

VERSUCHSBERICHT ZU

M4 - STOSSGESETZE

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a_neuw01@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 06.12.2017
betreut von
Semir Vrana

11. Dezember 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	3
2	Methoden	3
2.1	Bestimmung der Massen	3
2.2	Stoß zweier Fadenpendel	3
2.3	Stoß einer Kugel auf der Fallrinne mit einer Pendelkugel	3
3	Ergebnisse und Diskussion	4
3.1	Beobachtung	4
3.1.1	Pendelstöße	4
3.1.2	Fallrinne	6
3.2	Diskussion	7
4	Schlussfolgerung	7

1 Kurzfassung

Um vollständig elastische Stoßprozesse durchzuführen, wurden zwei Versuche durchgeführt. Diese waren so konzipiert, dass sie Rückschlüsse auf den Zusammenhang zwischen den Massen und Geschwindigkeiten vor und nach einem zentralen, elastischen und geradem Stoß zulassen. Die Versuche bestanden darin möglichst präzise einen vollkommen elastischen, geraden und zentralen Stoß zu verwirklichen und die resultierende Auslenkung der gestoßenen Kugel in Abhängigkeit von der initialen Auslenkung der stoßenden zu erfassen. Im ersten Versuch wurde dies durch zwei Fadenpendel mit daran hängenden Kugeln verwirklicht. Dabei war zu erwarten, dass das Massenverhältnis der Kugeln, das mit diesem Versuch ermittelt wurde, gleich (bzw. fehlerüberschneidend) mit dem, das durch einfaches Wiegen ermittelt wurde, ist. Im zweiten Versuch wurde der Stoß durch eine Kugel, die eine Fallrinne hinunterrollt und dann auf eine Kugel am Fadenpendel trifft, realisiert. Dabei wurde der für den Stoß nutzbare Anteil der Höhenenergie der rollenden Kugel ermittelt und mit dem durch die Theorie erwarteten Wert verglichen. Auch hier war eine Überschneidung der Fehlerintervalle zu erwarten.

2 Methoden

2.1 Bestimmung der Massen

Die Massen der drei verwendeten Kugeln wurden mithilfe einer Waage gemessen. Dazu wurde zunächst die Waage mit aufgelegtem Ring auf Null gesetzt und dann abwechselnd die Kugeln in den Ring gelegt und die Anzeige der Waage abgelesen. Der Ring hatte den Zweck, die Kugeln nicht von der Waage rollen zu lassen.

2.2 Stoß zweier Fadenpendel

Zwei Kugeln unterschiedlicher Masse wurden mit Seilen hintereinander aufgehängt und die Seile so justiert, dass die Schwerpunkte der Kugeln sich in der Ruhelage auf einer Höhe und in der Pendelebene befanden. Die Seile waren dabei jeweils an beiden Enden an einem Träger befestigt. Mit einem Maßband wurde die Pendellänge gemessen. Dann wurde für beide Pendelkugeln folgende Messung durchgeführt: Die Pendelkugel wurde ausgelenkt und mithilfe von verschiebbaren Markierungen auf einer Maßschiene die Auslenkung festgestellt. Dann wurde die Kugel losgelassen und mit einer zweiten Markierung, die nach menschlichem Ermessen so platziert wurde, dass die gestoßene Kugel sie bei ihrer Schwingung gerade nicht berührte, die resultierende Auslenkung der zweiten Kugel bestimmt. Diese Messung wurde für fünf verschiedene Auslenkungen je fünf mal durchgeführt, um über diese Messungen mitteln zu können.

2.3 Stoß einer Kugel auf der Fallrinne mit einer Pendelkugel

Eine kleinere Kugel wurde eine Fallrinne herunter rollen lassen und die Auslenkung einer Kugel am Fadenpendel, die von ersterer angestoßen wurde, in gleicher Art und Weise

Tabelle 1: Steigungen die sich aus dem Fit ergeben.

	Kleine stößt Große a_1	Große stößt Kleine a_2
m	$0,5038 \pm 0,0147$	$1,3744 \pm 0,0203$

wie zuvor gemessen. Diese Messung wurde ebenfalls für fünf verschiedene Starthöhen der kleinen Kugel auf der Fallrinne je fünf mal durchgeführt. Gemessen wurde hierbei der Abstand zum oberen Ende der Fallrinne. Um daraus die Starthöhe der Kugel bestimmen zu können, wurde die Fallrinne mit einer Messlatte vermessen.

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Beobachtung

3.1.1 Pendelstöße

In Abb. 1 und Abb. 2 sind die Mittelwerte der Auslenkung nach dem Stoß von einer Kugel gegen die Startauslenkung der stoßenden Kugel aufgetragen. Der lineare Zusammenhang ist beim Betrachten der Werte bereits erkennbar und außerdem sollte dieser auch der Theorie zufolge auftreten (Gleichung (2)). Deshalb haben wir einen Fit mit dem „Scaled Levenberg-Marquardt“-Algorithmus, welcher die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, durchgeführt. Die für den Fit wurde die folgende Funktion zugrunde gelegt:

$$f(x) = a * x + b \quad (1)$$

$$a'_2 = a_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} = a_1 m(a'_2) \quad (2)$$

Wenn man die Steigungen der Auslenkungen a'_2 und a'_1 addiert erhält man:

$$m(a'_2) + m(a'_1) = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} + \frac{2m_2}{m_2 + m_1} = 2 \quad (3)$$

Die Summe der Steigungen (Tabelle 1) der linearen Fit-Funktionen beträgt 1,87. Aus den Steigungen lässt sich das Verhältnis der Massen bestimmen.

$$k = \frac{m(a'_2)}{m(a'_1)} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 + m_2}{2m_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (4)$$

$$u(k) = k \sqrt{\left(\frac{u(m(a'_1))}{m(a'_1)}\right)^2 + \left(\frac{u(m(a'_2))}{m(a'_2)}\right)^2} \quad (5)$$

Es ergibt sich eine Massenverhältnis von $k_s = 2,7281 \pm 0,1068$. Die berechnete Unsicherheit wurde mit einem Faktor von 1,2 multipliziert gemäß der Studentischen t -Verteilung, da aus nur fünf Messpunkten eine Steigung ermittelt wurde.

Tabelle 2: Masse die sich beim Wiegen der Kugel ergeben. Der x-Fehler ist kleiner als die Symbolgröße.

	Große Kugel	kleine Kugel
Masse	$(510,68 \pm 1,47) \text{ g}$	$(192,26 \pm 0,56) \text{ g}$

In Tabelle 2 sind die durch Wiegen festgestellten Massen der Kugeln aufgeführt. Die Unsicherheit der Waage ist auf ihr als $u_{\text{Waage}} = 0,01 \frac{m_{\text{Messung}}}{2\sqrt{3}}$ angegeben. Zusätzlich dazu zeigt die Digitalanzeige nur zwei Nachkommastellen an (also Typ B Unsicherheit mit rechteckiger WDF), woraus folgt:

$$u_{\text{digital}} = \frac{0,01 \text{ g}}{2\sqrt{3}} \approx 0,0029 \text{ g}$$

$$\Rightarrow u_{\Delta m} = \sqrt{u_{\text{Waage}}^2 + u_{\text{digital}}^2}$$

Das Massenverhältnis ist $k_m = 2,6562 \pm 0,0109$, wobei sich die Unsicherheit analog zu Gleichung (5) berechnet wurde.

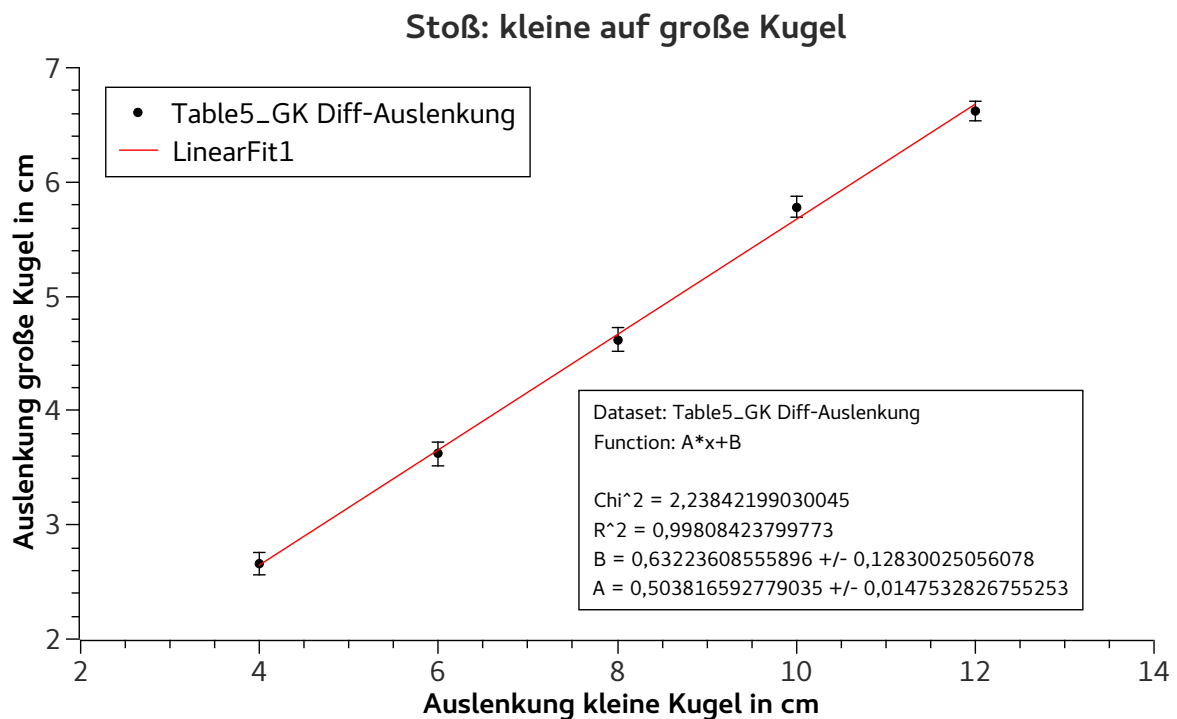


Abbildung 1: Kleine Kugel stößt die große Kugel. Der x-Fehler ist kleiner als die Symbolgröße.

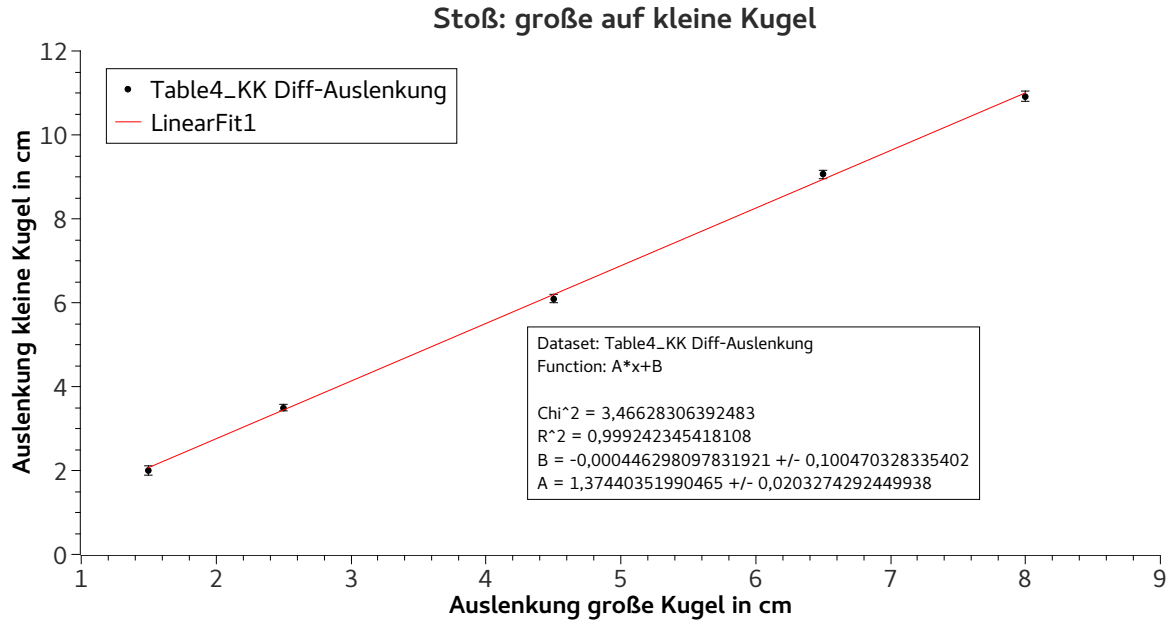


Abbildung 2: Große Kugel stößt die kleine Kugel.

3.1.2 Fallrinne

Aus den Abmessungen H , L und h_0 der Fallrinne (vgl. Abb. 2 der Einführung) lässt sich die Fallhöhe wie folgt bestimmen. Aus der Skizze ist ersichtlich, dass

$$\sin(\alpha)s = h_0 - h \quad (6)$$

und

$$\sin(\alpha) = \frac{H}{S} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + L^2/H^2}} \quad (7)$$

gilt. Fügt man Gleichung (6) und Gleichung (7) zusammen erhält man:

$$h = h_0 - \frac{s}{\sqrt{1 + L^2/H^2}} \quad (8)$$

$$u(h) = \sqrt{u(h_0)^2 + \frac{u(s)^2}{1 + L^2/H^2} + s^2 \frac{(u(L)LH)^2 + (u(H)L^2)^2}{(H^2 + L^2)^3}} \quad (9)$$

Aus Gleichung (8) und Tabelle 3 ergibt sich Tabelle 4. Setzt man in Gleichung (9) alle Werte außer s und $u(s)$ folgt:

$$u(h) = \sqrt{2,99 \cdot 10^{-6} + 0,2732u(s)^2 + 2,08 \cdot 10^{-5}s^2} \quad (10)$$

In Abb. 3 ist die Wurzel der Fallhöhe auf die Auslenkung der großen Kugel aufgetragen. Die Gleichung (11) war in der Einführung zum Versuch vorgegeben.

Tabelle 3: Maße der Fallrinne.

	Länge
H	$(0,328\,00 \pm 0,001\,73)\,\text{m}$
h_0	$(0,317\,00 \pm 0,001\,73)\,\text{m}$
L	$(0,535\,00 \pm 0,005\,77)\,\text{m}$

Tabelle 4: Fallhöhe in Abhängigkeit von s .

s	h
$(0,0000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,3170 \pm 0,0035)\,\text{m}$
$(0,1000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,2640 \pm 0,0035)\,\text{m}$
$(0,2000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,2120 \pm 0,0036)\,\text{m}$
$(0,3000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,1600 \pm 0,0037)\,\text{m}$
$(0,4000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,1010 \pm 0,0039)\,\text{m}$
$(0,5000 \pm 0,0058)\,\text{m}$	$(0,0560 \pm 0,0042)\,\text{m}$

$$a'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{2l} \sqrt{h} \quad (11)$$

Aus dem linearen Fit kann man die Steigung $m(a) = (3,324 \pm 0,054)\,\text{cm}^{0,5}$ ablesen. Außerdem wurde die Länge des Pendels aufgenommen $(188,50 \pm 1,15)\,\text{cm}$ und die Masse der Kugel beträgt $m_1 = (63,70 \pm 0,18)\,\text{g}$. Es folgt:

$$\varepsilon = \frac{(m_1 + m_2)^2}{2(2m_1)^2 l} m(a)^2 = 0,596 \quad (12)$$

mit

$$u(\varepsilon) = \varepsilon \sqrt{\left(\frac{2u(m(a))}{m(a)}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{u(m_1)2m_2}{m_1(m_1 + m_2)}\right)^2 + \left(\frac{2u(m_2)}{m_1 + m_2}\right)^2} = 0,020 \quad (13)$$

3.2 Diskussion

4 Schlussfolgerung

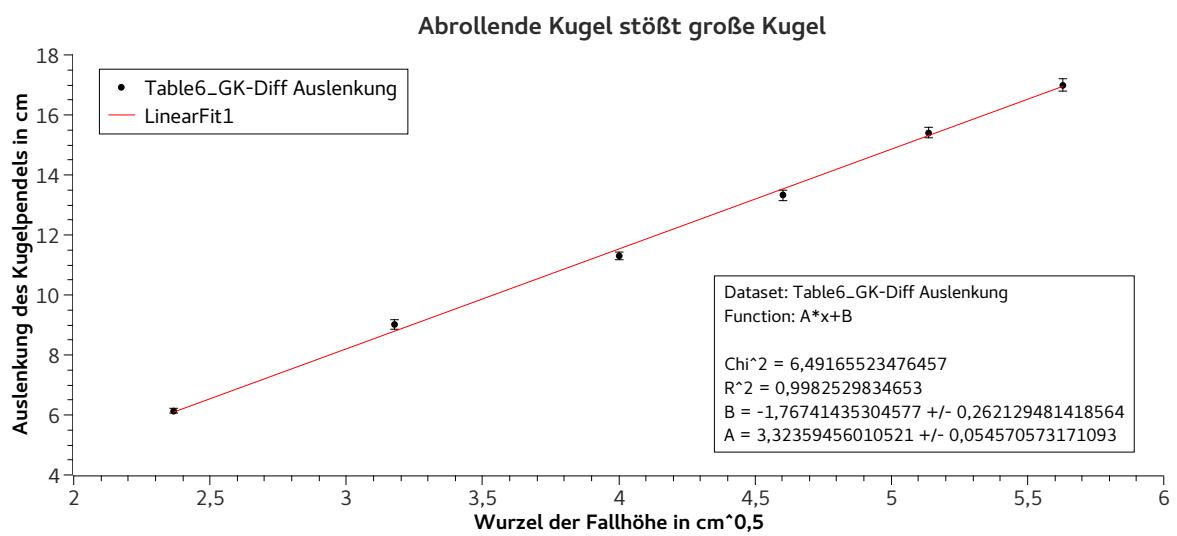


Abbildung 3: Die Kugel rollt die Fallrinne hinab und stößt die große Kugel. Der x-Fehler ist kleiner als die Symbolgröße.