

Demografía I

Notas de Clase

Tablas de mortalidad

Objetivos:

- Repasar la notación y la definición de las funciones de la tabla de mortalidad.
- Calcular las funciones de una tabla de mortalidad de acuerdo con los datos suministrados.

Contenidos:

- La tabla de mortalidad
- Las funciones de la tabla de mortalidad
- Pasos para la elaboración de una tabla de mortalidad
- Las primeras edades y el grupo abierto
- Gráficos de las principales funciones de la tabla de mortalidad
- Interpretando la tabla de mortalidad
- Descomposición de diferencias en la esperanza de vida al nacer

La tabla de mortalidad

Como hemos constatado en clase, la tasa bruta de mortalidad está **influenciada por la estructura** por edades y, por ello, no es una medida útil para informar el nivel de la mortalidad de un país ni para comparar la mortalidad entre países o en diferentes años para un mismo país. Para esto, se **tipifican** las tasas brutas de mortalidad o se utilizan **medidas que no están influenciadas** por la estructura por edades.

La **esperanza de vida** al nacer es uno de los indicadores más utilizados para reflejar el nivel de la mortalidad en un **período** y nos informa sobre el número de años que, en promedio, una **persona viviría** si es sometida a las **condiciones de mortalidad observadas**.

Este indicador es estimado con una **tabla de mortalidad de período**. La tabla de mortalidad, o tabla de vida, es una de las herramientas **más utilizadas** en la demografía y la **esperanza de vida** al nacer es el indicador más utilizado de la tabla.

El **objetivo** principal de la tabla de mortalidad de **período** es someter una **cohorte hipotética** de personas a las **probabilidades de muerte** de la población, en un período observado, para estimar la **esperanza de vida** al nacer.

Por esto, la **interpretación** de la esperanza de vida al nacer es **condicional**, es decir, son los **años promedio de una cohorte "si"** son observadas las **condiciones de mortalidad** en el periodo de referencia. La tabla permite también describir el comportamiento de la **mortalidad por edad**, obtener **probabilidades** y otras **medidas resumen** de mortalidad.

Las tablas de mortalidad se clasifican en tablas de **período** o de **cohorte**. Las más utilizadas son las tablas de período, las cuales se basan en la **experiencia de mortalidad** observada durante un **período** (generalmente de un año) por **todas las edades** en una población.

Las **tablas de mortalidad de cohorte**, siguen a una **cohorte** de personas en el tiempo hasta que se **extinga**, y la **esperanza de vida** al nacer define la **experiencia real** de mortalidad de los individuos de la cohorte a lo largo de sus vidas.

Las funciones de la tabla de mortalidad

Las tablas de mortalidad se clasifican en tablas **completas** y **abreviadas**, según la extensión de los **intervalos** de edad empleados. En las tablas completas se trabaja con **edades simples**, mientras que, en las tablas abreviadas, con **grupos de edad**.

La **esperanza de vida** al nacer en la región de **América Latina y Caribe** en 2015-2020 fue de **75.25** años. Lo que significa que una persona viviría, en promedio, 75.25 años si son **observadas las condiciones de mortalidad** de Latinoamérica y el Caribe en **2015-2020 durante toda su vida**.

*Ejemplo de una tabla de mortalidad de periodo abreviada:
América Latina y el Caribe 2015-2020*

x	n	${}_nm_x$	${}_na_x$	${}_nq_x$	${}_np_x$	l_x	${}_nd_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x^0
0	1	0,01567	0,09	0,01545	0,98455	100000	1545	98596	7525033	75,25
1	4	0,00092	1,52	0,00367	0,99633	98455	361	392924	7426437	75,43
5	5	0,00037	2,25	0,00186	0,99814	98094	182	489967	7033512	71,70
10	5	0,00043	2,76	0,00217	0,99783	97911	212	489082	6543545	66,83
15	5	0,00097	2,73	0,00482	0,99518	97699	471	487428	6054463	61,97
20	5	0,00151	2,60	0,00754	0,99246	97228	733	484381	5567035	57,26
25	5	0,00170	2,54	0,00848	0,99152	96495	818	480461	5082654	52,67
30	5	0,00187	2,55	0,00931	0,99069	95677	890	476203	4602192	48,10
35	5	0,00221	2,58	0,01101	0,98899	94786	1043	471411	4125989	43,53
40	5	0,00283	2,62	0,01404	0,98596	93743	1316	465583	3654578	38,99
45	5	0,00395	2,64	0,01957	0,98043	92427	1809	457873	3188995	34,50
50	5	0,00574	2,65	0,02831	0,97169	90618	2566	447062	2731122	30,14
55	5	0,00848	2,65	0,04156	0,95844	88053	3659	431672	2284060	25,94
60	5	0,01279	2,64	0,06209	0,93791	84393	5240	409625	1852388	21,95
65	5	0,01915	2,62	0,09160	0,90840	79153	7251	378541	1442763	18,23
70	5	0,02945	2,63	0,13764	0,86236	71903	9897	336014	1064222	14,80
75	5	0,04589	2,59	0,20660	0,79340	62006	12810	279129	728207	11,74
80	5	0,07072	2,53	0,30104	0,69896	49195	14810	209406	449078	9,13
85	5	0,10723	2,45	0,42087	0,57913	34386	14472	134964	239673	6,97
90	5	0,15892	2,33	0,55758	0,44242	19914	11104	69871	104709	5,26
95	5	0,22850	2,16	0,69333	0,30667	8810	6108	26733	34839	3,95
100	∞	0,33332	3,00	1	0	2702	2702	8106	8106	3,00

Fuente: United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition.

x : edad exacta x

${}_nm_x$: tasas específicas de mortalidad entre las edades x y $x + n$

${}_na_x$: promedio de años-persona vividos por aquellos que murieron entre las edades x y $x + n$

${}_nq_x$: probabilidad de fallecer entre las edades x y $x + n$

${}_np_x$: probabilidad de sobrevivir entre las edades x y $x + n$

l_x : número de sobrevivientes en la edad x

${}_nd_x$: número de defunciones entre las edades x y $x + n$

${}_nL_x$: número de años-persona vividos entre las edades x y $x + n$

T_x : número total de años-personas que les resta por vivir a los sobrevivientes de edad exacta x

e_x^0 : esperanza de vida a la edad exacta x . Es el número de años que en promedio les resta por vivir a los sobrevivientes de edad exacta x

n : Tamaño del grupo de edad en número de años. Por ejemplo, el grupo de edad que inicia con la edad $x = 10$ y tiene tamaño $n=5$, es el grupo de 10 a 14 años. O sea, son exactamente cinco años entre la edad exacta 10 y justo antes de cumplir 15 años. Cuando se escribe "entre las edades x y $x + n$ " significa exactamente entre la edad x y antes de cumplir la edad exacta $x + n$, entre 10 y 14 años en este ejemplo.

Pasos para la elaboración de una tabla de mortalidad

Paso 1 Calcular las tasas específicas de mortalidad (${}_nm_x$) que se utilizarán para la construcción de la tabla.

En general se asume que ${}_nm_x = {}_nM_x$, lo que implica que se reproducen los valores observados en una población durante un determinado periodo.

Paso 2 Definir la serie de ${}_na_x$ que se emplearán para la conversión ${}_nm_x \rightarrow {}_nq_x$. Para edades menores a 5 se pueden utilizar las ecuaciones de Coale y Demeny mostradas en seguida. Para los grupos de edades de 5-9 en adelante, en general se utiliza 2,5 o algún otro valor preestablecido.

Paso 3 Calcular las probabilidades de morir:

$${}_nq_x = \frac{n \times {}_nm_x}{1 + (n - {}_na_x) {}_nm_x}$$

Para el grupo final: ${}_{\infty}q_x = 1,00$.

Paso 4 Calcular las probabilidades de sobrevivencia: ${}_np_x = 1 - {}_nq_x$

Paso 5 Escoger el valor del "radix" (l_0), cuyo valor es arbitrario y puede variar entre 1 y 1000000. En general se utiliza 100000 y l_x , ${}_nd_x$, ${}_nL_x$ y T_x varían en exacta proporción al valor escogido.

Paso 6 Calcular los sobrevivientes a las distintas edades:

$$l_{x+n} = l_x \times {}_np_x$$

(ejemplos: $l_1 = l_0 \times {}_1p_0$,
 $l_5 = l_1 \times {}_4p_1$,
 $l_{10} = l_5 \times {}_5p_5, \dots$)

Paso 7 Calcular las defunciones ocurridas entre las edades x y $x+n$:

$${}_nd_x = l_x - l_{x+n} \text{ o } {}_nd_x = l_x \times {}_nq_x$$

Nótese que algunas de las funciones de la tabla de mortalidad hacen referencia a una edad **simple (exacta)**: l_x , T_x y e_x^0 , mientras que otras se refieren a intervalos que comienzan en la edad x y tienen una **amplitud de exactamente n años**: ${}_nq_x$, ${}_np_x$, ${}_nm_x$ y ${}_na_x$.

Paso 8 Calcular los años-persona vividos en el intervalo entre las edades x y $x+n$:

$${}_nL_x = (n \times l_{x+n}) + ({}_na_x \times {}_nd_x)$$

Para el grupo final, que empieza en la edad x^* :

$${}_{\infty}L_{x^*} = l_{x^*} / {}_{\infty}m_{x^*}$$

Paso 9 Calcular los años-persona vividos por la cohorte de l_0 nacimientos entre las edades x y ω :

$$T_x = \sum_{a=x}^{\omega} {}_nL_a$$

Esta función de la tabla suma los años-persona vividos a partir de la edad x , y para su cálculo se van acumulando desde el último grupo de edad hacia a la edad x .

Paso 10 Calcular las esperanzas de vida:

$$e_x^o = T_x / l_x$$

Las primeras edades y el grupo abierto

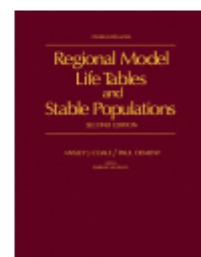
${}_na_x$ en las primeras edades

El promedio de años-persona vividos por aquellos que murieron en las primeras edades.

Es importante tener presente, cuando se está **transformando** una tasa de mortalidad en una **probabilidad**, que ${}_na_x$ es una **función del nivel de la mortalidad**. Hay que recordar además que, cuando **menor la mortalidad**, más **concentradas** están las **mueres infantiles** en las **primeras etapas de la infancia**.

Coale y Demeny en su publicación "Regional Model Life Tables and Stable Populations" ajustaron la relación entre ${}_1a_0$ y ${}_4a_1$ y los valores de ${}_1q_0$ que, adaptada a las circunstancias típicas encontradas para la elaboración de una tabla de mortalidad, se presentan en el siguiente cuadro, cuyas fórmulas pueden utilizarse para derivar ${}_na_x$ para edades menores a 5 en caso de falta de información.

	Hombres	Mujeres
Valor de ${}_1a_0$:		
Si ${}_1m_0 \geq 0,107$	0,330	0,350
Si ${}_1m_0 < 0,107$	$0,045 + 2,684 \cdot {}_1m_0$	$0,053 + 2,800 \cdot {}_1m_0$
Valor de ${}_4a_1$:		
Si ${}_1m_0 \geq 0,107$	1,352	1,361
Si ${}_1m_0 < 0,107$	$1,651 - 2,816 \cdot {}_1m_0$	$1,522 - 1,518 \cdot {}_1m_0$



El grupo abierto final

Las formulas presentadas anteriormente no son aplicables al grupo abierto final, en el cual n es infinito. Una forma convencional de resolver tal situación es retomar la definición de ${}_n m_x$, es decir:

$${}_n m_x = \frac{{}_n d_x}{{}_n L_x}$$

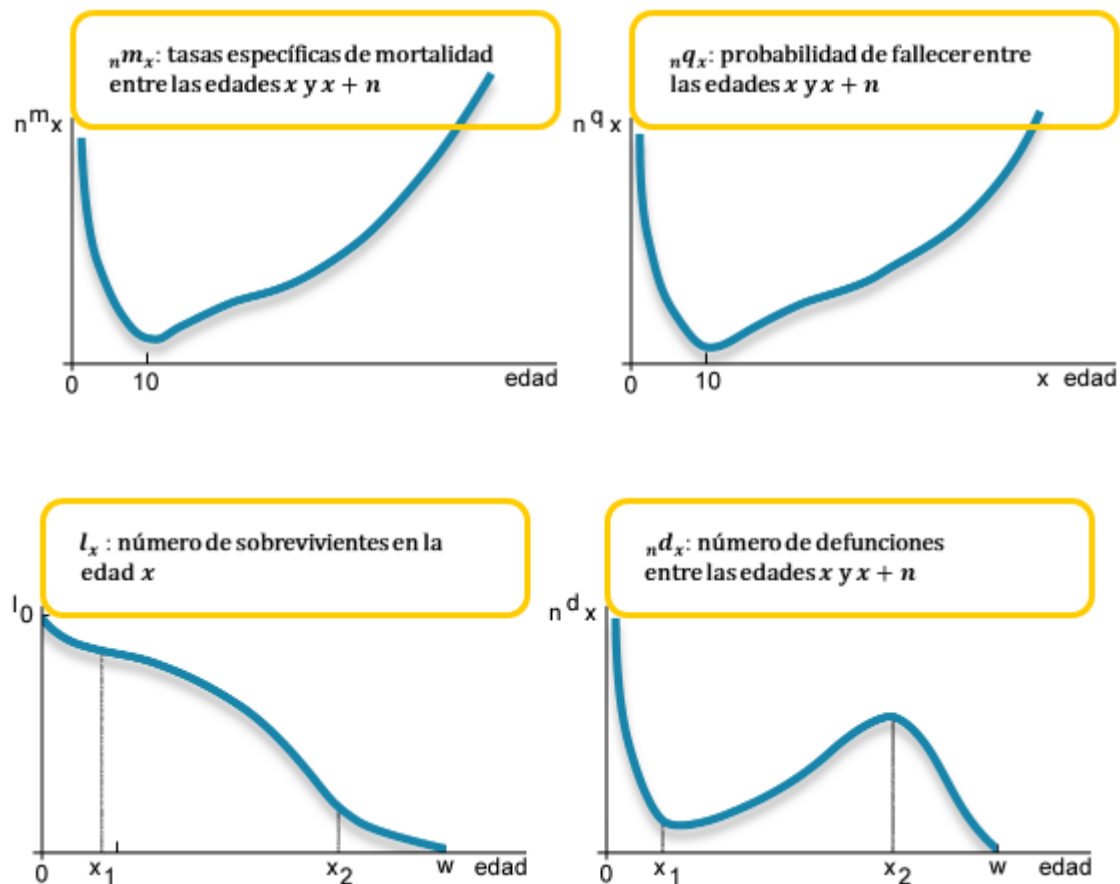
Con $n = \infty$ se tiene que: ${}_{\infty} m_x = \frac{{}_{\infty} d_x}{{}_{\infty} L_x}$

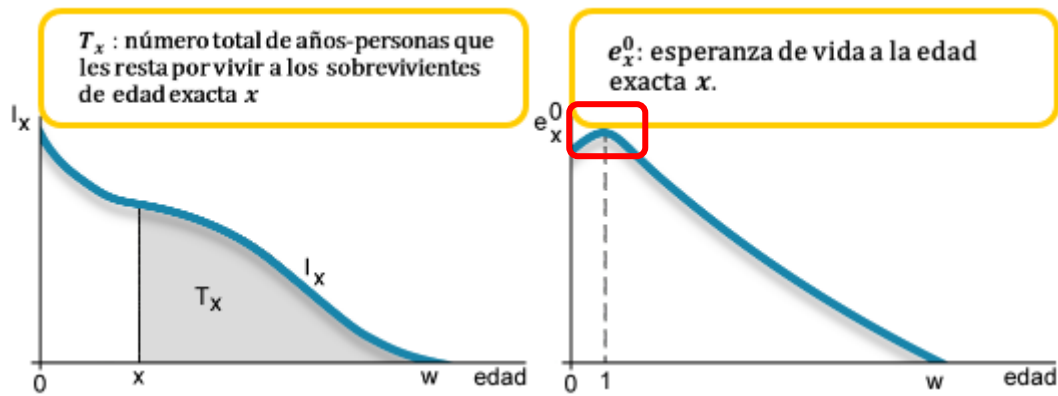
O lo que es lo mismo: ${}_{\infty} L_x = \frac{{}_{\infty} d_x}{{}_{\infty} m_x}$

El número de personas que mueren con más de x años de edad debe ser igual al número de personas que sobrevivieron a dicha edad (${}_{\infty} d_x = l_x$), por tanto: ${}_{\infty} L_x = \frac{l_x}{{}_{\infty} m_x}$

Gráficos de las principales funciones de la tabla de mortalidad

Tanto las ${}_n m_x$ como ${}_n q_x$ deben ser representadas en **escala logarítmica**:





Interpretando la tabla de mortalidad

Las funciones de la tabla de mortalidad están estrechamente relacionadas unas con otras. Algunas de esas relaciones son las siguientes:

$${}_n d_x = l_x - l_{x+n} = l_x \times {}_n q_x$$

donde:

${}_n d_x$ es el número de defunciones entre las edades x y $x+n$
 ${}_n q_x$ es la probabilidad que tiene una persona de edad exacta x de morir antes de cumplir $x+n$ años

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{l_x - {}_n d_x}{l_x} = 1 - {}_n q_x$$

donde:

${}_n p_x$ es la probabilidad que tiene una persona de edad exacta x de llegar con vida a la edad $x+n$

Además, se puede extraer información adicional de la tabla cuando se combinan dos edades o más. Por ejemplo, la razón $\frac{l_y}{l_x}$ indica la probabilidad de sobrevivir desde la edad x a la edad y en la población.

Se destacan algunas relaciones importantes que pueden ser extraídas de la tabla de mortalidad al combinar dos edades:

$$l_y / l_x = {}_{y-x}p_x \rightarrow \text{Probabilidad de sobrevivencia desde la edad } x \text{ a la edad } y$$

$$1 - l_y / l_x = {}_{y-x}q_x \rightarrow \text{Probabilidad de muerte entre las edades } x \text{ y } y$$

$$l_x - l_y = {}_{y-x}d_x \rightarrow \text{Numero de defunciones entre las edades } x \text{ y } y$$

$$T_x - T_y = {}_{y-x}L_x \rightarrow \text{Años-persona vividos entre las edades } x \text{ y } y$$

$$n d_x / l_0 \rightarrow \text{Probabilidad que un recién nacido muera entre las edades } x \text{ y } x + n$$

$$(l_x - l_y) / l_0 \rightarrow \text{Probabilidad que un recién nacido muera entre las edades } x \text{ y } y$$

$$(T_x - T_y) / l_0 \rightarrow \text{Número de años promedio que se espera que un recién nacido viva entre las edades } x \text{ y } y$$

Para más ejemplos, ver Preston et al. (2001) y Ortega (1982).

Ejemplo: Interpretación de funciones de la tabla de mortalidad

- Esperanza de vida al nacer =

$$e_0^0 = 75,25 \text{ años}$$

- Esperanza de vida a la edad

$30 = e_{30}^0 = 48,10$ años (una persona que completa 30 años puede vivir, en promedio, 48,10 años si las condiciones existentes en la población de LAC en 2015-2020 continúan durante su vida)

- Probabilidad de sobrevivencia del nacimiento a la edad

$$50 = l_{50} / l_0 = 0,91$$

x	l_x	T_x	e_x^0
0	100000	7525033	75,25
1	98455	7426437	75,43
5	98094	7033512	71,70
10	97911	6543545	66,83
15	97699	6054463	61,97
20	97228	5567035	57,26
25	96495	5082654	52,67
30	95677	4602192	48,10
35	94786	4125989	43,53
40	93743	3654578	38,99
45	92427	3188995	34,50
50	90618	2731122	30,14
55	88053	2284060	25,94
60	84393	1852388	21,95
65	79153	1442763	18,23
70	71903	1064222	14,80
75	62006	728207	11,74
80	49195	449078	9,13
85	34386	239673	6,97
90	19914	104709	5,26
95	8810	34839	3,95
100	2702	8106	3,00

Fuente: United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition.

x	l_x	T_x	e_x^0
0	100000	7525033	75,25
1	98455	7426437	75,43
5	98094	7033512	71,70
10	97911	6543545	66,83
15	97699	6054463	61,97
20	97228	5567035	57,26
25	96495	5082654	52,67
30	95677	4602192	48,10
35	94786	4125989	43,53
40	93743	3654578	38,99
45	92427	3188995	34,50
50	90618	2731122	30,14
55	88053	2284060	25,94
60	84393	1852388	21,95
65	79153	1442763	18,23
70	71903	1064222	14,80
75	62006	728207	11,74
80	49195	449078	9,13
85	34386	239673	6,97
90	19914	104709	5,26
95	8810	34839	3,95
100	2702	8106	3,00

- Probabilidad de muerte a la edad 70 de una persona que sobrevivió a la

$$\text{edad 50} = \frac{(l_{50} - l_{70})}{l_{50}} = \frac{(90618 - 71903)}{90618} = 0,21$$

- Número de años que un recién nacido puede esperar vivir entre los

$$20 \text{ y } 40 \text{ años} = \frac{(T_{20} - T_{40})}{l_0} = \frac{(5567035 - 3654578)}{100000} = 19,12 \text{ años}$$

- Probabilidad de muerte de un recién nacido entre los 80 y 90 años =

$$\frac{(l_{80} - l_{90})}{l_0} = \frac{10^{d_{80}}}{l_0} = \frac{29281}{100000} = 0,29$$

Descomposición de diferencias en la esperanza de vida al nacer

Cuando se tiene **dos tablas** de mortalidad, se pueden descomponer sus diferencias, y estimar la **contribución de los diferentes grupos de edad**, en la diferencia observada.

La descomposición, no es tan directa como la de la tasa bruta de mortalidad, hecha anteriormente, porque para la esperanza de vida al nacer, una **diferencia en la tasa de mortalidad**, de un grupo de edad, **afecta el número de años personas vividos**, de **todas las edades** que se siguen por la mecánica de la cohorte hipotética.

En los últimos **30 años**, la **esperanza de vida** al nacer en América Latina y el Caribe ha aumentado **8.11 años**. En este ejercicio vamos a observar cuáles fueron los **grupos de edad que más contribuyeron** a esta reducción de la mortalidad al hacer la **descomposición de la esperanza de vida al nacer** de la región entre **1985-1990 y 2015-2020**, representados respectivamente por los años de **1988 y 2018**.

Este ejemplo demuestra la utilidad del **método de descomposición** de la esperanza de vida al nacer para explicar los **cambios en una población en el tiempo**. De la misma manera, se puede también comparar las tablas de mortalidad de dos países, regiones o localidades de un país.

Así, por ejemplo, un cambio en la tasa de mortalidad del grupo de edad 15 a 19 tiene un efecto directo en ${}_5L_{15}$ pero también en todos los ${}_nL_x$ que se siguen porque el número de sobrevivientes en la edad 20 (l_{20}) será diferente.

Dadas las funciones de las tablas:

Funciones de la tabla 1: $l_x^1, {}_nL_x^1, T_x^1, e_0^o(1)$

Funciones de la tabla 2: $l_x^2, {}_nL_x^2, T_x^2, e_0^o(2)$

Arriaga (1984) sugiere la siguiente fórmula de descomposición de la diferencia:

$${}_n\Delta_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} \times \left(\frac{{}_nL_x^2}{l_x^2} - \frac{{}_nL_x^1}{l_x^1} \right) + \frac{T_{x+n}^2}{l_0^1} \times \left(\frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+n}^1}{l_{x+n}^2} \right)$$

Y para el último grupo de edad: ${}_\infty\Delta_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} \times \left(\frac{T_x^2}{l_x^2} - \frac{T_x^1}{l_x^1} \right)$

30% de la disminución de la mortalidad en la región en los últimos 30 años se debe a la reducción de la mortalidad infantil. Los cambios en la mortalidad de 15 a 29 años no fueron muy significativos para el aumento en la esperanza de vida al nacer, pues contribuyeron apenas 4% para su reducción.

Descomposición de la esperanza de vida al nacer de América Latina y Caribe, 1988-2018

Edad x	l_x^{1988}	${}_nL_x^{1988}$	T_x^{1988}	$e_x^o(1988)$	l_x^{2018}	${}_nL_x^{2018}$	T_x^{2018}	$e_x^o(2018)$	${}_n\Delta_x$	Porcentaje
0	100000	96125	6714309	67.14	100000	98596	7525033	75.25	2.450	30.21%
1	95240	377728	6618184	69.49	98455	392924	7426437	75.43	0.712	8.79%
5	93930	468435	6240456	66.44	98094	489967	7033512	71.70	0.185	2.28%
10	93490	466640	5772021	61.74	97911	489082	6543545	66.83	0.080	0.98%
15	93165	464464	5305381	56.95	97699	487428	6054463	61.97	0.084	1.04%
20	92574	460756	4840917	52.29	97228	484381	5567035	57.26	0.103	1.27%
25	91688	455831	4380161	47.77	96495	480461	5082654	52.67	0.149	1.84%
30	90615	450049	3924329	43.31	95677	476203	4602192	48.10	0.185	2.28%
35	89369	443213	3474280	38.88	94786	471411	4125989	43.53	0.218	2.68%
40	87859	434690	3031067	34.50	93743	465583	3654578	38.99	0.258	3.19%
45	85925	423445	2596377	30.22	92427	457873	3188995	34.50	0.302	3.72%
50	83316	408137	2172933	26.08	90618	447062	2731122	30.14	0.344	4.25%
55	79742	386974	1764796	22.13	88053	431672	2284060	25.94	0.404	4.98%
60	74769	357413	1377822	18.43	84393	409625	1852388	21.95	0.471	5.81%
65	67845	317338	1020409	15.04	79153	378541	1442763	18.23	0.501	6.18%
70	58726	265586	703071	11.97	71903	336014	1064222	14.80	0.509	6.28%
75	47063	201486	437485	9.30	62006	279129	728207	11.74	0.471	5.81%
80	33316	131641	235998	7.08	49195	209406	449078	9.13	0.360	4.44%
85	19586	69203	104358	5.33	34386	134964	239673	6.97	0.210	2.59%
90	8806	26887	35155	3.99	19914	69871	104709	5.26	0.086	1.06%
95	2741	7026	8268	3.02	8810	26733	34839	3.95	0.022	0.27%
100	533	1242	1242	2.33	2702	8106	8106	3.00	0.004	0.04%
Suma									8.11	100.00%

Fuente: United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition.

La disminución de la mortalidad en las edades de 50 a 84 años contribuyó en 37,7% para el aumento de la esperanza de vida al nacer en la región.

Referencias:

CELADE (2022). Curso Regional de Especialización en Análisis Demográfico para el Desarrollo Sostenible. División de Población de las Naciones Unidas. Santiago - Chile.

Ortega, A. (1987), Tablas de mortalidad, CELADE, Serie E No. 1004, San José, Costa Rica.

Preston, S., Heuveline P. y M. Guillot (2001), Demography: Measuring and Modeling Population Processes, London: Blackwell Publishers, pp. 1-91, 138-170.