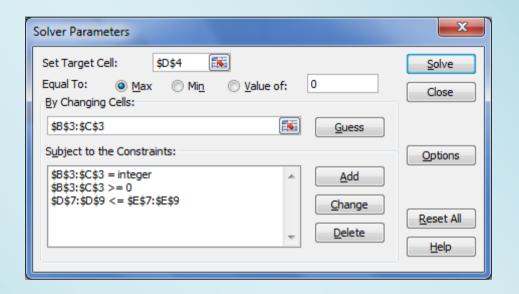
Chuyên đề Solver trong Excel 97-2010



NỘI DUNG

1.	Add-Ins Solver
1.1.	Add-In Solver cho Excel 2003
1.2.	Add-In Solver cho Excel 2007
2.	Sử dụng Solver5
2.1.	Trường hợp Excel 97-2007
2.2.	Trường hợp Excel 20108
3.	Tìm nghiệm cho hệ phương trình
4.	Bài toán tối ưu và qui hoạch tuyến tính
4.1.	Tối ưu một mục tiêu
4.2.	Qui hoạch nguyên21
4.3.	Bài toán đầu tử
5.	Lựa chọn danh mục đầu tư
5.1.	Giới thiệu bài toán
<i>5.2.</i>	Xác định các biến quyết định27
5.3.	Xác định mục tiêu
5.4.	Xác định các ràng buộc
<i>5.5.</i>	Triển khai mô hình lên bảng tính
5.6.	Nhận xét31
<i>5.7.</i>	Giải quyết mâu thuẫn giữa lợi nhuận và rủi ro

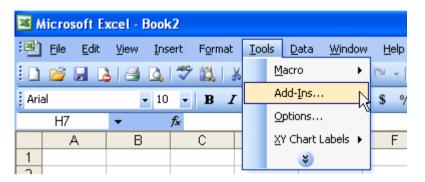
1. Add-Ins Solver

Trước khi sử dụng, chúng ta cần phải thêm tiện ích này vào Excel. Tùy theo phiên bản Excel mà bạn đang sử dụng thì cách làm khác nhau đôi chút. Tuy nhiên, cách thực hiện Add-In Solver cho các phiên bản Excel 97-2003 là giống nhau và cách thực hiện Add-In Solver trong Excel 2007-2010 cũng tương tự nhau. Các hình minh họa trong bài này sẽ sử dụng phiên bản Excel 2003 và Excel 2007.

1.1. Add-In Solver cho Excel 2003

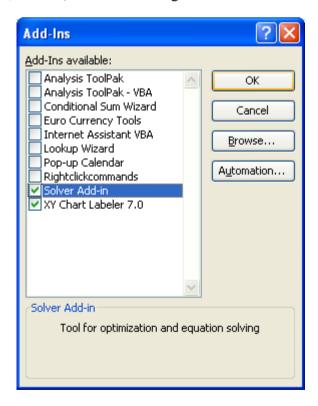
Các bước thực hiện Add-Ins Solver cho Excel 2003 như sau:

Bước 1. Vào Tools | chọn Add-Ins. Hộp thoại Add-Ins xuất hiện.



Hình 1. Chon lênh Add-Ins

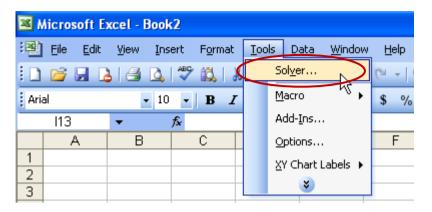
Bước 2. Trong hộp thoại Solver, tích vào ô vuông Solver Add-In



Hình 2. Hộp thoại Add-Ins chứa các chức năng mở rộng của Excel

Bước 3. Nhấn nút **OK** đóng hộp Add-Ins

Bước 4. Khi đó trong thực đơn Tools sẽ xuất hiện thêm lệnh Solver

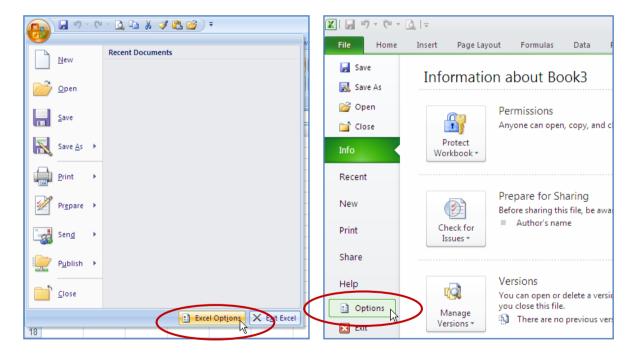


Hình 3. Lệnh Solver trong thực đơn Tools

1.2. Add-In Solver cho Excel 2007

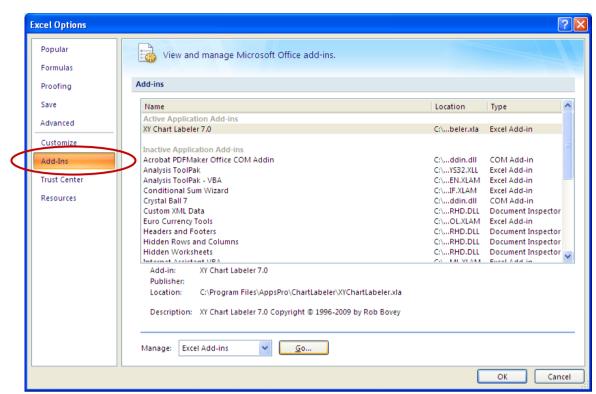
Do giao diện Excel 2007 thay đổi nhiều so với các phiên bản Excel cũ nên các bước thực hiện Add-Ins sẽ khác đôi chút. Các bước thực hiện như sau:

Bước 1. Nhấp chuột vào nút Office | chọn Excel Options



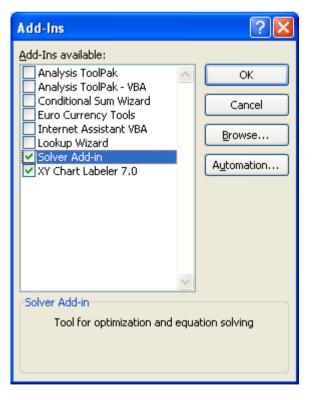
Hình 4. Vào Excel Options trong Excel 2007 & Excel 2010

Bước 2. Trong hộp thoại **Excel Options**, chọn **Add-Ins** từ danh sách bên trái, danh sách các Add-Ins trong Excel được liệt kê trong hộp Add-Ins với các phân nhóm khác nhau.



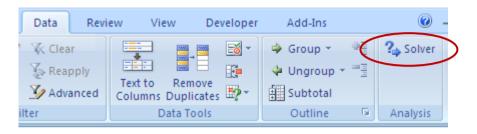
Hình 5. Hộp thoại Excel Options

Bước 3. Tại **Manage**, chọn **Excel Add-Ins** từ danh sách và nhấn nút **Go**... để mở hộp thoại Add-Ins.



Hình 6. Solver Add-in

- Bước 4. Chọn Solver Add-in từ danh sách Add-Ins avaiable và nhấn nút OK.
- Bước 5. Trong ngăn Data xuất hiện thêm nhóm Analysis chứa lệnh Solver.

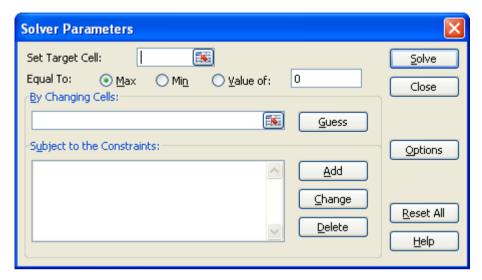


Hình 7. Lệnh Solver

2. Sử dụng Solver

2.1. Trường hợp Excel 97-2007

Để sử dụng tốt Solver ta cần nắm vững các yêu cầu thông số cần phải khai báo trong hộp thoại Solver Parameters:

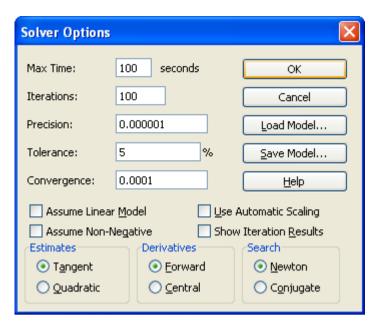


Hình 8. Hộp thoại Solver Excel 97-2007

- Set Target Cell: Nơi đây ta cần nhập vào địa chỉ của hàm mục tiêu.
- Equal To: Hàm mục tiêu muốn đạt tới Max, Min hay Value of (bằng một giá trị mong muốn nào đó thì nhập giá trị vào.)
- By Changing Cell: Nhập vào địa chỉ chứa các biến của bài toán cần giải.
- Subject to the constraints: Nhập vào các ràng buộc của bài toán.

Cách làm của Solver là thay đổi giá trị của các biến tại *By Changing Cell* đến lúc nào đó làm cho giá trị hàm mục tiêu tại *Set Target Cell* đạt một giá trị qui định tại *Equal To* (Max, Min hoặc Value of) và đồng thời phải thõa mãn tập các ràng buộc tại *Subject to the constraints*.

Thiết lập các tùy chọn cho hộp thoại Solver Parameters ta nhấp chuột vào nút **Options**, hộp thoại **Solver Options** xuất hiện:

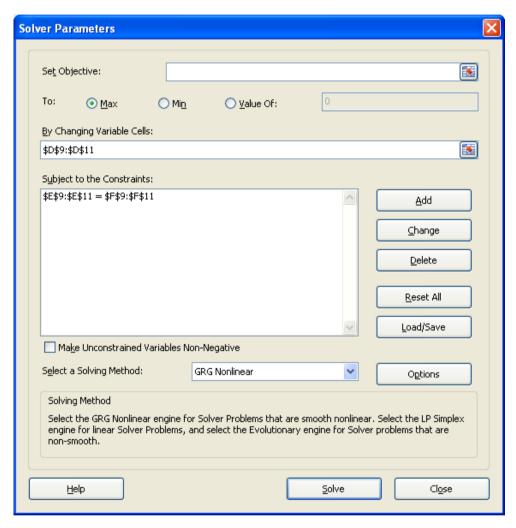


Hình 9. Thiết lập thông số cho Solver: Chế độ mặc định

Tham số	Giải thích
Max Time	Thời gian tối đa để giải bài toán, giá trị mặc định là 100 giây dùng cho các bài toán đơn giản. Thời gian tối đa có thể nhập vào là 32.767 giây.
Iterations	Số lần lặp tối đa để giải bài toán, giá trị mặc định là 100 giây dùng cho các bài toán đơn giản. Số lần lặp tối đa có thể nhập vào là 32.767 lần.
Precision	Độ chính xác của bài toán. Tại đây có thể nhập vào các số trong khoảng 0 và 1. Số càng gần 0 thì độ chính xác càng cao. Giá trị này điều chỉnh độ sai số cho tập ràng buộc. Giá trị mặc định là 1 phần triệu.
Tolerance	Chỉ áp dụng đối với bài toán có ràng buộc nguyên. Nhập vào sai số có thể chấp nhận được, sai số càng lớn thì tốc độ giải càng nhanh. Giá trịmặc định là 5%
Convergence	Chỉ áp dụng cho các bài toán không tuyến tính (nonlinear). Tại đây nhập vào các số trong khoảng 0 và 1. Giá trị càng gần 0 thì độ chính xác cao hơn và cần thời gian nhiều hơn.
Assume Linear Model	Chọn để tăng tốc độ giải bài toán khi tất cả quan hệ trong mô hình là tuyến tính.
Assume Non-Negative	Chọn tùy chọn này nếu muốn Solver giả định là tất cả các biến là không âm.
Use Automatic Scaling	Chọn khi bài toán mà các dữ liệu nhập và xuất có sự khác biệt lớn. Ví dụ bài toán tối đa % lợi nhuận trên hàm triệu USD vốn đầu tư.
Show Iteration Results	Chọn nếu muốn Solver tạm dừng lại và hiển thị kết quả sau mỗi lần lặp.
Estimates	Chọn phương pháp cho Solver dùng để ước lượng các biến:
	Tangent: Sử dụng cách xấp xỉ tuyến tính bậc nhất.
	Quadratic: Sử dụng cách xấp xỉ bậc bốn
Derivatives	Chọn cách để ước lượng hàm mục tiêu và các ràng buộc
	Forward: được dùng rất phổ biến hơn, khi đó các giá trị của ràng buộc biến đổi chậm.
	Central: Dùng khi các giá trị của ràng buộc biến đổi nhanh và được dùng khi Solver báo không thể cải tiến kết quả thu được.
Search	Qui định giải thuật tìm kiếm kết quả cho bài toán:
	Newton: là phương pháp mặc định, nó sử dụng nhiều bộ nhớ hơn và có số lần lặp ít hơn phương pháp Conjugate.
	Conjugate: Cần ít bộ nhớ hơn phương pháp Newton nhưng số lần lặp thì nhiều hơn. Dùng phương pháp này cho các bài toán phức tạp và bộ nhớ thì có giới hạn.
Save Model	Chọn nơi lưu mô hình bài toán. Được dùng khi cần lưu nhiều hơn một mô hình trên một worksheet. Mô hình đầu tiên đã được lưu tự động.
Load Model	Xác định vùng địa chỉ của mô hình bài toán cần nạp vào

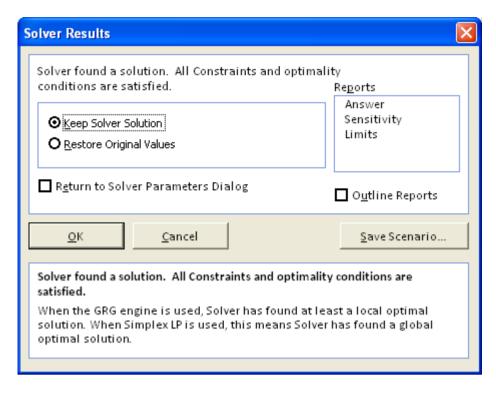
2.2. Trường hợp Excel 2010

Solver trong Excel 2010 đã được thiết kế lại về giao diện và tên gọi của các hộp khai báo thông số cũng như sắp xếp lại các thành phần trên hộp thoại. Solver trong Excel 2010 đã bổ sung thêm phương pháp tìm kiếm lời giải mới Evolutionary Solver dựa trên các thuật toán di truyền (genetic algorithms). Phương pháp này cho phép giải quyết những bài toán có sử dụng bất kỳ hàm nào trong Excel. Solver trong Excel 2010 được tối ưu cho việc giải quyết các bài toán tuyến tính và phi tuyến và bổ sung thêm 2 loại báo cáo kết quả Linearity và Feasibility.



Hình 10. Hôp thoại Solver Parameters của Excel 2010

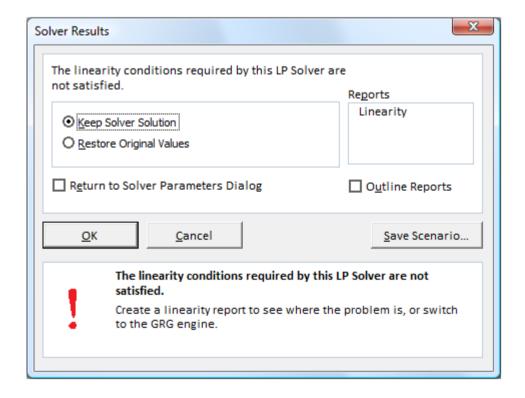
- Set Object: Nơi đây ta cần nhập vào địa chỉ của hàm mục tiêu.
- To: Hàm mục tiêu muốn đạt tới Max, Min hay Value of (bằng một giá trị mong muốn nào đó thì nhập giá trị vào hộp bên cạnh)
- By Changing Variable Cells: Nhập vào địa chỉ chứa các biến thay đổi của bài toán cần giải.
- Subject to the constraints: Nhập vào các ràng buộc của bài toán.



Hình 11. Hộp thoại Solver Results

Báo cáo Linearity

Khi không tìm được lời giải trong các bài toán phi tuyến. Solver sẽ chỉ ra các điều kiện ràng buộc và các biến không thõa trong bài toán.



Hình 12. Hộp Solver results với báo cáo Linearity

Objective Cell ()

Cell	Name	Original Value	Final Value	Linear Function
\$D\$18 Total	al Profits:	\$16,000	\$16,000	Yes

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Occurs Linearly
\$D\$9	Number to Build-> TV set	100	100	No
\$E\$9	Number to Build-> Stereo	100	100	No
\$F\$9	Number to Build-> Speaker	100	100	Yes

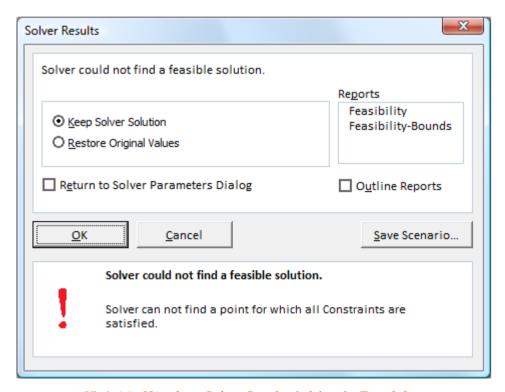
Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Linear Function
\$C\$11	Chassis No. Used	118	\$C\$11<=\$B\$11	No
\$C\$12	Picture Tube No. Used	100	\$C\$12<=\$B\$12	Yes
\$C\$13	Speaker Cone No. Used	500	\$C\$13<=\$B\$13	Yes
\$C\$14	Power Supply No. Used	200	\$C\$14<=\$B\$14	Yes
ፍሮፍ16	Flactronice No. Head	400	312G2=<31202	Vac

Hình 13. Báo cáo Linearity

Báo cáo Feasibility

Nếu không tìm được lời giải khả thi cho bài toán. Solver hiển thị thông báo không tìm được lời giải khả thi và báo cáo sẽ giúp ta xác định nguyên nhân của vấn đề không tìm được lời giải.



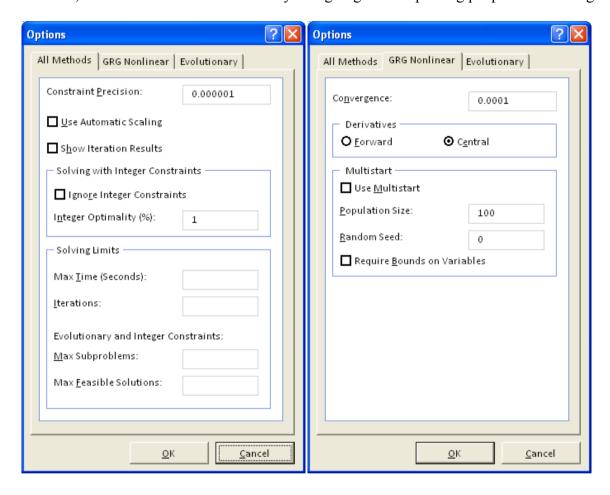
Hình 14. Hộp thoại Solver Result với báo cáo Feasibility

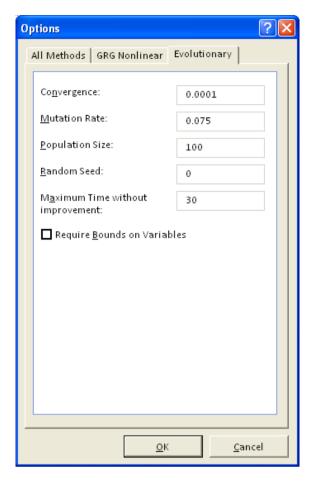
Constraints Which Make the Probl	olem in	iteasible
----------------------------------	---------	-----------

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$C\$11	Chassis No. Used	0	\$C\$11<=\$B\$11	Violated	-1
\$D\$9	Number to Build-> TV set	0	\$D\$9>=0	Binding	0
\$E\$9	Number to Build-> Stereo	0	\$E\$9>=0	Binding	0

Hình 15. Báo cáo Feasibility

Bạn có thể tinh chỉnh các thông số cho quá trình giải bài toán bằng cách nhấn vào nút Options trong hộp thoại **Solver Parameters**. Hộp thoại Options xuất hiện và được tổ chức thành 3 ngăn All Methods, GRG Nonlinear và Evolutionary tương ứng với các phương pháp tìm kiếm lời giải.





Hình 16. Các ngăn trong hộp thoại Options

3. Tìm nghiệm cho hệ phương trình

Tìm nghiệm cho hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 33 & (1) \\ 2x + y + z = 18 & (2) \\ x + 4y + 3z = 30 & (3) \end{cases}$$

Các bước thực hiện:

Bước 1. Lập mô hình bài toán trên bảng tính trong vùng A7:F10 theo dạng sau:

4	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		
1	Giải hệ ph	Giải hệ phương trình bằng Solver								
2										
3	2x +	2y + 3z = 33								
4	2x+	y + z = 18 4y + 3z = 30								
5	(^ '	4y 1 32 - 30								
6										
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải				
8								(1)		
9								(2)		
10								(3)		
11										

Hình 17. Lập mô hình bài toán trên bảng tính

Bước 2. Nhập các hệ số bên vế trái của các phương trình:

- Trong vùng A8:C8 nhập các hệ số của phương trình thứ nhất
- Trong vùng A9:C9 nhập các hệ số của phương trình thứ hai
- Trong vùng A10:C10 nhập các hệ số của phương trình thứ ba

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải		
8	2	2	3					(1)
9	2	1	1					(2)
10	1	4	3					(3)
44								

Hình 18. Nhập các hệ số bên trái của các phương trình

Bước 3. Nhập các giá trị ở vế phải của các phương trình vào các ô F8, F9 và F10 tương ứng với thứ tự của 3 phương trình.

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải		
8	2	2	3			33		(1)
9	2	1	1			18		(2)
10	1	4	3			30		(3)
11								

Hình 19. Nhập các giá trị ở vế phải của các phương trình

Bước 4. Nhập các giá trị nghiệm khởi tạo cho các biến x, y, z trong các ô D8, D9 và D10 các giá trị tùy ý. Ví dụ bạn nhập vào là 1 cho tất cả các ô.

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải		
8	2	2	3	1		33		(1)
9	2	1	1	1		18		(2)
10	1	4	3	1		30		(3)
4.4								

Hình 20. Nghiệm khởi tao

Bước 5. Tính toán kết quả cho vế trái bằng việc nhân các hệ số của phương trình với các nghiệm x, y, z khởi tạo. Có nhiều cách tính:

Cách 1. Nhân cơ bản:

- Tại ô **E8** nhập vào công thức =**A8*\$D\$8+B8*\$D\$9+C8*\$D\$10**
- Sao chép công thức xuống cho các ô E9 và E10. Khi đó:
 - E9 có công thức là =A9*\$D\$8+B9*\$D\$9+C9*\$D\$10
 - E10 có công thức là =A10*\$D\$8+B10*\$D\$9+C10*\$D\$10

Cách 2. Sử dụng hàm Sumproduct kết hợp hàm Transpose để tính vế trái:

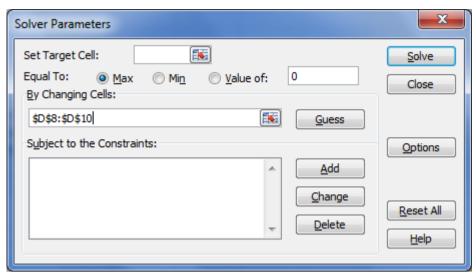
- Tại E8 nhập vào công thức =Sumproduct(A8:C8,Transpose(\$D\$8:\$D\$10))
- Sao chép công thức từ ô E8 cho các ô E9 và E10

	E8	~ (0)	f_{x}	=A8*\$D\$8+	+B8*\$D\$9+C	8*\$D\$10						
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		J	K	L
1	Giải hệ ph	nương trìn	h bằng So	lver								
2												
3	2x +	2y + 3z = 33										
4	2x +	y + z = 18 4y + 3z = 30										
5	(4y 1 32 30										
6												
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải						
8	2	2	3	1	7	33		(1)	E8=A8*\$D	\$8+B8*\$D\$	9+C8*\$D\$	10
9	2	1	1	1	4	18		(2)	E9=A9*\$D	\$8+B9*\$D\$	9+C9*\$D\$	10
10	1	4	3	1	8	30		(3)	E10=A10*	\$D\$8+B10*	\$D\$9+C10	\$D\$10
11												

Hình 21. Tính vế trái

Bước 6. Vào **Data** | nhóm **Analysis** | chọn lệnh **Solver**, hộp thoại **Solver Parameters** xuất hiện. Chúng ta tiến hành khai báo các thông số:

• Tại **By Changing Cells** nhập vào địa chỉ của các nghiệm khởi tạo D8:D10



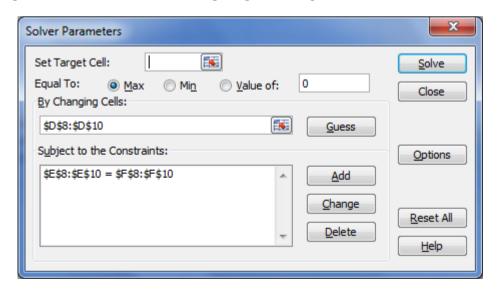
Hình 22. Khai báo By Changing Cells

 Tại hộp Subject to the Constraints, nhấp nút Add để thêm ràng buộc vào hộp thoại Add Contraint như hình sau:



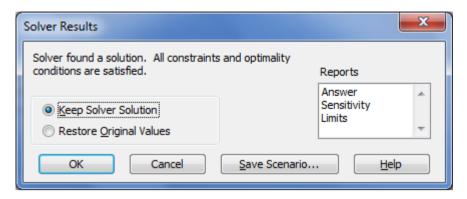
Hình 23. Thêm ràng buộc

• Nhấp nút **OK** sau khi khai báo xong ràng buộc, hộp thoại **Solver Parameters** như sau:



Hình 24. Khai báo thông số cho Solver

Bước 7. Nhấp vào nút **Solve** để bắt đầu tìm nghiệm hệ phương trình. Khi **Solver** tìm được nghiệm thì hộp thoại **Solver Results** xuất hiện như hình sau:



Hình 25. Hộp thoại Solver Results

Bước 8. Chon kiểu báo cáo:

- Chon **Keep Solver Solution** để lưu kết quả tìm được trên bảng tính.
- Chọn **Restore Original Values** để hủy kết quả Solver vừa tìm được và trả các biến về tình trang ban đầu.
- Chọn Save Scenario... để lưu kết quả vừa tìm được thành một tình huống để có xem lại sau này. Ngoài ra bạn còn có thể chọn 3 loại báo cáo bổ sung là Answer, Sensitivity và Limits.

Bước 9. Chọn **OK** để hoàn tất quá trình chạy Solver.

	Α	В	С	D	Е	F
7	ax	by	cz	Nghiệm	Tính vế trái	Vế phải
8	2	2	3	5	33	33
9	2	1	1	1	18	18
10	1	4	3	7	30	30
4.4						

Hình 26. Các nghiệm của hệ phương trình

Nghiệm của hệ phương trình giải bằng Solver trong bài trên có độ chính xác một phần triệu, chúng ta có thể tăng độ chính xác lênh bằng cách chỉnh lại **Precision** trong **Options** của hộp thoại **Solver Parameters**.

4. Bài toán tối ưu và qui hoạch tuyến tính

Dạng tổng quát của một bài toán qui hoạch tuyến tính

Hàm mục tiệu:
$$F = c_1X_1 + c_2X_2 + ... + c_nX_n \rightarrow Max$$
 (hoặc Min)

Các ràng buộc: $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{12}X_1 + a_{12}X_2 + a$

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \dots + a_{kn}X_n \geq b_k \\ \vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n = b_m \end{cases}$$

Với i, j, k, m,
$$n \in Z$$

- Các ký hiệu c₁, c₂, c_n là các hệ số của hàm mục tiêu. Chúng có thể biểu thị cho lợi nhuận (hoặc chi phí).
- Ký hiệu a_{ij} là các hệ số của các phương trình trong tập ràng buộc. Các phương trình có dang bất đẳng thức hoặc đẳng thức.
- Một tập hợp X = (X₁, X₂, ... X_n) gọi là lời giải chấp nhận được khi nó thõa tất cả ràng buôc.
- Một tập hợp X* = (X*₁, X*₂, ... X*_n) gọi là lời giải tối ưu nếu giá trị hàm mục tiêu tại đó tốt hơn giá trị hàm mục tiêu theo các phương án khác.

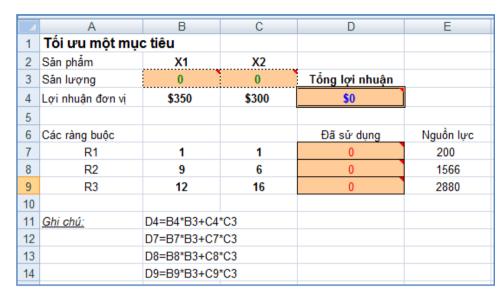
4.1. Tối ưu một mục tiêu

Tìm X_1 và X_2 sau cho hàm lợi nhuận $F = 350X_1 + 300X_2$ đạt giá trị **cực đại** với các ràng buộc sau đây:

$$X_1$$
 + X_2 \leq 200 (R1)
 $9X_1$ + $6X_2$ \leq 1566 (R2)
 $12X_1$ + $16X_2$ \leq 2880 (R3)
 X_1 \geq 0 (R4)
 X_2 \geq 0 (R5)

Bước 1. Tổ chức dữ liệu trên bảng tính

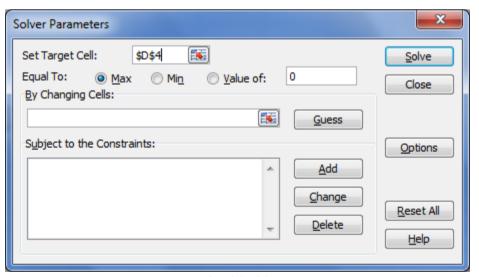
- Biến quyết định: là số lượng sản phẩm mỗi loại cần sản xuất nhập tại các ô **B3** và **C3**. Ví dụ, bạn hãy cho các giá trị cần sản xuất khởi tạo là **0**.
- Hàm mục tiêu: là hàm lợi nhuận được tính căn cứ trên các giá trị khởi tạo của **X1**, **X2** và lợi nhuận đơn vị. Công thức tại ô **D4** là =B4*B3+C4*C3
- Thiết lập các ràng buộc trên bảng tính:
 - o Nhập các hệ số bên trái của các quan hệ ràng buộc tại các ô **B7:C9.**
 - o Tính lương tài nguyên đã sử dung tại các ô **D7**, **D8** và **D9** theo các công thức:
 - Công thức tại ô D7 là =B7*B3+C7*C3
 - Công thức tại ô D8 là =B8*B3+C8*C3
 - Công thức tai ô D9 là =B9*B3+C9*C3
 - o Nhập các giá trị ở vế phải của các quan hệ ràng buộc tại các ô E7, E8 và E9.



Hình 27. Lập mô hình bài toán trên bảng tính

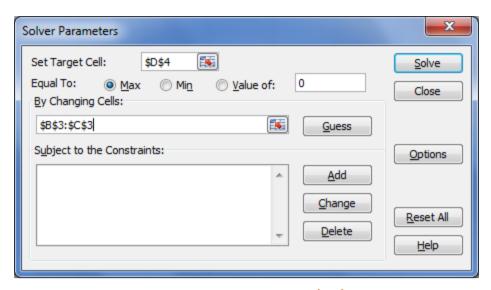
Bước 2. Khai báo hàm mục tiêu, chọn ô hàm mục tiêu **D4** rồi vào Data | nhóm Analysis | chọn lệnh Solver, hộp thoại Solver Parameters xuất hiện:

- Tại **Set Target Cell** nhập vào D4
- Tại Equal To chọn Max để cho Solver tìm lời giải cực đại cho hàm mục tiêu, nghĩa là tối đa hóa lơi nhuân.



Hình 28. Khai báo hàm mục tiêu

Bước 3. Khai báo các biến quyết định (tượng trưng cho lượng sản phẩm X_1 và X_2 cần phải sản xuất). Tại **By Changing Cells** nhập vào vùng địa chỉ của các biến quyết định B3 và C3.



Hình 29. Khai báo địa chỉ các biến cần tìm

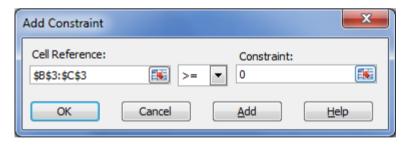
Bước 4. Thêm các ràng buộc vào Subject to the Constraints

Nhấp nút Add, chọn vùng địa chỉ D7:D9 tại Cell Reference, chọn dấu <= và chọn E7:E9 tại Constraint. (Các ràng buộc R1, R2, R3 đều là bất phương trình dạng <= nên ta chọn cả vùng địa chỉ).



Hình 30. Các ràng buộc cho các bất phương trình R1, R2 và R3

• Nhấp nút **Add** và khai báo tiếp các ràng buộc về cận dưới cho X1 và X2 như hình sau.



Hình 31. Các ràng buộc cho các biến X1 và X2

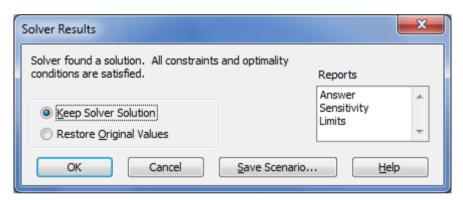
• Nhấp nút **OK** sau khi hoàn tất khai báo các ràng buộc



Hình 32. Danh sách các ràng buộc của bài toán

- Để hiệu chỉnh ràng buộc ta chọn ràng buộc và nhấp nút **Change**
- Để xóa ràng buộc, ta chọn ràng buộc từ danh sách Subject to the Contraints và nhấp nút Delete.

Bước 5. Nhấp nút Solve để chạy Solver, hộp thoại Solver Results xuất hiện



Hình 33. Kết quả chạy Solver và tạo báo cáo.

Bước 6. Nhấp chọn Keep Solver Solution và chọn OK.

	Α	В	С	D	E
1	Tối ưu một mục	c tiêu			
2	Sản phẩm	X1	X2		
3	Sản lượng	122	78	Tổng lợi nhuận	
4	Lợi nhuận đơn vị	\$350	\$300	\$66,100	
5					
6	Các ràng buộc			Đã sử dụng	Nguồn lực
7	R1	1	1	200	200
8	R2	9	6	1566	1566
9	R3	12	16	2712	2880
10					

Hình 34. Kết quả bài toán tối ưu một mục tiêu.

Lợi nhuận lớn nhất đạt 66.100 khi đó cần sản xuất 122 sản phẩm X_1 và 78 sản phẩm X_2 .

4.2. Qui hoạch nguyên

Trong Excel cách giải bài toán qui hoạch nguyên tuyến tính cũng giống như các giải bài toán qui hoạch tuyến tính. Bạn chỉ cần thêm điều kiện nguyên cho các biến bắt buộc là số nguyên và hiệu chỉnh một số tuỳ chọn trong **Options**....của hộp thoại Solver Parameters.

Tìm X_1 và X_2 sau cho hàm lợi nhuận $F = 300X_1 + 230X_2$ đạt giá trị **cực đại** với các ràng buộc sau đây:

$$X_1$$
 + $3X_2$ \leq 200 (R1)
 $9X_1$ + $5X_2$ \leq 1290 (R2)
 $9X_1$ + $16X_2$ \leq 2350 (R3)
 X_1 \geq 0 (R4)
 X_2 \geq 0 (R5)

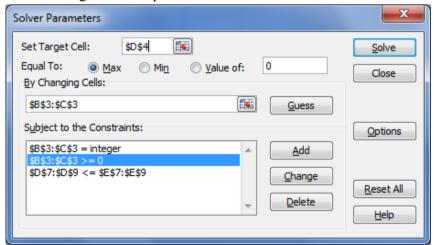
 X_1 và X_2 phải là số nguyên.

Bước 1. Tổ chức dữ liệu trên bảng tính

4	А	В	С	D	E
1	Qui hoạch ngu	yên			
2	Sản phẩm	X1	X2		
3	Sản lượng	0	0	Tổng lợi nhuận	
4	Lợi nhuận đơn vị	\$300	\$230	\$ 0	
5					
6	Các ràng buộc			Đã sử dụng	Nguồn lực
7	R1	1	3	0	200
8	R2	9	5	0	1290
9	R3	9	16	0	2350
10					
11	Ghi chú:	D4=B4*B3+C4	*C3		
12		D7=B7*B3+C7	*C3		
13		D8=B8*B3+C8	*C3		
14		D9=B9*B3+C9	*C3		
AF					

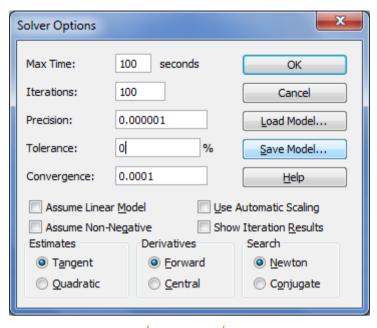
Hình 35. Thiết lập mô hình bày toán

Bước 2. Khai báo các thông số cho hộp thoại Solver Parameters.



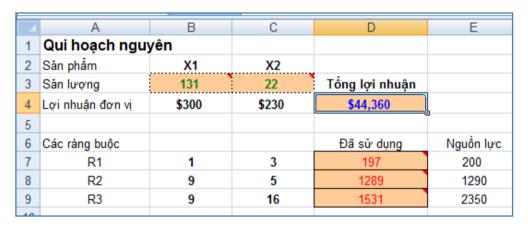
Hình 36. Khai báo thông số

Bước 3. Tùy chỉnh **Tolerance** trong tùy chọn **Options...** và nhập **Tolerance** là 0 (không sai số). Nhấp nút **OK** sau khi tùy chỉnh.



Hình 37. Thiết lập tham số cho Tolerance

Bước 4. Nhấn nút **Solve**, chọn loại báo cáo và nhấp nút **OK.** Kết quả bài toán qui hoạch nguyên như sau:



Hình 38. Kết quả bài toán qui hoạch nguyên

4.3. Bài toán đầu tư

Nhà đầu tư chứng khoán Chí Phèo đang phân tích kế hoạch đầu tư toàn bộ số tiền \$750.000 vào các loại trái phiếu của các Công ty được đánh giá theo bảng sau:

Trái phiếu của công ty	Suất thu lợi hàng năm	Số năm đáo hạn	Đánh giá Trái phiếu
ACME Chemical	8.65%	11	1-Cực kỳ tốt
DynaStar	9.50%	10	3-Tốt
Eagle Vision	10.00%	6	4-Khá tốt
MicroModeling	8.75%	10	1- Cực kỳ tốt
OptiPro	9.25%	7	3-Tốt
Sabre Systems	9.00%	13	2-Rất tốt

Nhằm bảo vệ khoản đầu tư, nhà đầu tư quyết định đầu tư không quá 25% tiền vào bất kỳ trái phiếu nào và phải đầu tư ít nhất là 50% của tổng số tiền vào trái phiếu dài hạn (có năm đáo hạn lớn hơn hay bằng 10 năm). Các trái phiếu DynaStar, Eagle Vision và OptiPro có suất thu lợi cao nhất tuy nhiên không được đầu tư vào 3 loại trái phiếu này quá 35% của tổng số tiền vì chúng có rủi ro cao (rủi ro cao khi được đánh giá từ 2-Tốt trở xuống).

Chí Phèo cần xác định phải đầu tư như thế nào để cực đại hóa lợi tức trong khi đảm bảo thõa mãn các qui định nêu ra như phần trên.

Xác định các biến: số tiền đầu tư vào mỗi loại trái phiếu

Đặt X_1 : là tổng số tiền đầu tư vào Acme Chemical

X₂: là tổng số tiền đầu tư vào DynaStar

X₃: là tổng số tiền đầu tư vào Eagle Vision

X₄: là tổng số tiền đầu tư vào MicroModeling

X₅: là tổng số tiền đầu tư vào OptiPro

X₆: là tổng số tiền đầu tư vào Sabre Systems

Xác định hàm mục tiêu: cực đại hóa lợi tức đầu tư

$$0.0865X_1 + 0.095X_2 + 0.10X_3 + 0.0875X_4 + 0.0925X_5 + 0.09X_6 \rightarrow Max$$

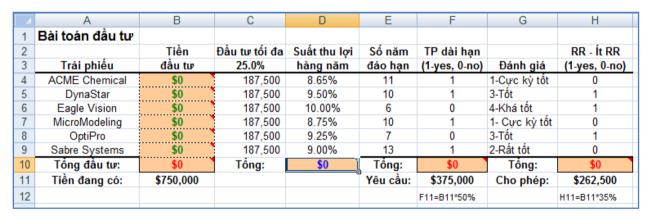
Xác định các ràng buộc:

- Tổng đầu tư phải bằng \$750.000 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 750.000$
- Đảm bảo không đầu tư quá 25% của tổng số tiền vào một loại trái phiếu nào đó. (25%*750.000=187.500). Ta có 6 ràng buộc sau: X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 , $X_6 \le 187.500$
- Phải đầu tư ít nhất 50% tiền vào các trái phiếu dài hạn (50%*750.000=375.000). Các trái phiếu có số năm đáo hạn lớn hơn hay bằng 10 năm là X₁, X₂, X₄ và X₆.
 X₁ + X₂ + X₄ + X₆ ≥ 375.000

- Đầu tư không quá 35% tiền (35%*750.000=262.500) vào các trái phiếu DynaStar (X_2), Eagle Vision (X_3) và OptiPro (X_5). $X_2 + X_3 + X_5 \le 262.500$
- Vì các biến là tiền đầu tư nên phải lớn hơn hay bằng 0. $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \ge 0$

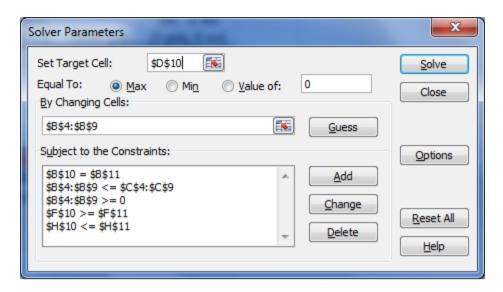
Bước 1. Lập mô hình bài toán trên bảng tính

- Nhập các số tiền đầu tư khởi đông cho các ô **B4:B9** là 0.
- Tính tổng tiền đầu tư và đặt tại ô **B10** theo công thức =**Sum**(**B4:B9**).
- Nhập số tiền cần đầu tư 750.000 vào ô **B11**.
- Tính số tiền đầu tư tối đa cho mỗi trái phiếu và đặt tại các ô C4:C9. Tất cả tính bằng công thức =\$C\$3*\$B\$11
- Tính tổng lợi tức hàng năm tại ô **D10** theo công thức sau: =**SUMPRODUCT(D4:D9,\$B\$4:\$B\$9).**
- Nhập số 1 vào các ô **F4:F9** nếu nó là trái phiếu dài hạn, nếu không là trái phiếu dài hạn thì nhập số 0. Sau đó tính tổng số tiền đầu tư vào các trái phiếu dài hạn như công thức sau: =**SUMPRODUCT(F4:F9,\$B\$4:\$B\$9**).
- Nhập số 1 vào các ô **H4:H9** nếu đánh giá trái phiếu là rủi ro cao (lời nhiều), ngược lại thì nhập số **0**. Tính tổng số tiền đầu tư các trái phiếu có suất thu lợi cao theo công thức: =**SUMPRODUCT(H4:H9,\$B\$4:\$B\$9)**
- Tính ô F11 theo công thức =50%*B11 và tính ô H11 theo công thức =35%*B11.



Hình 39. Lập mô hình bài toán trên bảng tính

Bước 2. Chọn ô hàm mục tiêu **D10**, sau đó chọn Data | nhóm **Analysis** | chọn **Solver.** Khai báo các tham số như hộp thoại Solver Parameters như hình sau:



Hình 40. Khai báo tham số cho Solver

Bước 3. Nhấp nút Solve để chạy Solver. Chọn loại báo cáo và nhấp OK để hoàn tất.

4	Α	В	С	D	Е	F	G	Н
1	Bài toán đầu tư							
2		Tiền	Đầu tư tối đa	Suất thu lợi	Số năm	TP dài hạn		RR - Ít RR
3	Trái phiếu	đầu tư	25.0%	hàng năm	đáo hạn	(1-yes, 0-no)	Đánh giá	(1-yes, 0-no)
4	ACME Chemical	\$112,500	187,500	8.65%	11	1	1-Cực kỳ tốt	0
5	DynaStar	\$75,000	187,500	9.50%	10	1	3-Tốt	1
6	Eagle Vision	\$ 187,500	187,500	10.00%	6	0	4-Khá tốt	1
7	MicroModeling	\$187,500	187,500	8.75%	10	1	1- Cực kỳ tốt	0
8	OptiPro	\$ 0	187,500	9.25%	7	0	3-Tốt	1
9	Sabre Systems	\$187,500	187,500	9.00%	13	1	2-Rất tốt	0
10	Tổng đầu tư:	\$750,000	Tổng:	\$68,888	Tổng:	\$562,500	Tổng:	\$262,500
11	Tiền đang có:	\$750,000			Yêu cầu:	\$375,000	Cho phép:	\$262,500
12						F11=B11*50%		H11=B11*35%

Hình 41. Kết quả bài toán đầu tư

5. Lựa chọn danh mục đầu tư

"Kỷ niệm về Mr.Okebab"

Một trong các ứng dụng nổi tiếng nhất của mô hình NLP là xác định các khoản đầu trong danh mục vốn đầu tư để giảm rủi ro đến mức thấp nhất và thu được lợi nhuận như mong muốn. Đối với việc đầu tư đơn lẻ thì thước đo mức rủi ro chính là sự biến thiên (phương sai) hoặc độ lệch chuẩn của lợi nhuận trong một số thời đoạn. Do vậy, mục tiêu chính của việc chọn lựa danh mục đầu tư là làm giảm đi (làm tron) sự biến thiên của lợi nhuận thu về từ danh mục đầu tư bằng cách chọn đầu tư sao cho tổng lợi nhuận thu về có khuynh hướng biến đổi ngược chiều nhau. Vì thế chúng ta nên chọn các khoản đầu tư sao cho chúng có phương sai âm hoặc tương quan nghịch để khi mà một khoản đầu tư thu về lợi nhuận thấp hơn mức lợi nhuận trung bình thì sẽ có một khoản đầu tư khác thu về lợi nhuận cao hơn mức trung bình. Việc này làm cho sự biến thiên lợi nhuận của tập đầu tư nhỏ hơn sự biến thiên của việc đầu tư đơn lẻ.

5.1. Giới thiệu bài toán

Mr.Okebab là nhà tư vấn tài chính độc lập. Ông ta gặp một khách hàng mới tên là Ms.SG, cô này muốn Mr.Okebab tư vấn để đa dạng hóa tập đầu tư của mình. Ms.SG đã đầu tư một phần vốn vào cổ phiếu IBC. Trong 12 năm qua cổ phiếu này có tỉ suất lợi nhuận hàng năm trung bình là 7.64% với phương sai xấp xĩ 0.0026. Ms.SG muốn có được nhiều lợi nhuận hơn từ các khoản đầu tư nhưng không muốn bị nhiều rủi ro. Ms.SG nhờ Mr.Okebab tư vấn cho một tập đầu tư sao cho thu về ít nhất lợi nhuận trung bình là 12% với rủi ro là thấp nhất. Sau khi nghiên cứu, Mr.Okebab xác định được thêm hai loại cổ phiếu mã là NMC và NBS có thể giúp Ms.SG thu được lợi nhuận mong muốn. Kết quả nghiên cứu tóm tắt như hình dưới đây.

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		J	K
1	DANH M	ŲC ĐẦU	J TƯ								
2											
3											
4		Lợi nhuận hàng năm				M	a trận hiệp	tương qu	an		
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS		
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440		
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542		
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677		
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%							
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%							
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%							
12	7	6.8%	22.0%	9.3%		B18=AVE	RAGE(B6	:B17)		Sao qua C	18:D18
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		G6=COV	AR(B6:B17	,\$B\$6:\$B	§17)	Sao qua H	6:16
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		G7=COV	AR(B6:B17	,\$C\$6:\$C	§17)	Sao qua H	7:17
15	10	8.3%	14.0%	19.1%		G8=COV	AR(B6:B17	,\$D\$6:\$D\$	§17)	Sao qua H	8:18
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%			_				
17	12	10.2%	9.0%	43.0%							
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%							
40											

Hình 42. Số liệu của tập đầu tư

Theo kết quả nghiên cứu, ta thấy rằng cổ phiếu NMC có tỉ suất lợi nhuận trung bình là 13.43% trong 12 năm và cổ phiếu NBS đạt 14.93%. Mr.Okebab dùng hàm Covar() trong Excel để tạo

nên ma trận hiệp tương quan (xem hình). Từ ma trận thấy rằng phương sai của tỷ suất lợi nhuận hàng năm của IBC, NMC và NBS lần lượt là 0.00258, 0.00276 và 0.03677. Các phần còn lại trong ma trận cho biết hiệp tương quan giữa các cặp chứng khoán, ví dụ như hiệp tương quan giữa IBC và NMC xấp xĩ 0.00440, giữa NMC và NBS xấp xĩ -0.00542.

Mr.Okebab muốn xác định tỷ lệ đầu tư vào từng loại cổ phiếu nhằm đạt được tỷ lệ lợi nhuận mong muốn là 12% với điều kiện sự biến thiên (phương sai) của tổng lợi nhuận trong tập đầu tư là thấp nhất (rủi ro thấp nhất).

5.2. Xác định các biến quyết định

Trong bài toán này chúng ta phải xác định tỷ lệ đầu từ vào từng loại cổ phiếu. Vì vậy, để giải quyết bài toán chúng ta cần có ba biến quyết định:

 $p_1 = t\dot{y}$ lệ trong tổng tiền đầu tư vào IBC

 $p_2 = t$ y lệ trong tổng tiền đầu tư vào NMC

 $p_3 = t$ ỷ lệ trong tổng tiền đầu tư vào NBS

Bởi vì các biến này tượng trưng cho các tỷ lệ, do vậy chúng phải lớn hơn 0 và tổng của chúng phải bằng 1 (100%). Lưu ý phải đưa các điều kiện này vào khi giải bài toán.

5.3. Xác định mục tiêu

Mục tiêu trong bài toán này là tối thiểu hóa rủi ro của danh mục đầu tư dựa vào các trị thống kê phương sai. Một cách tổng quát, phương sai của danh mục đầu tư với *n* hạn mục đầu tư được xác định bởi công thức sau:

Phương sai danh mục đầu tư =
$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 p_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \sigma_{ij} p_i p_j$$

Trong đó:

 $p_i = t\mathring{y}$ lệ của hạn mục đầu tư i trong danh mục đầu tư

 σ_i^2 = phương sai của hạn mục đầu tư i

 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji} =$ hiệp tương quan giữa cặp hạn mục đầu tưi và j

Công thức trên tương đương với công thức ở dạng ma trận như sau:

Phương sai danh mục đầu tư = p^TC_p

Trong đó:

$$p^{T} = (p_1, p_2, p_3,, p_n)$$

$$\mathbf{C} = \text{ma trận hiệp tương quan } \mathbf{n} \times \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Lưu ý nếu đầu tư hết 100% vốn vào một hạn mục đầu tư i thì phương sai danh mục đầu tư chính là σ_i^2 (chính là phương sai của hạn mục đầu tư đó).

Theo bài toán thì chúng ta có các dữ liệu sau:

$$\sigma_1^2 = 0.00258$$
 $\sigma_2^2 = 0.00276$ $\sigma_3^2 = 0.03677$ $\sigma_{12} = -0.00025$ $\sigma_{13} = 0.00440$ $\sigma_{23} = -0.00542$

Từ đó thế vào công thức trên ta được hàm mục tiêu như sau:

MIN:
$$0.00258p_1^2 + 0.00276p_2^2 + 0.03677p_3^2 + 2 \text{ x } (-0.00025 \text{ x } p_1p_2 + 0.0044 \text{ x } p_1p_3 - 0.00542 \text{ x } p_2p_3)$$

Hàm mục tiêu này không tuyến tính, vì vậy chúng ta phải giải bằng NLP.

5.4. Xác định các ràng buộc

Chỉ có hai ràng buộc chính cho bài toán này, theo đề bài chúng ta có 3 biến quyết định tượng trưng cho tỷ lệ của các hạn mục đầu tư trong danh mục đầu tư và tổng các tỷ lệ là 100%.

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Ngoài ra chúng ta cũng cần thêm ràng buộc để tỷ lệ lợi nhuận mong muốn (kỳ vọng) của danh mục đầu tư là 12%.

$$0.074 p_1 + 0.1343 p_2 + 0.1493 p_3 \ge 0.12$$

Các hệ số chính là tỷ suất lợi nhuận trung bình của từng loại cổ phiếu. Ràng buộc trên để đảm bảo rằng tỷ suất lợi nhuận trung bình của tập đầu tư tối thiểu là 12%

Do các biến quyến định là các tỷ lệ nên chúng phải là số dương và tối đa là 1.

$$p_1, p_2, p_3 \ge 0$$

 $p_1, p_2, p_3 \le 1$

5.5. Triển khai mô hình lên bảng tính

Tóm tại bài toán có các thông tin sau:

MIN:
$$0.00258p_1^2 + 0.00276p_2^2 + 0.03677p_3^2 + 2 \text{ x } (-0.00025 \text{ x } p_1p_2 + 0.0044 \text{ x } p_1p_3 - 0.00542 \text{ x } p_2p_3)$$

Ràng buộc:

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 &= 1 \\ 0.074 \ p_1 + 0.1343 \ p_2 + 0.1493 \ p_3 &\geq 0.12 \\ p_1, \ p_2, \ p_3 &\geq 0 \\ p_1, \ p_2, \ p_3 &\leq 1 \end{aligned}$$

Trình bày các lên bảng tính như hình bên dưới

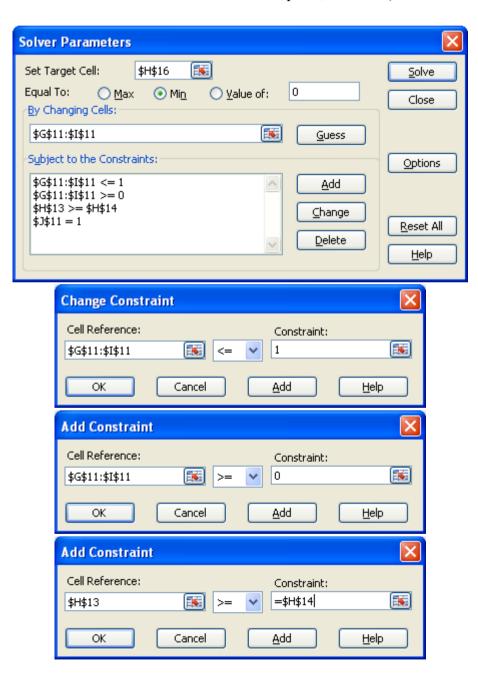
- Các ô **G11**, **H11** và **I11** chính là các tỷ lệ đầu tư p₁, p₂, p₃, ta nhập cho chúng các giá trị khởi động bất kỳ ví dụ như nhập vào **G11** là 100%, **H11** là 0% và **I11** là 0%.
- Nhập vào ô **H16** công thức sau:
 - $= G6*G11^2 + H7*H11^2 + I8*I11^2 + 2*(H6*G11*H11 + I6*G11*I11 + H8*H11*I11)$
- Để đỡ tốn công nhập công thức trên ta có thể sử dụng hàm Sumproduct (Tính tổng các tính) kết hợp hàm Mmult (nhân ma trận) như sau:
 - =SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)
- Tương tự tính cho ô lợi nhuận mong muốn tại **H13** bằng hàm Sumproduct như sau: =SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)
- Nhập lợi nhuận yêu cầu tại ô **H14** giá tri là 12%

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		J	
1	DANH M	ŲC ĐẦL	J TƯ								
2		•									
3											
4		Lợi n	huận hàng	năm		Ma ti	rận hiệp tư	ong quan	yng quan		
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS		
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440		
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542		
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677		
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%							
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng	
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%		DM Đầu tư	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%	
12	7	6.8%	22.0%	9.3%							
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ v	ọng	7.64%			
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Lợi nhuận yêu	cầu	12.00%			
15	10	8.3%	14.0%	19.1%							
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Phương sai DN	Λ đầu tư	0.00258			
17	12	10.2%	9.0%	43.0%							
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%							
19											
20	B18=AVERA	GE(B6:B17))	Sao qua C	18:D18	J11=SUM(G11.	:111)				
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17) Sao que		Sao qua H	6:16	H13=SUMPRO	DUCT(B18	3:D18,G11.	111)			
22	G7=COVAR(I	B6:B17,\$C\$	6:\$C\$17)	Sao qua H	7:17	H14=Value					
23	G8=COVAR(I	B6:B17,\$D\$	6:\$D\$17)	Sao qua H	8:18	H16=SUMPRO	DUCT(MM	ULT(G11:I	11,G6:18),(G11:I11)	
24						I					

Hình 43. Mô hình bài toán trên bảng tính

Khai báo thông số cho Solver

- Bước 1. Chon ô H16
- Bước 2. Vào Ribbon → Analysis → Solver. (Các phiên bản Excel cũ vào Tools → Solver)
- Bước 3. Tại Set Target Cell chọn ô H16 (hàm mục tiêu) và tại Equal To thì chọn Min
- Bước 4. Tại By Changing Cells chọn G11:I11 (tỷ lệ các hạn mục đầu tư cần tìm)
- **Bước 5.** Thêm các ràng buộc vào bằng cách nhấn nút **Add**, làm tuần tuần tự cho tất cả các ràng buộc. Khai báo xong trong hộp thoại **Change Constraint** nếu muốn thêm ràng buộc khác thì nhất nút **Add** còn kết thúc thì nhấn nút **OK** để trở về hộp thoại **Solver**. (Xem các hình bên dưới)





Hình 44. Khai báo các thông số và các ràng buộc

Bước 6. Nhấn nút Solve để tìm lời giải

\overline{A}	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	- I	J
1	DANH M	UC ĐẦU	l TƯ							
2		•								
3										
4	Lợi nhuận hàng			năm		Ma t	rận hiệp tư	ong guan		
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%		DM Đầu tư	27.2%	63.4%	9.4%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ v	ọng	12.00%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Lợi nhuận yêu	cầu	12.00%		
15	10	8.3%	14.0%							
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Phương sai DN	Λ đầu tư	0.00112		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERA			Sao qua C		J11=SUM(G11				
21	G6=COVAR(-	Sao qua H		H13=SUMPRO	DUCT(B18	3:D18,G11.	111)	
	2 G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)			Sao qua H		H14=Value				
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$	6:\$D\$17)	Sao qua H	8:18	H16=SUMPRO	DUCT(MM	ULT(G11:I	11,G6:18),	G11:I11)

Hình 45. Kết quả chạy Solver

5.6. Nhân xét

Kết quả cho thấy phương án đầu tư tốt hơn so với việc đầu tư đơn lẻ chính là đầu tư 27.2% tiền vào IBC, đầu tư 63.4% vào NMC và 9.4% vào NBS. Ô H13 cho thấy rằng tập đầu tư này sẽ đạt được mức lợi nhuận mong muốn là 12% và ô H16 cho thấy sự biến thiên của tập đầu tư chỉ là 0.00112 thấp hơn nhiều so với biến thiên của từng cổ phiếu đơn lẻ.

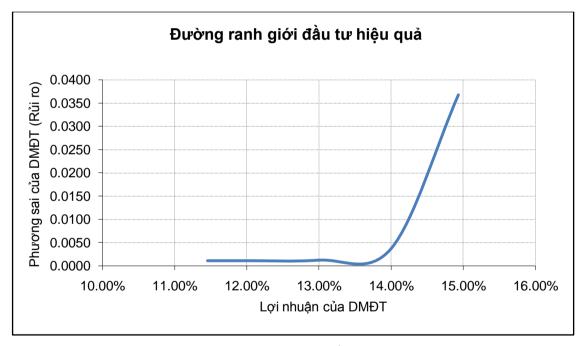
Lời giải cho thấy tập đầu tư này sẽ mang lại lợi nhuận mong muốn cho Ms.SG với rủi ro thấp hơn việc đầu tư của cô ta trước kia và việc đầu tư trước kia là không hiệu quả. Lý thuyết về danh mục đầu tư cho rằng đối với mỗi mức lợi nhuận đầu tư có thể có thì sẽ tồn tại một tập đầu tư cho rủi ro thấp nhất và nếu chúng ta chọn nhầm một tập đầu tư mà có rủi ro cao hơn thì xem như tập đầu tư đó không có hiệu quả. Ngược lại, đối với mỗi mức rủi ro đầu tư thì sẽ tồn tại một tập đầu

tư cho lợi nhuận cao nhất và nếu chúng ta chọn nhầm một tập đầu tư cho lợi nhuận thấp hơn thì cũng xem như tập đầu tư đó không có hiệu quả.

Do vậy, dù chúng ta cố gắng giảm thiểu rủi ro để đạt được mức lợi nhuận cho trước hoặc chúng ta tối đa hóa lợi nhuận với một mức rủi ro cho trước thì kết quả thu được vẫn có khả năng là tập đầu tư không hiệu quả. Theo ý này, lời giải từ bài ví dụ trên có khả năng đưa ra tập đầu tư không hiệu quả vì có khả năng tồn tại một tập đầu tư khác hiệu quả hơn (vì đây là bài toán NLP – không tuyến tính).

Để giải quyết vấn đề trên, giải lại bài toán nhiều lần và tăng mức lợi nhuận kỳ vọng lên trong khi vẫn giữ nguyên mức rủi ro. (Đặt ô H14 thành một số khác cao hơn và tại Equal To nhập vào giá trị tìm được lần đầu tiên tại ô H16).

Để tối ưu sự đánh đổi giữa rủi ro và lợi nhuận cho tập đầu tư, chúng ta nên vẽ biểu đồ như hình bên dưới (từ kết quả thu về của nhiều lần chạy Solver có sự thay đổi rủi ro và mức lợi nhuận). Biểu đồ sẽ minh họa cho chúng ta mức rủi ro thấp nhất cho một mức tỷ suất lợi nhuận thu về nào đó.



Hình 46. Đường ranh giới đầu tư hiệu quả

5.7. Giải quyết mâu thuẫn giữa lợi nhuận và rủi ro

Chúng ta thấy rằng có sự mâu thuẫn trong các mục tiêu của bài toán lựa chọn danh mục đầu tư trên: giảm thiểu rủi ro (phương sai tập đầu tư) và tối đa hóa lợi nhuận. Các giải quyết mâu thuẫn trên là chúng ta cùng giải tiếp bài toán sau:

MAX: (1-r)(Lợi nhuận kỳ vọng của tập đầu tư) – r(Phương sai của tập đầu tư)

Ràng buộc: $\Sigma p_i = 1$

 $P_i \ge 0$

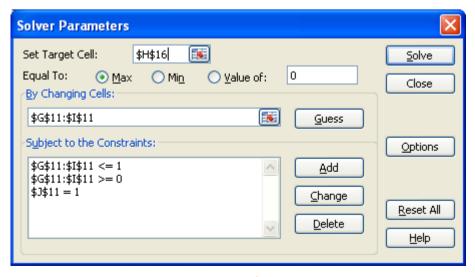
Trong đó, $\mathbf{p_i}$ chính là tỷ lệ tiền đầu tư vào các hạn mục đầu tư và \mathbf{r} là một hằng số giữa $\mathbf{0}$ và $\mathbf{1}$ tượng trưng cho khả năng chấp nhận rủi ro của nhà đầu tư. Khi r=1 (rủi ro thấp nhất) thì mục tiêu của bài toán lúc này là tập trung làm giảm tối thiểu phương sai của tập đầu tư.

Chúng ta thử giải lại bài toán khi r=1, khai báo lại các thông số trên bảng tính như hình sau:

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J
1	DANH M	UC ĐẦL	J TƯ							
2		•								
3										
4		Lợi n	huận hàng	năm		Ma trá	an hiệp tươ	ng quan		
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%			DM Đầu tư	35.96%	56.96%	7.08%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọn		11.46%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Phương sai DM		0.0011		
15	10	8.3%	14.0%	19.1%		Khả năng chấp n	hận rủi ro	1		
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Mục tiêu		-0.00110		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERA			Sao qua C		J11=SUM(G11:I1				
21	G6=COVAR(Sao qua H		H13=SUMPROD			_	
22	G7=COVAR(Sao qua H		H14=SUMPROD	UCT(MMUL	LT(G11:I11	,G6:18),G1	11:111)
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$	56:\$D\$17)	Sao qua H	8:18	H15=Value				
24						H16=(1-H15)*H13	3-H15*H14			

Hình 47. Chính sửa mô hình bài toán

Gọi hộp thoại Solver và tại Set Target Cell chọn ô **H16** và cho tiến tới **Max**, By Change Cells vẫn là các ô **G11:I11** và các ràng buộc như hình dưới, sau đó nhấn nút Solve để xem kết quả.



Hình 48. Khai báo thông số cho hộp thoại Solver

Từ kết quả trên, chúng ta thấy rằng khi nhà đầu tư 'không thích rủi ro' r=1 thì tỷ suất lợi nhuận thu về trong trường hợp này 11.46% khi đó nhà đầu tư sẽ đầu tư 35.96% vào IBC, 56.96% vào NMC và 7.08% vào NBS. Với tập đầu tư này thì phương sai sẽ là 0.00110 thấp hơn phương sai của tập đầu tư xét ở trên.

Tương tự, khi r=0 (rủi ro cao nhất) thì mục tiêu lúc này là cực đại lợi nhuận thu về của tập đầu tư. Chúng ta thử giải lại bài toán khi r=0, khai báo lại các thông số trên bảng tính như hình sau:

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		J
1	DANH M	ŲC ĐẦI	J TƯ							
2		•								
3										
4		Lợi n	huận hàng	năm		Ma trá	an hiệp tươ	ng quan		
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%			NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%	-C	DM Đầu tư	0.00%	0.00%	100.00%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%	•					
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọn		14.93%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Phương sai DM		0.03677		
15	10	8.3%	14.0%			Khả năng chấp n	hận rủi ro	0		
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Mục tiêu		0.14933		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERA			Sao qua C	18:D18	J11=SUM(G11:I1	1)			
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)			Sao qua H		H13=SUMPROD			-	
22				Sao qua H		H14=SUMPROD	UCT(MMUL	_T(G11:I11	,G6:18),G	11:111)
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$	56:\$D\$17)	Sao qua H	8:18	H15=Value				
24						H16=(1-H15)*H13	3-H15*H14			

Sửa lại giá trị ô **H15** thành số **0** và chạy lại Solver, kết quả cho thấy nhà đầu tư sẽ đầu tư 100% vốn vào cổ phiếu NBS vì khi đó thu được lợi nhuận lớn nhất.

Đối với trường hợp giá trị 0 < r < 1 thì Solver sẽ cố gắng tìm kiếm lời giải sao cho lợi nhuận thu về là lớn nhất có thể và phương sai của tập đầu tư là nhỏ nhất có thể được. Khi \mathbf{r} càng tiến về $\mathbf{1}$ thì rủi ro càng giảm, điều này phù hợp cho những nhà đầu tư không thích rủi ro. Tóm lại, đây là bài toán đánh đổi giữa lợi nhuận thu về và rủi ro phải chịu của nhà đầu tư, nếu bạn là người thích an toàn thì hãy chọn \mathbf{r} là một con số gần với số $\mathbf{1}$ và ngược lại bạn thích đầu tư mạo hiềm thì hãy cho \mathbf{r} gần với số $\mathbf{0}$, sự lựa chọn và quyết định đúng đắn sẽ mang bạn đến thành công.

- /// -