

VERSUCHSBERICHT ZU
O7 - BEUGUNG AM SPALT,
DOPPELSPALT UND GITTER

Gruppe 14Mo

Alexander Neuwirth (E-Mail: a_neuw01@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 23.04.2018
betreut von
Lukas Britt

29. April 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Kurzfassung	3
2 Methoden	3
3 Ergebnisse und Diskussion	4
3.1 Datenanalyse	4
3.1.1 Bestimmen der Wellenlänge des Laserlichts	4
3.1.2 Untersuchung von Mehrfachspalten	6
3.2 Diskussion	8
3.2.1 Wellenlänge des Lasers	8
3.2.2 Vergleich von Einzelspalt und Doppelspalt	9
3.2.3 Vergleich verschiedener Doppelalte	9
3.2.4 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte	10
3.2.5 Nebenmaxima eines Vierfachspalts	11
4 Schlussfolgerung	11

1 Kurzfassung

Es wurde mithilfe eines Aufbaus zur Erfassung der Intensitätsverteilung verschiedener Spaltanordnungen die Abhängigkeit des Intensitätsbildes von Spaltbreite, Spaltabstand und Spaltanzahl untersucht und mit der Theorie zu Einfach- und Mehrfachspalten verglichen. Aus dem Messergebnis für die Einzelpalte wurde auch die Wellenlänge des verwendeten Lasers. Für die Wellenlänge des Laserlichts haben wir eine Wellenlänge von 630 nm bis 680 nm erwartet, da dies die Angabe auf dem Laser war. Dies wurde mit einem Messwert von (663 ± 11) nm bestätigt. Bei der Intensitätsverteilung eines Einzelpalts ist ein Verlauf gemäß der quadrierten sinc-Funktion zu erwarten gewesen und wurde auch so gemessen. Beim Doppelspalt erwarteten wir ein Intensitätsbild in Form einer Oszillation mit der Intensitätsverteilung des Einzelpalts mit selber Spaltbreite als einhüllende Funktion, was jedoch nicht eindeutig nachgewiesen werden konnte. Der Vergleich der Intensitätsverteilung von Doppelspalten mit verschiedenen Spaltabständen und Spaltbreiten hat sich, wie es die Theorie vorhersagt, verhalten (vgl. Abschnitt 3.2.3). Außerdem erwarten wir bei Mehrfachspalten einen Anstieg der Intensität der Hauptmaxima mit der Anzahl der Spalte. Dies konnte für kleine Spaltzahlen bestätigt werden und die Gitterstruktur konnte bestimmt werden. Außerdem erwarteten wir einen quadratischen Zusammenhang zwischen Anzahl der Spalte eines Mehrfachspalts und Intensität der Hauptmaxima.

2 Methoden

In Abb. 1 ist der Aufbau des Experiments illustriert. An einem Ende der optischen Bank befindet sich ein Dioidenlaser und davor ein Polarisator und der Halter für Spalte. Am anderen Ende der optischen Bank ist eine durch eine Kurbel senkrecht zu optischen Bank zu bewegende Photodiode angebracht. Die Halterung der Photodiode ist über ein Seil mit einem Rad verbunden, um die Intensitätsmessung der Diode mit der Position der Diode im Strahlengang zu verbinden. Nun kann eine Spaltanordnung in die Halterung gebracht werden und durch Bewegung der Photodiode über die optische Bank die Intensitätsverteilung der Spalte bestimmt werden. Dabei wurde an den Rändern der Intensitätsverteilung mit kaum von Null verschiedener Beleuchtungsstärke weniger Messwerte aufgenommen als nahe der Mitte. Dies wurde realisiert durch unterschiedlich schnelle Bewegung der Photodiode bei konstanter Messfrequenz. Durch Veränderung der Empfindlichkeit der Diode und der Intensität des einfallenden Lichtstrahls durch den Polarisator, wurde der Messbereich der Photodiode möglichst vollständig ausgenutzt. In dieser Art und Weise wurden unterschiedliche Spaltanordnungen untersucht.



Abbildung 1: Aufbau der optischen Bank. Auf der linken Seite sind Laser und Beugungsanordnung und auf der rechten Seite die Photodiode zu sehen.[1]

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Datenanalyse

3.1.1 Bestimmen der Wellenlänge des Laserlichts

In Abb. 2 bis 4 sind für Einzelspalte der Breite $b = 0,075 \text{ mm}$, $0,15 \text{ mm}$ und $0,4 \text{ mm}$ die Intensitätsverteilungen dargestellt. Die Unsicherheit der Breite wird mit 1% abgeschätzt.

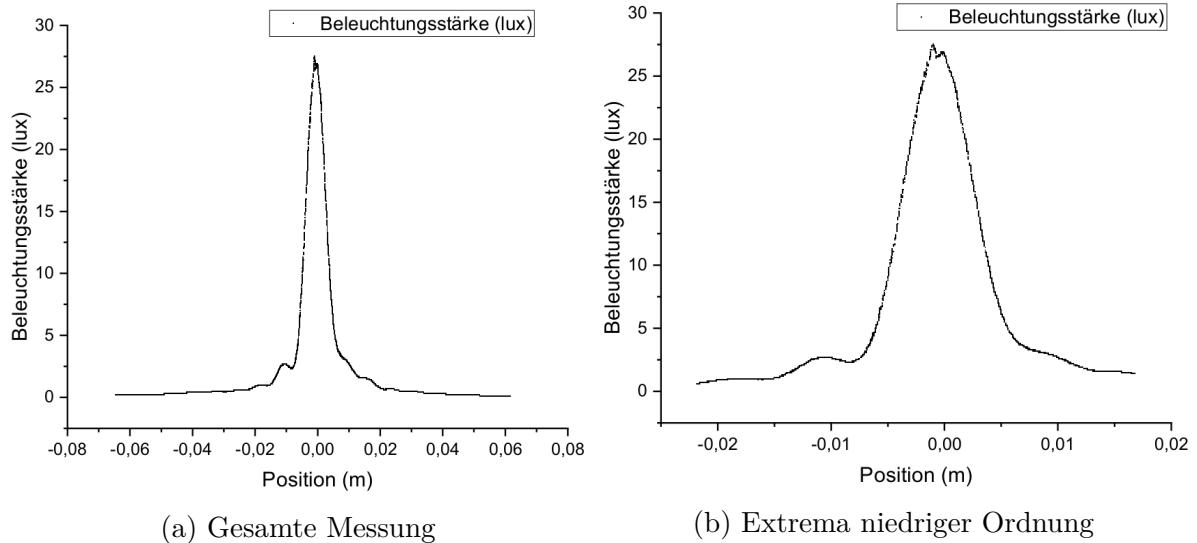


Abbildung 2: Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,075 \text{ mm}$.

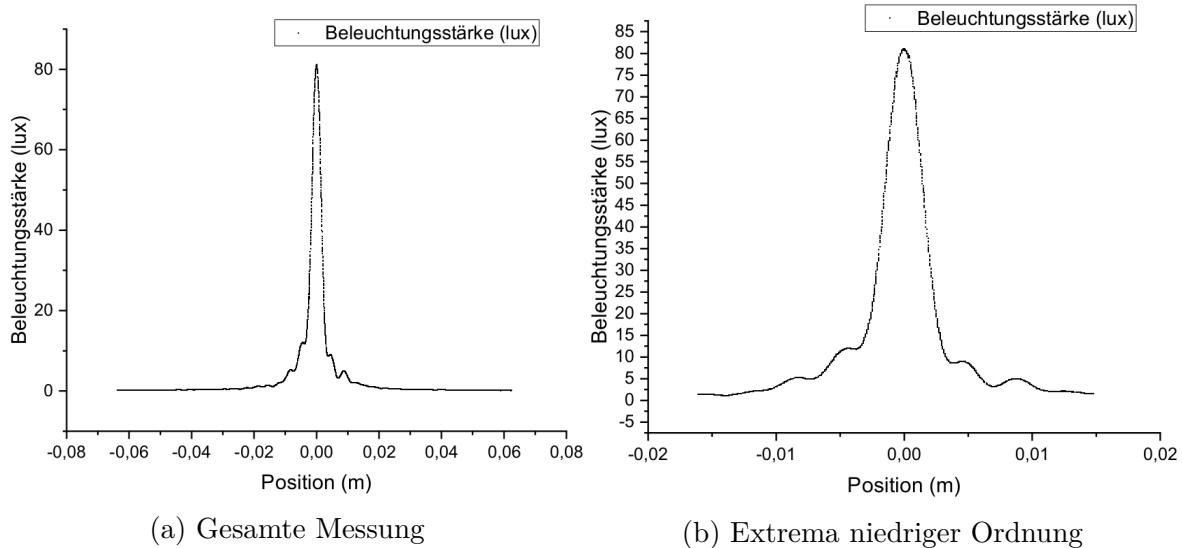


Abbildung 3: Intensitätsverteilung für einen Einzelpalt mit der Spaltbreite $b = 0,15$ mm.

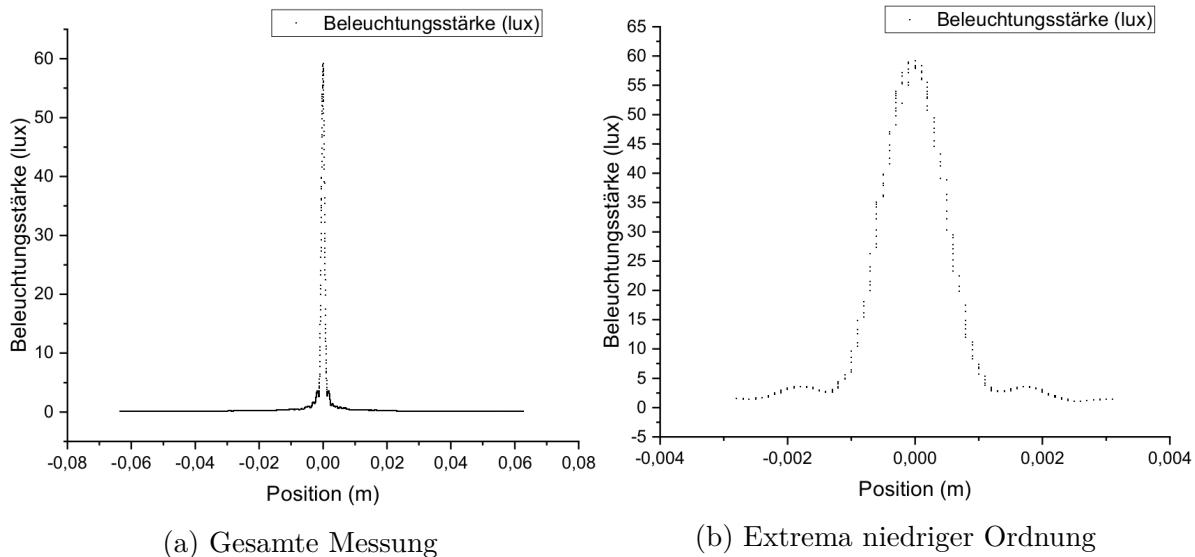


Abbildung 4: Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,4$ mm.

Mit Gleichung (1) lässt sich aus der Position von einem Minimum ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$) oder Maximum ($m = \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \dots$) die Wellenlänge λ berechnen.

$$\sin(\vartheta) = m \frac{\lambda}{b} \quad (1)$$

Der Winkel $\sin(\vartheta)$ ergibt sich nach Gleichung (2) aus dem Abstand des Gitters zum Schirm bzw. Sensor $d = (0,780 \pm 0,009)$ m und der Position des Extremas x .

$$\sin(\vartheta) = \frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} \quad (2)$$

Für die Wellenlänge folgt:

$$\lambda = \frac{b}{m\sqrt{(d/x)^2 + 1}} \quad (3)$$

$$u(\lambda) = \frac{\lambda}{d^2 + x^2} \sqrt{\left(\frac{d^2}{x} u(x)\right)^2 + \left(\frac{(d^2 + x^2)}{b} u(b)\right)^2 + (du(d))^2} \quad (4)$$

In Tabelle 1 sind für verschiedene Spaltbreiten die Positionen von Extrema der ersten und zweiten Ordnung mit der somit resultierende Wellenlänge aufgeführt. Als Mittelwert der Wellenlängen ergibt sich $\bar{\lambda} = (663 \pm 11)$ nm.

Tabelle 1: Aus Extrema ermittelte Wellenlängen für verschiedene Spaltbreiten.

b	m	$ x $	λ
$(0,0750 \pm 0,0008)$ mm	-1,5	$(10,0 \pm 0,2)$ mm	(641 ± 16) nm
$(0,0750 \pm 0,0008)$ mm	-1,0	$(7,5 \pm 0,2)$ mm	(673 ± 22) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	1,5	$(5,0 \pm 0,2)$ mm	(641 ± 27) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	1,0	$(4,0 \pm 0,2)$ mm	(770 ± 40) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	-1,5	$(4,9 \pm 0,2)$ mm	(628 ± 27) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	-1,0	$(3,5 \pm 0,2)$ mm	(673 ± 40) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	2,5	$(9,0 \pm 0,2)$ mm	(692 ± 19) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	2,0	$(7,0 \pm 0,2)$ mm	(673 ± 22) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	-2,5	$(8,0 \pm 0,2)$ mm	(615 ± 18) nm
$(0,1500 \pm 0,0015)$ mm	-2,0	$(7,0 \pm 0,2)$ mm	(673 ± 22) nm
$(0,400 \pm 0,004)$ mm	1,5	$(1,80 \pm 0,02)$ mm	(615 ± 16) nm
$(0,400 \pm 0,004)$ mm	1,0	$(1,30 \pm 0,02)$ mm	(667 ± 14) nm
$(0,400 \pm 0,004)$ mm	-1,5	$(1,90 \pm 0,02)$ mm	(650 ± 12) nm
$(0,400 \pm 0,004)$ mm	-1,0	$(1,30 \pm 0,02)$ mm	(667 ± 14) nm

3.1.2 Untersuchung von Mehrfachspalten

In Abb. 5 sind die Intensitätsverteilungen von Mehrfachspalten mit $N = 3,4,5$ und 40 dargestellt.

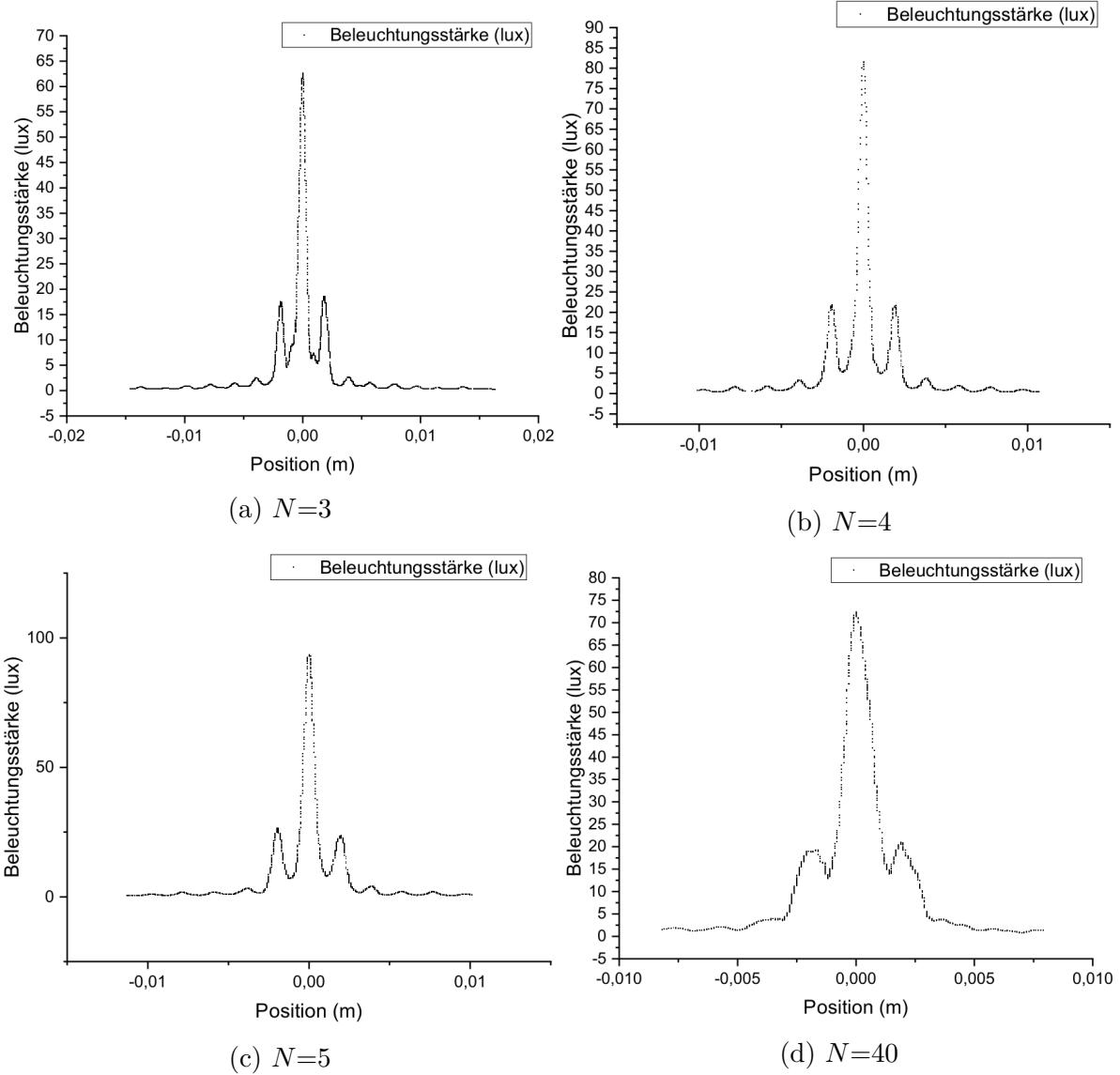


Abbildung 5: Intensitätsverteilungen verschiedener Mehrfachspalte ($b=0,15 \text{ mm}$, $g=0,25 \text{ mm}$).

Der Formfaktor wurde in der Einführung wie folgt definiert:

$$I_m \propto \left[\frac{\sin(m\pi b/g)}{m\pi b/g} \right]^2 \quad (5)$$

Folglich ist

$$I_1/I_0 = \left[\frac{\sin(\pi b/g)}{\pi b/g} \right]^2 \quad (6)$$

und das Verhältnis b/g lässt sich bestimmen indem man $\text{sinc}^2(\pi x)$ graphisch gleich dem Verhältnis I_1/I_0 setzt (unter der einschränkenden Voraussetzung $b/g < 1$, da $\text{sinc}(x)$

sonst nicht umkehrbar ist). Die Intensitäten der ersten zwei Hauptmaxima und deren Halbwertsbreite sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Intensitäten und Halbwertsbreiten der Maxima unterschiedlicher Mehrfachspalte ($b=0,15$ mm, $g = 0,25$ mm).

N	Intensität 0.HM	Intensität 1.HM	Halbwertsbreite
3	($62,6 \pm 0,5$) lux	($18,5 \pm 0,5$) lux	($0,0006 \pm 0,0002$) m
4	($81,6 \pm 0,5$) lux	($21,8 \pm 0,5$) lux	($0,0006 \pm 0,0002$) m
5	($93,4 \pm 0,5$) lux	($23,7 \pm 0,5$) lux	($0,0006 \pm 0,0002$) m
40	($72,3 \pm 0,5$) lux	($18,9 \pm 0,5$) lux	($0,0014 \pm 0,0002$) m

Ein Hauptmaximum erster Ordnung erfüllt die Bedingung

$$\sin(\vartheta) = \pm \frac{\lambda}{g} \quad (7)$$

somit lässt sich aus der Position des Hauptmaximums mit Gleichung (2) und der Wellenlänge λ die Gitterkonstante g bestimmen.

$$g = \lambda \sqrt{(d/x)^2 + 1} \quad (8)$$

$$u(g) = g \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(d)d}{d^2 + x^2}\right)^2 + \left(\frac{u(x)d^2}{x(d^2 + x^2)}\right)^2} \quad (9)$$

Die Positions des ersten Hauptmaximums war unabhängig von der Anzahl der Spalte $|x| = (0,0021 \pm 0,0001)$ m und mit einem λ von (663 ± 11) nm und $d = (0,780 \pm 0,009)$ m ergibt sich $g = (0,246 \pm 0,013)$ mm. Aus dem zuvor ermittelten Verhältnis von b/g lässt sich nun auch b bestimmen. Die jeweiligen Werte sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Verhältnis zwischen erstem und nulltem Hauptmaximum.

	3	4	5	40
I_1/I_0	$0,290 \pm 0,008$	$0,270 \pm 0,006$	$0,250 \pm 0,005$	$0,260 \pm 0,007$
b/g	$0,570 \pm 0,005$	$0,590 \pm 0,005$	$0,600 \pm 0,005$	$0,600 \pm 0,005$
g	($0,246 \pm 0,013$) mm			
b	($0,140 \pm 0,007$) mm	($0,145 \pm 0,008$) mm	($0,147 \pm 0,008$) mm	($0,147 \pm 0,008$) mm

3.2 Diskussion

3.2.1 Wellenlänge des Lasers

Aus den Extrema der Einzelspalte wurde eine Wellenlänge des Lasers von (663 ± 11) nm bestimmt. Dies deckt sich mit der Angabe von 630 nm bis 680 nm auf dem Laser.

3.2.2 Vergleich von Einzelpalt und Doppelspalt

Wenn man die Intensitätsverteilung eines Einzelpalts mit $b = 0,15 \text{ mm}$ (vgl. Abb. 3) mit einem Doppelspalt mit gleicher Spaltbreite vergleicht (vgl. Abb. 6), lässt sich erkennen, dass die Maxima höherer Ordnung des Doppelpalts eine deutlich höhere Intensität verglichen mit dem Maxima nullter Ordnung haben als beim Einzelpalt. Außerdem liegen die Maxima bei unterschiedlichen Positionen, was der Theorie entspricht, da sie von g abhängig sind. Dass die Einhüllende des Doppelpalts der Intensitätsverteilung des Einzelpalts entspricht, lässt sich aus den Messungen nicht hinreichend eindeutig ableSEN.

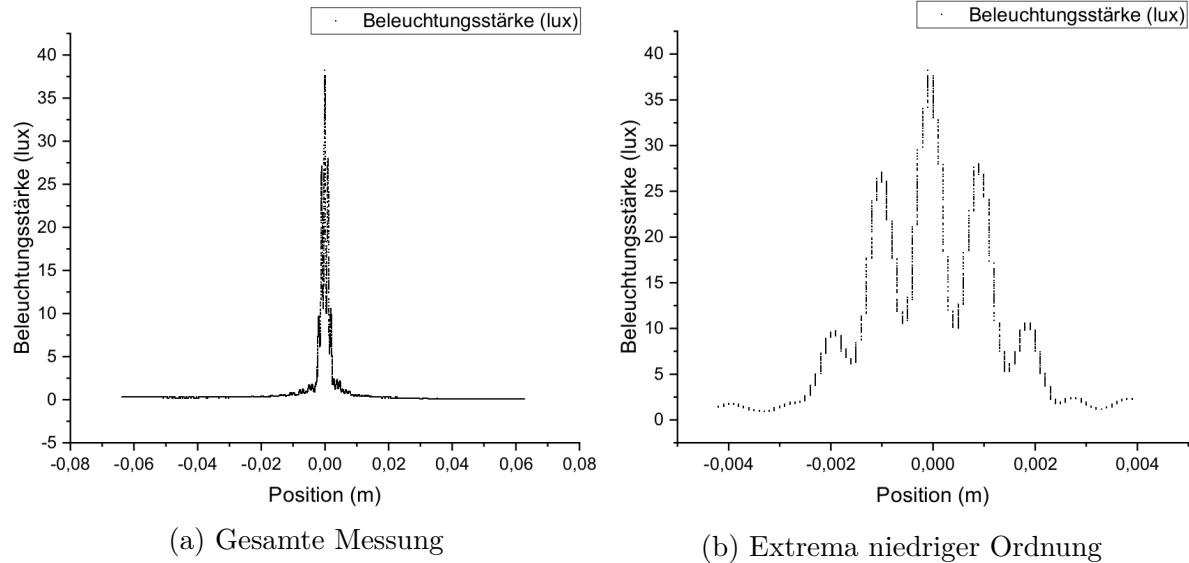


Abbildung 6: Intensitätsverteilung für einen Doppelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,15 \text{ mm}$ und $g = 0,5 \text{ mm}$.

3.2.3 Vergleich verschiedener Doppelpalte

In Abb. 7 sind Doppelpalte verschiedener Spaltbreiten und Spaltabstände dargestellt. Dabei lässt sich erkennen, dass bei höherem Spaltabstand die Maxima näher zusammen liegen. Dies verträgt sich mit der Theorie, dass die Maxima bei Vielfachen von $\sin \vartheta = \lambda/g$ liegen. Für die Spaltbreite lässt sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen steigender Spaltbreite und sinkender relativer Intensität der Maxima höherer Ordnung (im Vergleich zum Maximum nullter Ordnung) erkennen. Dies ergibt sich daraus, dass bei höherer Spaltbreite die Beugungseffekte abnehmen und der Lichtstrahl eher wie in der geometrischen Optik verhält.

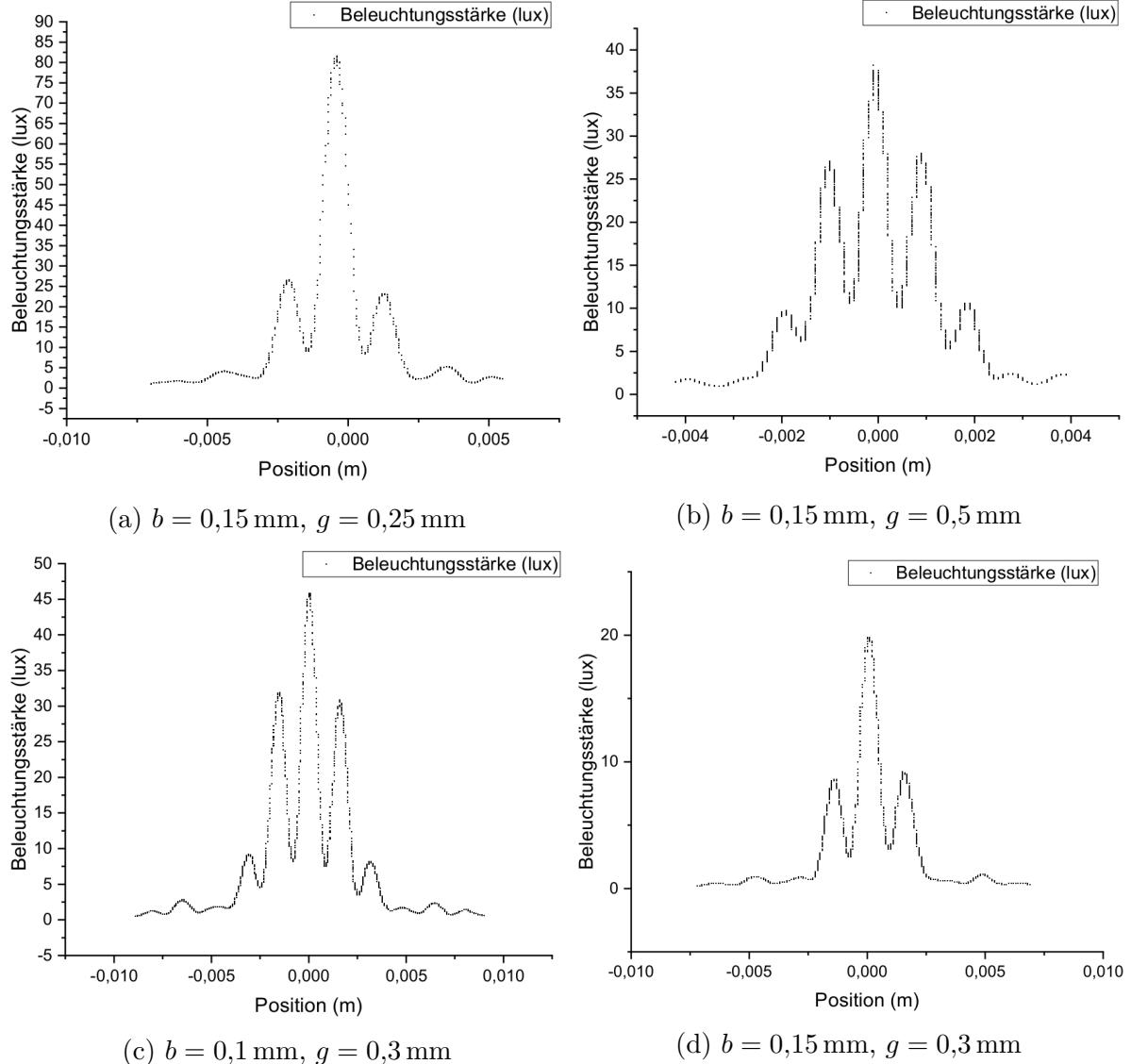


Abbildung 7: Intensitätsverteilungen verschiedener Doppelspalte.

3.2.4 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte

In Abb. 8 sind die Intensitäten der Maxima verschiedener Mehrfachspalte gegen die Zahl der Spalte aufgetragen. Nicht betrachtet wird hier das Gitter mit 40 Spalten, da dieses vom Laser nicht über die gesamte Breite ausgeleuchtet wird und somit nicht mit den Intensitäten der anderen Gitter verglichen werden kann. Die Intensitäten der Hauptmaxima sollten der Einführung zufolge quadratisch von der Anzahl der Spalte abhängen, während die Messung eher einen linearen Zusammenhang vermuten lässt. Dies könnte damit zusammen hängen, dass, wenn man einen im Durchschnitt annähernd kreisförmigen Laserstrahl annimmt, die Spalte am Rand zu einem geringeren Anteil durchleuchtet werden als die Spalte in der Mitte und nicht sichergestellt werden kann, dass die Photo-

diode immer exakt auf der Höhe des Laserstrahls misst. Auch dass die Spaltanordnung exakt mittig vom Laserstrahl getroffen wird, kann mit dieser Versuchsanordnung nicht sichergestellt werden.

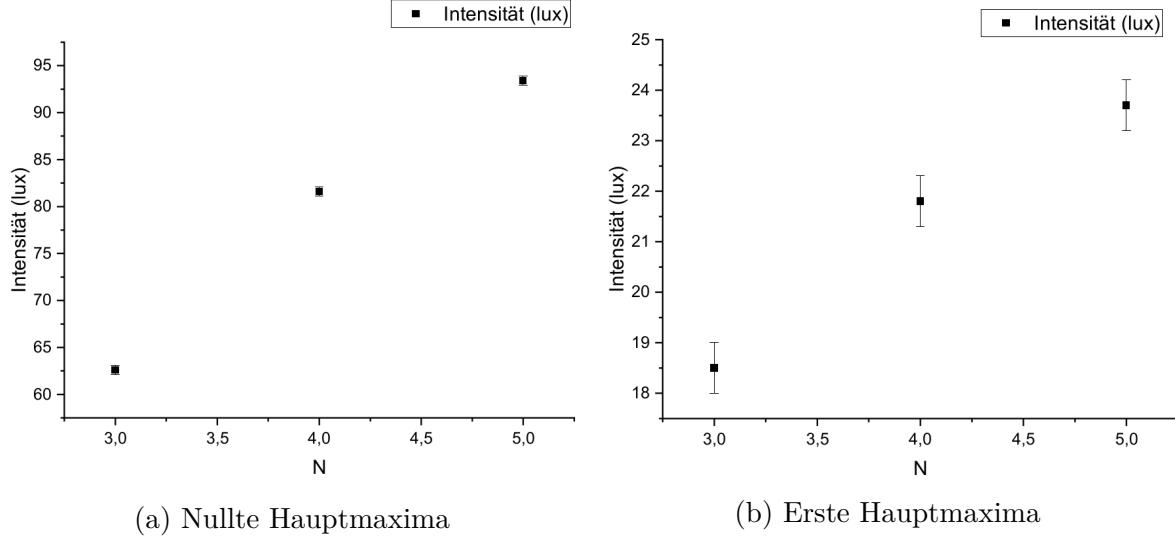


Abbildung 8: Intensitäten der Maxima unterschiedlicher Mehrfachspalte ($b = 0,15 \text{ mm}$, $g = 0,25 \text{ mm}$).

Die Halbwertsbreite hat sich in der Messung mit der Anzahl der Spalte nur geringfügig geändert (wenn man mit demselben Argument wie oben $N = 40$ nicht betrachtet). Für eine präzisere Aussage über diesen Zusammenhang benötigt man eine bessere Winkelauflösung.

Die Bestimmung von b und g aus dem ersten Hauptmaximum (Tabelle 3) sollte den Angaben auf den Spalten ($b = 0,15 \text{ mm}$, $g = 0,25 \text{ mm}$) innerhalb der Unsicherheiten entsprechen. Für die Angaben auf den Spalten ist keine Unsicherheit bekannt, aber bis auf den Wert von b bei $N = 3$ (und auch hier ist die Abweichung gering) liegt für jeden der Werte die Angabe auf dem Mehrfachspalt innerhalb der Unsicherheit.

3.2.5 Nebenmaxima eines Vierfachspalts

Wie man in Abb. 5 erkennen kann, konnten bei diesem Versuchsaufbau die Nebenmaxima des Vierfachspalts nicht aufgelöst werden. Dies kann einerseits an dem mangelnden Winkelauflösungsvermögen der Versuchsanordnung durch das Messrad liegen, aber auch an der mangelnden Genauigkeit des Messprogramms beim Exportieren der Messergebnisse.

4 Schlussfolgerung

Insgesamt gesehen konnten einige aber nicht alle der Hypothesen bestätigt werden. Die Wellenlänge des Lasers konnte gemessen werden und bestätigt mit einem Wert von

(663 ± 11) nm die Angabe auf dem Gerät. Für eine bessere Überprüfbarkeit wäre jedoch eine Angabe in der Form $\lambda = x \pm a$ im wissenschaftlichen Kontext geeigneter als die Angabe des Bereichs von 630 nm bis 680 nm, da hier nicht klar ist, ob dies eine Angabe gemäß des Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement ist.

Die Intensitätsverteilung des Einzelspalts verläuft wie erwartet wie eine quadrierte sinc-Funktion. Dass die einhüllende Funktion der Intensitätsverteilung eines Doppelspalts der Intensitätsverteilung eines Einzelspalts mit gleicher Spaltbreite entspricht, konnte nicht eindeutig bestätigt werden. Aber die Auswirkungen einer Änderung von Spaltabstand und Spaltbreite eines Doppelspalts auf das Intensitätsbild konnten der Theorie entsprechend gemessen werden. Auch der Anstieg der Intensität der Hauptmaxima mit der Anzahl der Spalte konnte für die vom Laser vollständig ausgeleuchteten Spaltanzahlen bestätigt werden. Auch die Gitterstruktur konnte für die Mehrfachspalte bestimmt werden und die Angaben auf den Spalten bestätigt werden. Der quadratische Zusammenhang zwischen Zahl der Spalte eines Gitters und Intensität der Hauptmaxima konnte nicht gezeigt werden.

Im Allgemeinen hätten sich präzisere Aussagen machen lassen, wenn dass Messprogramm beim Exportieren der Werte diese nicht nachträglich runden würde. Auch ein größerer Abstand zwischen Beugungsanordnung und Photodiode würde die Winkelauflösung erhöhen.

Literatur

- [1] WWU Münster. *Darstellung der optischen Bank*. URL: https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/pluginfile.php/1334737/mod_label/intro/Aufbau%20mit%20Computer.png (besucht am 25.04.2018).