

VERSUCHSBERICHT ZU

O6 - OPTISCHE ABBILDUNGEN UND  
DIGITALE KAMERA

Gruppe 14Mo

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 09.07.2018  
betreut von  
Robert Schneider

15. Juli 2018

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2 Methoden</b>	<b>3</b>
<b>3 Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>4</b>
3.1 Unsicherheiten . . . . .	4
3.2 Schärfentiefe des Nikkor-Objektivs . . . . .	5
3.2.1 Beobachtung und Datenanalyse . . . . .	5
3.2.2 Diskussion . . . . .	7
3.3 Auflösung des Nikkor-Objektivs . . . . .	7
3.3.1 Beobachtung und Datenanalyse . . . . .	7
3.3.2 Diskussion . . . . .	9
3.4 Auflösung einer Einzellinse . . . . .	9
3.4.1 Beobachtung und Datenanalyse . . . . .	9
3.4.2 Diskussion . . . . .	12
3.5 Auflösung der Lochblende . . . . .	12
3.5.1 Beobachtung und Datenanalyse . . . . .	12
3.5.2 Diskussion . . . . .	13
<b>4 Schlussfolgerung</b>	<b>13</b>

# **1 Kurzfassung**

Es wird das Auflösungsvermögen und die Schärfentiefe einer Digitalkamera mit unterschiedlichen Optiken vor dem Sensor untersucht.

# **2 Methoden**

Für die Versuchsdurchführung wird eine Nikon D3200 verwendet, die zunächst auf die Werkseinstellungen zurückgesetzt wird. Als erstes wird ein Nikkor 50 mm Objektiv an die Kamera angebracht und die Kamera auf den rechten, um  $45^\circ$  gekippten Teil des in Abb. 1 dargestellten Testcharts ausgerichtet. Mithilfe von digitalen Zoom wird die Mitte der Skala von  $-10\text{ cm}$  bis  $10\text{ cm}$  am Objektiv scharf gestellt. Dann werden für alle acht Blendenzahlen in ganzen Stufen von 1 bis 22 je ein Bild des Testcharts aufgenommen, um die Schärfentiefe in Abhängigkeit von der Blendenzahl bestimmen zu können. Die Belichtungszeit wählt die Kamera automatisch.

Das Objektiv wird durch eine Einzellinse mit einer Brennweite von 60 mm ersetzt. Um die Auflösung bestimmen zu können, wird für drei verschiedene Durchmesser der eingeschraubter Blende und ohne zusätzliche Blende je eine Fotografie von zwei Siemenssternen angefertigt. Einer der Siemenssterne befindet sich dabei möglichst nah an der Mitte und einer am Rand der Fotografie. Die Belichtungszeit wird dabei bei Halbierung des Blendendurchmessers vervierfacht, um die Belichtung der Bilder konstant zu halten. Das Scharfstellen erfolgt durch Drehen des Tubus der Einzellinse.

Zuletzt werden Linse und Blende durch eine Lochblende mit einem deutlich kleineren Durchmesser ersetzt. Die Kamera wird deutlich näher am Testchart positioniert.

Bei allen Fotografien wird der Abstand der Kamera vom Testchart mit einem Maßband gemessen und notiert.

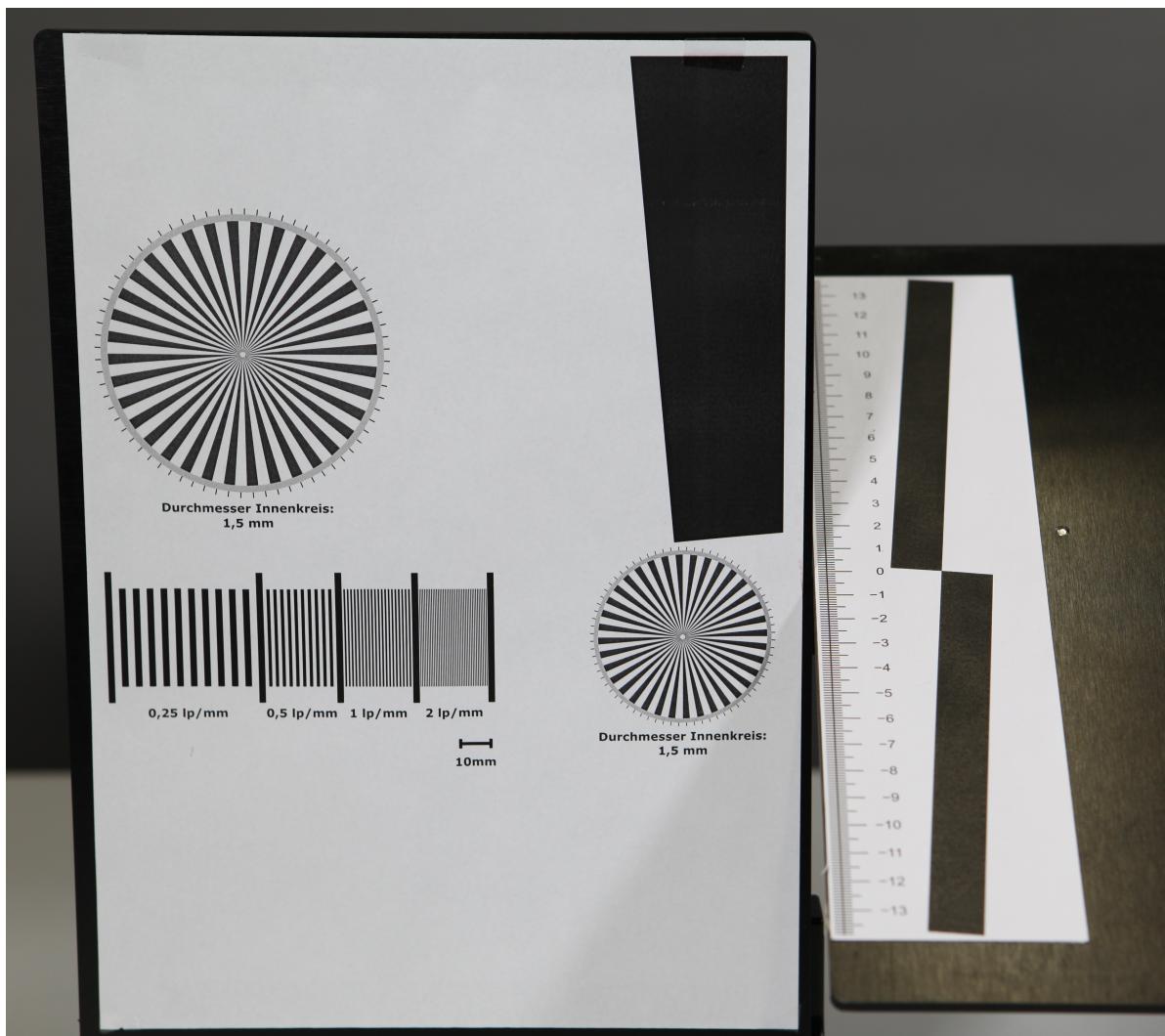


Abbildung 1: Das Testchart, das verwendet wurde, um die Eigenschaften der Kamera und Optiken zu untersuchen. Entnommen aus [1].

## 3 Ergebnisse und Diskussion

### 3.1 Unsicherheiten

Die Unsicherheiten werden gemäß GUM ermittelt. Außerdem wird für Unsicherheitsrechnungen die Python-Bibliothek „uncertainties“ verwendet.

**Abstandmessung:** Die Messung des Abstands zwischen Kamera und Testchart wurde mit einem Maßband durchgeführt. Dabei wurde die Unsicherheit mit 0,81 cm abgeschätzt (dreieckige WDF).

**Pixelanzahl:** Die farblichen Übergänge der Pixel waren nicht eindeutig von schwarz zu weiß. Deshalb wurde hierbei eine Unsicherheit von 3 px verwendet.

**Subjektive Schärfe:** Inwiefern ein Fehler für die Angabe eines subjektiven Werts sinnvoll ist, ist fraglich. Dennoch soll hier eine Unsicherheit von 1 cm auf der schrägen Skala angenommen werden, um sicherzugehen, dass immer möglichst gleich scharfe Bereiche gewählt werden.

## 3.2 Schärfentiefe des Nikkor-Objektivs

### 3.2.1 Beobachtung und Datenanalyse

#### Theoretische Berechnung

Die Schärfentiefe  $S_{\text{theo}}$  ergibt sich aus der Entfernung zwischen Nah- und Fernpunkt. Also  $S_{\text{theo}} = |d_h - d_f|$ . Mit den in der Einführung gegebenen Formeln:

$$d_n = \frac{g \cdot (d_h - f)}{(d_h - f) + (g - f)} \quad (1)$$

$$d_f = \begin{cases} \frac{g \cdot (d_h - f)}{(d_h - f) + (f - g)} & \text{wenn } g < d_h \\ \infty & \text{wenn } g \geq d_h \end{cases} \quad (2)$$

wobei  $d_h$  die hyperfokale Entfernung ist:

$$d_h = \frac{f^2}{k \cdot Z} + f \quad (3)$$

Es folgt also eine Schärfentiefe von:

$$S_{\text{theo}} = \left| \frac{2f^2 g k Z (f - g)}{f^4 - k^2 Z^2 (f - g)^2} \right| \quad (4)$$

Dabei ist  $Z$  definiert als  $D_B/1500$ .  $D_B$  ist die Bilddiagonale. Sie wurde berechnet durch die Größe eines Pixels und die Auflösung der Kamera mit 6016 x 4000 Pixeln. Eine Strecke von 2 cm wurde mit  $(474 \pm 3)$  Pixel aufgelöst, das heißt:

$$D_B = \frac{2 \text{ cm}}{(474 \pm 3) \text{ px}} \cdot \sqrt{6016 \text{ px}^2 + 4000 \text{ px}^2} = (30,5 \pm 0,2) \text{ cm} \quad (5)$$

Die Brennweite  $f$  des Objektivs beträgt 50 mm. Die Messung des Abstands zwischen Testchart und Kamera ergab  $g = (64,00 \pm 0,81)$  cm. Einsetzen der jeweiligen Blendenzahl  $k$  ergibt die Schärfentiefen in Tabelle 1.

#### Subjektive Schärfentiefe

Die schräge Skala ist in einem Winkel von  $(45 \pm 5)^\circ$  gekippt. Es ergibt sich ein Faktor  $1/\sqrt{2 \pm 0,3}$  für die Umrechnung der Skala in Schärfentiefe, welche parallel zur Optischen Achse gemessen wird. Da die Skala bei  $\pm 14$  cm endet, lassen sich keine Schärfentiefen größer als 20 cm messen. In Tabelle 1 sind die subjektiven Schärfentiefen in Abhängigkeit von  $k$  aufgelistet.

Tabelle 1: Die nach Gleichung (4) berechneten Schärfentiefen  $S_{\text{theo}}$  sowie die subjektiven Schärfentiefen  $S_{\text{subj}}$  zu zugehörigem  $k$ .

$k$	$S_{\text{theo}}$	$S_{\text{subj}}$
1,8	(11,1 ± 0,3) cm	(4,2 ± 0,8) cm
2,8	(17,5 ± 0,5) cm	(6,4 ± 0,9) cm
4	(25,5 ± 0,7) cm	(9,2 ± 1,1) cm
5,6	(37,7 ± 1,1) cm	(16,3 ± 1,6) cm
8	(57,6 ± 1,9) cm	≥ 20 cm
11	(93,6 ± 3,6) cm	≥ 20 cm
16	(239,4 ± 16,8) cm	≥ 20 cm
22	(1180,0 ± 318,1) cm	≥ 20 cm

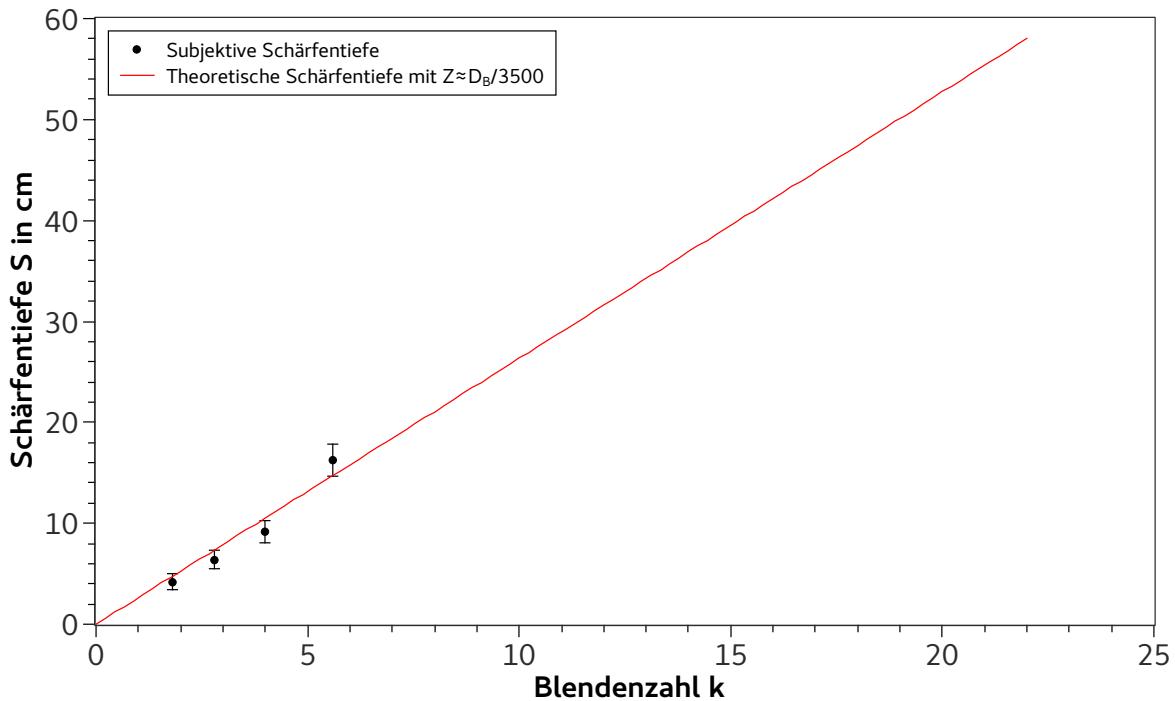


Abbildung 2: Die schwarzen Messpunkte sind die subjektiven Schärfentiefen die noch mit dem Testchart erkennbar waren. Die rote Funktion ist theoretische Schärfentiefe nach Gleichung (4) mit entsprechenden Parametern. Die einzige Änderung die durchgeführt wurde ist die Skalierung der Durchmessergrenze  $Z$  der Zerstreuungskreise mit einem Faktor von ca. 3/7.

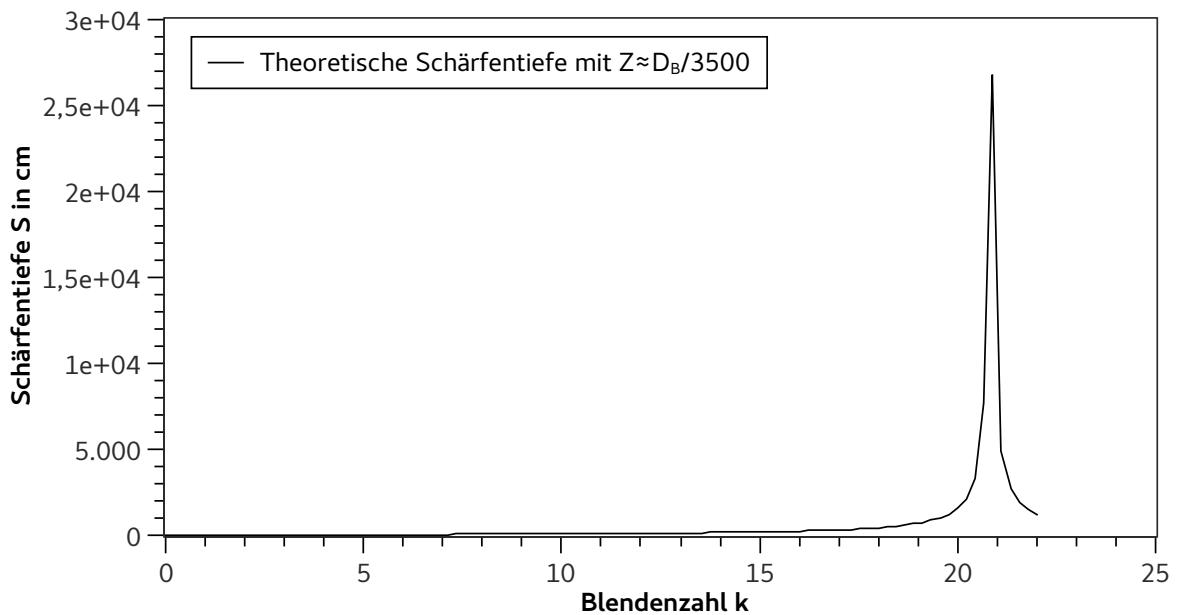


Abbildung 3: Die rote Funktion ist theoretische Schärfentiefe nach Gleichung (4) mit entsprechenden Parametern. Die Schärfentiefe  $S_{\text{theo}}$  divergiert gegen hohe Werte bei  $k \approx 21$ . Dies entspricht dem Fall  $g \approx d_h$ , sodass  $d_f$  divergiert.

### 3.2.2 Diskussion

## 3.3 Auflösung des Nikkor-Objektivs

### 3.3.1 Beobachtung und Datenanalyse

Beim Fotografieren war das Testchart ( $107,00 \pm 0,81$ ) cm von der Kamera entfernt und orthogonal ausgerichtet. Die MTF-Kurven die sich mit dem ImageJ-Plugin berechnen lassen sind in Abb. 4 dargestellt. Es wurde für alle Kurven ein Oversampling von 1 verwendet. Die resultierenden Halbwertsfrequenzen sind in Abb. 5 gegen die Blendenzahl aufgetragen.

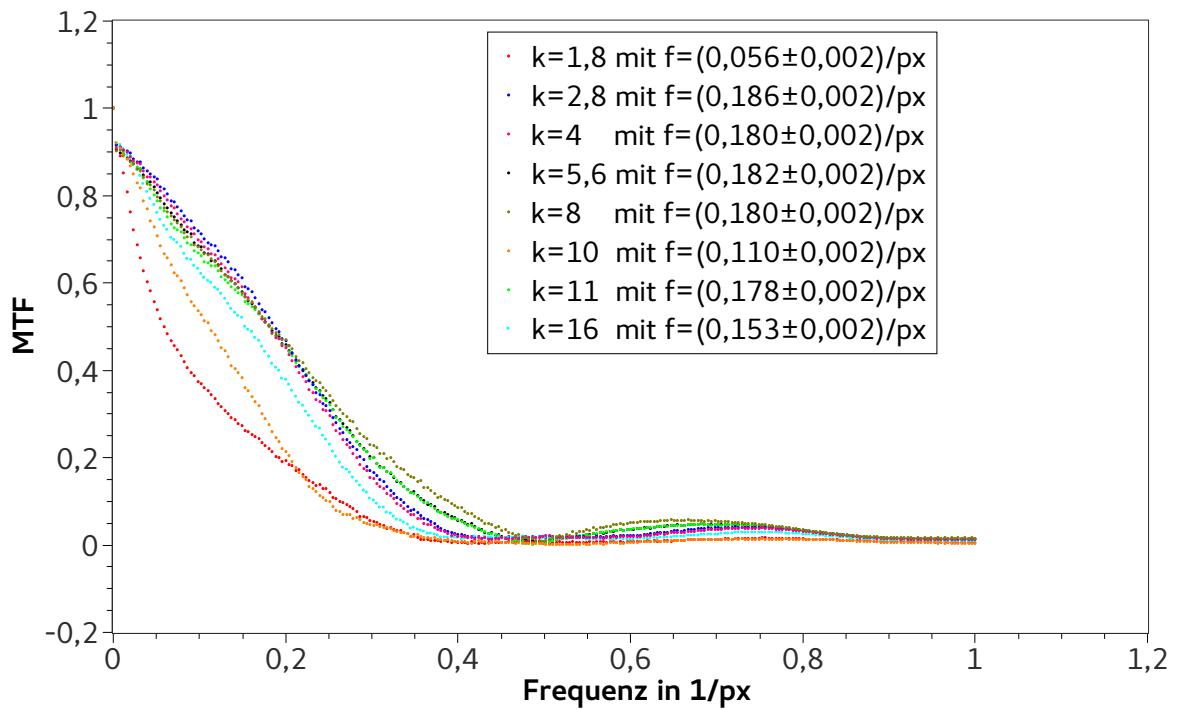


Abbildung 4: MTF-Kurven der untersuchte Blendenzahlen  $k$ , die durch das ImageJ-Plugin „Praktikum Slanted Edge MTF“ berechnet wurden. Zur jeweiligen Funktion ist die Halbwertsfrequenz  $f$  angegeben.

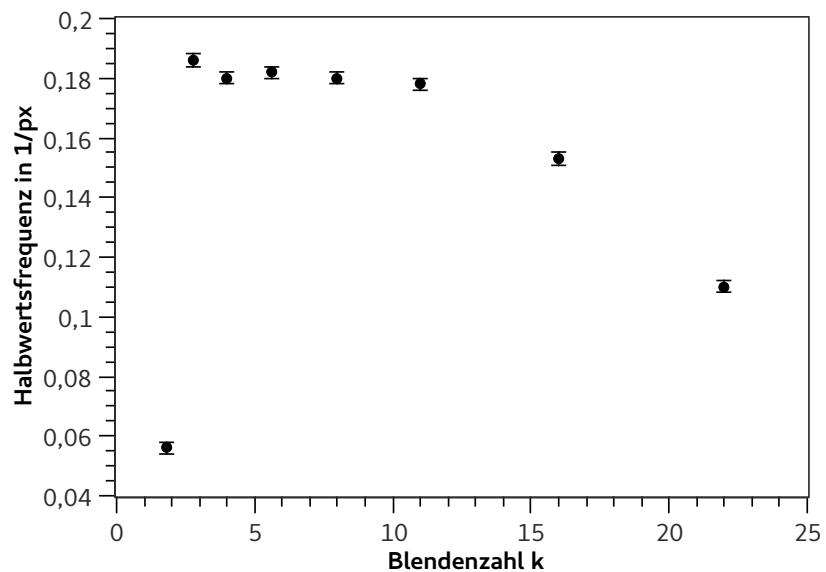


Abbildung 5: Die Halbwertsfrequenz der MTFs ist gegen die Blendenzahl aufgetragen.

### **3.3.2 Diskussion**

## **3.4 Auflösung einer Einzellinse**

### **3.4.1 Beobachtung und Datenanalyse**

Zunächst wird das Bild um den Faktor vier hochskaliert, um Interpolationsungenauigkeiten bei der Erstellung der Linienprofile zu vermeiden. Dann wird jeweils eine Achse durch zwei gegenüberliegende schwarze und zwei gegenüberliegende weiße Bereiche des Siemenssterns gezogen und ein Linienprofil der Grauwerte erstellt. Die beiden Profile werden übereinander gelegt, sodass die Grauwerte am grauen Rand des Siemenssterns und die Maxima in der weißen Mitte übereinander liegen. Als Beispiel ist eine Überlagerung dieser Profile in Abb. 6 dargestellt. Dann wird, um den Durchmesser der grauen Fläche in der Mitte der Aufnahme des Siemenssterns in Pixeln zu bestimmen, der Schnittpunkt der beiden Graphen, ab dem die Profile näherungsweise gleich verlaufen, auf beiden Seiten der Mitte abgelesen. Dies erlaubt die Umrechnung des Durchmessers der grauen Fläche von Pixeln in Meter, da bekannt ist, dass der weiße Innenkreis einen Durchmesser von 1,5 mm hat. Diese Angabe sowie die Durchmesser der Blenden werden als exakt angenommen. Die Unsicherheit beim richtigen Überlagern der Kurven und Ablesen der Schnittpunkte wird mit 30 px abgeschätzt. Für die Differenz der Schnittpunkte ergibt sich somit gemäß GUM  $U(d) = 43$  px. Da bei manchen Blendendurchmessern aufgrund der hohen Asymmetrie das Ablesen der Schnittpunkte nicht eindeutig war, wurde dort der doppelte Fehler verwendet. Die Breite der Mitte ist meistens deutlich eindeutiger ablesbar, weshalb hier eine Unsicherheit von 13 px aufgrund der geringen Schwankung des eigentlich als konstant erwarteten Wertes (bei konstantem Abstand der Kamera vom Schirm) angenommen wird.

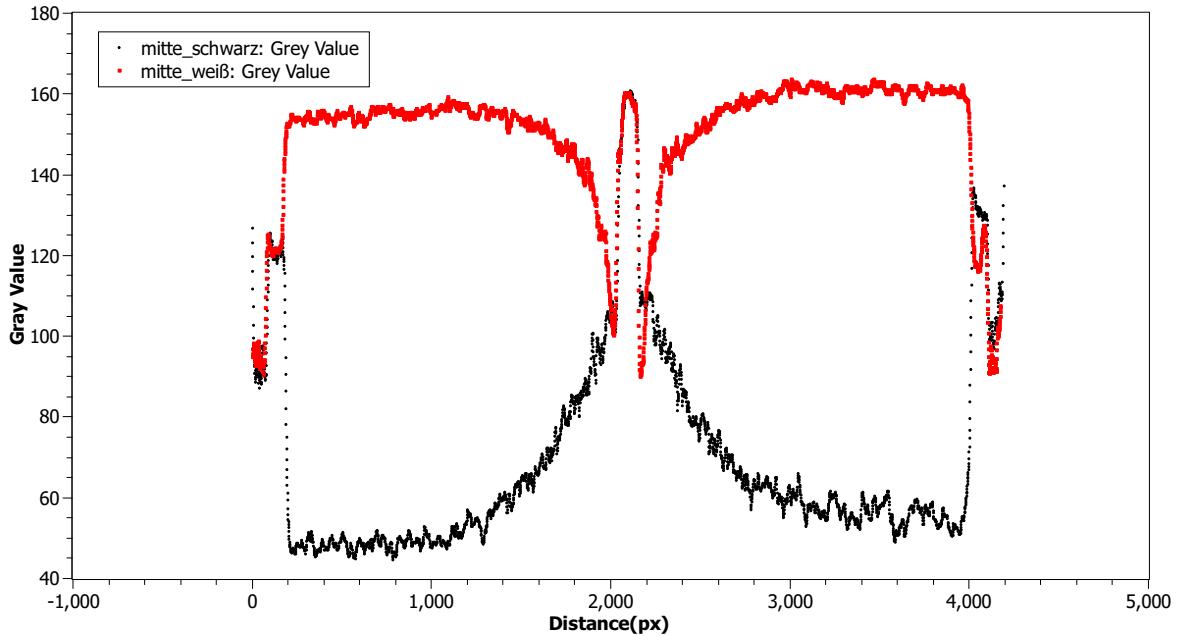


Abbildung 6: Überlagerung der Linienprofile von schwarzem zu schwarzem bzw. weißem zu weißem Bereich des Siemenssterns. Abgelesen werden der Abstand der Schnittpunkte der Profile in der Mitte sowie die Breite des Maximums in der Mitte.

Die Umrechnung der Breite  $d$  der grauen Fläche in mm erfolgt gemäß:

$$d = \frac{1,5 \text{ mm} \cdot b}{m} \quad (6)$$

Dabei ist  $b$  die Breite  $d$  in Pixeln und  $m$  die Breite des weißen, 1,5 mm breiten Bereichs in der Mitte. Dass das Bild mit dem Faktor 4 hochskaliert wurde spielt hier keine Rolle, da dieser Faktor sowohl in  $m$  als auch in  $b$  einfließt und durch den Bruch wegfällt. Die Unsicherheit ergibt sich gemäß:

$$U(d) = \sqrt{\left(\frac{1,5 \text{ mm} \cdot b \cdot U(m)}{m^2}\right)^2 + \left(\frac{1,5 \text{ mm} \cdot U(b)}{m}\right)^2} \quad (7)$$

Für die Auflösung  $l$  gilt

$$l = \frac{\pi d}{n} \quad (8)$$

mit der Unsicherheit

$$U(l) = \left| \frac{\pi U(d)}{n} \right|. \quad (9)$$

Das Ergebnis aus dieser Rechnung für den Siemensstern am Rand der Fotografie ist in Abb. 7 dargestellt.

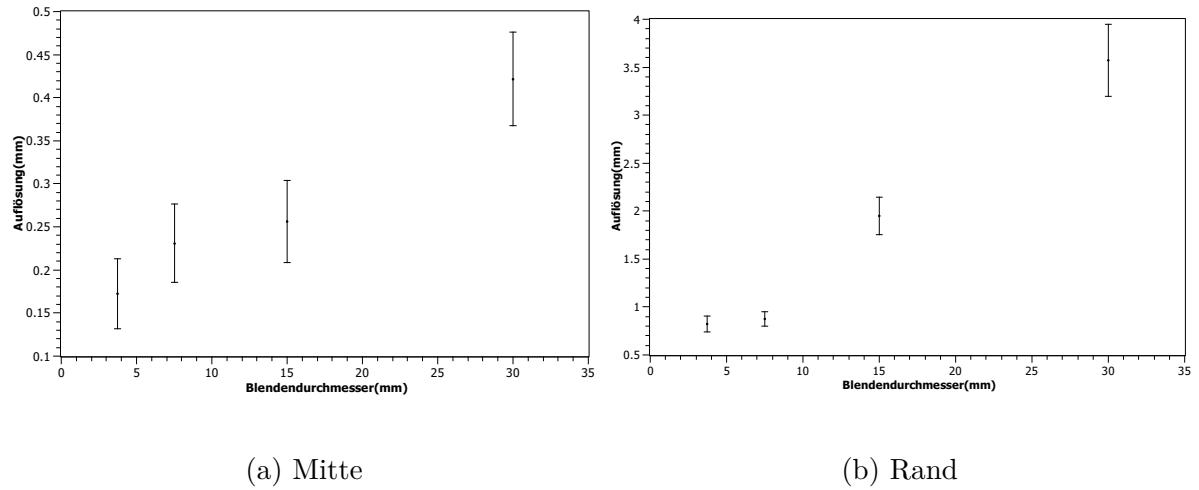


Abbildung 7: Auflösung der Kamera mit Einzellinse bei verschiedenen Blendendurchmessern am Rand und in der Mitte der Fotografie.

Zusätzlich wird für die vier Bilder des Testcharts mit unterschiedlichen Blendendurchmessern die MTF-Kurve mit dem ImageJ-Plugin berechnet und die Halbwertsfrequenz abgelesen. Das Ergebnis ist in Abb. 8 abgebildet.

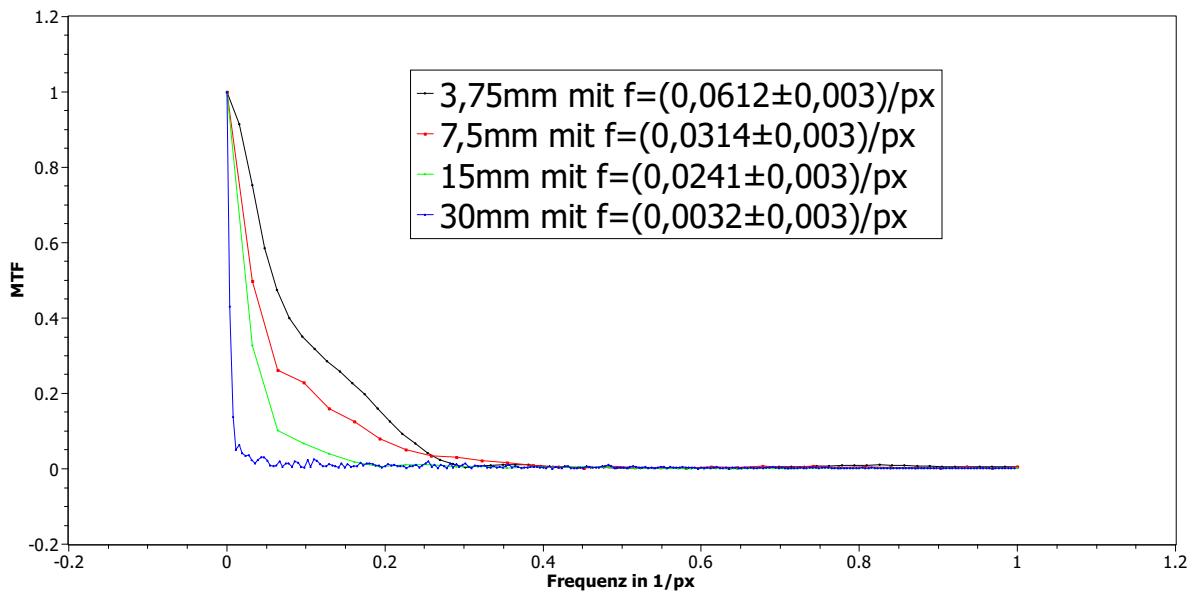


Abbildung 8: MTF-Kurven der Einzellinse bei unterschiedlichen Blendendurchmessern, die durch das ImageJ-Plugin „Praktikum Slanted Edge MTF“ berechnet wurden. Zur jeweiligen Funktion ist die Halbwertsfrequenz  $f$  angegeben.

### 3.4.2 Diskussion

Es fällt auf, dass die Profile nicht immer, wie zu erwarten war, achsensymmetrisch zur Mitte sind. Dies lässt sich auf Linsenfehler zurückführen, die dazu führen, dass achsenfernere Strahlen nicht gleich abgebildet werden wie achsennahe. Dies lässt sich dadurch bestätigen, dass dies bei den Linienprofilen des Siemenssterns am Rande der Fotografie deutlich stärker auffällt als bei dem nahe der Mitte.

## 3.5 Auflösung der Lochblende

Analog zur Einzellinse werden die Linienprofile des Siemenssterns erstellt und in Abb. 9 dargestellt.

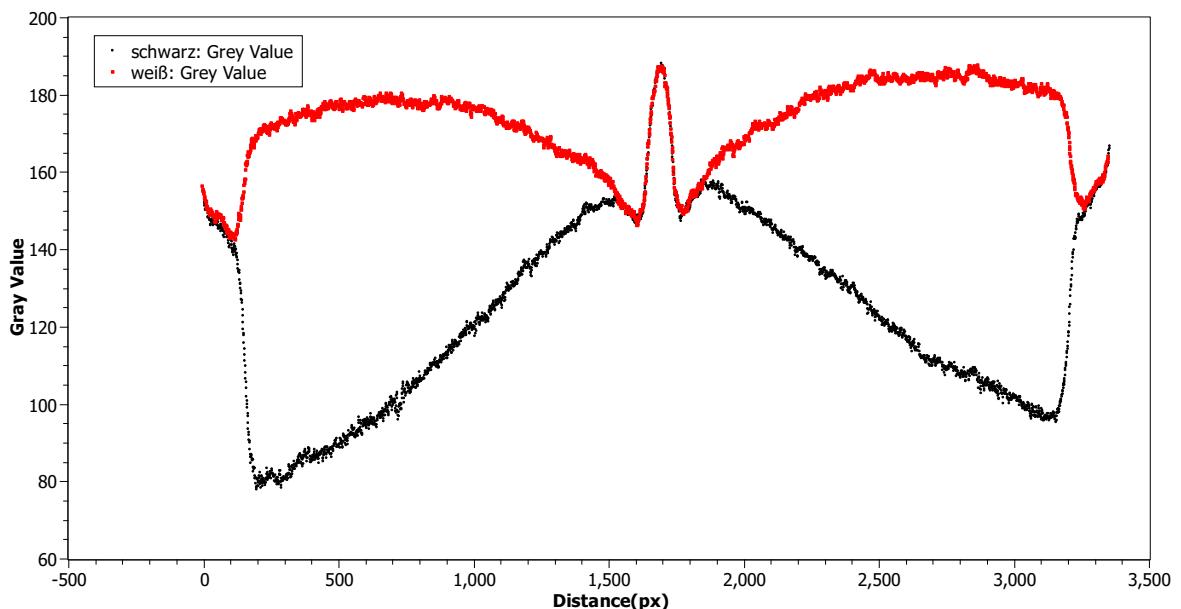


Abbildung 9: Überlagerung der Linienprofile von schwarzem zu schwarzem bzw. weißem zu weißem Bereich des Siemenssterns bei Fotografie durch Lochblende. Abgelesen werden der Abstand der Schnittpunkte der Profile in der Mitte sowie die Breite des Maximums in der Mitte.

Durch analoge Berechnungen wie oben ergibt sich für die Auflösung  $l = (0,28 \pm 0,05)$  mm.

### 3.5.1 Beobachtung und Datenanalyse

#### Größe der Blendenöffnung

Die Belichtung beim Fotograieren ergibt sich aus der Blendenöffnungsfläche und der Belichtungszeit:

$$B = A \cdot t_B = \frac{\pi d^2}{4} \cdot t_B \quad (10)$$

Um die Belichtung für verschiedene Blenden konstant zu halten muss die Belichtungszeit vervierfacht werden, wenn sich der Blendendurchmesser halbiert. In Abschnitt 3.4 wurden für jede Linse eine Belichtung von  $4,42 \text{ mm}^2/\text{s}$  gewählt. Da das Bild der der Lochblende ähnlich belichtet ist wie die der Eizellinsen, kann von einer gleichen Belichtung ausgegangen werden. Lässt man sich von ImageJ Grau-Weiß-Histogramme ausgeben, zeigt sich jedoch eine Abweichung in dem Grauton der reinen weißen Flächen, da dies mit durch den geänderten Abstand zum Testchart verursacht wird, kann nicht von der gleichen Belichtung ausgegenagen werden und diese muss mit einem Fehler abgeschätzt werden. Außerdem variiert der Mittelwert des Histogramms je nach gewähltem (möglichst großem) weißen Segment des Bilds durch die ungleichmäßige Beleuchtung der Lampe zwischen 120 und 170 (0=schwarz, 255=weiß).

Deshalb wird die Belichtung  $B$  mit  $(4 \pm 2) \text{ mm}^2/\text{s}$  abgeschätzt und es folgt mit einer Belichtungszeit von  $t_B = 6 \text{ s}$ :

$$d = \sqrt{\frac{4B}{\pi t_B}} = (0,9 \pm 0,2) \text{ mm} \quad (11)$$

### 3.5.2 Diskussion

## 4 Schlussfolgerung

## Literatur

- [1] WWU Münster. *O6 - Optische Abbildungen und digitale Kamera*. URL: <https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/course/view.php?id=28561&section=24> (besucht am 14.07.2018).