

# VERSUCHSBERICHT ZU

## W1 - STIRLING-MOTOR

Gruppe 14Mo

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 14.05.2018  
betreut von  
Torsten Stiehm

27. Mai 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Methoden</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>4</b>
3.1	Beobachtung und Datenanalyse . . . . .	4
3.1.1	Unsicherheiten . . . . .	4
3.1.2	Bestimmung der Reibungsverluste . . . . .	4
3.1.3	Bestimmung der Kühlleistung . . . . .	5
3.1.4	Bestimmung der Heizleistung . . . . .	6
3.2	Diskussion . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>7</b>

# 1 Kurzfassung

## 2 Methoden

In Abb. 1 ist der verwendete Stirling-Motor dargestellt. Zunächst wurden die Verluste durch Reibung bestimmt. Dazu wurde der Motor mit offenem Zylinderkopf betrieben, sodass der Druck im Zylinder konstant bei Luftdruck lag und abgesehen von Reibungswärme keine Heiz- oder Kühlwirkung entstehen konnte. Bei diesem Betrieb wurde dann zunächst der Volumendurchsatz des Kühlwassers bestimmt, indem an der Pumpe mit Stoppuhr und Messzylinder die Zeit und der Füllstand nach ca. 9 s gemessen. Dies wurde fünf mal durchgeführt, um den Mittelwert bilden und den Messfehler verringern zu können. Dann wurde die Temperaturerhöhung des aus dem Motor abfließenden Wassers gegenüber dem Wasser im Tank, der die Pumpe speist, gemessen. Für diese und die folgenden Messungen wurde für die Drehzahl des Elektromotors etwa 3 kHz gewählt. Gemessen wurde die Frequenz, indem eine Fouriertransformation durchgeführt wurde und die Spitze dieser betrachtet wurde.

Im zweiten Teil wurde ein Reagenzglas mit ca. 1 mL Wasser (mit einer Pipette befüllt) in den Zylinderkopf eingesetzt und dieser geschlossen. Dann wurde bei gleicher Umlaufrichtung (als Wärmemaschine) die Temperatur im Reagenzglas in Abhängigkeit von der Zeit gemessen und am Ende wie zuvor der Temperaturunterschied zwischen abfließendem Kühlwasser und Wassertank gemessen.

Sobald ca.  $-25^{\circ}\text{C}$  erreicht waren, wurde die Umlaufrichtung des Elektromotors geändert, sodass der Stirling-Motor als Wärmepumpe fungierte und erneut die Temperatur im Reagenzglas in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Auch hier wurde am Ende der Temperaturunterschied des Kühlwassers gemessen.

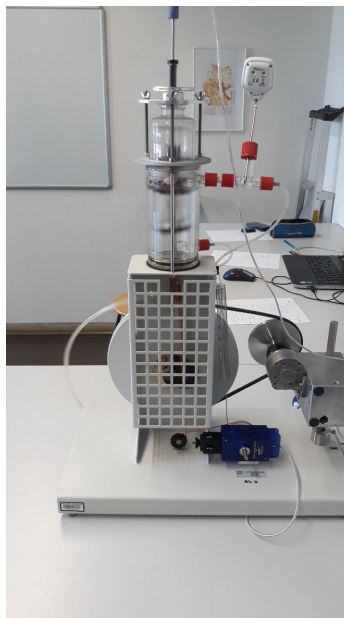


Abbildung 1: Aufbau des Stirling-Motors.

## 3 Ergebnisse und Diskussion

### 3.1 Beobachtung und Datenanalyse

#### 3.1.1 Unsicherheiten

Die Unsicherheiten wurden gemäß GUM ermittelt. Außerdem wurde für Unsicherheitsrechnungen die Python Bibliothek „uncertainties“ verwendet.

**Messzylinder** Die Unsicherheit des Messzylinders wurde mit 0,04 mL abgeschätzt (dreieckige WDF).

**Stoppuhr** Die Stoppuhr zeigt Sekunden mit Zwei Nachkommastellen an, woraus eine Unsicherheit von 0,004 s folgt (rechteckige WDF), jedoch hat die Reaktionszeit einen größeren Einfluss, weshalb eine Unsicherheit von 0,1 s angenommen wird.

**Pipette** Auf der Pipette, die zum Füllen des Reagenzglases in Zylinderkopf verwendet wurde, ist eine Unsicherheit von 0,007 mL angegeben.

**Thermometer** Die Unsicherheit des Kühlwasserthermometers vom Typ K ist 1,5 °C in dem gemessenen Temperaturintervall. Da eine derartig große Unsicherheit keine Aussage zulassen würde, nehmen wir an, dass dies im Wesentlichen ein systematischer Fehler ist, der für das Messen von Temperaturdifferenzen kaum Einfluss hat und schätzen die Unsicherheit der Temperaturdifferenz aufgrund der Schwankungen der Thermometeranzeige mit 0,05 °C ab.

**Motorfrequenz** Die Unsicherheit der durch Fouriertransformation ermittelten Frequenzen wurde mit 0,01 Hz abgeschätzt, da die Frequenz kaum schwankte und keine anderen Frequenzen im Frequenzbild auftraten.

#### 3.1.2 Bestimmung der Reibungsverluste

Die Reibungsverluste lassen sich aus der Erwärmung des Kühlwassers beim Betrieb der Wärmepumpe bzw. Kältemaschine bei offenem Zylinderkopf bestimmen. Die zugeführte Wärmemenge  $\Delta Q$  ist proportional zur Temperaturänderung  $\Delta T$ :

$$\Delta Q = C_W \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (1)$$

Für Wasser beträgt die spezifische Wärme  $c_{H_2O} = 4,185 \text{ J/g/K}$ . Die Masse  $m$  der Gesamtwassermenge im System ist nicht direkt bestimmbar, der Durchfluss des Kühlwassers  $d = m/t$  hingegen schon. Somit lässt sich mit Gleichung (1) die an das Kühlwasser abgegebenen Leistung  $\Delta Q/t$  ermitteln. Die gesuchte Reibungsarbeit pro Umlauf erhält man durch Division der Leistung durch die Frequenz des Motors. Es folgt:

$$W_R = c_{H_2O} \cdot \frac{d}{f} \cdot \Delta T \quad (2)$$

Der Durchfluss  $d$  ergibt sich indem man die geflossene Wassermenge  $v$  durch die gestoppte Zeit  $t$  dividiert und mit der Dichte  $\rho_{H_2O}$  multipliziert. Aus Tabelle 1 ergibt sich ein Mittelwert von  $(4,61 \pm 0,13)$  mL/s und somit ein Durchfluss  $d = (4,61 \pm 0,13)$  g/s.

Die Frequenz des Motors wurde mittels FFT auf  $(3,15 \pm 0,01)$  Hz eingestellt (vgl. Abschnitt 2). Die Temperaturänderung des Kühlwassers  $\Delta T$  betrug  $(0,50 \pm 0,05)$  °C. Es folgt eine Reibungsarbeit pro Umlauf gemäß Gleichung (2) von  $W_R = (2,76 \pm 0,29)$  J.

Tabelle 1: Gemessene Kühlwassermenge die durch den Stirling-Motor in einer bestimmten Zeit fließt.

Wassermenge $v$ in mL	Zeit $t$ in s
$38,00 \pm 0,03$	$8,16 \pm 0,10$
$40,80 \pm 0,03$	$8,50 \pm 0,10$
$41,40 \pm 0,03$	$9,34 \pm 0,10$
$49,20 \pm 0,03$	$10,78 \pm 0,10$
$47,00 \pm 0,03$	$10,22 \pm 0,10$

### 3.1.3 Bestimmung der Kühlleistung

Die pro Umlauf aufzuwendende mechanische Arbeit  $-W$  ist durch

$$W = Q_1 - Q_2 + W_R \quad (3)$$

gegeben. Die Wärme  $Q_2$  wird dem Zylinderkopf pro Umlauf entzogen und die Wärme  $-Q_1$  wird dem Kühlwasser zu geführt.

$Q_1 + W_R$  lässt sich analog zur Reibungsarbeit pro Umlauf mit Gleichung (2) bestimmen. Die gemessene Temperaturänderung des Kühlwassers betrug  $\Delta T = (1,00 \pm 0,05)$  °C woraus  $Q_1 + W_R = (5,53 \pm 0,33)$  J folgt.

$Q_2$  ergibt sich aus der Steigung der Messkurve in Abb. 2. Es wurde ein linearer Fit verwendet, um die Steigung  $s$  nahe der Raumtemperatur zu Bestimmen. Die Kühlleistung  $P_{Kühl}$  ist gegeben durch zeitliches Ableiten von Gleichung (1).

$$\dot{Q} = P_{Kühl} = c \cdot m \cdot s = c \cdot \rho \cdot V \cdot s \quad (4)$$

Mittels Division der Kühlleistung  $P_{Kühl}$  durch die Frequenz des Motors erhält man die Wärme  $Q_2$  pro Umlauf:

$$Q_2 = \frac{P_{Kühl}}{f} = c \cdot \rho \cdot V \cdot \frac{s}{f} \quad (5)$$

In dem Reagenzglas im Zylinderkopf befand sich  $V = (1,0 \pm 0,7)$  mL destilliertes Wasser und die Steigung  $s$  beträgt  $(0,2002 \pm 0,0002)$  °C/s. Folglich ist  $P_{Kühl} = (0,838 \pm 0,006)$  W und  $Q_2 = (0,266 \pm 0,002)$  J.

Die Leistungszahl  $\epsilon$  ist der Quotient der entnommenen Wärmemenge  $Q_2$  und aufgewandter Arbeit  $W$ :

$$\epsilon = \frac{|Q_2|}{|W|} \quad (6)$$

Hier beträgt  $W = Q_1 + W_R - Q_2 = (5,26 \pm 0,33) \text{ J}$  woraus eine Leistungszahl von  $\epsilon = (5,1 \pm 0,3) \%$  folgt.

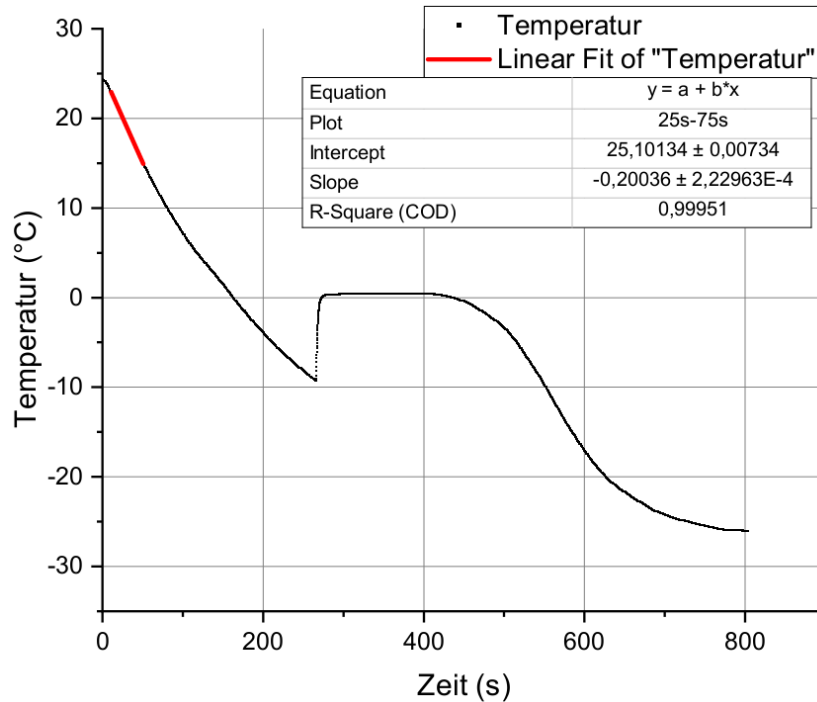


Abbildung 2: Gemessene Temperatur als Funktion der Zeit beim Betrieb des Stirling-Motors als Kältemaschine. Die Fehler sind kleiner als die Symbolgröße.

Unter der Annahme, dass der Motor der Probe konstant Wärme entzieht, lässt sich die von dem Wasser beim Schmelzen abgegebene Wärme anhand von Abb. 2 abschätzen. Im Zeitraum von  $(266 \pm 2) \text{ s}$  bis  $(545 \pm 5) \text{ s}$  entzieht der Motor dem Wasser Wärme, die Anfangs- und Endtemperatur sind jedoch gleich. Folglich entspricht die entzogene Wärme pro Masse der Schmelzwärme  $S = (233,7 \pm 4,5) \text{ J/g}$ , gemäß:

$$S = \frac{Q}{m} = c \cdot s \cdot \Delta t \quad (7)$$

### 3.1.4 Bestimmung der Heizleistung

Die Heizleistung lässt sich analog zur Kühlleistung in Abschnitt 3.1.3 aus der Steigung  $s_l$  der Messkurve bei Raumtemperatur in Abb. 3 bestimmen.

Die Steigung  $s_l$  beträgt  $(0,377 \pm 0,001) ^\circ\text{C/s}$  somit folgt aus Gleichung (4) eine Heizleistung  $P_{\text{Heiz}}$  von  $(1,58 \pm 0,01) \text{ W}$ . Analog lässt sich auch die Leistungszahl  $\epsilon$  bestimmen. Die Temperaturänderung  $\Delta T$  betrug  $(0,30 \pm 0,05) ^\circ\text{C}$  woraus gemäß Gleichung (2) ein  $Q_1 + W_R$  von  $(1,66 \pm 0,28) \text{ J}$  folgt.  $Q_2$  ergibt sich aus  $P_{\text{Heiz}}/f = (0,501 \pm 0,004) \text{ J}$ . Die Leistungszahl beträgt somit  $(43,1 \pm 10,4) \%$ .

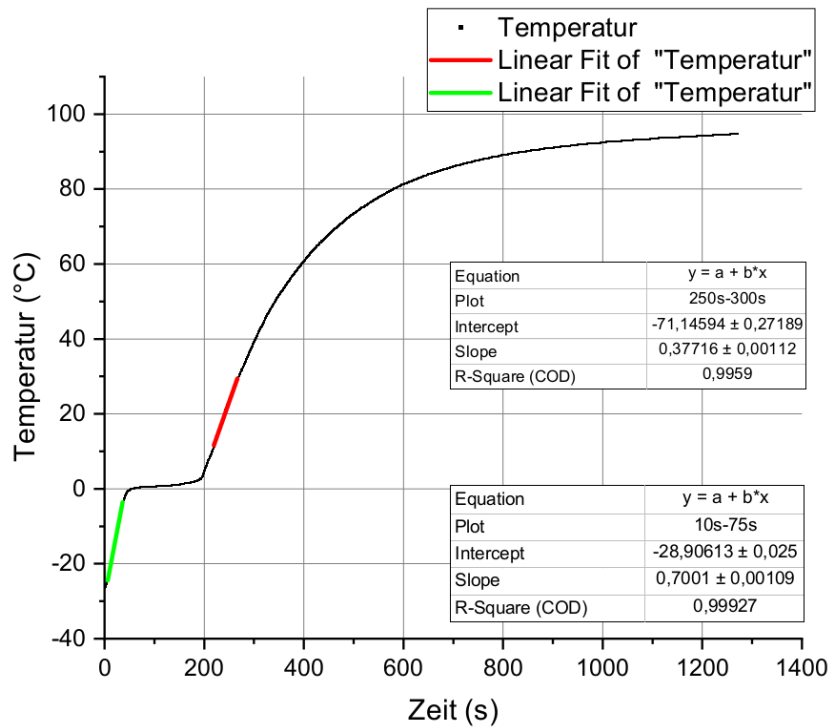


Abbildung 3: Gemessene Temperatur als Funktion der Zeit beim Betrieb des Stirling-Motors als Wärmepumpe. Die Fehler sind kleiner als die Symbolgröße.

Die spezifische Wärme von Eis lässt sich aus Gleichung (4) bestimmen:

$$c_{\text{Eis}} = \frac{P_{\text{Heiz}}}{m \cdot s_s} = c_{H_2O} \frac{s_1}{s_s} \quad (8)$$

Die Steigung  $s_s$  nimmt einen Wert von  $(0,700 \pm 0,001) ^\circ\text{C/s}$  im Bereich von  $-25 ^\circ\text{C}$  bis  $-5 ^\circ\text{C}$  an. Es ergibt sich eine spezifische Wärme für Eis  $c_{\text{Eis}}$  von  $(2,254 \pm 0,007) \text{ J/g/K}$ .

### 3.2 Diskussion

## 4 Schlussfolgerung