

# VERSUCHSBERICHT ZU

## E5 - MAGNETISCHE SUSZEPTIBILITÄT

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 08.11.2017  
betreut von  
Fabian Schöttke

25. November 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Fermi Abschätzung zum Einfluss der Suszeptibilität auf die Oberflächenform einer Flüssigkeit</b>	<b>3</b>
2.1	Methoden . . . . .	3
2.2	Ergebnisse . . . . .	3
2.3	Schlussfolgerung . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Bestimmung der Volumensuszeptibilität von Glas, Aluminium und Graphit</b>	<b>6</b>
3.1	Methoden . . . . .	6
3.2	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	6
3.3	Schlussfolgerung . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Untersuchung der gegenseitigen Reaktion von Magneten und Aluminium bei Relativbewegung</b>	<b>10</b>
4.1	Methoden . . . . .	10
4.2	Ergebnisse . . . . .	10
4.3	Schlussfolgerung . . . . .	10

# 1 Kurzfassung

Die Reaktion eines Stoffes auf ein Magnetfeld ist abhängig von der Volumenssuszeptibilität  $\chi_V$ . Ist der Stoff diamagnetisch ( $\chi_V < 0$ ), so wird er vom Magneten schwach abgestoßen und ist er paramagnetisch ( $\chi_V > 0$ ), so wird er schwach angezogen (im Vergleich zu Ferromagnetismus).

Im ersten Versuch wurden die Oberflächenform von Flüssigkeiten durch einen Neodym-magneten verändert und mithilfe einer Fermi-Abschätzung ihrer magnetischen Suszeptibilität beurteilt. Als nächstes bestimmten wir die magnetischen Volumenssuszeptibilitäten von Glas, Aluminium und Graphit indem wir den Unterschied der Gewichtskraft von einer Probe im Magnetfeld und einer ohne Magnetfeld betrachteten. Zuletzt wurde noch die Reaktion von Aluminium auf einen bewegten Magneten untersucht. Zusammengefasst sind unsere Ergebnisse, dass Glas, Graphit und Wasser diamagnetisches Verhalten aufweisen. Aluminium und Mangan-Chlorid-Lösungen reagieren paramagnetisch. Des Weiteren sind die paramagnetischen Effekte des Aluminiums gegenüber Induktionseffekten vernachlässigbar.

## 2 Fermi Abschätzung zum Einfluss der Suszeptibilität auf die Oberflächenform einer Flüssigkeit

### 2.1 Methoden

Es ist zu erwarten, dass eine diamagnetische Flüssigkeit über einem Magneten ein Tal ausbildet, weil sie vom Magneten abgestoßen wird, und eine paramagnetische einen Berg ausbildet, weil sie in den Bereich über dem Magneten gezogen wird. Um gemäß dieses Zusammenhangs Rückschlüsse auf die Suszeptibilität von Flüssigkeiten zuzulassen, wurde ein Laser auf eine Flüssigkeit in einer Petrischale gerichtet und die Reflexion des Lasers auf einer Wand beobachtet. Dann wurde vom Versuchsbetreuer unter der Petrischale ein Magnet hindurch bewegt. Aus der Änderung des Reflexionswinkels lässt sich dann die Höhe des Tals oder Berges über dem Magneten abschätzen. Untersucht wurde Wasser und mit Wasser verdünntes Mangan(II)-chlorid.

### 2.2 Ergebnisse

Bei Breite des Magneten  $d \approx 1$  cm, Ruhelage der Reflexion auf der Wand  $b \approx 3$  m und Abstand der Petrischale zur Wand  $a \approx 6$  m haben wir für die Auslenkung  $\Delta y$  des Lasers auf der Wand:

$$\begin{aligned}\Delta y_{\text{H}_2\text{O}} &\approx -7 \text{ cm} \\ \Delta y_{\text{MnCl}_2} &\approx 15 \text{ cm}\end{aligned}$$

abgeschätzt. Zur Näherung der Verformung der Wasseroberfläche nutzen wir eine Fermi-Abschätzung. Dafür treffen wir die vereinfachende Annahme, dass der Berg bzw. das Tal

eine Dreiecksform haben, mit dem Ziel, die Höhe  $y_S$  des Dreiecks zu bestimmen. Zugrunde legen wir das Reflexionsgesetz für die Reflexion des Lasers an der Tal-/Bergwand. Abb. 1, Abb. 2 und Abb. 3 dienen der Erläuterung der Wahl unserer Variablen.

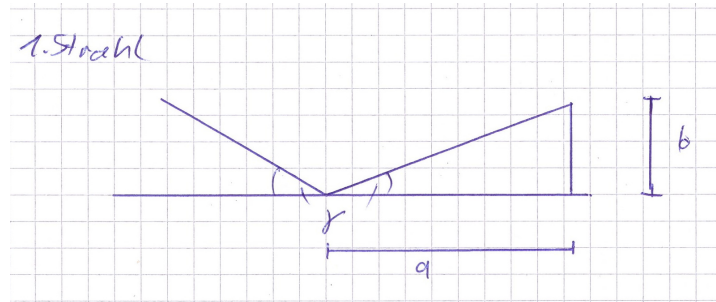


Abbildung 1: Fermi Abschätzung Skizze Strahl 1.

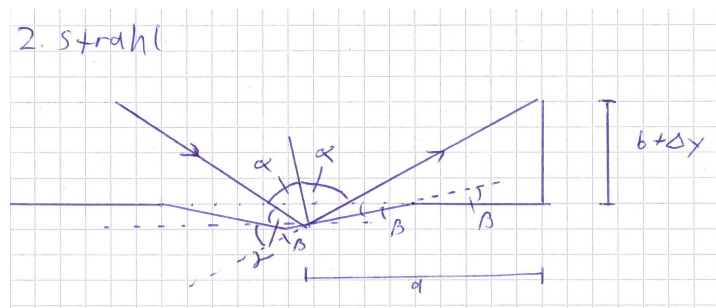


Abbildung 2: Fermi Abschätzung Skizze Strahl 2.

Berechnung des Einfallswinkels  $\gamma$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad (1)$$

Die Summe von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  ist der Winkel des Lots, das auf der gekrümmten Oberfläche steht

$$\alpha = 90^\circ - \beta - \gamma \quad (2)$$

Der Ausfallswinkel zur Horizontalen lässt sich bestimmen durch den Zusammenhang, dass  $2\alpha + \gamma$  und der Ausfallswinkel genau  $180^\circ$  ergeben (Abb. 2)

$$\arctan\left(\frac{b + \Delta y}{a}\right) = 180^\circ - \gamma - 2\alpha \quad (3)$$

Durch Einsetzen von  $\alpha$  aus Gleichung (2) erhält man

$$\arctan\left(\frac{b + \Delta y}{a}\right) = \gamma + 2\beta \quad (4)$$

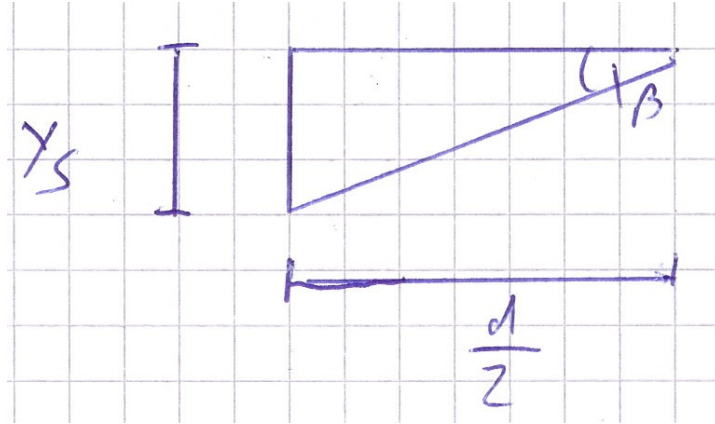


Abbildung 3: Fermi Abschätzung Skizze Dreieck.

Anwenden von Gleichung (1)

$$\arctan\left(\frac{b + \Delta y}{a}\right) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + 2\beta \quad (5)$$

Es folgt

$$\Rightarrow \beta = \frac{\arctan\left(\frac{b + \Delta y}{a}\right) - \arctan\left(\frac{b}{a}\right)}{2} \quad (6)$$

Nach Abb. 3 ist

$$\Rightarrow y_S = \tan(\beta) \frac{d}{2} \quad (7)$$

Setzt man die gemessenen Werte in die Formel ein so erhält man:  $y_{S,H_2O} = -23 \mu\text{m}$  und  $y_{S,MnCl_2} = 49,5 \mu\text{m}$ . Das Wasser wird folglich abgestoßen und die Mangan-Chlorid-Lösung wird von dem Magneten angezogen.

### Zusätzliche Näherung:

Beim Aufstellen der Gleichung wurde die Approximation verwendet, dass beide Reflexionen in gleichem Abstand zur Wand stattfinden. Dass dies kaum Einfluss auf das Ergebnis nimmt zeigt die folgende Rechnung:

$$\Delta x = \tan(\gamma) y_S \quad (8)$$

$$\Delta x = \frac{b}{a} y_S \quad (9)$$

Da die Unsicherheit unserer Schätzung von  $a$ , bzw. von dem Verhältnis  $\frac{b}{a}$ , sehr viel größer als der Fehler  $\Delta x_S$ , der bei der Näherung entsteht, ist, ist der Beitrag von  $\Delta x_S$  vernachlässigbar.

## 2.3 Schlussfolgerung

Das Wasser bildet über dem Magneten ein Tal in der Größenordnung von  $10^{-5}$  m aus. Dies lässt nach den obigen Überlegungen darauf schließen, dass Wasser diamagnetisch ist. Dies stimmt mit den Literatureigenschaften von Wasser überein. Manganchlorid hingegen bildet einen Berg der Größenordnung  $10\ \mu\text{m}$  aus. Dies spricht für einen Paramagnetismus von in Wasser gelöstem Mangan(II)-chlorid. Auch dies entspricht den Literaturwerten für die magnetische Suszeptibilität von Mangan(II)-chlorid. Einen genaueren Rückschluss auf die Stärke der Verformung der Wasseroberfläche erlaubt dieser Versuch mit einer Fermi-Abschätzung nicht. Eine genauere Erfassung der Messgrößen und ein „Abrastern“ der Oberfläche könnte jedoch ein recht präzises Bild der Wasseroberfläche erlauben.

## 3 Bestimmung der Volumenssuszeptibilität von Glas, Aluminium und Graphit

### 3.1 Methoden

Um die Volumenssuszeptibilität von Glas, pyrolytischem Graphit und Aluminium zu bestimmen, haben wir die Änderung der Belastung einer Waage, auf der die Probe platziert wurde, mit und ohne Magneten darüber gemessen. Der Magnet war ein Neodymmagnet, der an einem Stativarm befestigt war und daran über die Waage und zurück geschwenkt werden konnte. Dabei haben wir zunächst mit der Probe die Höhe des Magneten über dieser eingestellt und dann die Waage auf Null gesetzt während der Magnet über die Probe geschwenkt war. Dann haben wir den Magneten in die maximal von der Probe entfernte Position gebracht, um den Einfluss des Magnetfeldes auf die Waage zu minimieren und die Änderung der auf der Waage angezeigten Masse notiert. Es wurde jeweils der negative Wert der Anzeige notiert, da wir die Änderung der Belastung von der Ruhelage zur Lage unter dem Magneten messen wollten. Dieses Vorgehen minimiert die Anzahl der nötigen Schwenkvorgänge, die die Messung beeinflussen könnten. Dann haben wir dieselbe Messung mit dem leeren Probenhalter (Dummy) vorgenommen, ohne die Höhe des Magneten zu ändern. Dies ermöglicht es uns den Einfluss des Probenhalters auf die Messung zu subtrahieren. Dieses Vorgehen haben wir für alle drei Proben wiederholt. Da wir zunächst den Abstand  $d$  zwischen Probe und Magnet nicht ausreichend präzise eingestellt hatten, haben wir die Messung wiederholt, wobei wir darauf geachtet haben, dass beim Einstellen des Abstands mit einem 1 mm dicken Kunststoffstück, keine mechanische Kraft vom Stativarm auf die Waage ausgeübt wird.

### 3.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Abmessungen des zylinderförmigen Magneten können exakt als  $R_{\text{neo}} = 30\text{ mm}$  und  $D_{\text{neo}} = 15\text{ mm}$  angenommen werden. Die Stärke des Neodymmagneten wird als  $B_r = (1,87 \pm 0,1)\text{ T}$  angegeben. Ebenfalls als exakt nehmen wir den Abstand zwischen

Magnet und Probe  $d = 1 \text{ mm}$  und den Ortsfaktor  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  an.

Tabelle 1: Ergebnisse der Messung der Änderung der effektiven Masse der Behälter  $m$

	Glasdummy	Graphitdummy	Aluminiumdummy
$m/g$	0,33	0,35	0,36

Dann ergibt sich  $\Delta m = m_{\text{Dummy}} - m_{\text{Probe}}$

Tabelle 2: Ergebnisse der Messung der Änderung der effektiven Masse der Behälter mit Proben  $m$

	Glas	Graphit	Aluminium
$m/g$	0,35	1,79	0,30

Die Unsicherheit der Waage ist auf ihr als  $u_{\text{Waage}} = 0,01 \text{ g}$  angegeben. Die angezeigten Werte schwankten kaum. Zusätzlich dazu zeigt die Digitalanzeige nur zwei Nachkommastellen an (also Typ B Unsicherheit mit rechteckiger WDF), woraus folgt:

$$u_{\text{digital}} = \frac{0,01 \text{ g}}{2\sqrt{3}} \approx 0,0029 \text{ g}$$

$$\Rightarrow u_{\Delta m} = \sqrt{u_{\text{Waage}}^2 + u_{\text{digital}}^2} \approx 0,010 \text{ g}$$

Tabelle 3: Abmessungen der zylinderförmigen Proben

	Glas	Graphit	Aluminium
Radius $R_s/\text{cm}$	2	2	2
Höhe $h_s/\text{cm}$	0,8	0,5	0,5

Für das Volumen der Proben gilt:

$$V_s = \pi R_s^2 h_s \quad (10)$$

Für die Bestimmung der Volumenssuszeptibilität nutzen wir die gegebene Gleichung

$$\chi_V = \frac{2\mu_0 g \cdot \Delta m}{V_s (\partial B_z^2 / \partial z)}. \quad (11)$$

Dabei kann  $\partial B_z^2 / \partial z$  genähert werden durch

$$\partial B_z^2 / \partial z \approx \frac{B_z^2(d) - B_z^2(d + h_s)}{h_s}. \quad (12)$$

Das Magnetfeld  $B(z)$  eines Zylindermagneteten im Abstand  $z$  auf der Achse des Zylinders ist angegeben als

$$B(z) = \frac{B_r}{2} \left( \frac{D+z}{\sqrt{R^2 + (D+z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right). \quad (13)$$

Aus Gleichung (10) und Gleichung (11) folgt

$$\chi_V = \frac{2\mu_0 g \cdot \Delta m}{\pi R_s^2 h_s (\partial B_z^2 / \partial z)} \quad (14)$$

und aus Gleichung (13) und Gleichung (12) ergibt sich

$$\begin{aligned} \partial B_z^2 / \partial z \approx \frac{B_r^2}{4h_s} \cdot \left[ \left( \frac{D+d}{\sqrt{R^2 + (D+d)^2}} - \frac{d}{\sqrt{R^2 + d^2}} \right)^2 - \right. \\ \left. \left( \frac{D+d+h_s}{\sqrt{R^2 + (D+d+h_s)^2}} - \frac{d+h_s}{\sqrt{R^2 + (d+h_s)^2}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Tabelle 4: Mit Gleichung (11) und Gleichung (15) lässt sich nun die Volumenssuszeptibilität der Proben bestimmen ( $d = 1 \text{ mm}$ ,  $D = 15 \text{ mm}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ ,  $R = 30 \text{ mm}$ )

	Glas	Graphit	Aluminium
$\chi_V$	$5,800 \cdot 10^{-6}$	$666 \cdot 10^{-6}$	$-27,58 \cdot 10^{-6}$

## Unsicherheiten

Die Unsicherheit von  $\chi_V$  lässt sich mittels folgender Formel bestimmen:

$$u(\chi_V) = \sqrt{\left(\frac{\partial \chi_V}{\partial B_r} u(B_r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi_V}{\partial \Delta m} u(\Delta m)\right)^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \chi_V}{\partial B_r} = -\frac{2}{B_r} \chi_V \quad (17)$$

$$\frac{\partial \chi_V}{\partial \Delta m} = \frac{1}{\Delta m} \chi_V \quad (18)$$

$$\Rightarrow u(\chi_V) = \chi_V \sqrt{\left(\frac{2}{B_r} u(B_r)\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta m} u(\Delta m)\right)^2} \quad (19)$$

wobei  $u(\Delta m) = u_{\Delta m} = 0,010 \text{ g}$  und  $u(B_r) = 0,1 \text{ T}$  ist.



Tabelle 5: Unsicherheiten von  $\chi_V$ 

	Glas	Graphit	Aluminium
$u(\chi_V)$	$2,966 \cdot 10^{-6}$	$71 \cdot 10^{-6}$	$5,462 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 6: Volumenssuszeptibilität nach Literaturwerten im Vergleich zu den Ergebnissen der Messung

	SiO <sub>2</sub>	Graphit	Aluminium
Literatur $\chi_V$	$(-13,52 \pm 0,14) \cdot 10^{-6}$	$(-630 \pm 120) \cdot 10^{-6}$	$(20,50 \pm 0,35) \cdot 10^{-6}$
Gemessen $\chi_V$	$(-5,800 \pm 2,970) \cdot 10^{-6}$	$(-666 \pm 71) \cdot 10^{-6}$	$(27,58 \pm 5,50) \cdot 10^{-6}$

### 3.3 Schlussfolgerung

Dabei ist zu beachten, dass hier die Volumenssuszeptibilität von Siliziumdioxid angegeben ist, während die Glas-Probe nicht aus reinem Siliziumdioxid bestand, weshalb auch nicht zu erwarten ist, dass das Ergebnis der Messung mit dem Literaturwert übereinstimmt, sondern höchstens dieselbe Größenordnung erwartet werden kann. Aber da der Siliziumdioxidanteil des Glas nicht bekannt ist, ist selbst dies nur eine Vermutung. Zunächst fällt auf, dass alle Messergebnisse das selbe Vorzeichen wie die Literaturwerte haben, also für die selbe Form des Magnetismus sprechen.

Wie zuvor beschrieben, ist es nicht überraschend, dass die Messung der Glas-Probe einen anderen Wert für die Volumenssuszeptibilität ergibt als die Literatur und sich die Unsicherheiten nicht überschneiden. Das Messergebnis der Aluminium-Messung liegt nah an den Angaben aus der Literatur und innerhalb der Unsicherheiten. Beim Graphit liegt der Literaturwert nicht innerhalb der Unsicherheiten der Messung. Dies lässt sich auf die vielen Messgrößen, die wir als exakt angenommen haben, zurückführen. Besonders sticht hier der Wert für den Abstand der Probe zum Magneten heraus, der mit der gewählten Methode nur recht ungenau bestimmt werden kann, jedoch als exakt angenommen wurde.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die Ergebnisse der Messung im Fall von Graphit die Literaturwerte unterstützen, für Aluminium die Größenordnung dieser bestätigen und bei Glas keine eindeutige Schlussfolgerung zulassen.

## 4 Untersuchung der gegenseitigen Reaktion von Magneten und Aluminium bei Relativbewegung

### 4.1 Methoden

**Magnetstab und Aluminiumplättchen** Wir haben die Reaktion eines Aluminiumplättchen (an langem Faden aufgehängt) auf die Bewegung eines Magnetstabs (drei Würfelmagneten) beobachtet. Dafür bewegten wir den Magneten senkrecht auf das Plättchen zu sowie parallel an ihm vorbei. Danach wurde die selben Untersuchungen an einen Alu-

miniumkamm durchgeführt. Aluminium wird hierbei als Material für das Versuchsobjekt gewählt, weil es elektrischen Strom gut leitet und gleichzeitig nicht ferromagnetisch (sondern nur paramagnetisch) ist. Dies wäre auch für z.B. Kupfer der Fall.

**Aluminiumröhre und Permanentmagnet** Wir ließen einen Permanentmagneten durch ein Aluminiumrohr fallen. Dieser Versuch wurde dann mit einem Aluminiumrohr, das der Länge nach aufgeschnitten ist, wiederholt.

## 4.2 Ergebnisse

**Magnetstab und Aluminiumplättchen** Wenn der Magnetstab auf das Plättchen zubewegt wird, bewegt sich das aufgehängte Plättchen davon weg. Wenn sich andererseits der Magnetstab vom Aluminiumplättchen entfernt, folgt das Plättchen dieser Bewegung. Sobald die Bewegung gestoppt wird, kehrt das Plättchen auch in seinen Ausgangszustand zurück. Eine Bewegung parallel zur Oberfläche, lässt das Plättchen dem Magneten folgen. Beide Effekte erlauben nur eine Auslenkung bis zu einem Winkel, der mit der Bewegungsgeschwindigkeit des Magneten wächst. Beim Aluminiumkamm, sind die beschriebenen Effekte nur noch stark abgeschwächt beobachtbar.

**Aluminiumröhre und Permanentmagnet** Im Vollrohr fällt der Magnet deutlich langsamer, als er es in Luftumgebung tut. Im aufgeschnittenen Rohr wird dieser Effekt ebenfalls noch beobachtet, ist aber deutlich abgeschwächt.

## 4.3 Schlussfolgerung

In beiden Fällen sind Wirbelströme die Ursache des beobachteten Phänomens. Die Bewegung des Magnetstabes führt zu einer Änderung der vom Magnetfeld durchflossenen Fläche innerhalb des Aluminiumplättchen. Nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz  $U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt} \int \vec{V} d\vec{A}$  ergibt sich eine Potentialdifferenz, die zu einem Wirbelstrom in dem Aluminiumplättchen führt. Dieser Wirbelstrom ist nach der Lenz'schen Regel immer so gerichtet, dass sein Magnetfeld der Ursache, also der Änderung des Magnetfeldes, entgegen gerichtet ist. Nimmt beispielsweise der magnetische Fluss zu, wird der induzierte Wirbelstrom seiner Ursache entgegenwirken und folglich ein Magnetfeld haben, das entgegen dem äußeren Magnetfeld wirkt. Sollte das äußere Magnetfeld abnehmen wird der induzierte Wirbelstrom versuchen diese Änderung auszugleichen und in die selbe Richtung wirken. Beim Annähern stoßen sich Plättchen und Magnet durch die entgegengesetzt gerichteten Magnetfelder ab und beim Entfernen des Magnetstabes verursachen die gleich gerichteten Magnetfelder die beobachtete Anziehung des Plättchens. Die Anziehung, die aufgrund der paramagnetischen Eigenschaften von Aluminium entsteht, dürfte hier um einige Größenordnungen kleiner sein als der Effekt der Wirbelströme, wird also davon überlagert solange der Magnet sich in Bewegung befindet. Bei präziserer Beobachtung hätte man beobachten können, dass wenn der Magnet still steht, das Plättchen aufgrund des Paramagnetismus leicht zum Magneten gezogen wird. Im Aluminiumkamm

sind die Wirbelströme nur noch innerhalb der Zinken und nicht mehr über die gesamte Fläche möglich. Dies verursacht den stark verringerten Effekt des Magnetstabes.

Ähnlich verhält es sich mit dem fallenden Magneten im Aluminiumrohr. Die Änderung des Magnetfeldes durch den Querschnitt des Rohres induziert Wirbelströme, die ein Magnetfeld verursachen, welches dem des fallenden Magneten entgegengesetzt ist. Dieses Magnetfeld bremst den Fall des Magneten. Im aufgeschnittenen Rohr können die Wirbelströme nicht mehr im Querschnitt stattfinden, sondern nur noch parallel zum Rand der aufgeschnittenen Mantelfläche (also am oberen und unteren Ende sowie entlang des Schnitts), weshalb der Bremsseffekt deutlich kleiner ist. Der Paramagnetismus sorgt in der ersten Hälfte des Rohrs für eine Beschleunigung und in der zweiten Hälfte für eine Bremswirkung, da der Magnet zum größeren Teil des Rohrs (der vor bzw. hinter dem Magneten liegt) gezogen wird. In der Praxis war dieser Effekt allerdings nicht beobachtbar. Um diesen Effekt messen zu können, könnte man in einem längeren Rohr die genaue Position des Magneten während des Falls in der aufgeschnittenen Röhre messen, da das Aufschneiden am Effekt des Paramagnetismus wenig ändert.