

Introducción a Modelos Dinámicos

Paul Carrillo Maldonado

Banco Interamericano de Desarrollo
Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales

<https://sites.google.com/site/paulacarrillomaldonado/>



Los comentarios, errores y omisiones son exclusivas del autor

29 Junio 2018

Contenido

- 1 Motivación
- 2 SVAR
- 3 Métodos de Estimación
- 4 Aplicación

Motivación

Las variables podrían tener ajuste univariados:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \mu_t \quad (1)$$

De manera compacta:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \mu_t \quad (2)$$

Donde:

y_t es la variable de análisis en el tiempo t , ($t=1, \dots, T$)

y_{t-i} es la variable de análisis en el rezago i

β_i es el parámetro asociado al rezago i

β_0 es una constante

μ_t es el error (innovación) con distribución $N(0, \Sigma_\mu)$

Los modelos univariados nos permite responder:

Si disminuye el precio internacional del petróleo ¿qué trayectoria tendrá el Ingreso Nacional (y_t)?

Los modelos univariados nos permite responder:

Si disminuye el precio internacional del petróleo ¿qué trayectoria tendrá el Ingreso Nacional (y_t)?

Si aumenta el sueldo básico ¿qué pasaría con el empleo (y_t)?

Los modelos univariados nos permite responder:

Si disminuye el precio internacional del petróleo ¿qué trayectoria tendrá el Ingreso Nacional (y_t)?

Si aumenta el sueldo básico ¿qué pasaría con el empleo (y_t)?

Si retiran el subsidio a las combustibles ¿cual es el futuro de las ventas de gaseosas (y_t)?

De manera formal, los modelos univariados NO permite responder:

De manera formal, los modelos univariados NO permite responder:

$$y_t = g(x_t, \mu_t) \quad (3)$$

Donde:

$g()$ es una forma funcional

x_t es un vector de variables exógenas

En una versión lineal, podemos definir la relación entre x e y como:

En una versión lineal, podemos definir la relación entre x e y como:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \alpha_j x_{t-j} + \mu_t \quad (4)$$

En el modelo anterior, asumimos que la variable x_t es exógena a y_t . No obstante, podría:

Existir una relación simultánea, por ejemplo, Ingreso y Consumo.

En el modelo anterior, asumimos que la variable x_t es exógena a y_t . No obstante, podría:

Existir una relación simultánea, por ejemplo, Ingreso y Consumo.

No necesariamente obtenerse una relación de causalidad entre x e y , por ejemplo, el precio de la gaseosa y el PIB de Ecuador.

Motivación

En el modelo anterior, asumimos que la variable x_t es exógena a y_t . No obstante, podría:

Existir una relación simultánea, por ejemplo, Ingreso y Consumo.

No necesariamente obtenerse una relación de causalidad entre x e y , por ejemplo, el precio de la gaseosa y el PIB de Ecuador.

Existir variables omitidas, por ejemplo, las expectativas de los empresarios.

Motivación

En el modelo anterior, asumimos que la variable x_t es exógena a y_t . No obstante, podría:

Existir una relación simultánea, por ejemplo, Ingreso y Consumo.

No necesariamente obtenerse una relación de causalidad entre x e y , por ejemplo, el precio de la gaseosa y el PIB de Ecuador.

Existir variables omitidas, por ejemplo, las expectativas de los empresarios.

Cambiar los parámetros con el tiempo.

Podemos aplicar un modelo univariado cuando:

Motivación

Podemos aplicar un modelo univariado cuando:

La variable a la derecha es completamente exógena

Podemos aplicar un modelo univariado cuando:

La variable a la derecha es completamente exógena

Aplicación: Carrillo Maldonado (2018) Anuncio de reforma tributaria en Ecuador: evidencia desde los impuestos verdes, *X-pedientes económicos*, Vol. 2, No. 2, pp 6-19.

Podemos aplicar un modelo univariado cuando:

La variable a la derecha es completamente exógena

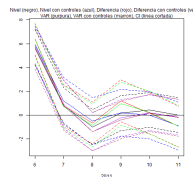
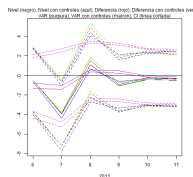
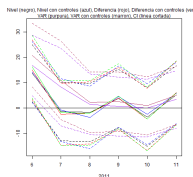
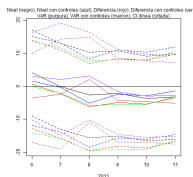
Aplicación: Carrillo Maldonado (2018) Anuncio de reforma tributaria en Ecuador: evidencia desde los impuestos verdes, *X-pedientes económicos*, Vol. 2, No. 2, pp 6-19.

Se estima un modelo:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \delta_j x_{t-j} + \sum_{i=1}^p \gamma_i D_{t-i} + \mu_t \quad (5)$$

Aplicación: Carrillo Maldonado (2018) Anuncio de reforma tributaria en Ecuador: evidencia desde los impuestos verdes, *X-pedientes económicos*, Vol. 2, No. 2, pp 6-19.

D_t es una variable dummy con la fecha que se anuncia de la reforma ambiental.



Aplicación: Carrillo Maldonado (2018) Anuncio de reforma tributaria en Ecuador: evidencia desde los impuestos verdes, *X-pedientes económicos*, Vol. 2, No. 2, pp 6-19.

Estimamos este modelo con código de R:

```
1 horizon <- 0:5
2 dynlm(formula = 100*log(ipcbna0122)
3 trend + L(anuncio,horizon) + L(100*log(ipcbna0122), c(1)), data = sdata)
```

```
4 VAR(y = 100*log(sdata[,listasc]), p = 2, type =
5 "both", exogen = listaex)
```

Una posible solución es utilizar un modelo multivariado.

Una posible solución es utilizar un modelo multivariado.

Sims (1980) propone utilizar el modelo de Vectores Autorregresivos (VAR). Su forma funcional es:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p B_i Y_{t-i} + c + Z + \mu_t \quad (6)$$

Donde:

Y_t es el vector de n variables.

B_i es la matriz de coeficientes asociados al rezago i de Y .

c es el vector de variables determinísticas.

Z es el vector de variables estrictamente exógenas.

μ_t es el vector de innovaciones con $N(0, \Sigma_\mu)$.

Dada su naturaleza multivariada se han implementado herramientas complementarias, basadas en sus parámetros:

Dada su naturaleza multivariada se han implementado herramientas complementarias, basadas en sus parámetros:

Función de Impulso Respuesta

El efecto en la Variable 1 cuando incrementa la Variable 2.

Dada su naturaleza multivariada se han implementado herramientas complementarias, basadas en sus parámetros:

Función de Impulso Respuesta

El efecto en la Variable 1 cuando incrementa la Variable 2.

Descomposición de la Varianza

Porcentaje de la Varianza de la Variable 1 explicado por la Variable 2.

Dada su naturaleza multivariada se han implementado herramientas complementarias, basadas en sus parámetros:

Función de Impulso Respuesta

El efecto en la Variable 1 cuando incrementa la Variable 2.

Descomposición de la Varianza

Porcentaje de la Varianza de la Variable 1 explicado por la Variable 2.

Descomposición histórica

Evolución de la Variable 1 explicado por la Variable 2.

En economía, utilizamos los modelos para:

Explicar la realidad observada, basada en preceptos teóricos.

Predicir las variables en un futuro.

La identificación en los modelos económicos pretende explicar el movimiento de una variable en función de otras variables, de manera independiente, bajo perceptos teóricos.

En un modelo VAR no podemos identificar las contribuciones de cada variable.

En un modelo VAR no podemos identificar las contribuciones de cada variable.

Si consideramos la Descomposición de Wold, podemos expresar un VAR en función de las innovaciones:

$$Y_t = \hat{c} + \sum_{i=0}^{\infty} B^i \mu_{t-i} \quad (7)$$

En un modelo VAR no podemos identificar las contribuciones de cada variable.

Si consideramos la Descomposición de Wold, podemos expresar un VAR en función de las innovaciones:

$$Y_t = \hat{c} + \sum_{i=0}^{\infty} B^i \mu_{t-i} \quad (7)$$

Recordemos que las innovaciones tiene una media cero y una matriz de varianza-covarianza Σ_{μ}

Podemos expresar un modelo Structural VAR (SVAR) como:

Podemos expresar un modelo Structural VAR (SVAR) como:

$$A_0 Y_t = \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + c + Z + \varepsilon_t \quad (8)$$

Donde:

Y_t es el vector de n variables.

A_i es la matriz de coeficientes estructurales asociados al rezago i de Y .

c es el vector de variables determinísticas.

Z es el vector de variables estrictamente exógenas.

μ_t es el vector de innovaciones (shocks) estructurales con $N(0, \Sigma_\varepsilon = I_n)$.

A_0 es invertible,

Ahora al comparar la forma reducida (VAR) y la estructural (SVAR):

$$Y_t = \sum_{i=1}^p B_i Y_{t-i} + c + Z + \mu_t \quad (9)$$

$$A_0 Y_t = \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + c + Z + \varepsilon_t \quad (10)$$

Ahora al comparar la forma reducida (VAR) y la estructural (SVAR):

$$Y_t = \sum_{i=1}^p B_i Y_{t-i} + c + Z + \mu_t \quad (9)$$

$$A_0 Y_t = \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + c + Z + \varepsilon_t \quad (10)$$

Observamos que:

$$B_i = (A_0)^{-1} A_i$$

$$\mu_t = (A_0)^{-1} \varepsilon_t$$

$$\Sigma_\mu = (A_0)^{-1} \Sigma_\varepsilon (A_0)^{-1'} = (A_0)^{-1} (A_0)^{-1'}$$

Lo esencial en los modelos SVAR es la identificación de A_0 .

Lo esencial en los modelos SVAR es la identificación de A_0 .

Si se identifica A_0 se busca una estructura contemporánea.

Lo esencial en los modelos SVAR es la identificación de A_0 .

Si se identifica A_0 se busca una estructura contemporánea.

Si se identifica $(A_0)^{-1}$ se busca una estructura en los shocks (IRF).

Lo esencial en los modelos SVAR es la identificación de A_0 .

Si se identifica A_0 se busca una estructura contemporánea.

Si se identifica $(A_0)^{-1}$ se busca una estructura en los shocks (IRF).

Se han realizado propuesta para la identificación en el corto plazo, largo plazo o una combinación (ver Kilian y Ltkkepohl, 2017).

Lo esencial en los modelos SVAR es la identificación de A_0 .

Si se identifica A_0 se busca una estructura contemporánea.

Si se identifica $(A_0)^{-1}$ se busca una estructura en los shocks (IRF).

Se han realizado propuesta para la identificación en el corto plazo, largo plazo o una combinación (ver Kilian y Ltkepohl, 2017).

Se han realizado propuestas para identificación con restricciones de signos y ceros en A_0 o IRF (ver Rubio-Ramrez et al., 2010; Arias et al., 2018).

Dado el supuesto gaussiano de los errores, se ha propuesto también identificación sin normalidad.

Dado el supuesto gaussiano de los errores, se ha propuesto también identificación sin normalidad.

Estas propuestas se han basado en la búsqueda de una rotación (lineal o no-lineal) de Σ_μ para la identificación de shocks independientes.

Dado el supuesto gaussiano de los errores, se ha propuesto también identificación sin normalidad.

Estas propuestas se han basado en la búsqueda de una rotación (lineal o no-lineal) de Σ_μ para la identificación de shocks independientes.

La principal crítica es la explicación económica que tienen esos resultados.

Dado el supuesto gaussiano de los errores, se ha propuesto también identificación sin normalidad.

Estas propuestas se han basado en la búsqueda de una rotación (lineal o no-lineal) de Σ_μ para la identificación de shocks independientes.

La principal crítica es la explicación económica que tienen esos resultados.

Lanne and Luoto (2018) encuentra una identificación no-normal muy cercana a la literatura económica, basado en el método de momentos generalizados y las rotaciones.

En economía la relación en las variables no necesariamente es lineal, debido a preceptos teóricos o por la misma observación.

En economía la relación en las variables no necesariamente es lineal, debido a preceptos teóricos o por la misma observación.

Entonces se han realizado propuestas para identificar modelos no-lineales como:

En economía la relación en las variables no necesariamente es lineal, debido a preceptos teóricos o por la misma observación.

Entonces se han realizado propuestas para identificar modelos no-lineales como:

Markov–Switching VAR

Estima un modelo VAR con cambios de estado de manera endógena con las variables dependientes

En economía la relación en las variables no necesariamente es lineal, debido a preceptos teóricos o por la misma observación.

Entonces se han realizado propuestas para identificar modelos no-lineales como:

Markov–Switching VAR

Estima un modelo VAR con cambios de estado de manera endógena con las variables dependientes

Smooth Transition VAR

Estima un modelo VAR con cambios de estado de manera exógena con una función de probabilidad de variables externas al modelo.

En economía la relación en las variables no necesariamente es lineal, debido a preceptos teóricos o por la misma observación.

Entonces se han realizado propuestas para identificar modelos no-lineales como:

Markov–Switching VAR

Estima un modelo VAR con cambios de estado de manera endógena con las variables dependientes

Smooth Transition VAR

Estima un modelo VAR con cambios de estado de manera exógena con una función de probabilidad de variables externas al modelo.

Time varying VAR

Estima un modelo VAR donde los parámetros varían con el tiempo, como variables aleatorias.

Existen varios métodos de estimación:

- OLS (*)
- Máxima Verosimilitud
- Bootstrap: paramétrico y no-paramétrico
- Bayesiano (*)

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Se estima un modelo Markov–Switching VAR para identificar el impacto de la política fiscal en el PIB del Ecuador en los estados de expansión y recesión económica.

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

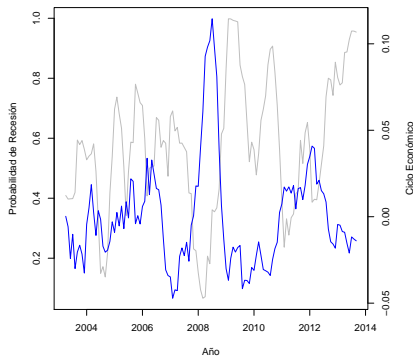
Se estima un modelo Markov–Switching VAR para identificar el impacto de la política fiscal en el PIB del Ecuador en los estados de expansión y recesión económica.

$$Y_t = B_0^{J_t} + \sum_{i=1}^p B_i^{J_t} Y_{t-i} + \mu_t \quad (11)$$

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

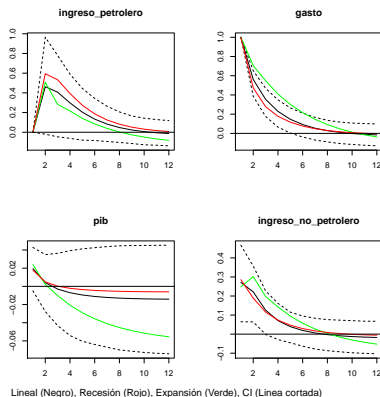
Se obtiene la probabilidad de recesión:



Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Se obtiene la IRF del gasto público con la Descomposición de Cholesky:



Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Carrillo (2017) Efecto de la política fiscal en expansión y recesión para Ecuador: un modelo MSVAR, *Cuadernos de Economía*, Vol 36, No. 71, pp 405-439.

Estimamos este modelo en R:

```
10 set.seed(123)
11 var.bms <- msbvar(Y=datos, p=1, h=2, qm=12, prior=2, max.iter=40, lambda0=0.9, lambda1=0.9, lambda3=1,
12                   lambda4=1, lambda5=1, mu5=0, mu6=0)
13 cSig.lin <- t(chol(Sig.lin))
14 ir.lin.est <- irf.est(coef=coef.lin, A0=cSig.lin, steps=steps)
```

Lecturas recomendadas



Clements, M., and Hendry, D.(Eds.), (2011), The Oxford Handbook of Economic Forecasting: Oxford University Press.



Kilian, L., and Lütkepohl, H. (2017). Structural Vector Autoregressive Analysis (Themes in Modern Econometrics). Cambridge: Cambridge University Press.



Hashimzade, N., and Thornton, M. A. (Eds.). (2013). 01 Handbook of Research Methods and Applications in Empirical Macroeconomics. Cheltenham, UK: Edward Elgar Publishing.

GRACIAS