Versuchsbericht zu

M4 - Stoßgesetze

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a_neuw01@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 06.12.2017
betreut von
Semir Vrana

11. Dezember 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Kurzfassung

Um vollständig elastische Stoßprozesse durchzuführen, wurden zwei Versuche durchgeführt. Diese waren so konzipiert, dass sie Rückschlüsse auf den Zusammenhang zwischen den Massen und Geschwindigkeiten vor und nach einem zentralen, elastischen und geradem Stoß zulassen.

2 Methoden

2.1 Bestimmung der Massen

Die Massen der verwendeten drei Kugeln wurde mithilfe einer Waage gemessen. Dazu wurde zunächst die Waage mit aufgelegtem Ring auf Null gesetzt und dann abwechselnd die Kugeln in den Ring gelegt und die Anzeige der Waage abgelesen. Der Ring hatte den Zweck, die Kugeln nicht von der Waage rollen zu lassen.

2.2 Stoß zweier Fadenpendel

Zwei Kugeln unterschiedlicher Masse wurden mit Seilen hintereinander aufgehängt und die Seile so justiert, dass die Schwerpunkte der Kugeln sich in der Ruhelage auf einer Höhe und in der Pendelebene befanden. Die Seile waren dabei jeweils an beiden Enden an einem Träger befestigt. Mit einem Maßband wurde die Pendellänge gemessen. Dann wurde für beide Pendelkugeln folgende Messung durchgeführt: Die Pendelkugel wurde ausgelenkt und mithilfe von verschiebbaren Markierungen auf einer Maßschiene die Auslenkung festgestellt. Dann wurde die Kugel losgelassen und mit einer zweiten Markierung, die nach menschlichem ermessen so platziert wurde, dass die gestoßene Kugel sie bei ihrer Schwingung gerade nicht berührte, die resultierende Auslenkung der zweiten Kugel bestimmt. Diese Messung wurde für fünf verschiedene Auslenkungen je fünf mal durchgeführt, um über diese Messungen mitteln zu können.

2.3 Stoß einer Kugel auf der Fallrinne mit einer Pendelkugel

Eine kleinere Kugel wurde eine Fallrinne herunter rollen lassen und die Auslenkung einer Kugel am Fadenpendel, die von ersterer angestoßen wurde, in gleicher Art und Weise wie zuvor gemessen. Diese Messung wurde ebenfalls für fünf verschiedene Starthöhen der kleinen Kugel auf der Fallrinne je fünf mal durchgeführt. Gemessen wurde hierbei der Abstand zum oberen Ende der Fallrinne. Um daraus die Starthöhe der Kugel bestimmen zu können, wurde die Fallrinne mit einer Messlatte vermessen.

Tabelle 1: Steigungen die sich aus dem Fit ergeben.

	Kleine stößt Große a_1	Große stößt Kleine a_2
m	$0{,}5038 \pm 0{,}0147$	$1{,}3744 \pm 0{,}0203$

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Beobachtung

3.1.1 Pendelstöße

In Abb. 1 und Abb. 2 sind die Mittelwerte der Auslenkung nach dem Stoß von einer Kugel auf die Auslenkung der anderen Kugel aufgetragen. Der lineare Zusammenhang ist beim Betrachten der Werte bereits erkennbar und außerdem sollte dieser der Theorie zufolge auftreten (Gleichung (2)). Deshalb haben wir einen Fit mit dem „Scaled Levenberg-Marquardt"-Algorithmus, welcher die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, durchgeführt. Die Fit-Funktion sollte wie folgt aussehen:

$$f(x) = a * x + b \tag{1}$$

$$a_2' = a_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} = a_1 m(a_2') \tag{2}$$

Wenn man die Steigungen der Auslenkungen a_2' und a_1' addiert erhält man:

$$m(a_2') + m(a_1') = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} + \frac{2m_2}{m_2 + m_1} = 2 \tag{3}$$

Die Summe der Steigungen (Tabelle 1) der linearen Fit-Funktionen beträgt 1,87 Aus den Steigungen lässt sich das Verhältnis der Massen bestimmen.

$$k = \frac{m(a_2')}{m(a_1')} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 + m_2}{2m_2} = \frac{m_1}{m_2} \tag{4}$$

$$u(k) = k \sqrt{\left(\frac{u(m(a_1'))}{m(a_1')}\right)^2 + \left(\frac{u(m(a_2'))}{m(a_2')}\right)^2} \tag{5}$$

Es ergibt sich eine Massenverhältnis von $k_s = 2{,}7281 \pm 0{,}1068$. Die berechnete Unsicherheit wurde mit einem Faktor von 1,2 multipliziert gemäß der Studentschen t-Verteilung, da aus nur fünf Punkten eine Steigung ermittelt wurde.

In Tabelle 2 sind die gewogenen Massen der Kugeln aufgeführt. Die Unsicherheit der Waage ist auf ihr als $u_{\text{Waage}} = 0,01 \frac{m_{\text{Messung}}}{2\sqrt{3}}$ angegeben. Zusätzlich dazu zeigt die Digitalanzeige nur zwei Nachkommastellen an (also Typ B Unsicherheit mit rechteckiger WDF), woraus folgt:

$$u_{\text{digital}} = \frac{0,01\text{g}}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}029\,\text{g}$$
$$\implies u_{\Delta m} = \sqrt{u_{\text{Waage}}^2 + u_{\text{digital}}^2}$$

Tabelle 2: Masse die sich beim Wiegen der Kugel ergeben.

	Große Kugel	kleine Kugel
Masse	$(510{,}68 \pm 1{,}47)$ g	$(192{,}26 \pm 0{,}56)$ g

Das Massenverhältnis ist $k_m = 2{,}6562 \pm 0{,}0109$, wobei sich die Unsicherheit analog zu Gleichung (5) ergibt.

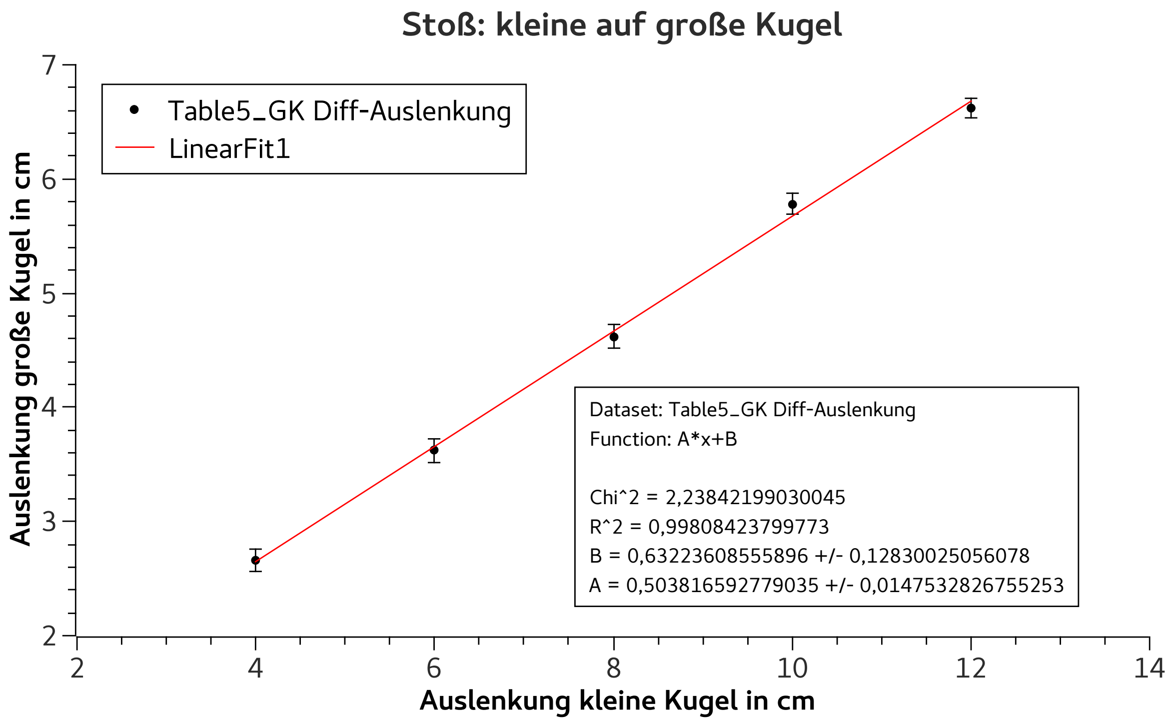

Abbildung 1: Kleine Kugel stößt die große Kugel.

3.1.2 Fallrinne

Aus den Abbmessungen H, L und h_0 der Fallrinne (vgl. Abb. 2 der Einführung) lässt sich die Fallhöhe wie folgt bestimmen. Aus der Skizze ist ersichtlich, dass

$$\sin(\alpha)s = h_0 - h \tag{6}$$

und

$$\sin(\alpha) = \frac{H}{S} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + L^2/H^2}} \tag{7}$$

gilt. Fügt man Gleichung (6) und Gleichung (7) zusammen erhält man:

$$h = h_0 - \frac{s}{\sqrt{1 + L^2/H^2}} \tag{8}$$

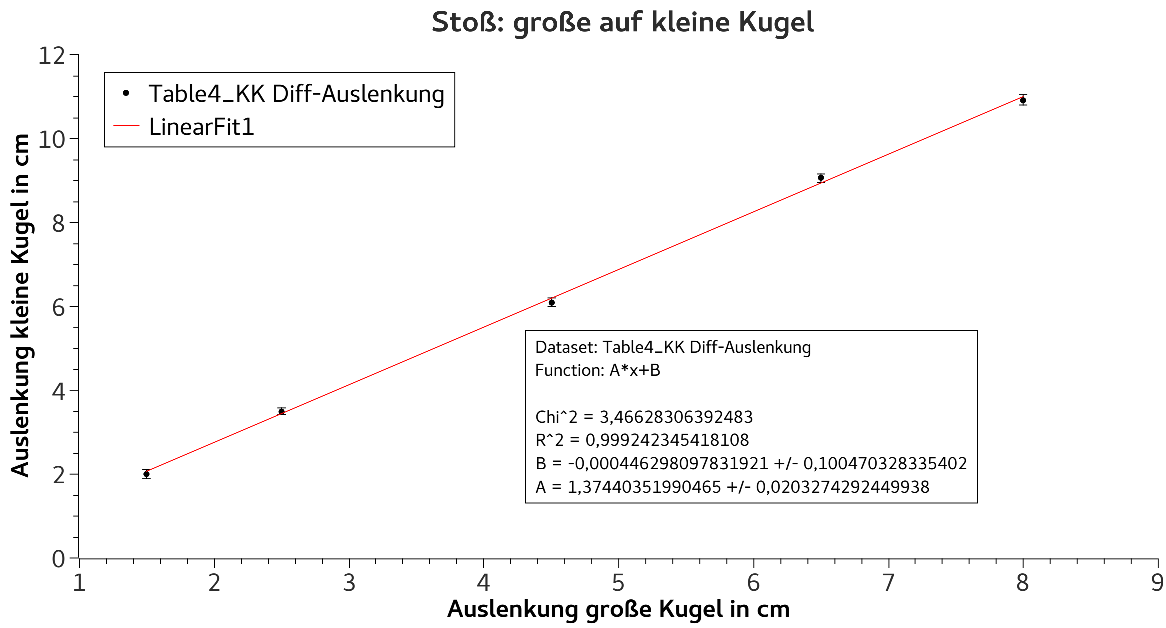

Abbildung 2: Große Kugel stößt die kleine Kugel.

Tabelle 3: Maße der Fallrinne.

	Länge
H	$(0{,}328\,00 \pm 0{,}001\,73)\,\mathrm{m}$
h_0	$(0{,}317\,00 \pm 0{,}001\,73)\,\mathrm{m}$
L	$(0{,}535\,00 \pm 0{,}005\,77)\,\mathrm{m}$

$$u(h) = \sqrt{u(h_0)^2 + \frac{u(s)^2}{1 + L^2/H^2} + s^2 \frac{(u(L)LH)^2 + (u(H)L^2)^2}{(H^2 + L^2)^3}} \tag{9}$$

Aus Gleichung (8) und Tabelle 3 ergibt sich Tabelle 4. Setzt man in Gleichung (9) alle Werte außer s und $u(s)$ folgt:

$$u(h) = \sqrt{2{,}99 \cdot 10^{-6} + 0,2732 u(s)^2 + 2{,}08 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^2} \tag{10}$$

In Abb. 3 ist die Wurzel der Fallhöhe auf die Auslenkung der großen Kugel aufgetragen. Die Gleichung (11) war in der Einführung zum Versuch vorgegeben.

$$a_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{2l} \sqrt{h} \tag{11}$$

Aus dem linearen Fit kann man die Steigung $m(a) = (3{,}324 \pm 0{,}054)\,\mathrm{cm}^{0,5}$ ablesen. Außerdem wurde die Länge des Pendels aufgenommen $(188{,}50 \pm 1{,}15)\,\mathrm{cm}$ und die Masse der Kugel beträgt $m_1 = (63{,}70 \pm 0{,}18)\,\mathrm{g}$. Es folgt:

$$\varepsilon = \frac{(m_1 + m_2)^2}{2(2m_1)^2 l} m(a)^2 = 0{,}596 \tag{12}$$

Tabelle 4: Fallhöhe in Abhängigkeit von s.

s	h
$(0{,}0000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}3170 \pm 0{,}0035)\,\mathrm{m}$
$(0{,}1000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}2640 \pm 0{,}0035)\,\mathrm{m}$
$(0{,}2000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}2120 \pm 0{,}0036)\,\mathrm{m}$
$(0{,}3000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}1600 \pm 0{,}0037)\,\mathrm{m}$
$(0{,}4000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}1010 \pm 0{,}0039)\,\mathrm{m}$
$(0{,}5000 \pm 0{,}0058)\,\mathrm{m}$	$(0{,}0560 \pm 0{,}0042)\,\mathrm{m}$

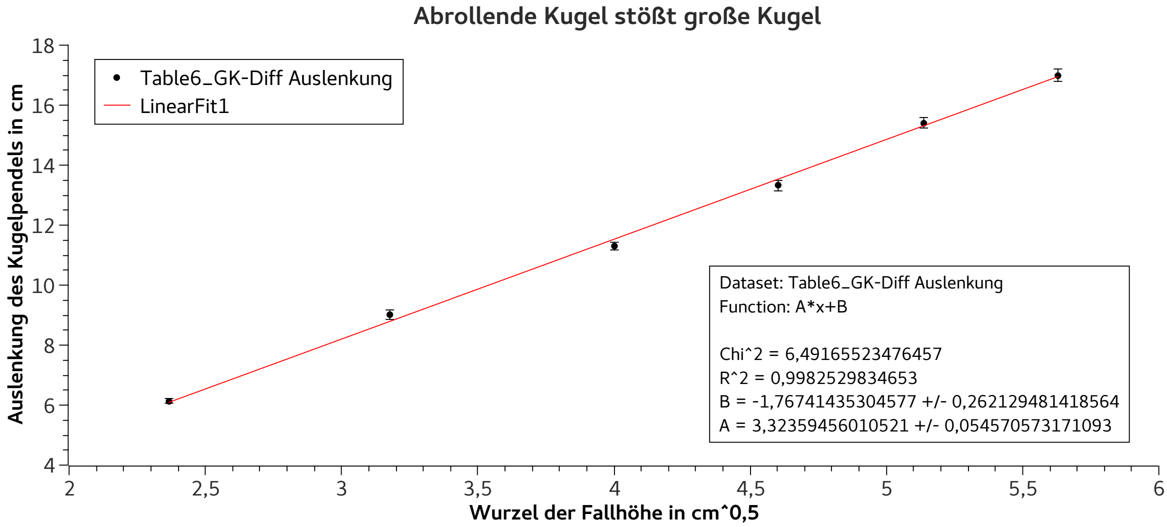

Abbildung 3: Die Kugel rollt die Fallrinne hinab und stößt die große Kugel.

mit

$$u(\varepsilon) = \varepsilon\sqrt{\left(\frac{2u(m(a))}{m(a)}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{u(m_1)2m_2}{m_1(m_1+m_2)}\right)^2 + \left(\frac{2u(m_2)}{m_1+m_2}\right)^2} = 0{,}020 \quad (13)$$

3.2 Diskussion

4 Schlussfolgerung