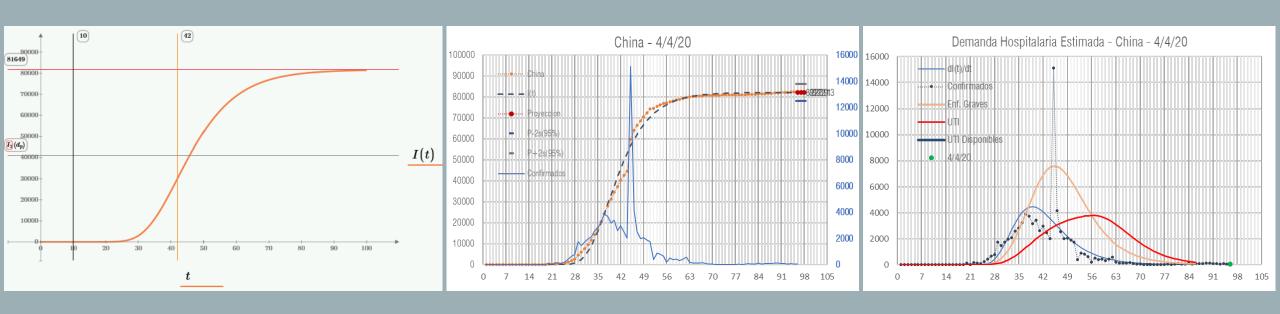
### COVID-19 MODELO NUMÉRICO DE CASOS DE INFECCIÓN Y ESTIMACIONES EPIDÉMICAS MODELO ASIMÉTRICO -GOMPERTZ

| Present     | ation · April 2020  |       |  |  |  |  |
|-------------|---|-------|--|--|--|--|
| DOI: 10.131 | 10/RG.2.2.19440.40969   |       |  |  |  |  |
| CITATIONS   |   | READS |  |  |  |  |
| 0           |   | 870   |  |  |  |  |
| 1 autho     | :   |       |  |  |  |  |
|             | Pablo Burgos  |       |  |  |  |  |
|             | National University of San Juan   |       |  |  |  |  |
|             | 4 PUBLICATIONS 0 CITATIONS  |       |  |  |  |  |
|             | SEE PROFILE   |       |  |  |  |  |
| Some of     | Some of the authors of this publication are also working on these related projects: |       |  |  |  |  |
|             |   |       |  |  |  |  |
| Project     | Covid 19 Pojections View project  |       |  |  |  |  |

### COVID-19 MODELO NUMÉRICO DE CASOS DE INFECCIÓN Y ESTIMACIONES EPIDÉMICAS MODELO ASIMÉTRICO - GOMPERTZ



Ing. Luis Pablo Burgos Vargas

<u>l.pablo.burgos@Gmail.com</u> - <u>pburgos@unsj.edu.ar</u>

### MODELO NUMÉRICO DE GOMPERTZ NUMERO DE INFECTADOS ACUMULADOS I(T)

Ritmo Maximo de Infecciones (?):

 $N_r = 8164.9$ 

Día en que tuvo lugar el contagio comunitario (?) :

 $d_y = 10$ 

Día en que tiene lugar el pico de propagación (?):

 $d_p = 42$ 

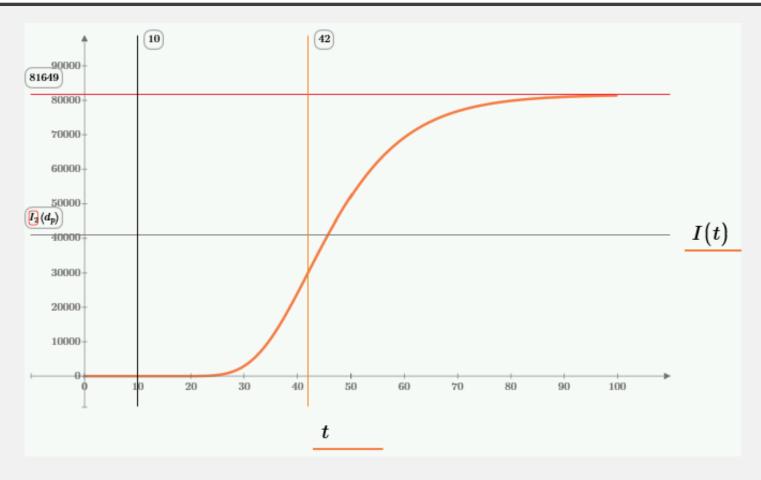
Número total de Infectados:

 $N_t = N_r \cdot d_y = 81649$ 

Modelo Hiperbólico del número de infectados :

 $I(t) \coloneqq N_r \cdot d_y \cdot e^{-e^{rac{-1}{d_y}(t-d_p)}}$ 

### **GRÁFICA**



Esta función corresponde a la función I(t) del modelo FIR, su derivada dI(t)/dt, corresponde al modelo matemático del número de casos diarios, las variables de este modelo se ajustan por iteración mediante el método de mínimos cuadrados y con el paso de los días se obtiene mayor precisión.

### MODELO NUMÉRICO DE GOMPERTZ NUMERO DE INFECTADOS EN EL TIEMPO dI(t)/dt

Ritmo Maximo de Infecciones (?):

 $N_r = 8164.9$ 

Día en que tuvo lugar el contagio comunitario (?):

 $d_y = 10$ 

Día en que tiene lugar el 50% de infectados (?):

 $d_{50} = 42$ 

(Pico de propagación)

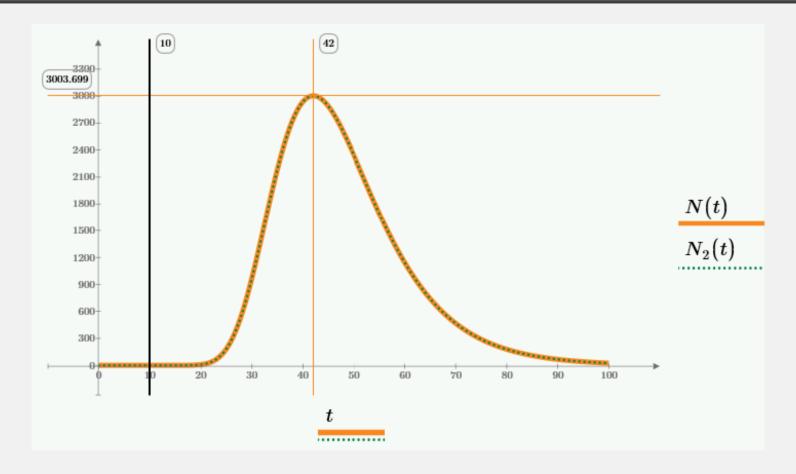
Número total de Infectados:

$$N_t = N_r \cdot d_y = 81649$$

$$N(t) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} I(t) \to 8164.9 \cdot e^{-e^{\frac{21}{5} - \frac{1}{10} \cdot t}} \cdot e^{\frac{21}{5} - \frac{t}{10}}$$

$$N_2(t) \coloneqq N_r \cdot e^{-e^{rac{d_p}{d_y} - rac{t}{d_y}}} \cdot e^{rac{d_p}{d_y} - rac{t}{d_y}}$$

#### **GRAFICA**



Esta función corresponde a la derivada de la función I(t) del modelo FIR, la cual corresponde al modelo matemático del número de casos diarios, las variables de este modelo se ajustan por iteración mediante el método de mínimos cuadrados y con el paso de los días se obtiene mayor precisión.

### APLICACIÓN MODELO NUMÉRICO NUMERO DE INFECTADOS EN EL TIEMPO dI(t)/dt

Aplicando la ecuación de la derivada de I(t) para los distintos casos temenos :

Número de Infectados diarios totales:

$$N_t(t) \coloneqq N_r \cdot e^{-e^{rac{d_p}{d_y} - rac{t}{d_y}}} \cdot e^{rac{d_p}{d_y} - rac{t}{d_y}}$$

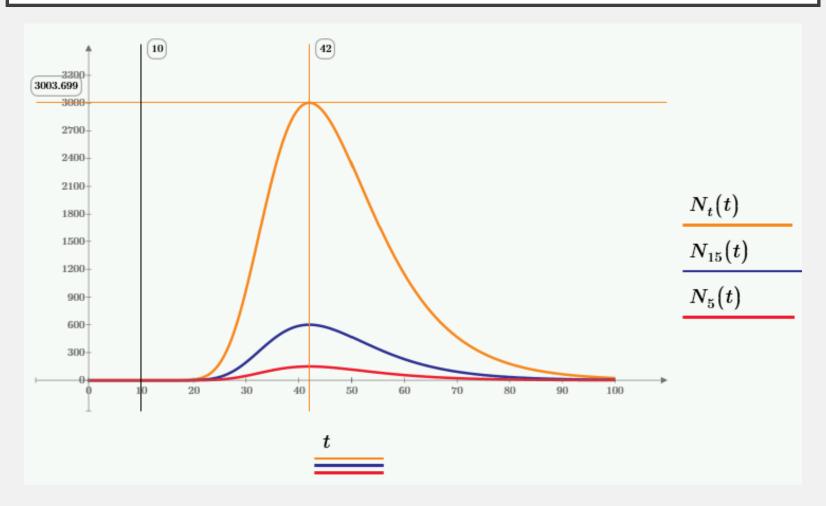
Número de Infectados diarios que requeriran Hospitalización (15%):

$$N_{15}(t)\!\coloneqq\!0.2\!\cdot\! N_r\!\cdot\! e^{-\!e^{\frac{d_p}{d_y}-\frac{t}{d_y}}}\!\cdot\! e^{\frac{d_p}{d_y}-\frac{t}{d_y}}$$

Número de Infectados diarios que requeriran Terapia Intensiva (5%):

$$N_5(t)\!\coloneqq\!0.05\!\cdot\!N_r\!\cdot\!e^{-\!e^{rac{d_p}{d_y}-rac{t}{d_y}}}\!\cdot\!e^{rac{d_p}{d_y}-rac{t}{d_y}}$$

### **GRÁFICA**



Estas ecuaciones nos dan un estimado del numero de Infectados diarios, el numero que representa el 15% que requerirá hospitalización y el 5% que requerirá unidades de terapia intensiva. Ya que las camas de los hospitales se ocupan por un tiempo, se van acumulando los pacientes y los hospitales se van llenando paulatinamente.

Por este motivo, estas curvas no representan la demanda hospitalaria.

### ESTIMACIÓN DE LA DEMANDA HOSPITALARIA

- Para tomar en cuenta el tiempo en que se ocuparán las camas de los hospitales se puede adoptar como escenario posible un tiempo de ocupación (un promedio de este tiempo de ocupación de cada cama por ejemplo), en el cuál se van a acumular los pacientes, y luego los pacientes son trasladados a otras dependencias para culminar su recuperación.
- El plan de contingencia para los servicios de medicina intensiva frente a la pandemia COVID-19 de España toma una media de 13 días de estancia hospitalaria de pacientes graves y de 28 días en el caso de pacientes en terapia intensiva. Es decir:

Tiempo promedio de Hospitalizacion:  $t_{\mu} = 13$ 

Pico de demanda de Casos Graves:

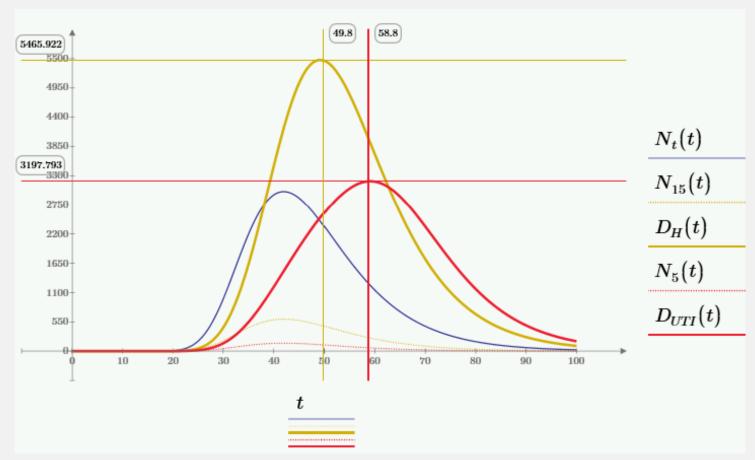
 $\begin{aligned} d_{H} &\coloneqq d_{p} + \frac{3 \ t_{H}}{5} = 49.8 \\ D_{H}(t) &\coloneqq 0.15 \int_{0}^{t} N_{t}(t) - N_{t}(t - t_{H}) \, \mathrm{d}t \end{aligned}$ Demanda hospitalaria de Casos Graves (15%):

Tiempo promedio de Terapia Intensiva:  $t_{rrr} = 28$ 

Pico de demanda de Terapia Intensiva:

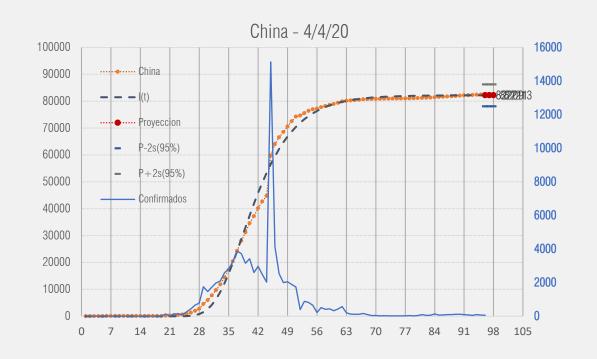
$$\begin{split} d_{UTI} &\coloneqq d_p \! + \! \frac{3 \ t_{UTI}}{5} \! = \! 58.8 \\ D_{UTI}\!\left(t\right) &\coloneqq 0.05 \int\limits_{0}^{t} \! N_t\!\left(t\right) \! - \! N_t\!\left(t - t_{UTI}\right) \mathrm{d}t \end{split}$$
Demanda Hospitalaria de Terapia Intensiva (5%):

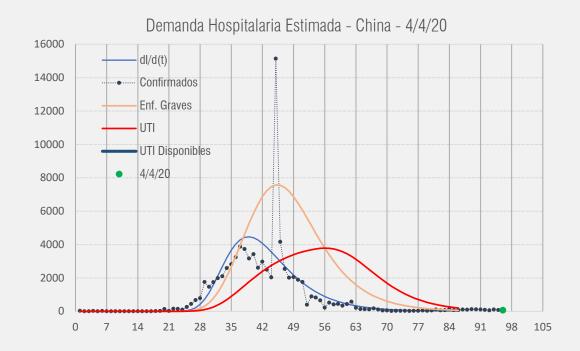
### GRAFICAS DE ESTIMACIÓN DE OCUPACIÓN HOSPITALARIA



La curvas punteadas muestran las curvas de casos diarios de hospitalización y TI (15% y 5%) de los casos diarios dI(t)/dt, éstos se quedarán en promedio un tiempo, lo cual incrementa la ocupación de los hospitales, en el caso de terapia intensiva, la curva se alarga, esto sucede por el largo periodo que permanece ocupada una unidad de terapia intensiva, mientras el número de nuevos casos disminuye luego del pico, los casos se siguen acumulando, dando origen a un nuevos picos uno para los Casos Graves y otro para Terapias Intensivas.

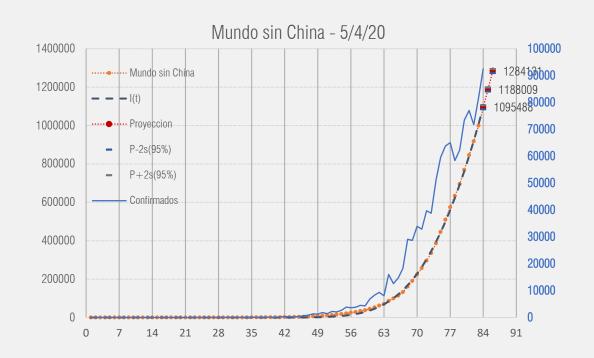
#### AJUSTE DEL MODELO PARA CHINA MODELO DE GOMPERTZ

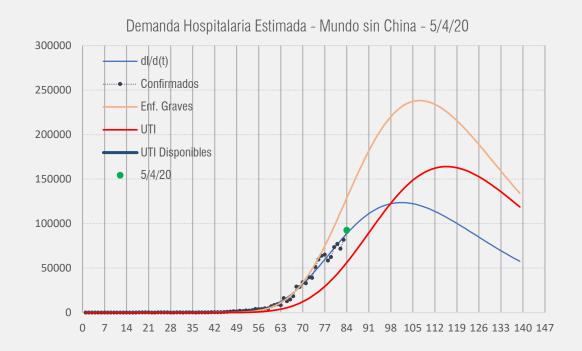




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 6079          | <ul> <li>Desviación estándar (s):</li> </ul>     | 2035 casos      |
|--|---------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 6.8           | • Intervalos de confianza (95%):                 | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 82225         | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>          | 7574 (13/2/20)  |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 38.4 (7/2/20) | <ul> <li>Pico de Terapias Intensivas:</li> </ul> | 3785 (21/2/20)  |
| Coeficiente R2:  | 0.9965        |  |                 |

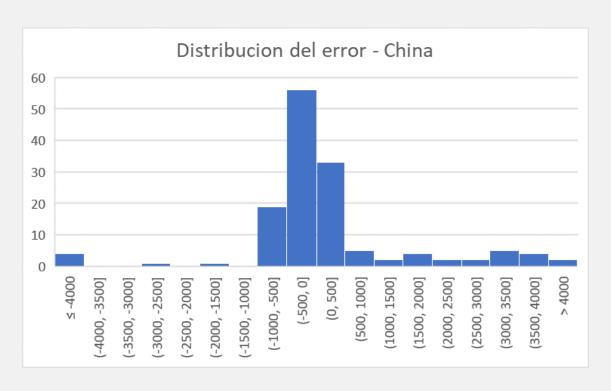
# ESTIMACIONES PARA LOS CASOS MUNDIALES MENOS CHINA – MODELO DE GOMPERTZ

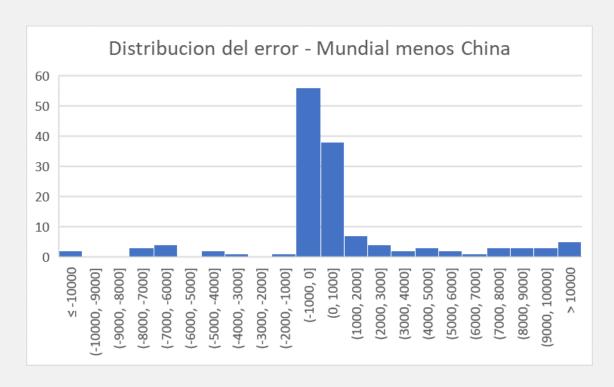




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 168016          | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul>     | 5147 casos       |
|--|-----------------|--|------------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 24.3            | • Intervalos de confianza (95%):               | P-2s < P < P+2s  |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 8150184         | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>        | 227262 (29/4/20) |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 100.9 (22/4/20) | <ul><li>Pico de Terapias Intensivas:</li></ul> | 131275 (6/5/20)  |
| Coeficiente R2:  | 0.9996          |  |                  |

### EVALUACIÓN DEL ERROR

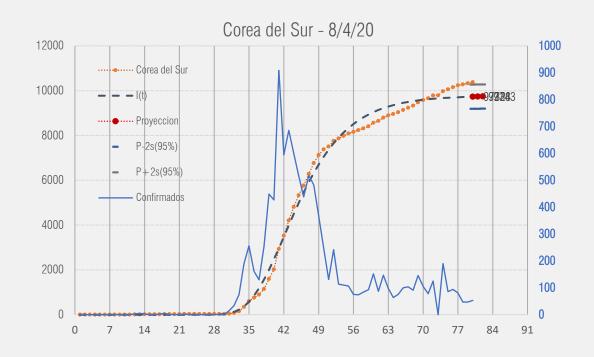


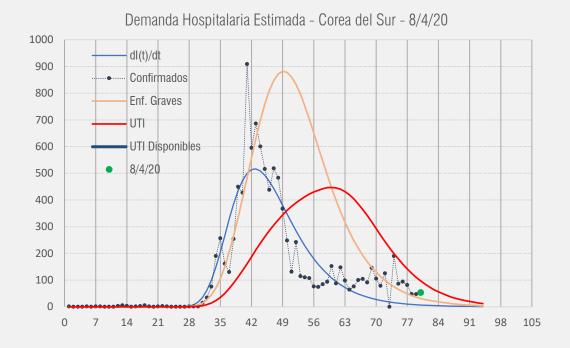


Analizando la distribución del error entre las observaciones y el modelo numérico, vemos que la gran mayoría se concentra cerca del cero, siguiendo aproximadamente una distribución normal. En ambos casos los errores son más grandes entre -1000 y 0, es decir que las observaciones quedan por debajo de la curva más veces que las que quedan encima de la curva, poniendo en evidencia que la identificación de los contagios se retrasa.

Esta distribución normal permite estimar intervalos de confianza a partir de la desviación estándar siguiendo la regla Empírica.

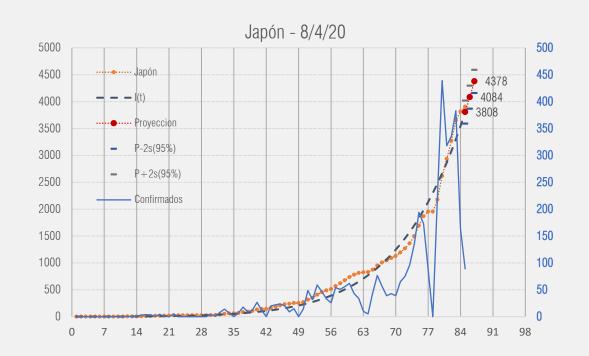
## AJUSTE DEL MODELO PARA COREA DEL SUR MODELO DE GOMPERTZ

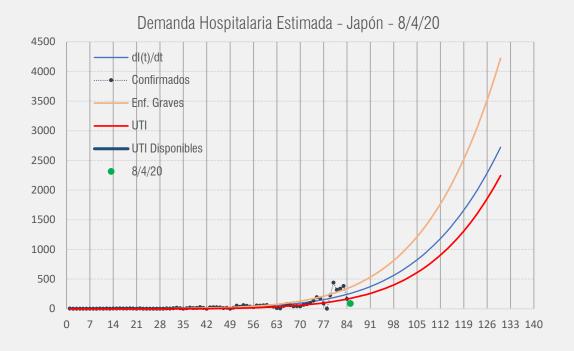




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 703           | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul>       | 270 casos       |
|--|---------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 7.0           | • Intervalos de confianza (95%):                 | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 9775          | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>          | 882 (8/3/20)    |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 42.2 (2/3/20) | <ul> <li>Pico de Terapias Intensivas:</li> </ul> | 447 (16/3/20)   |
| Coeficiente R2:  | 0.9960        |  |                 |

### AJUSTE DEL MODELO PARA JAPÓN MODELO DE GOMPERTZ



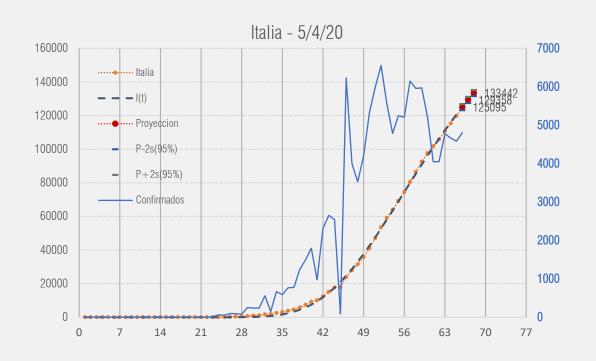


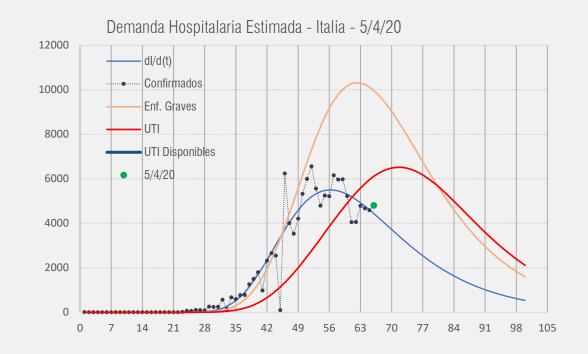
| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 703           | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul>     | 270 casos       |
|--|---------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 7.0           | • Intervalos de confianza (95%):               | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 9775          | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>        | 882 (8/3/20)    |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 42.2 (2/3/20) | <ul><li>Pico de Terapias Intensivas:</li></ul> | 447 (16/3/20)   |
| Coeficiente R2:  | 0.9960        |  |                 |

#### COMENTARIOS

- El modelo se ajusta a las curvas l(t) observados con gran precisión, especialmente a partir del día 21 de la epidemia.
- La curva de propagación cambia diariamente, puesto que se la está modificando deliberadamente mediante las medidas de prevención. Esto hace que sea necesario un reajuste frecuente.
- La curva es tan precisa como el numero de casos detectados, por lo que es necesaria una gran cantidad de pruebas para detectar a los infectados y aumentar la precisión.
- La curva no se ajusta muy bien con pocas observaciones, menos de 14 días para la curva de casos totales y con menos 21 días para la curva de casos diarios, a partir de este último las curvas se estabilizan y es posible obtener con buena precisión un estimado de los picos de la epidemia, siempre y cuando sean los datos confiables.
- El modelo se ajusta bastante bien al caso de Korea del Sur, el cual muestra el comportamiento típico hasta que la contracurva se torna una recta, lo cual hace pensar que el contagio constante puede ser por casos importados, o un crecimiento casi constante del numero de casos por un numero de pruebas fijo realizado diariamente.
- En el caso de Japón se evidencia el aplanamiento de la curva, la cual puede seguir el modelo matemático. Se detecta un incremento brusco en los últimos días.

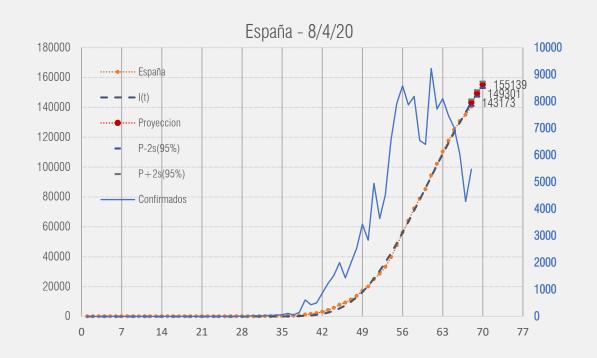
# ESTIMACIONES PARA ITALIA MODELO DE GOMPERTZ

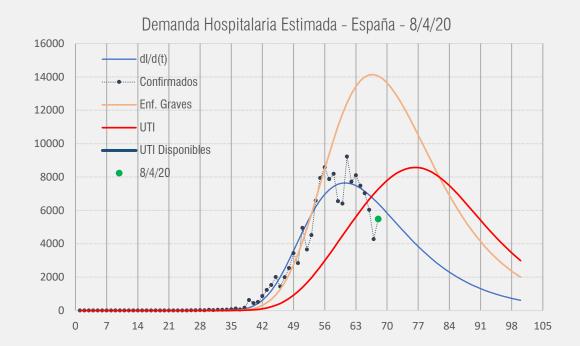




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 7476           | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul> | 900 casos       |
|--|----------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 13.3           | • Intervalos de confianza (95%):           | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 198548         | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>    | 10318 (2/4/20)  |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 55.7 (26/3/20) | • Pico de Terapias Intensivas:             | 6522 (9/4/20)   |
| Coeficiente R2:  | 0.9995         |  |                 |

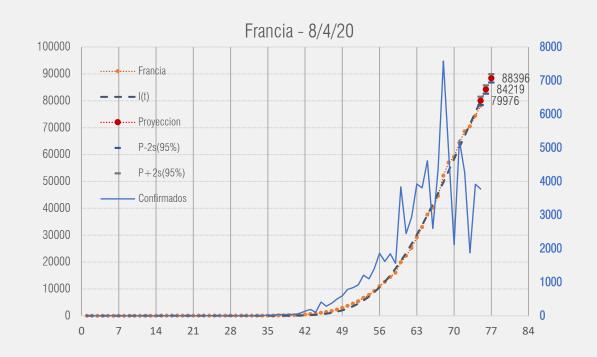
# ESTIMACIONES PARA ESPAÑA MODELO DE GOMPERTZ

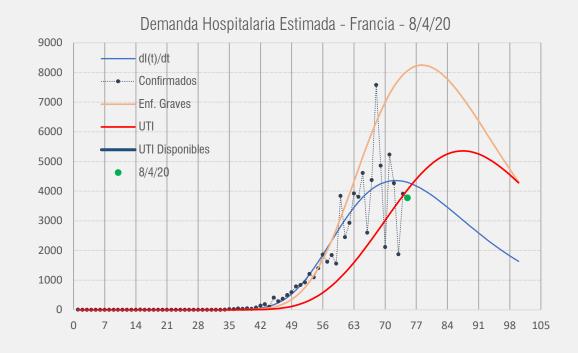




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 10396       | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul> | 1045 casos      |
|--|-------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 11.3        | • Intervalos de confianza (95%):           | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 234752      | • Pico de Casos Graves:                    | 14135 (7/4/20)  |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 60 (1/4/20) | • Pico de Terapias Intensivas:             | 8573 (15/4/20)  |
| Coeficiente R2:  | 0.9994      |  |                 |

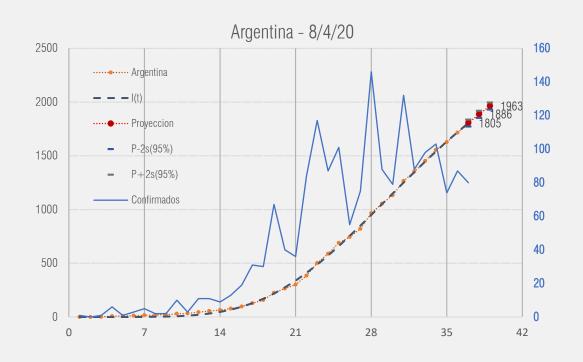
### ESTIMACIONES PARA FRANCIA MODELO DE GOMPERTZ

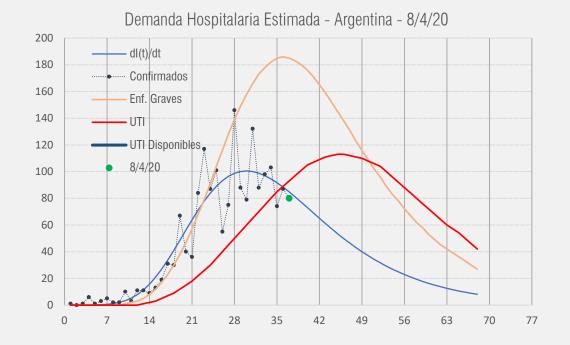




| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 5925          | <ul><li>Desviación estándar (s):</li></ul>     | 779 casos       |
|--|---------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 15.2          | • Intervalos de confianza (95%):               | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 180104        | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>        | 8250 (12/4/20)  |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 71.8 (5/4/20) | <ul><li>Pico de Terapias Intensivas:</li></ul> | 5357 (19/4/20)  |
| Coeficiente R2:  | 0.9987        |  |                 |

# ESTIMACIONES PARA ARGENTINA MODELO DE GOMPERTZ





| <ul> <li>Ritmo máximo de contagios diarios:</li> </ul>         | 137           | <ul> <li>Desviación estándar (s):</li> </ul>     | 16 casos        |
|--|---------------|--|-----------------|
| <ul> <li>Dia estimado del contagio comunitario:</li> </ul>     | 10.9          | • Intervalos de confianza (95%):                 | P-2s < P < P+2s |
| <ul> <li>Número total de casos hasta la contención:</li> </ul> | 2979          | <ul><li>Pico de Casos Graves:</li></ul>          | 186 (7/4/20)    |
| <ul> <li>Dia estimado del pico de contagios:</li> </ul>        | 29.5 (1/4/20) | <ul> <li>Pico de Terapias Intensivas:</li> </ul> | 113 (15/4/20)   |
| Coeficiente R2:  | 0.9994        |  |                 |

#### **COMENTARIOS FINALES**

- El método se ajusta a las observaciones, infectados identificados, por lo que es tan bueno como la detección de los casos en cada región.
- La estimación de las curvas de demanda hospitalaria puede variar significativamente dependiendo del tiempo promedio de estancia Hospitalaria o en Terapia Intensiva. Estos datos son diferentes en las diferentes regiones, por lo que es necesario contar con esta información lo mas precisa posible para poder tener una buena aproximación a la realidad.
- Si la estadía hospitalaria o de terapia intensiva se alarga demasiado, es posible que la curva de demanda presente dos picos,
   ya que el contagio continúa y luego de un tiempo se acumulan pacientes nuevamente, dando origen a un nuevo pico.
- Las curvas de demanda hospitalaria varían constantemente dependiendo de la eficacia en las medidas de contención, por lo que es necesario recalcularlas periódicamente. Vale la pena destacar que por este motivo es necesario contar con muchas observaciones para poder tener un resultado mas o menos estable, como mínimo 21 días.
- La manera mas eficiente de reducir la demanda hospitalaria, aparte de reducir el numero de infectados, es poder reducir el tiempo de estadía, si bien depende mucho de la evolución de cada paciente, es de vital importancia reducir al mínimo la burocracia y agilizar la atención de cada paciente máximo posible.