

VERSUCHSBERICHT ZU

M5 - JO-JO UND KREISEL

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 13.12.2017  
betreut von  
Kristina Mühlenstrodt

17. Dezember 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Methoden</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>3</b>
3.1	Beobachtung . . . . .	3
3.1.1	Fallrad . . . . .	3
3.2	Diskussion . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Beantwortung der Aufgaben zur Vorbereitung</b>	<b>6</b>

# 1 Kurzfassung

## 2 Methoden

## 3 Ergebnisse und Diskussion

### 3.1 Beobachtung

#### 3.1.1 Fallrad

##### Fallzeitbetrachtung

In den Graphen Abb. 1 und Abb. 2 sind die Fallhöhen gegen die Fallzeiten, bzw deren Quadrate, aufgetragen. Abb. 3 zeigt das Verhältnis der Fallhöhen zu den Fallzeitquadraten in Abhängigkeit von der Fallzeit. Der lineare Zusammenhang ist beim Betrachten der Werte bereits erkennbar und außerdem sollte dieser auch der Theorie zufolge auftreten (Gleichung (1)).

$$h(t) = \frac{1}{2}g \frac{mR^2}{mR^2 + J_S} t^2 = \frac{1}{2}g^* t^2 \quad (1)$$

Deshalb haben wir einen Fit mit dem „Scaled Levenberg-Marquardt“-Algorithmus, welcher die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, durchgeführt. Für den Fit wurde die folgende Funktion zugrunde gelegt:

$$f(x) = A * x + B \quad (2)$$

Es ergibt sich ein y-Achsenabschnitt von  $(0,01754 \pm 0,00049) \text{ m/s}^2$ , welcher  $\frac{1}{2}g^*$  entspricht. Der Fit weißt zwar eine minimale Steigung auf, diese ist jedoch vernachlässigbar, da sie im Verhältnis zur Unsicherheit des y-Achsenabschnitts auf dem Messintervall verschwindet. Folglich ergibt sich ein  $g^*$  von  $(0,03508 \pm 0,00098) \text{ m/s}^2$ .

##### Berechnung des Trägheitsmoments

Das Trägheitsmoments des Fallrads setzt sich aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Komponenten zusammen. In Tabelle 1 sind Volumen und Trägheitsmoment von Zylindern aufgeführt. Die Masse  $m$  ergibt sich jeweils aus

$$m = M \frac{V}{V_{\text{ges}}} \quad (3)$$

wobei  $M$  die Masse des gesamten Fallrads und  $V_{\text{ges}}$  entsprechend das gesamte Volumen ist. Es wird davon ausgegangen, dass der Stoff homogen ist.

Es folgt das Trägheitsmoment mit einer Gesamtmasse  $M$  von  $(0,768070 \pm 0,000028) \text{ kg}$ :

$$J = \frac{1}{2} \frac{M}{2V_S + V_A + V_R} (V_A R_A^2 + V_S (R_S^2 + \frac{1}{3} L_S^2) + V_R (R_{\text{Rad,Außen}}^2 + R_{\text{Rad,Innen}}^2)) \quad (4)$$

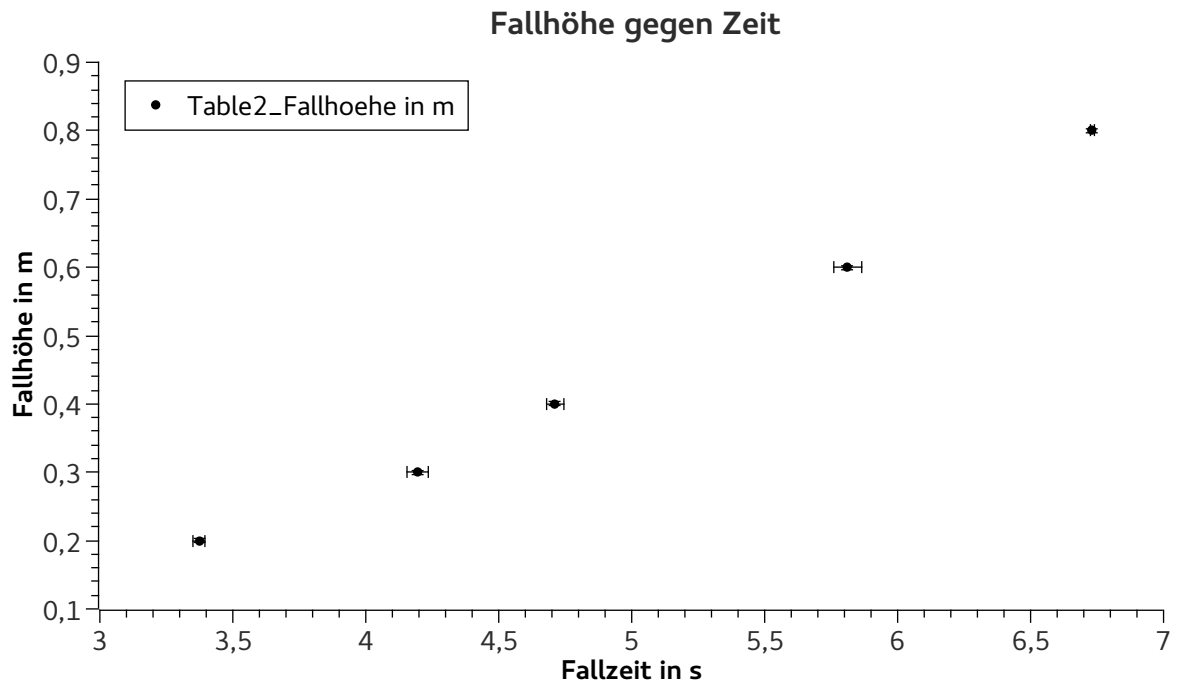


Abbildung 1: Biegungen verschiedener Stäbe. Die Fehler sind kleiner als die Symbole

Tabelle 1: Trägheitsmomente von (Hohl-)Zylindern zu verschiedenen Achsen.

Zylinder	Volumen $V$	Rotationsachse	Trägheitsmoment $J$
Vollzylinder	$\pi l r^2$	Symmetrieachse	$\frac{1}{2} m r^2$
Vollzylinder	$\pi l r^2$	Querachse	$\frac{1}{4} m r^2 + \frac{1}{12} m l^2$
Hohlzylinder	$\pi l (r_2^2 - r_1^2)$	Symmetrieachse	$\frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (5)$$

Beim Einsetzen aller Größen ergibt sich ein Trägheitsmoment von  $J = (42,5500 \pm 0,1875) \text{ kgcm}^2$  mit einer relativen Abweichung von 0,441%.

### Bestimmung des Abrollradius

Aus

$$g^* = \frac{gMR^2}{MR^2 + J_S} \quad (6)$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{J_S g^*}{gM - g^* M} \quad (7)$$

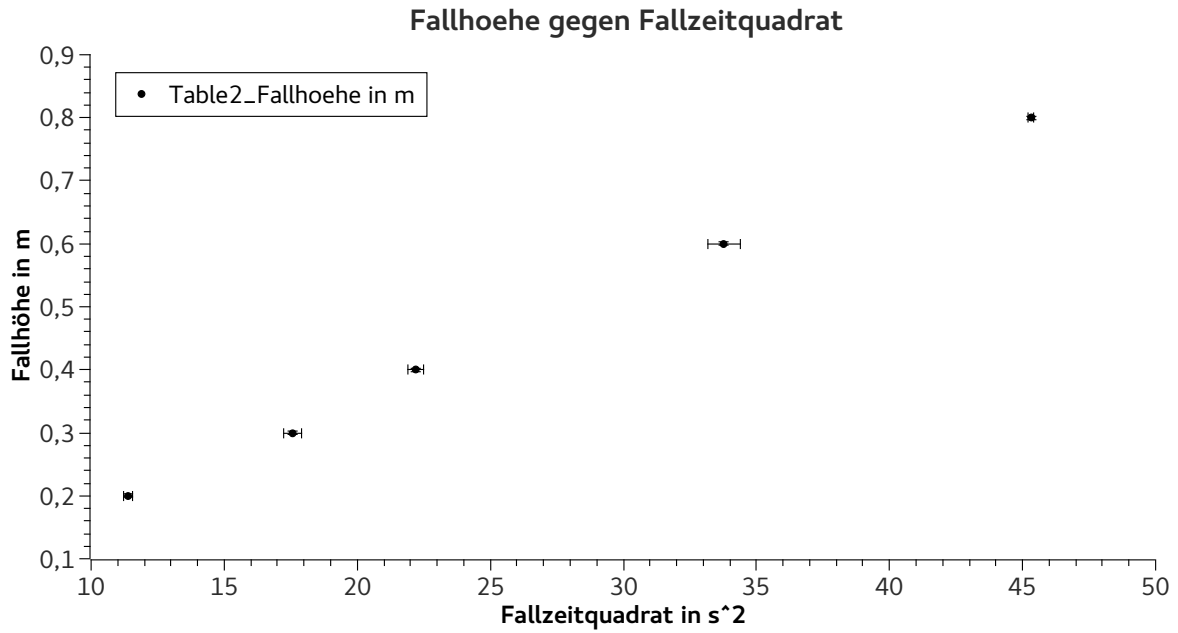


Abbildung 2: Biegungen verschiedener Stäbe. Die Fehler sind kleiner als die Symbole

folgt, dass der Abrollradius durch

$$R = \sqrt{\frac{J_S}{M} \frac{g^*}{g - g^*}} \quad (8)$$

berechnet werden kann. Setzt man die zuvor ermittelten Werte von  $g^*$ ,  $J_S$  und  $M$  ein erhält man einen Abrollradius von  $(0,446 \pm 0,006)$  cm mit einer Unsicherheit von ca. 1,5%. Der Radius der Achse beträgt  $(0,405 \pm 0,006)$  cm und der Radius des Fadens  $(0,052 \pm 0,002)$  cm. Folglich ergibt sich ein Abrollradius von  $(0,457 \pm 0,006)$  cm.

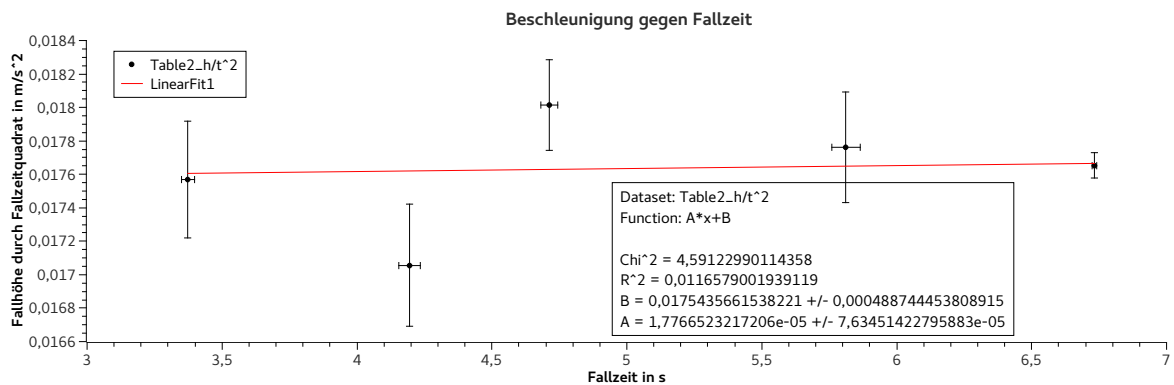


Abbildung 3: Biegungen verschiedener Stäbe. Die Fehler sind kleiner als die Symbole

Tabelle 2: Gemessene Längen.

	Länge $L$	Radius $R$
Speiche	$(15,576 \pm 0,023) \text{ cm}$	$(0,407 \pm 0,006) \text{ cm}$
Achse	$(20,210 \pm 0,012) \text{ cm}$	$(0,405 \pm 0,006) \text{ cm}$
Rad außen	-	$(9,007 \pm 0,001) \text{ cm}$
Rad innen	-	$(7,788 \pm 0,012) \text{ cm}$
Dicke Rad	$(1,150 \pm 0,004) \text{ cm}$	-

### 3.2 Diskussion

## 4 Schlussfolgerung

## 5 Beantwortung der Aufgaben zur Vorbereitung

1.

$$0 = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J_S \omega^2 - mgh \right) \quad (9)$$

$$= mva + \frac{J_S}{R^2} va - mgv \quad (10)$$

$$\frac{mg}{a} = m + \frac{J_S}{R^2} \quad (11)$$

$$\Rightarrow a(t) = g \frac{mR^2}{mR^2 + J_S} \quad (12)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{2} g \frac{mR^2}{mR^2 + J_S} t^2 + v_0 t + h_0 \quad (13)$$

2. Die Kraft mit der das abrollende Rad an der Aufhängevorrichtung zieht ergibt sich aus

$$F = ma \quad (14)$$

und beträgt folglich  $mg \frac{mR^2}{mR^2 + J_S}$ . Dass die Kraft, bzw. Beschleunigung, konstant ist, ist auch in Abbildung 2 der Einführung zum Versuch dargestellt. Der Unterschied zur Gewichtskraft des Rades besteht in dem Faktor  $\frac{mR^2}{mR^2 + J_S}$ , welcher stets kleiner als 1 ist, somit fällt das Rad langsamer als im freien Fall.

3. Die Kraft wirkt nach wie vor in die gleiche Richtung mit gleichem Betrag.