



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECATRÔNICA

INTRODUÇÃO À IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS
RELATÓRIO DO 1º PROJETO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

ÁLVARO PINTO FERNANDES DE NEGREIROS: 20171021874

Natal-RN
2017

RELATÓRIO DO 1º PROJETO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Relatório apresentado à disciplina de INTRODUÇÃO À IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS, correspondente à avaliação da 1ª unidade do semestre 2017.2 do 1º período do curso de pós-graduação em engenharia mecatrônica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof.DR. ADELARDO ADELINO DANTAS DE MEDEIROS.**

Professor: ADELARDO ADELINO DANTAS DE MEDEIROS .

Natal-RN
2017

RESUMO

A partir de dados de sistemas extraído do DaISy (*Database for the Identification of Systems*) foram identificados os modelos lineares ARX ou ARMAX, bem como suas ordens e atrasos, que melhor representassem os sistemas escolhidos para análise. Com esses parâmetros encontrados foi utilizado o método dos mínimos quadrados recursivo para, de forma alternativa, também encontrar os coeficientes que melhor representasse cada modelo. Com esses parâmetros e coeficientes calculados, foi realizada uma análise para de fato constar se os modelos encontrados eram satisfatórios ou se existiam modelos mais simples que obteriam resultados similares. Por fim, foram apontados os melhores modelos.

Palavras-chave: Identificação de sistemas, ARX, ARMAX, Mínimos quadrados recursivo

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIC	Critério de AKAIKE
ARX	<i>Autoregressive with exogenous inputs</i>
ARMAX	<i>Autoregressive moving average with exogenous inputs</i>
MISO	<i>Multiple input singleoutput</i>
MQR	Mínimos quadrados recursivo
SISO	<i>Single input single output</i>

Lista de Figuras

1	Exemplo de modelagem de um modelo ARX	9
2	Exemplo de modelagem de um modelo ARMAX	10
3	Gráfico de entrada e saída do sistema barra e bola. Onde a curva vermelha é a posição da bola e a curva azul é o ângulo da barra.	12
4	Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 3 e atraso 2 para o sistema barra e bola. Onde a curva azul é a saída de validação(real) e a curva verde é a saída simulada.	14
5	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema barra e bola	15
6	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema barra e bola	15
7	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema barra e bola	15
8	Gráfico de entrada e saída do sistema do secador. Onde a curva azul é a entrada do sinal do aquecedor e a curva vermelha é a temperatura.	16
9	Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 2 e atraso 2 para o sistema do secador. Onde a curva azul é a saída de validação(real) e a curva verde é a saída simulada.	18
10	Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema do secador	19
11	Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema do secador	19
12	Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema do secador	19
13	Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque. Onde a curva azul é a entrada da solução básica, a verde da solução ácida e a vermelha é o pH do tanque.	20
14	Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque parte 1. Onde a curva azul é a entrada da solução ácida, a verde da solução básica e a vermelha é o pH do tanque.	21
15	Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 3 e atraso 2 para o sistema do pH no tanque parte 1	23
16	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema do pH no tanque	24
17	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema do pH no tanque	24
18	Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema do pH no tanque	25
19	Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque parte 2. Onde a curva azul é a entrada da solução ácida, a verde da solução básica e a vermelha é o pH do tanque.	26
20	Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 1 e atraso 5 para o sistema do pH no tanque parte 1	28
21	Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 1 para o sistema do pH no tanque	29
22	Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 0.995 para o sistema do pH no tanque	29
23	Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 0.99 para o sistema do pH no tanque	29

Lista de Equações

1	Equação do modelo ARX	9
2	Equação do modelo ARMAX	10
3	Equação do método dos mínimos quadrados recursivo	10
4	Equação do movimento da barra bola	12
5	Equação do movimento da barra bola parte 2	13
6	Thetas para o modelo barra e bola	14
7	Equação de Joule para o calor	16
8	Thetas para o modelo do secador	18
9	Thetas para o modelo do pH no tanque parte 1	23
10	Thetas para o modelo do pH no tanque parte 2	28

Sumário

1	INTRODUÇÃO	8
2	REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1	Modelo ARX	9
2.2	Modelo ARMAX	9
2.3	Método dos mínimos quadrados recursivo	10
3	METODOLOGIA	11
4	RESULTADOS	12
4.1	Barra e bola	12
4.2	Secador	16
4.3	pH do tanque	20
4.4	pH do tanque parte 1	20
4.5	pH do tanque parte 2	26
5	CONCLUSÃO	30
6	REFERÊNCIAS	31

1 INTRODUÇÃO

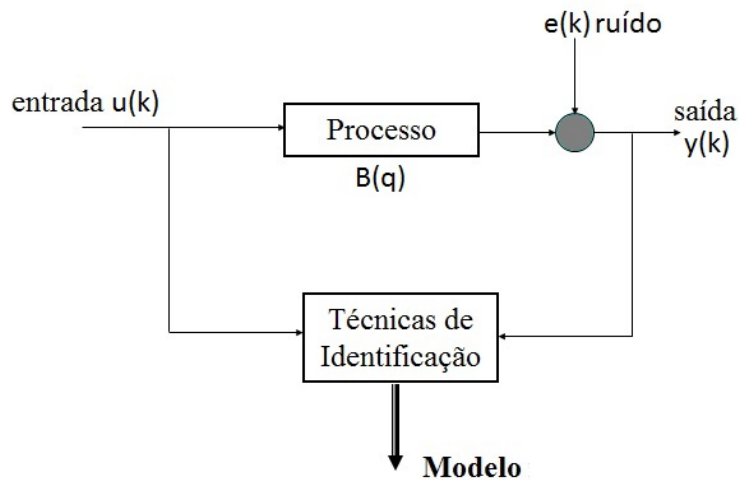
O desenvolvimento de novos processos e a demanda continua de produtividade levaram a uma crescente complexidade de unidades industriais. Nas indústrias químicas, é absolutamente necessário controlar os processos e qualquer deslizo ou anomalia deve ser detectada o mais rápido possível para evitar falhas de produção e acidentes. Além disso, a detecção *online* de uma falha é justificada pela necessidade de resolver efetivamente os problemas em tempo real. Em primeiro lugar tem-se que gerar informações *online* sobre o estado do sistema automatizado. Este estado é caracterizado não só pelas variáveis de controle e de medição (temperatura, taxa de reação, ângulo de válvula, etc.), mas também pelo comportamento geral do processo e sua história, mostrando no tempo se o comportamento do sistema é normal ou apresenta derivações. Em condições normais, o módulo de detecção de falhas permite que todas as informações sejam processadas e gerenciadas em ligação direta com seu comportamento geral. Em outro caso, ele detecta qualquer anomalia e alerta o operador configurando os alarmes apropriados. O comportamento intrínseco altamente não linear no processo industrial, especialmente quando uma reação química é usada, representa um grande problema para a formulação de boas previsões e o design de sistemas confiáveis de controle. Uma maneira de abordar este problema é o uso de um modelo confiável para a previsão *online* da evolução dinâmica do sistema.

O objetivo principal deste estudo é obter um modelo de referência que permita reproduzir a dinâmica do processo no modo normal. O presente estudo centra-se no desenvolvimento e na implementação de um modelo ARX e ARMAX para a previsão em três sistemas barra e bola, secador e pH em um tanque. O desempenho deste modelo estocástico foi então avaliado utilizando os critérios erro dos resíduos ou o critério de AKAIKE. Com os parâmetros de um dado sistema encontrados utilizou-se de forma alternativa o método dos mínimos quadrados recursivo para também encontrar os coeficientes do modelo. As experiências foram realizadas através de dados fornecidos no site do DaISy (*Database for the Identification of Systems*). O referencial teórico, procedimento de identificação, os resultados experimentais de configuração e predição são descritos nas seções a seguir.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Dado um sistema representado da de acordo com a imagem Figura 1 abaixo. Um processo pode ser identificado de duas maneiras, *online* ou *offline*. Na identificação *online* as técnicas de identificação constroem o respectivo modelo em tempo real ao mesmo tempo que processo está funcionando. Já em uma técnica *offline* os dados dos sensores e de controle são coletados para construção do modelo em outro momento.

Figura 1: Exemplo de modelagem de um modelo ARX



2.1 Modelo ARX

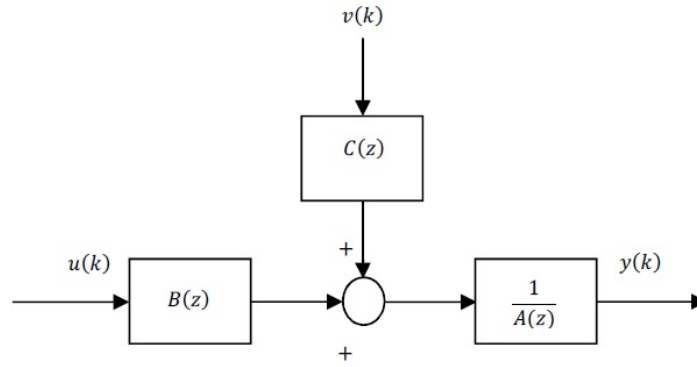
O modelo ARX (do inglês, *autoregressive with exogenous inputs*) é uma análise estatística de uma série temporal, fornecem uma descrição similar de um processo estocástico estacionário em termos de um polinômio de auto-agressão. Ou seja, a parte AR envolve a regressão da variável em seus próprios valores de atraso (no passado). O modelo é descrito como na equação Equação 1.

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}e(k) \quad (1)$$

2.2 Modelo ARMAX

O modelo ARX (do inglês, *autoregressive moving average with exogenous inputs*), descrito na figura Figura 1 é parecido com o modelo ARX mas é descrito em termos de dois polinômios, um para auto-agressão e o segundo para a média móvel. Dado uma série temporal de dados, o modelo ARMA é uma ferramenta para entender e, talvez, prever valores futuros nesta série. O modelo consiste em duas partes, uma parte autorregressiva (AR) e uma parte da média móvel (MA). A parte AR envolve a regressão da variável em seus próprios valores de atraso . A parte MA envolve a modelagem do termo de erro como uma combinação linear de termos de erro que ocorrem contemporaneamente e em vários momentos do passado. O modelo é descrito como na equação Equação 2.

Figura 2: Exemplo de modelagem de um modelo ARMAX



Fonte: Aguirre (2007).

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(k)}{A(q)}e(k) \quad (2)$$

2.3 Método dos mínimos quadrados recursivo

Os mínimos quadrados recursivo são uma técnica para estimar os parâmetros desconhecidos em um modelo de regressão linear. Esse método pode ser usado para executar regressão linear quando existe um certo grau de correlação entre os resíduos em um modelo de regressão. O algoritmo recursivo dos mínimos quadrados permite atualizar um modelo linear obtido com N casos para $N + 1$ casos, sem a necessidade de efetuar todos os cálculos usuais nos mínimos quadrados clássico, logo é ideal para aplicações *online*.

$$\begin{cases} K_N(k) = (\lambda + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})^{-1} P_N x_{N+1} \\ \theta_{N+1} = \theta_{N+1} + K_N(y_{N+1} - x_{N+1}^T \theta_N) \\ P_{N+1} = \frac{1}{\lambda} [I - K_N x_{N+1}^T] P_N \end{cases} \quad (3)$$

Onde λ é o fator de esquecimento e geralmente varia entre 0.995 e 1.

3 METODOLOGIA

Planejamento experimental foi plotado os sinais de entrada e de saídas de respectivo modelo para uma análise dos tipos de sinais (analógicos, digitais, comportamento, etc.). Foi selecionado a estrutura do modelo levando em conta os modelos físicos do sistema, bem como alguma característica específica que ajude em seu reconhecimento.

Foi montado um teste analisando 70% dos dados disponibilizados que iterou as possíveis ordens e atrasados para modelos do tipo ARX e ARMAX, para categorização do melhor modelo foram utilizado o quadrado do desvio padrão dos resíduos da aproximação e o critério de AKAIKE. Logo, para cada sistema analisado foram obtidos quatro tabelas, bem como o melhor desempenho de cada configuração e o melhor de cada uma. Indicando assim a melhor configuração de ordem e atraso. Também foi escolhido a critério do autor desse relatório a melhor configuração, levando em conta a complexidade e semelhança com os dados reais. Com a outra parcela (30%) dos dados disponibilizados foi validado o modelo plontando a saída real e a saída simulada com o modelo encontrado.

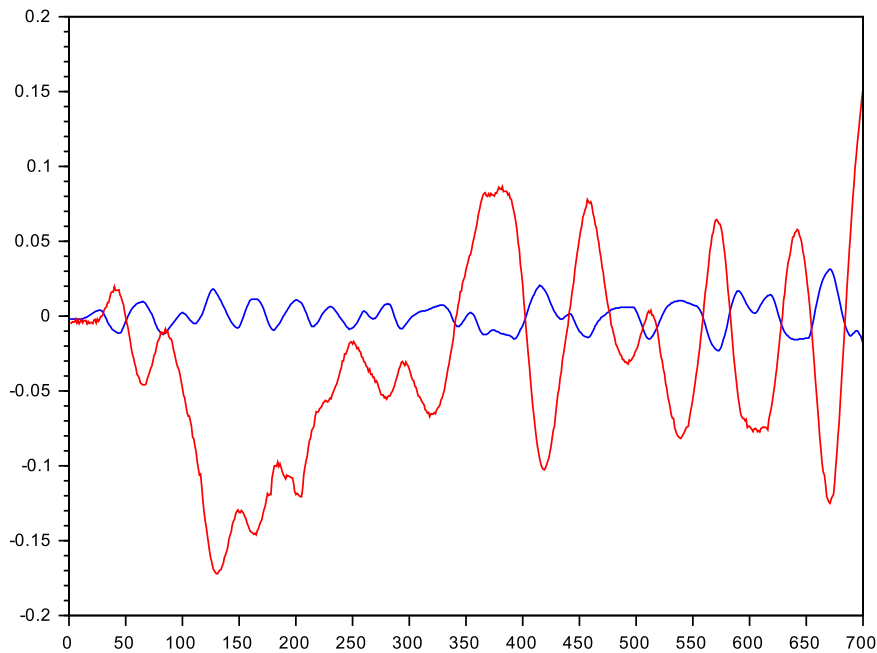
Com o conhecimento do melhor modelo encontrado, seus parâmetros de ordem e atraso e seus coeficientes (θ) foi utilizado o método dos mínimos quadrados recursivo. Demonstrando assim uma forma alternativa de encontrar o modelo possivelmente em tempo real. Também foram comparados fatores de esquecimento diferente e analisado seus efeitos na obtenção dos coeficientes do modelo.

4 RESULTADOS

4.1 Barra e bola

Como mencionado na seção de metodologia, foi plotado o sinal de entrada e de saída do conjunto de treinamento dos dados, como pode-se visualizar na figura Figura 3. Nota-se que a intensidade do movimento do ângulo da barra influencia com pouco de atraso a posição da bola. Isso se deve principalmente pela inércia da bola. Uma vez aplicando um ângulo, a força peso da bola é decomposta nas componentes do mesmo ângulo. Logo a sua força normal em relação à barra a empurra para a nova posição. Não é possível fazer uma análise mais direta sobre o controlador em si, uma vez que não é dado o quantos esse sinais disponibilizados representam na realidade. Ou seja, não é dado comprimento da barra, o quanto o sinal de posição da bola representa, o peso da bola, o quanto o sinal de ângulo representa em graus, etc. Mas o que ocorre muitas vezes, como por exemplo, com $N=130$, é que a bola adquire uma grande quantidade de movimento e possivelmente o controlador não levou diretamente em consideração a inércia da bola, causando esse grandes *overshoot*.

Figura 3: Gráfico de entrada e saída do sistema barra e bola. Onde a curva vermelha é a posição da bola e a curva azul é o ângulo da barra.



Sobre um olhar de como a técnica de identificação irá funcionar, é possível afirmar que como o sistema trabalha com a leitura da posição da bolinha, sua posição é descrita pela seguintes Equação 4 e Equação 5:

$$M \cdot g \cdot \sin\theta = M \cdot \ddot{x}; \text{ Onde } \sin\theta \approx \theta \quad (4)$$

$$\ddot{x} \approx g \cdot \sin \quad (5)$$

Nota-se que a influência da força normal, gerando uma aceleração, tem uma influência quadrática na posição da bola. Logo já previsível que uma técnica de identificação irá apontar uma ordem para o modelo igual ou maior que de segundo grau. Levando em consideração a inércia da bola também é esperado um atraso. Com isso em mente foram feitos os testes resultando a tabela Tabela 1.

ARX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	1.28E-05	1.34E-05	1.34E-05	1.30E-05	1.21E-05	1.09E-05
2	4.00E-06	3.96E-06	3.93E-06	3.97E-06	3.93E-06	3.83E-06
3	2.66E-06	2.66E-06	2.67E-06	2.65E-06	2.61E-06	2.63E-06
4	2.29E-06	2.30E-06	2.29E-06	2.27E-06	2.28E-06	2.31E-06
5	2.03E-06	2.01E-06	1.99E-06	2.01E-06	2.02E-06	2.05E-06
AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-7.87E+03	-7.83E+03	-7.82E+03	-7.83E+03	-7.86E+03	-7.92E+03
2	-8.67E+03	-8.66E+03	-8.66E+03	-8.64E+03	-8.63E+03	-8.64E+03
3	-8.94E+03	-8.92E+03	-8.91E+03	-8.90E+03	-8.90E+03	-8.88E+03
4	-9.02E+03	-9.01E+03	-9.00E+03	-8.99E+03	-8.97E+03	-8.95E+03
5	-9.09E+03	-9.08E+03	-9.08E+03	-9.06E+03	-9.04E+03	-9.02E+03
ARMAX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	8.07E-05	4.55E-05	2.35E-05	1.56E-05	9.53E-06	8.54E-06
2	8.04E-06	7.07E-06	4.50E-06	3.38E-06	2.89E-06	2.28E-06
3	5.19E-06	4.22E-06	3.15E-06	3.33E-06	2.64E-06	2.59E-06
4	5.66E-06	3.57E-06	3.41E-06	2.77E-06	2.36E-06	2.01E-06
5	4.27E-06	3.51E-06	2.47E-06	2.36E-06	2.10E-06	2.02E-06
AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-6.58E+03	-6.97E+03	-7.42E+03	-7.70E+03	-8.03E+03	-8.09E+03
2	-8.18E+03	-8.25E+03	-8.56E+03	-8.74E+03	-8.84E+03	-8.99E+03
3	-8.46E+03	-8.60E+03	-8.79E+03	-8.73E+03	-8.88E+03	-8.88E+03
4	-8.38E+03	-8.69E+03	-8.71E+03	-8.84E+03	-8.94E+03	-9.04E+03
5	-8.56E+03	-8.69E+03	-8.92E+03	-8.94E+03	-9.00E+03	-9.02E+03

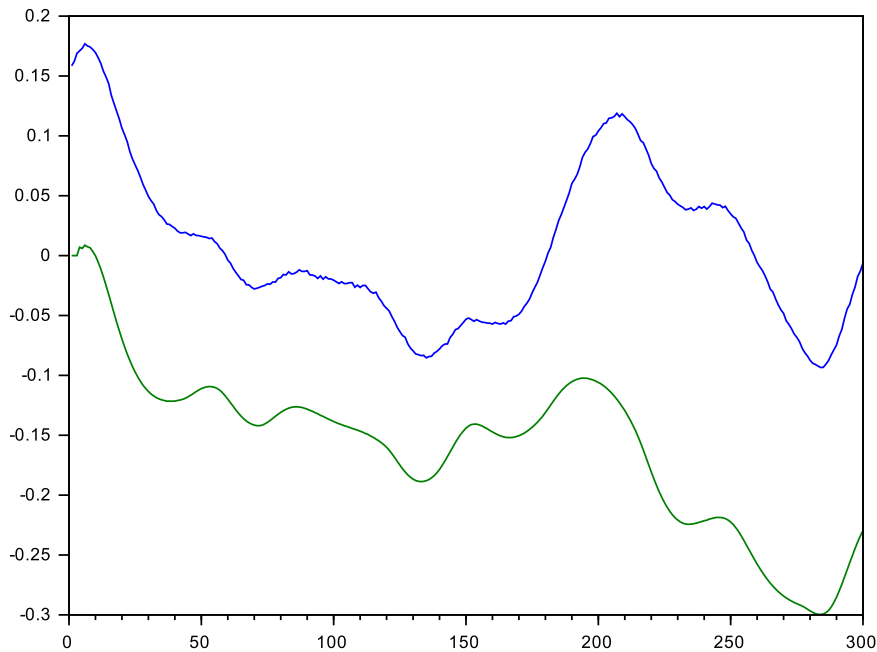
Tabela 1: Tabela contendo modelos ARX e ARMAX com critérios de resíduos e AKAIKE para o sistema barra e bola

Para o modelo do tipo ARX, foram apontados sistemas de 5ª ordem e atraso 2 para o critério de resíduos e de 5ª ordem e atraso 0 para o critério de AKAIKE. Para o modelo ARMAX foram apontados sistemas de 4ª ordem e atraso 5 para o critério de resíduos e de 4ª ordem e atraso 5 para o critério de AKAIKE. Mas o modelo escolhido foi o de 3ª ordem e atraso 2 por ser mais significativo ao esperado quanto modelo teórico e por ser um modelo mais simples que o apontado pelos critérios escolhidos. Para o modelo escolhido foram obtidos tais *thetas*:

$$\theta = \begin{bmatrix} 1.3274593 \\ 0.2102754 \\ -0.5361244 \\ -0.1930569 \\ 0.234379 \\ 0.0412215 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Realizando uma simulação com os *thetas* encontrados acima nota-se que o modelo representou de forma similar ao conjuntos de dados de teste. O único critério no qual divergiu da realidade foi a falta de um pequeno *offset*, mas que é compensado pela simplicidade e semelhança da curva com a original como se pode notar na Figura 4.

Figura 4: Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 3 e atraso 2 para o sistema barra e bola. Onde a curva azul é a saída de validação(real) e a curva verde é a saída simulada.



Para um modelo de 3ª ordem e atrasado 2 foram encontrados *thetas* com a técnica dos mínimos quadrados representados com *lambdas* iguais a 1, 0.995 e 0.99 representados respectivamente pelas figuras Figura 5, Figura 6 e Figura 7. É visível que para *lambdas* iguais a 1 o sistema achou os *thetas* e os manteve estáveis até o final. Para *lambdas* menores ele achou entre 50 a 100 passos mais rápido o *thetas*, mas em compensação oscilou esses valores bem mais.

Figura 5: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema barra e bola

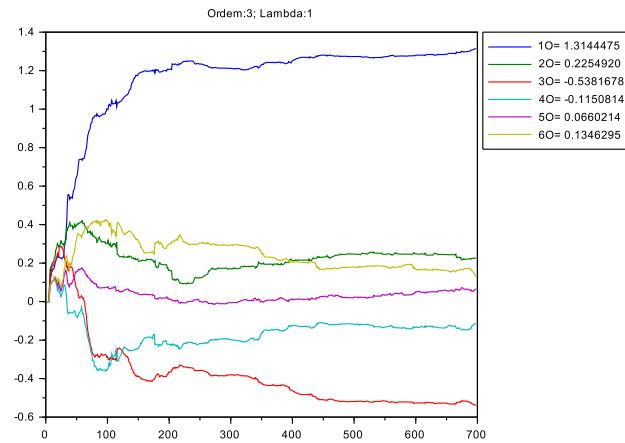


Figura 6: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema barra e bola

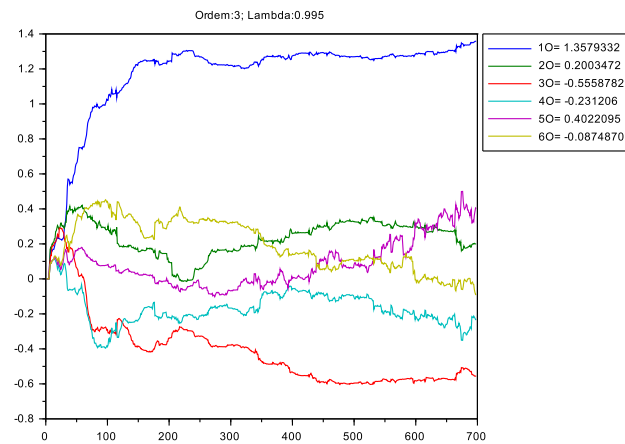
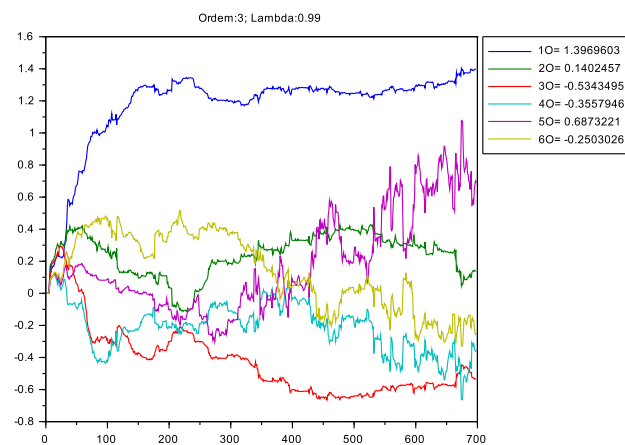


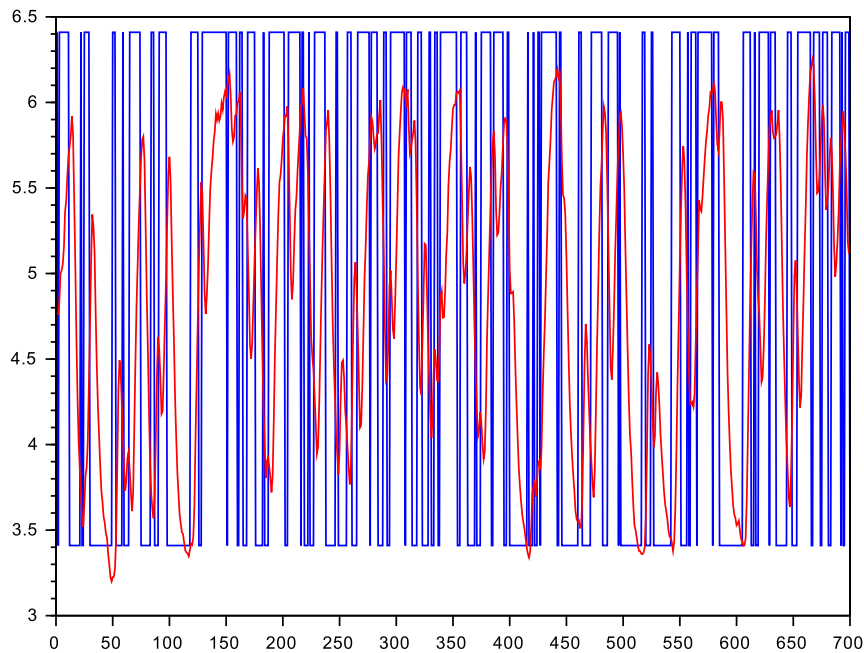
Figura 7: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema barra e bola



4.2 Secador

Plotando os sinais de entrada e de saída é possível observar que os sinais de controle são digitais e binários. Ou seja, o sistema provavelmente desliga ou liga uma resistência que aquece algo. Provavelmente existe pouco atraso de transporte, já que uma vez a resistência ligada, rapidamente a temperatura sobe e vice-versa.

Figura 8: Gráfico de entrada e saída do sistema do secador. Onde a curva azul é a entrada do sinal do aquecedor e a curva vermelha é a temperatura.



Não houve uma análise mais física do modelo, pois não há dados que informe como de fato é o sistema. A temperatura inicial do ar. Mas levando em conta os dados plotados na Figura 8 e a Equação 7 (que como o tempo de ligação da resistência é pequeno, logo sendo uma relação quase linear entre a corrente e calor) espera-se que o modelo calculado tenha pouco atraso tenha uma ordem baixa.

$$Q = R \cdot \int_{t1}^{t2} i^2 dt \quad (7)$$

ARX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	3.98E-02	3.31E-02	1.60E-02	1.15E-02	3.03E-02	4.20E-02
2	1.01E-02	3.09E-03	1.68E-03	8.75E-03	1.19E-02	1.30E-02
3	2.71E-03	1.53E-03	1.43E-03	8.67E-03	1.04E-02	1.10E-02
4	1.47E-03	1.35E-03	1.42E-03	8.66E-03	1.00E-02	1.09E-02
5	1.36E-03	1.35E-03	1.45E-03	8.63E-03	1.01E-02	1.09E-02

AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-2.25E+03	-2.38E+03	-2.88E+03	-3.10E+03	-2.43E+03	-2.20E+03
2	-3.20E+03	-4.02E+03	-4.44E+03	-3.29E+03	-3.07E+03	-3.00E+03
3	-4.11E+03	-4.50E+03	-4.54E+03	-3.28E+03	-3.15E+03	-3.11E+03
4	-4.52E+03	-4.58E+03	-4.53E+03	-3.27E+03	-3.17E+03	-3.11E+03
5	-4.57E+03	-4.57E+03	-4.51E+03	-3.27E+03	-3.16E+03	-3.10E+03

ARMAX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	2.50E-01	3.59E-02	1.56E-02	1.15E-02	5.11E-02	2.56E-01
2	1.59E-02	2.60E-03	1.47E-03	8.72E-03	1.12E-02	1.16E-02
3	3.06E-03	1.80E-03	1.55E-03	8.70E-03	1.03E-02	1.10E-02
4	1.72E-03	1.37E-03	6.67E-03	3.17E+74	1.04E+87	2.01E+44
5	2.50E-03	1.59E-03	1.77E-03	1.00E+129	1.03E-02	1.08E-02

AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-9.62E+02	-2.32E+03	-2.89E+03	-3.10E+03	-2.06E+03	-9.39E+02
2	-2.88E+03	-4.14E+03	-4.53E+03	-3.28E+03	-3.11E+03	-3.07E+03
3	-4.02E+03	-4.38E+03	-4.48E+03	-3.27E+03	-3.15E+03	-3.10E+03
4	-4.41E+03	-4.56E+03	-3.45E+03	1.19E+05	1.39E+05	7.05E+04
5	-4.13E+03	-4.44E+03	-4.36E+03	2.06E+05	-3.13E+03	-3.09E+03

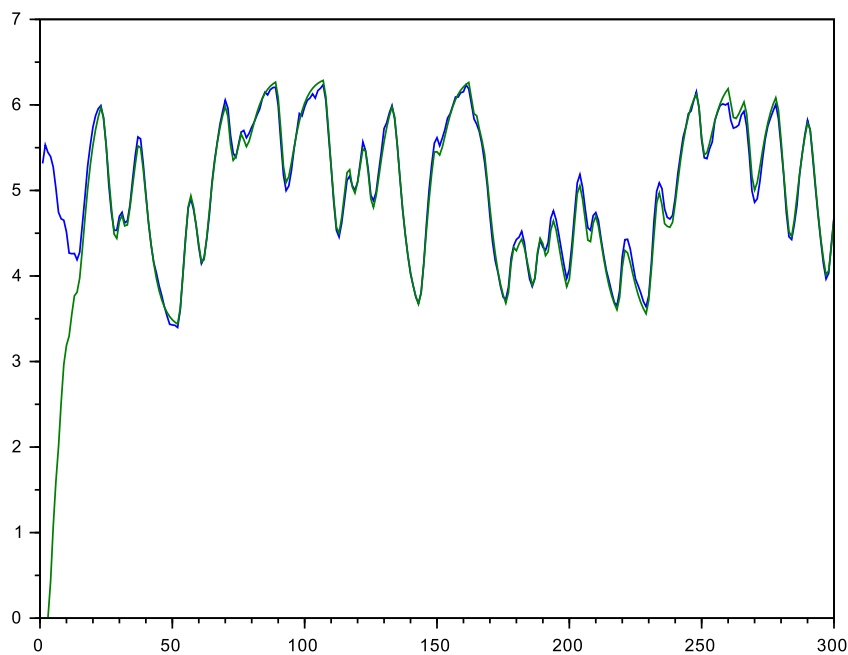
Tabela 2: Tabela contendo modelos ARX e ARMAX com critérios de resíduos e AKAIKE para o sistema do secador

Logo, foram realizados os teste, como demonstrado na Tabela 2 que apontaram para o modelo do tipo ARX, sistemas de 4ª ordem e atraso 1 para o critério de resíduos e de 4ª ordem e atraso 1 para o critério de AKAIKE. Para o modelo ARMAX foram apontados sistemas de 4ª ordem e atraso 1 para o critério de resíduos e de 4ª ordem e atraso 1 para o critério de AKAIKE. Indicando assim fortemente um modelo de 4ª ordem e atraso 1. Mas o modelo escolhido foi o de 2ª ordem e atraso 2 por ser tão significativo ao indicado, ser um modelo mais simples e tão fiel quanto o real. Para o modelo escolhido foram obtidos tais *thetas*:

$$\theta = \begin{bmatrix} 1.2836659 \\ -0.3981202 \\ 0.0665301 \\ 0.046559 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Realizando uma simulação com os *thetas* encontrados acima nota-se que o modelo representou de forma similar ao conjuntos de dados de teste. Como se pode notar na Figura 9.

Figura 9: Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 2 e atraso 2 para o sistema do secador. Onde a curva azul é a saída de validação(real) e a curva verde é a saída simulada.



Para um modelo de 2ª ordem e atrasado 2 foram encontrados *thetas* com a técnica dos mínimos quadrados representados com *lambdas* iguais a 1, 0.995 e 0.99 representados respectivamente pelas figuras Figura 10, Figura 11 e Figura 12. É visível que para *lambdas* iguais a 1 o sistema achou os *thetas* e os manteve estáveis até o final. Para *lambdas* menores ele achou entre 50 a 100 passos mais rápido o *thetas*, mas em compensação oscilou esses valores bem mais. Para esses dois últimos valores de *lambdas*, a oscilação é menor quando comparada com o sistema anterior(barra bola), isso se atribui ao sistema ser mais linear. Logo uma diminuição do fator de esquecimento (*lambdas*), resulta em poucas oscilações no cálculos dos *thetas*.

Figura 10: Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema do secador

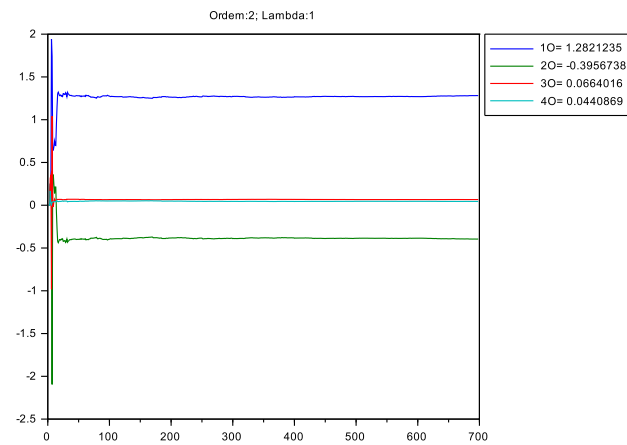


Figura 11: Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema do secador

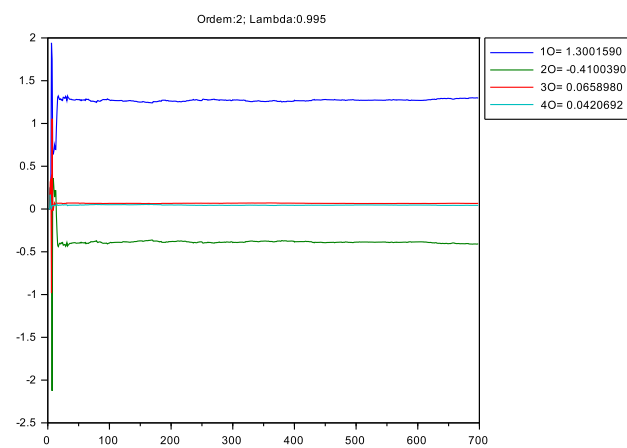
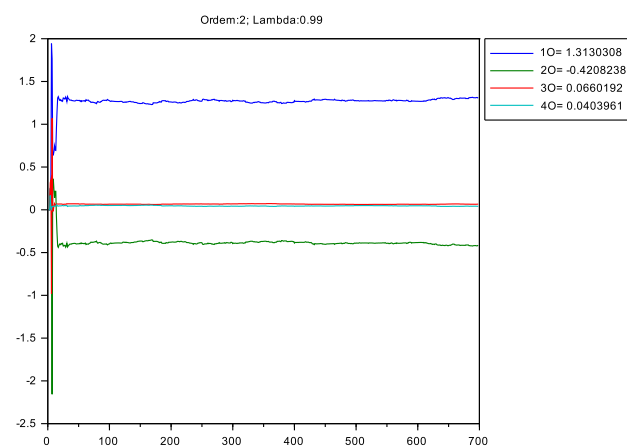


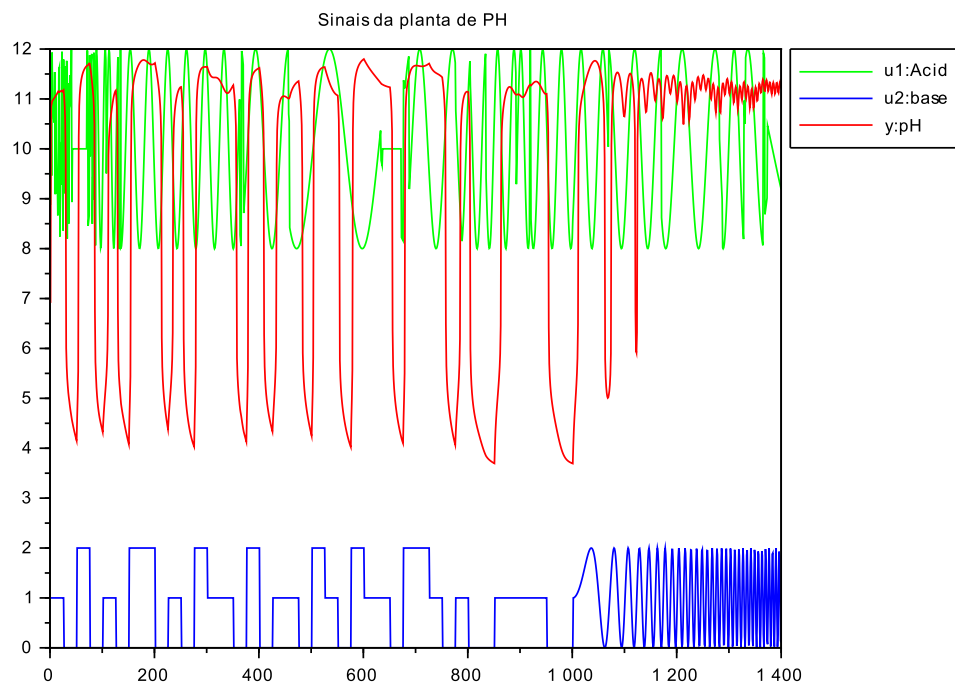
Figura 12: Gráfico do MQR com ordem 2 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema do secador



4.3 pH do tanque

Plotando os sinais das entradas e de saída, como ilustrado na Figura 13, é possível observar que os sinais de controle são digitais inicialmente para o controle da solução básica e depois de $N=1000$ ocorre uma mudança para um sinal senoidal analógico de amplitude fixa que muda de frequência com o passar do tempo. O sinal da solução ácida é um sinal senoidal desde o começo com amplitude fixa e frequência variável também. Nota-se que depois que a solução básica começa a sua oscilação senoidal a saída que era antes bem oscilatória com valores grandes passa a oscilar com valores menores.

Figura 13: Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque. Onde a curva azul é a entrada da solução básica, a verde da solução ácida e a vermelha é o pH do tanque.



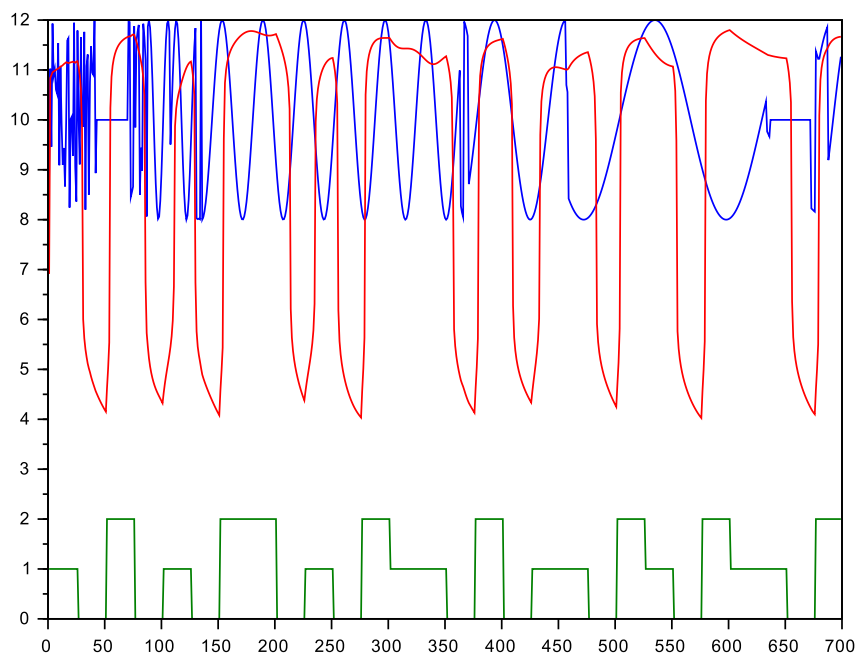
Por esses motivos os sinais do sistema do tanque foram divididos em dois, Parte 1 de 0 a 999 e Parte 2 de 1000 a 1999, que geraram dois modelos diferentes.

É disponibilizado os tipos de soluções e suas concentrações mas não houve uma análise mais física e química do modelo, pois não há dados que informe como de fato é o sistema. Mas a principal mudança com relação aos sistemas já analisados barra bola e secador que são SISO(*single input single output*), o sistema do pH no tanque é do tipo MISO(*multiple input singleoutput*), logo houveram modificações no algoritmos original para encontrar os modelos ARX, ARMAX e na técnica de mínimos quadrados para comportar essas novas entradas.

4.4 pH do tanque parte 1

Para esse conjunto de dados foi plotado os sinais de entrada como na Figura 14 e foi gerado a Tabela 3 abaixo.

Figura 14: Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque parte 1. Onde a curva azul é a entrada da solução ácida, a verde da solução básica e a vermelha é o pH do tanque.



ARX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	2.40E-01	2.44E-01	2.54E-01	2.66E-01	2.68E-01	2.70E-01
2	2.31E-01	2.37E-01	2.04E-01	2.49E-01	2.50E-01	2.50E-01
3	2.36E-01	2.01E-01	2.04E-01	2.50E-01	2.52E-01	2.52E-01
4	2.00E-01	2.02E-01	2.04E-01	2.56E-01	2.57E-01	2.58E-01
5	2.01E-01	2.03E-01	2.07E-01	2.57E-01	2.59E-01	2.56E-01
AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-9.89E+02	-9.77E+02	-9.48E+02	-9.15E+02	-9.09E+02	-9.03E+02
2	-1.01E+03	-9.89E+02	-1.09E+03	-9.55E+02	-9.50E+02	-9.49E+02
3	-9.88E+02	-1.10E+03	-1.09E+03	-9.43E+02	-9.37E+02	-9.34E+02
4	-1.09E+03	-1.09E+03	-1.08E+03	-9.18E+02	-9.15E+02	-9.10E+02
5	-1.08E+03	-1.08E+03	-1.06E+03	-9.08E+02	-9.03E+02	-9.10E+02
ARMAX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	2.49E-01	2.34E-01	2.38E-01	2.50E-01	2.53E-01	2.52E-01
2	2.32E-01	2.24E-01	2.03E-01	7.61E+50	2.55E-01	2.56E-01
3	2.42E-01	2.03E-01	2.32E-01	2.60E-01	9.45E+04	3.61E+93
4	2.01E-01	3.43E+134	2.90E+49	2.57E-01	4.28E+167	2.59E-01
5	8.99E+70	4.80E+55	7.26E+211	3.17E+218	1.62E+10	2.55E-01
AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-9.64E+02	-1.01E+03	-9.91E+02	-9.55E+02	-9.47E+02	-9.47E+02
2	-1.00E+03	-1.03E+03	-1.09E+03	8.14E+04	-9.31E+02	-9.28E+02
3	-9.64E+02	-1.09E+03	-9.91E+02	-9.11E+02	7.96E+03	1.49E+05
4	-1.08E+03	2.15E+05	7.90E+04	-9.07E+02	2.67E+05	-9.01E+02
5	1.13E+05	8.89E+04	3.38E+05	3.48E+05	1.63E+04	-9.01E+02

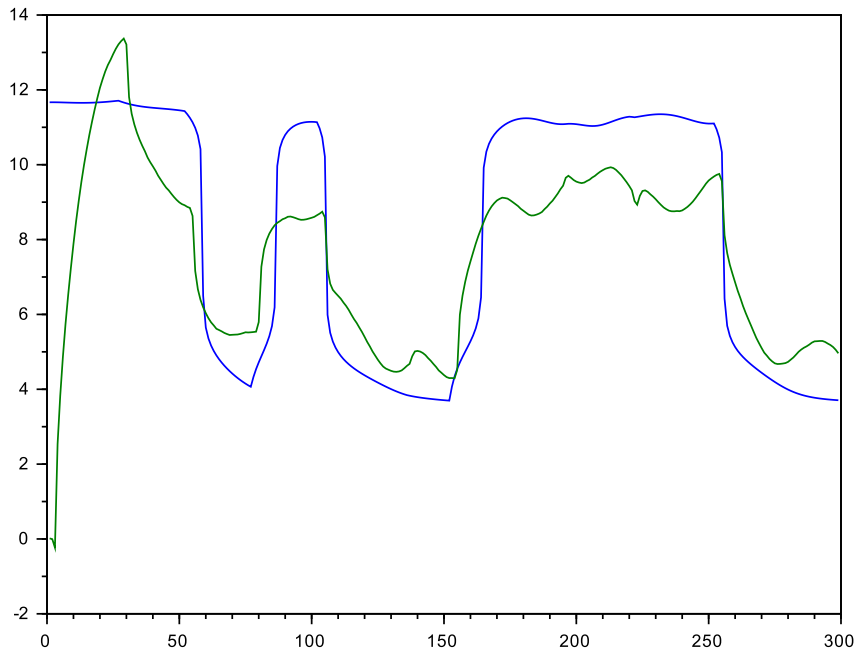
Tabela 3: Tabela contendo modelos ARX e ARMAX com critérios de resíduos e AKAIKE para o sistema do pH no tanque parte 2

Logo, foram realizados os teste, como demonstrado na Tabela 3 que apontaram para o modelo do tipo ARX, sistemas de 4ª ordem e atraso 0 para o critério de resíduos e de 3ª ordem e atraso 2 para o critério de AKAIKE. Para o modelo ARMAX foram apontados sistemas de 4ª ordem e atraso 0 para o critério de resíduos e de 2ª ordem e atraso 2 para o critério de AKAIKE. Indicando assim fortemente um modelo de 4ª ordem e atraso 1. Mas o modelo escolhido foi o de 3ª ordem e atraso 2 por ser tão significativo ao indicado, ser um modelo mais simples e tão fiel quanto o real. Para o modelo escolhido foram obtidos tais *thetas*:

$$\theta = \begin{bmatrix} 1.2529528 \\ -0.2505032 \\ -0.0242277 \\ 0.0100547 \\ -0.0031343 \\ 0.0132083 \\ 0.0780689 \\ -0.0504277 \\ 0.0120039 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Realizando uma simulação com os *thetas* encontrados acima nota-se que o modelo representou o quão similar possível o conjuntos de dados de teste. Como se pode notar na Figura 15.

Figura 15: Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 3 e atraso 2 para o sistema do pH no tanque parte 1



Para um modelo de 3ª ordem e atrasado 6 foram encontrados *thetas* com a técnica dos mínimos quadrados representados com *lambdas* iguais a 1, 0.995 e 0.99 representados respectivamente pelas figuras Figura 16, Figura 17 e Figura 18. É visível que para *lambdas* iguais a 1 o sistema achou os *thetas* e os manteve estáveis até o final. Para *lambdas* menores ele achou entre 50 a 100 passos mais rápido o *thetas*, mas em compensação oscilou esses valores bem mais. Para esses dois últimos valores de *lambdas*, a oscilação é menor quando comparada com o sistema anterior(barra bola), isso se atribui ao sistema ser mais linear. Logo uma diminuição do fator de esquecimento (*lambdas*), resulta em poucas oscilações no

cálculos dos *thetas*.

Figura 16: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 1 para o sistema do pH no tanque

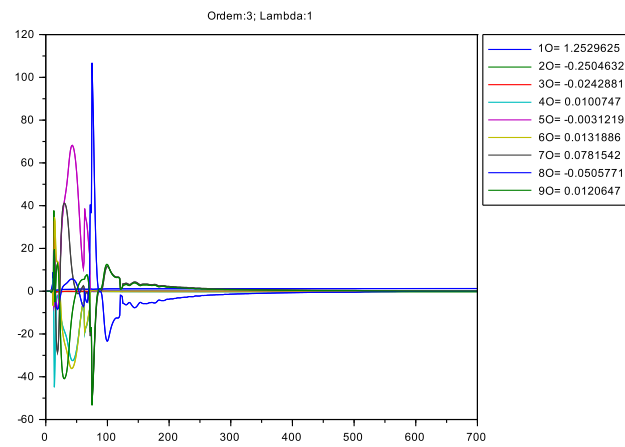


Figura 17: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.995 para o sistema do pH no tanque

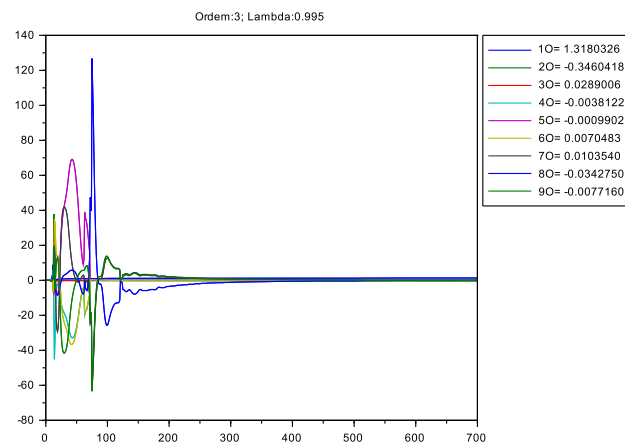
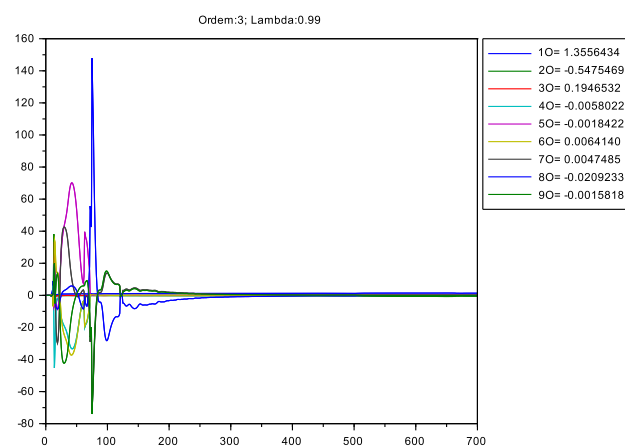


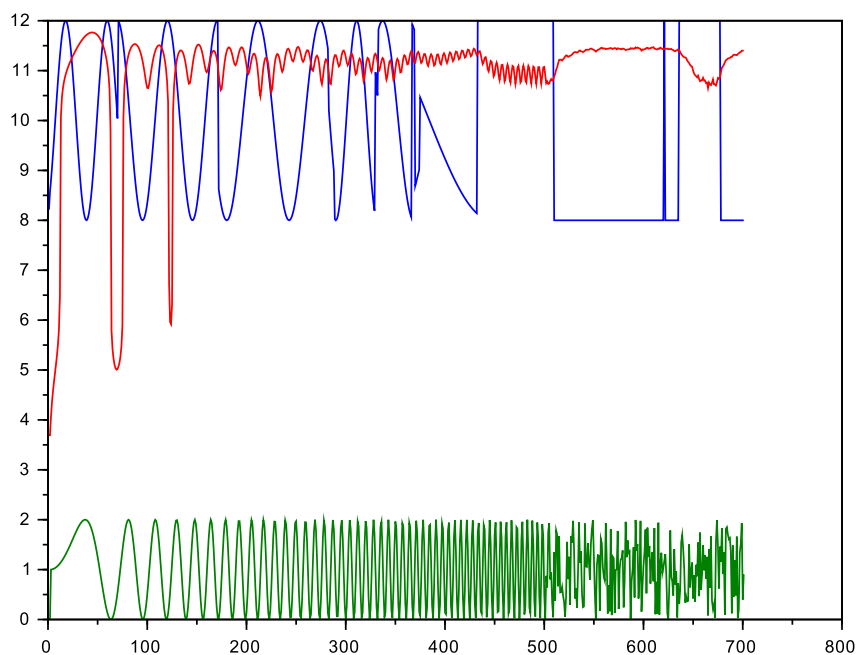
Figura 18: Gráfico do MQR com ordem 3 e atraso 2 e Lambda 0.99 para o sistema do pH no tanque



4.5 pH do tanque parte 2

Para esse conjunto de dados foi plotado os sinais de entrada como na Figura 19 e foi gerado a Tabela 4 abaixo.

Figura 19: Gráfico de entradas e saída do sistema do pH do tanque parte 2. Onde a curva azul é a entrada da solução ácida, a verde da solução básica e a vermelha é o pH do tanque.



ARX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	1.02E-02	5.61E-03	3.01E-03	2.58E-03	2.58E-03	2.22E-03
2	7.99E-03	5.30E-03	2.80E-03	3.07E-03	3.66E-03	2.66E-03
3	7.50E-03	5.77E-03	3.48E-03	3.74E-03	3.81E-03	2.83E-03
4	1.10E-02	8.48E-03	4.15E-03	3.78E-03	3.97E-03	2.97E-03
5	1.08E-02	9.17E-03	4.52E-03	3.84E-03	4.24E-03	3.08E-03

AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-3.20E+03	-3.62E+03	-4.05E+03	-4.15E+03	-4.15E+03	-4.24E+03
2	-3.37E+03	-3.65E+03	-4.09E+03	-4.02E+03	-3.89E+03	-4.11E+03
3	-3.40E+03	-3.58E+03	-3.92E+03	-3.87E+03	-3.85E+03	-4.05E+03
4	-3.12E+03	-3.30E+03	-3.79E+03	-3.85E+03	-3.81E+03	-4.01E+03
5	-3.12E+03	-3.23E+03	-3.72E+03	-3.83E+03	-3.75E+03	-3.97E+03

ARMAX						
Resíduos						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	3.75E-02	7.66E-03	3.23E-03	2.69E-03	2.78E-03	2.45E-03
2	8.71E-03	6.78E-03	2.81E-03	3.20E-03	3.80E-03	2.73E-03
3	2.43E-02	7.37E-03	2.04E+15	4.37E-03	5.30E-02	1.32E+02
4	2.82E-02	1.16E-02	5.14E-03	1.85E+12	2.31E+54	7.71E+20
5	1.41E-02	9.42E-03	5.35E-03	5.82E-03	4.75E+10	4.00E-03

AKAIKE						
Ordem/Delay	0	1	2	3	4	5
1	-2.29E+03	-3.40E+03	-4.00E+03	-4.12E+03	-4.09E+03	-4.17E+03
2	-3.30E+03	-3.47E+03	-4.08E+03	-3.98E+03	-3.86E+03	-4.08E+03
3	-2.57E+03	-3.40E+03	2.46E+04	-3.75E+03	-2.02E+03	3.41E+03
4	-2.46E+03	-3.07E+03	-3.63E+03	1.96E+04	8.68E+04	3.33E+04
5	-2.93E+03	-3.20E+03	-3.59E+03	-3.53E+03	1.71E+04	-3.78E+03

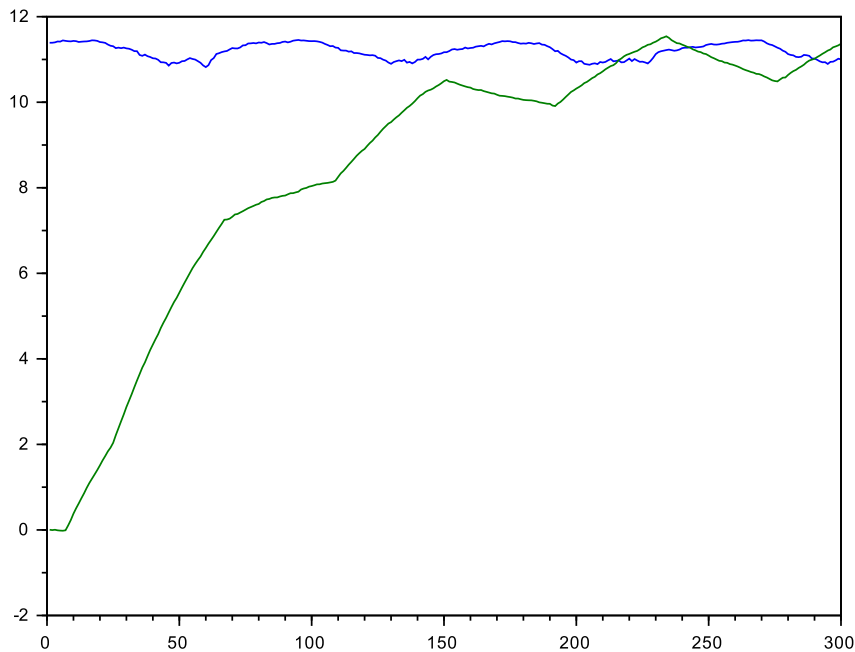
Tabela 4: Tabela contendo modelos ARX e ARMAX com critérios de resíduos e AKAIKE para o sistema do pH no tanque parte 2

Logo, foram realizados os teste, como demonstrado na Tabela 3 que apontaram para o modelo do tipo ARX, sistemas de 1ª ordem e atraso 5 para o critério de resíduos e de 1ª ordem e atraso 5 para o critério de AKAIKE. Para o modelo ARMAX foram apontados sistemas de 1ª ordem e atraso 5 para o critério de resíduos e de 1ª ordem e atraso 5 para o critério de AKAIKE. Indicando assim fortemente um modelo de 1ª ordem e atraso 5. Mas o modelo escolhido foi o de 1ª ordem e atraso 5 por ser tão significativo ao indicado, ser um modelo mais simples e tão fiel quanto o real. Para o modelo escolhido foram obtidos tais *thetas*:

$$\theta = \begin{bmatrix} 0.9848576 \\ 0.0156445 \\ 0.0148271 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Realizando uma simulação com os *thetas* encontrados acima nota-se que o modelo representou o quão similar possível o conjuntos de dados de teste. Como se pode notar na Figura 20.

Figura 20: Gráfico do modelo ARX escolhido com ordem 1 e atraso 5 para o sistema do pH no tanque parte 1



Para um modelo de 1ª ordem e atrasado 5 foram encontrados *thetas* com a técnica dos mínimos quadrados representados com *lambdas* iguais a 1, 0.995 e 0.99 representados respectivamente pelas figuras Figura 21, Figura 22 e Figura 23. É visível que para *lambdas* iguais a 1 o sistema achou os *thetas* e os manteve estáveis até o final. Para *lambdas* menores ele achou entre 50 a 100 passos mais rápido o *thetas*, mas em compensação oscilou esses valores bem mais. Para esses dois últimos valores de *lambdas*, a oscilação é menor quando comparada com o sistema anterior(barra bola), isso se atribui ao sistema ser mais linear. Logo uma diminuição do fator de esquecimento (*lambdas*), resulta em poucas oscilações no cálculos dos *thetas*.

Figura 21: Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 1 para o sistema do pH no tanque

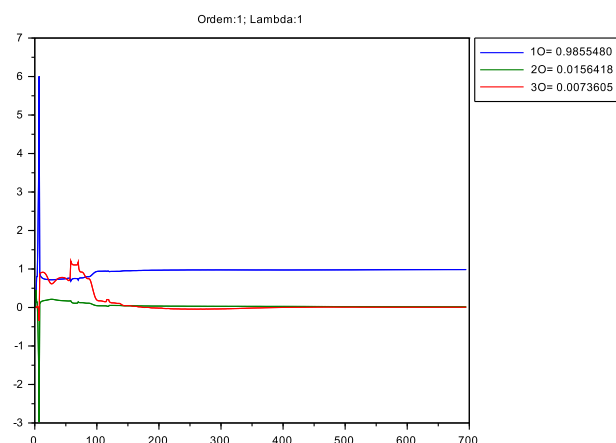


Figura 22: Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 0.995 para o sistema do pH no tanque

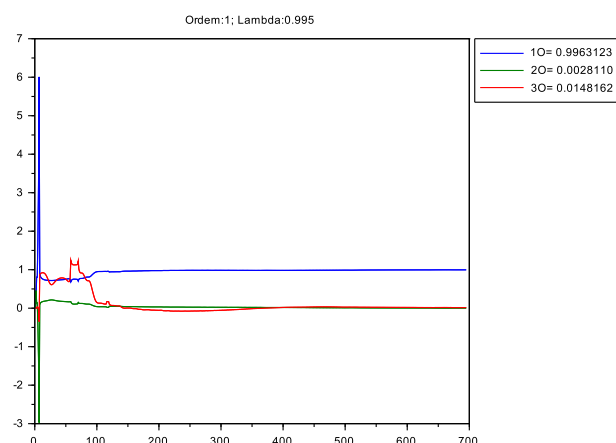
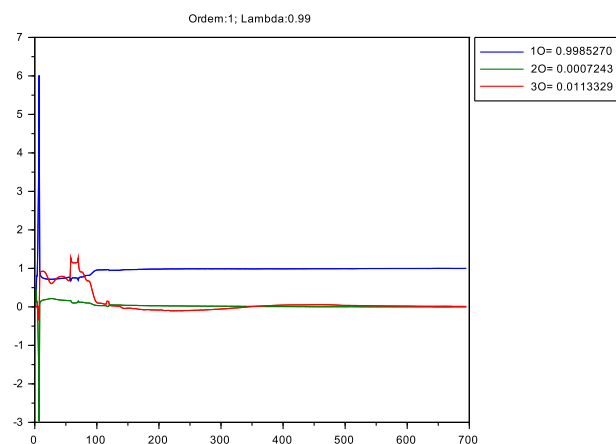


Figura 23: Gráfico do MQR com ordem 1 e atraso 5 e Lambda 0.99 para o sistema do pH no tanque



5 CONCLUSÃO

Ao final dessa prática, foi possível notar que o sistema apresentou resultados satisfatórios para os modelos ARX e ARMAX onde sistemas eram os mais lineares possíveis, uma vez que não existe sistema prático 100% linear e os modelos utilizados são indicados para sistemas lineares. É inegável que mesmo com suas limitações, essas técnicas de identificação buscaram seguir o sistema real com uma taxa de erro que podem ser admissíveis para o projetista do mesmo. Vale salientar que também são modelos *offline*, ou seja, qualquer nova variação não computada nos dados retirados para o cálculo do modelo não será descrita pelo modelo atual.

Utilizando o método do MQR, já com os parâmetros de ordem e atrasos conhecidos e escolhidos, foram obtidos valores de *thetas* de forma rápida e que possivelmente poderia trabalhar *online*, em uma planta identificando novos índices em tempo real. Com valores diferentes para o fator de esquecimento, rapidamente foram encontrados novos índices, e que a oscilação resultante dessa mudança representou pouco impacto em sistemas mais próximos da linearidade.

Por fim é conclusivo que mesmo utilizando essas técnicas para cálculo de modelos de um sistema é muito importante o olhar de um conhecedor do processo e das técnicas de modelagem para obtenção de um modelo fiel e o mais simples possível, resultando assim em uma modelagem eficiente a necessidade.

6 REFERÊNCIAS

- [1] Aguirre, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais
- [2] Coelho, A. A. R.; Coelho, L. D. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Editora da UFSC, 1ª ed., Florianópolis, 2004
- [3] OGATA, K.: Engenharia de Controle Moderno – 4o Edição, 2003, Prentice-Hall. (OGATA, 2003)