

- $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 100\} = \{1, 2, 3, .., 99\}$
- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x \leq 7 \land x^2 - 5x + 6 = 0\} = \emptyset$
- $B = \{5, 6, 10, 11\}$
- $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \land x < 11\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 11\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

a)

$$
\begin{aligned}
&(A \oplus B) \cup (B \cap C) \\
&\qquad = \{5, 6, 10, 11\} \cup (5, 6, 10) \\
&\qquad = \{5, 6, 10, 11\}
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
&[(B - C) \cup (C - B)]^c \cap (A - B)^c \\
&\qquad = (B \oplus C)^c \cap (A - B)^c \\
&\qquad = \{3, 4, 7, 8, 9, 11\}^c \cap \emptyset^c \\
&\qquad = \{3, 4, 7, 8, 9, 11\}^c \cap E \\
&\qquad = \{3, 4, 7, 8, 9, 11\}^c \\
&\qquad = \{1, 2, 5, 6, 10, 12, 13, .., 99\}
\end{aligned}
$$

donde E es el universo y por lo tanto $A \cap E = A$

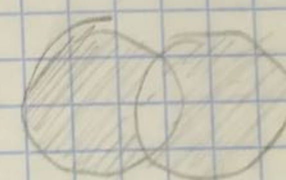
Daniel Alejandro Osorno López 0244685 16/Ago/2023

$\cancel{U \in \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \le x <}$

Sea
- $U \in \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \le x < 100\} = \{1, 2, \ldots, 99\}$
- $A \in \{x \in \mathbb{N} \mid \underbrace{\underset{4,\,5,\,6,\,7}{3 < x \le 7} \wedge \underset{2,\,3}{x^2 - 5x + 6 = 0}}_{\text{Ninguno}}\} = \emptyset$

- $B \in \{5, 6, 10, 11\}$
- $C \in \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \wedge x < 11\}$

$= \{3, 4, 5, 6, \ldots, 10\}$



a) $(A \oplus B) \cup (B \cap C)$

lo que no se repite en A y B

lo que está a B y C

$|R| = 4$

$R = \{5, 6, 10, 11\} \cup \{5, 6, 10\} = \{5, 6, 10, 11\}$

b) $[(B - C) \cup (C - B)]^c \cap (A - B)^c$

$\{3, 4, 7, 10, 8, 9\} \cup \{3, 4, \cancel{7}, 8\}$

$\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\{1, 2, 12, \ldots, 99\} \cap \{\emptyset\}^c$

$\{1, 2, 5, 6, 10, 12, \ldots, 99\} \cap U$

$= \{1, 2, 5, 6, 10, 12, \ldots, 99\}$

Efectuar las siguientes operaciones entre conjuntos:

$A = \left\{ \frac{3x+1}{2} \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 29 \wedge x \in \mathbb{N} \right\}$

$= \{ 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, \cancel{32}, \cancel{35}, \cancel{38}, \cancel{41}, \cancel{44} \}$

$B = \left\{ \frac{n^2-4}{n-2} \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 18 \wedge n \neq 2 \right\}$

$= \{ 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 \}$

$C = \left\{ \frac{5n+1}{3} \in \mathbb{N} \mid 3 \leq n \leq 19 \wedge n \in \mathbb{N} \right\}$

$= \{ 7, 12, 17, 22, 27, \cancel{32} \}$

$U = \{ x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 29 \}$

$= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \ldots, 29 \}$

a) $[(C-A) \cup (A-C)]^c \cap [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= (A \oplus C)^c \cap \cancel{(A \oplus} [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= \{ 5, 7, 8, 11, 12, 14, \cancel{17}, 20, 22, 23, 26, 27, 29, \cancel{35}, \cancel{38}, \cancel{41}, \cancel{44} \}^c$

$\cap [\{ 23, 26, 29, \cancel{32}, \cancel{35}, \cancel{38}, \cancel{41}, \cancel{44} \} \cup \{ 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20 \}]^c$

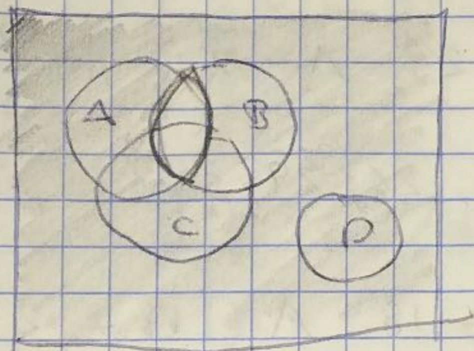
$= \{ 5, 7, 8, 11, 12, 14, 20, 22, 23, 26, 27, 29 \}^c \cap [\{ 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 17, 20 \}]^c$ ...

$= \{ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 28 \}$

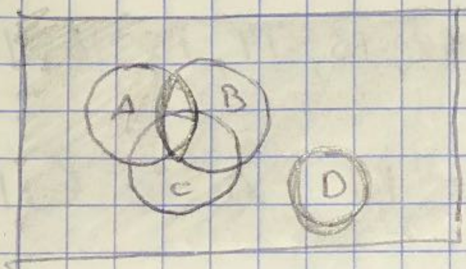
$\cap \{ \cancel{3}, \cancel{5}, 6, \cancel{8}, 9, \cancel{10} \}$ $\{ 1, 2, 4, 7, 12, 21, 17, 22, 23, \ldots, 29 \}$

$= \{ 1, 2, 4, 21, \cancel{22}, \cancel{23}, 24, 25, 28 \}$

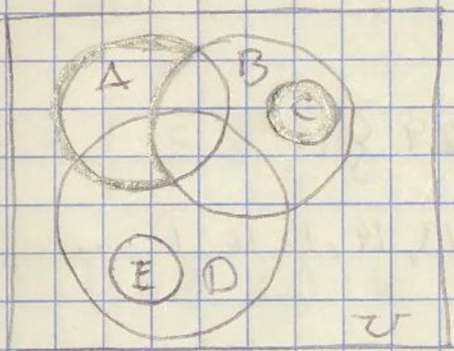
Sean A, B, C, D conjuntos no vacíos tal que... si $E = \varnothing$



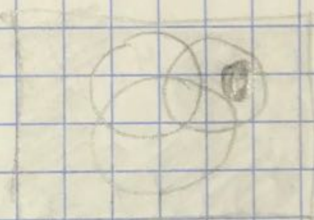
a) $(A \cap B)^c - E$



b) $(A \cap B)^c - D$



d) $(B \Delta C) - (A - B)^c = \varnothing$



Semana 2: Miércoles y hoy

1. Daniel Alejandro Osorio López 0244685

$A = \{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29\}$

$B = \{3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$C = \{7, 12, 17, 22, 27\}$

$U = \{1, 2, \ldots, 29\}$

a) $[(C-A) \cup (A-C)]^c \cap [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= (A \oplus C)^c \cap [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= \{5, 7, 8, 11, 12, 14, 20, 22, 23, 27, 26, 29\}^c \cap [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 28\} \cap [(A-B) \cup (B-C)]^c$

$= \{1, \ldots, 4, 6, 9, 10, 13, 15, \ldots, 19, 21, 24, 25, 28\} \cap$

$[\{23, 26, 29\} \cup \{3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20\}]^c$

$= \{1, \ldots, '' \quad ''\} \cap$

$[\{3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20\}]^c$

$= \{1, \ldots, '' \quad ''\} \cap \{1, 2, 4, 7, 12, 17, 21, 22, 23, \ldots, 29\}$

$= \{1, 2, 4, 17, 21, 24, 25, 28\}$

b) $[(A \cap B \cap C)^c - (B - C^c)]^c$

$= [\{17\}^c - (B - C^c)]^c = [\{17\}^c - (B - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 28, 29\})]^c$

$= [\{17\}^c - \{7, 12, 17\}]^c = [\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29\}]^c$

$= \{7, 12, 17\}$

c) $[(A-B) - (B-C) - (C-A)] \cap [B^c \cap A^c]$

$= [\{23, 26, 29\} - \{3, 5, 6, 8, \ldots, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20\} - \{7, 12, 22, 27\}]$

$\cap [\{1, 2, 4, 21, 22, 23, 24, \ldots, 29\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 28\}$

$= \{23, 26, 29\} \cap \{\ldots\} = \emptyset$