

VERSUCHSBERICHT ZU
O7 - BEUGUNG AM SPALT,
DOPPELSPALT UND GITTER

Gruppe 14Mo

Alexander Neuwirth (E-Mail: a_neuw01@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 23.04.2018
betreut von
Lukas Britt

29. April 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Kurzfassung	3
2 Methoden	3
3 Ergebnisse und Diskussion	4
3.1 Beobachtung	4
3.1.1 Bestimmen der Wellenlänge des Laserlichts	4
3.1.2 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte	6
3.2 Diskussion	9
3.2.1 Wellenlänge des Lasers	9
3.2.2 Vergleich von Einzelspalt und Doppelspalt	9
3.2.3 Vergleich verschiedener Doppelspalte	10
3.2.4 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte	11
3.2.5 Nebenmaxima eines Vierfachspalts	11
4 Schlussfolgerung	12

1 Kurzfassung

Es wurde mithilfe eines Aufbaus zur Erfassung der Intensitätsverteilung verschiedener Spaltanordnungen die Abhängigkeit des Intensitätsbildes von Spaltbreite, Spaltabstand und Spaltanzahl untersucht und mit der Theorie zu Einfach- und Mehrfachspalten verglichen. Daraus wurde auch die Wellenlänge des verwendeten Lasers und die Gitterstruktur bestimmt. Für die Wellenlänge des Laserlichts erwarten wir eine Wellenlänge von 630 nm bis 680 nm, da dies die Angabe auf dem Laser war. Dies wurde mit einem Messwert von (663 ± 11) nm bestätigt. Bei der Intensitätsverteilung eines Einzelspalts ist ein Verlauf gemäß der quadrierten sinc-Funktion zu erwarten und wurde auch so gemessen eingetroffen. Beim Doppelspalt erwartet man eine Oszillation mit der Intensitätsverteilung des Einzelspalts mit selber Spaltbreite als einhüllende Funktion, was jedoch nicht eindeutig nachgewiesen werden konnte. Der Vergleich der Intensitätsverteilung von Doppelspalten mit verschiedenen Spaltabständen und Spaltbreiten hat sich, wie es die Theorie vorschreibt, verhalten (vgl. Abschnitt 3.2.3). Außerdem erwarten wir bei Mehrfachspalten einen Anstieg der Intensität der Hauptmaxima mit der Anzahl der Spalte. Dies konnte für kleine Spaltzahlen bestätigt werden. Die Halbwertsbreite der Hauptmaxima hat wie erwartet mit steigender Spaltzahl zugenommen.

2 Methoden

In Abb. 1 ist der Aufbau des Experiments illustriert. An einem Ende der optischen Bank befindet sich ein Diogenlaser und davor ein Polarisator und der Halter für Spalte. Am anderen Ende der optischen Bank ist eine durch eine Kurbel senkrecht zu optischen Bank zu bewegende Photodiode angebracht. Die Halterung der Photodiode ist über ein Seil mit einem Rad verbunden, um die Intensitätsmessung der Diode mit der Position der Diode im Strahlengang zu verbinden. Nun kann eine Spaltanordnung in die Halterung gebracht werden und durch Bewegung der Photodiode über die optische Bank die Intensitätsverteilung der Spalte bestimmt werden. Dabei wurde an den Rändern der Intensitätsverteilung mit kaum von Null verschiedener Beleuchtungsstärke weniger Messwerte aufgenommen als nahe der Mitte. Dies wurde realisiert durch unterschiedlich schnelle Bewegung der Photodiode bei konstanter Messfrequenz. In dieser Art und Weise wurden unterschiedliche Spaltanordnungen untersucht.

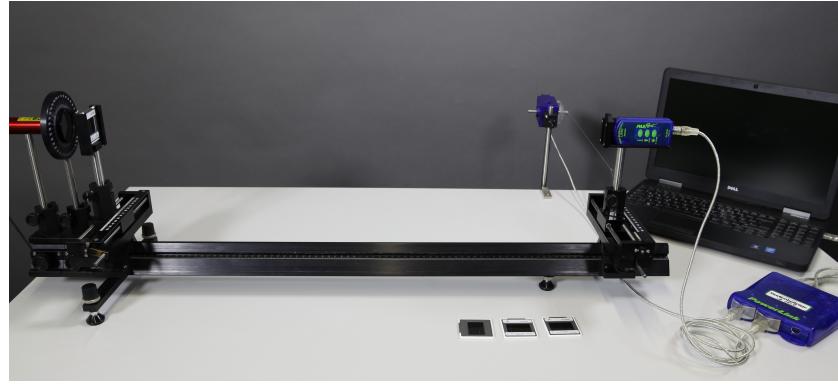


Abbildung 1: Aufbau der optischen Bank. Auf der linken Seite sind Laser und Beugungsanordnung und auf der rechten Seite die Photodiode zu sehen.[1]

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Beobachtung

3.1.1 Bestimmen der Wellenlänge des Laserlichts

In Abb. 2 bis 4 sind für Einzelpalte der Breite $b = 0,075 \text{ mm}$, $0,15 \text{ mm}$ und $0,4 \text{ mm}$ die Intensitätsverteilungen dargestellt. Die Unsicherheit der Breite wird mit 1% abgeschätzt. Mit Gleichung (1) lässt sich aus der Positionen von einem Minimum ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$) oder Maximum ($m = \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \dots$) die Wellenlänge λ berechnen.

$$\sin(\vartheta) = m \frac{\lambda}{b} \quad (1)$$

Der Winkel $\sin(\vartheta)$ ergibt sich nach Gleichung (2) aus dem Abstand des Gitters zum Schirm $d = (0,780 \pm 0,009) \text{ m}$ und der Position des Extremas x .

$$\sin(\vartheta) = \frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} \quad (2)$$

Für die Wellenlänge folgt:

$$\lambda = \frac{b}{m \sqrt{(d/x)^2 + 1}} \quad (3)$$

$$u(\lambda) = \frac{\lambda}{d^2 + x^2} \sqrt{\left(\frac{d^2}{x} u(x) \right)^2 + \left(\frac{(d^2 + x^2)}{b} u(b) \right)^2 + (du(d))^2} \quad (4)$$

Tabelle 1: Aus Extrema ermittelte Wellenlängen für verschiedene Spaltbreiten.

b	m	$ x $	λ
(0,0750 ± 0,0008) mm	-1,5	(10,0 ± 0,2) mm	(641 ± 16) nm
(0,0750 ± 0,0008) mm	-1,0	(7,5 ± 0,2) mm	(673 ± 22) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	1,5	(5,0 ± 0,2) mm	(641 ± 27) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	1,0	(4,0 ± 0,2) mm	(770 ± 40) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	-1,5	(4,9 ± 0,2) mm	(628 ± 27) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	-1,0	(3,5 ± 0,2) mm	(673 ± 40) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	2,5	(9,0 ± 0,2) mm	(692 ± 19) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	2,0	(7,0 ± 0,2) mm	(673 ± 22) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	-2,5	(8,0 ± 0,2) mm	(615 ± 18) nm
(0,1500 ± 0,0015) mm	-2,0	(7,0 ± 0,2) mm	(673 ± 22) nm
(0,400 ± 0,004) mm	1,5	(1,80 ± 0,02) mm	(615 ± 16) nm
(0,400 ± 0,004) mm	1,0	(1,30 ± 0,02) mm	(667 ± 14) nm
(0,400 ± 0,004) mm	-1,5	(1,90 ± 0,02) mm	(650 ± 12) nm
(0,400 ± 0,004) mm	-1,0	(1,30 ± 0,02) mm	(667 ± 14) nm

Der Mittelwert der Wellenlängen aus Tabelle 1 beträgt $\bar{\lambda} = (663 \pm 11)$ nm.

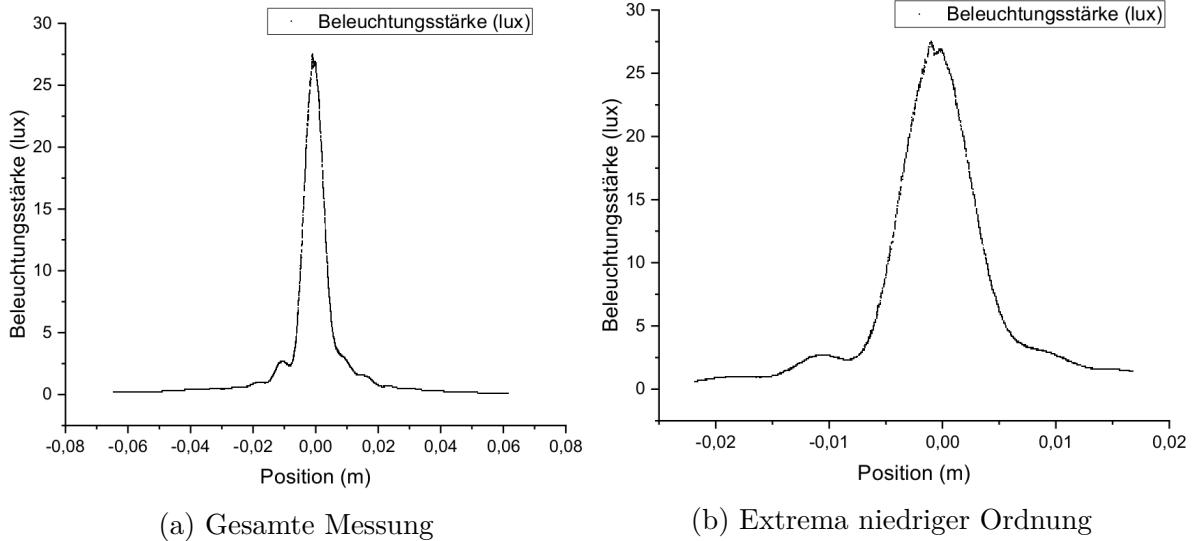


Abbildung 2: Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,075$ mm.

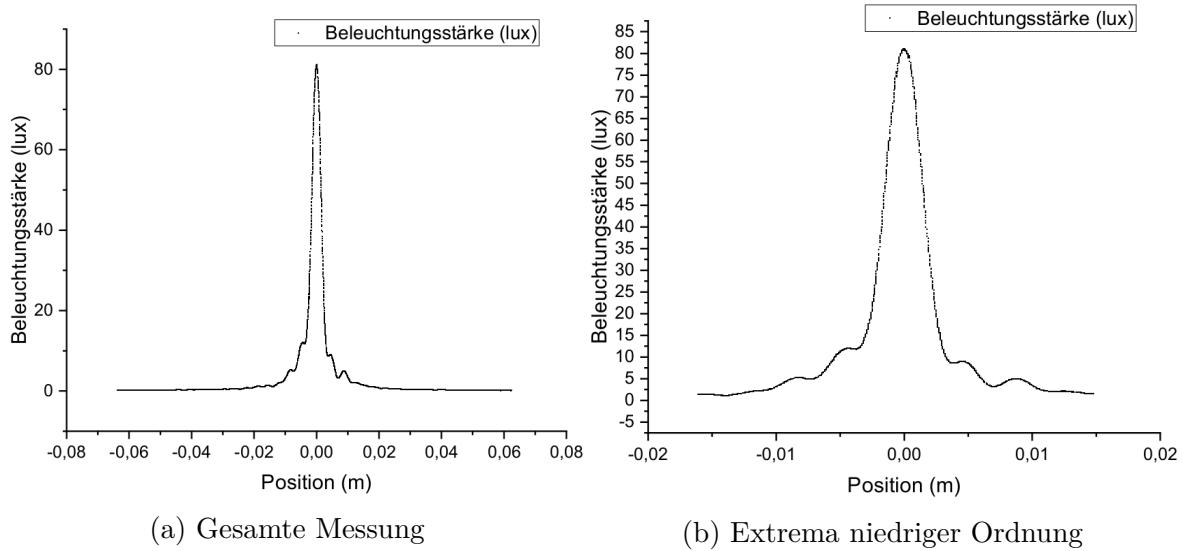


Abbildung 3: Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,15$ mm.

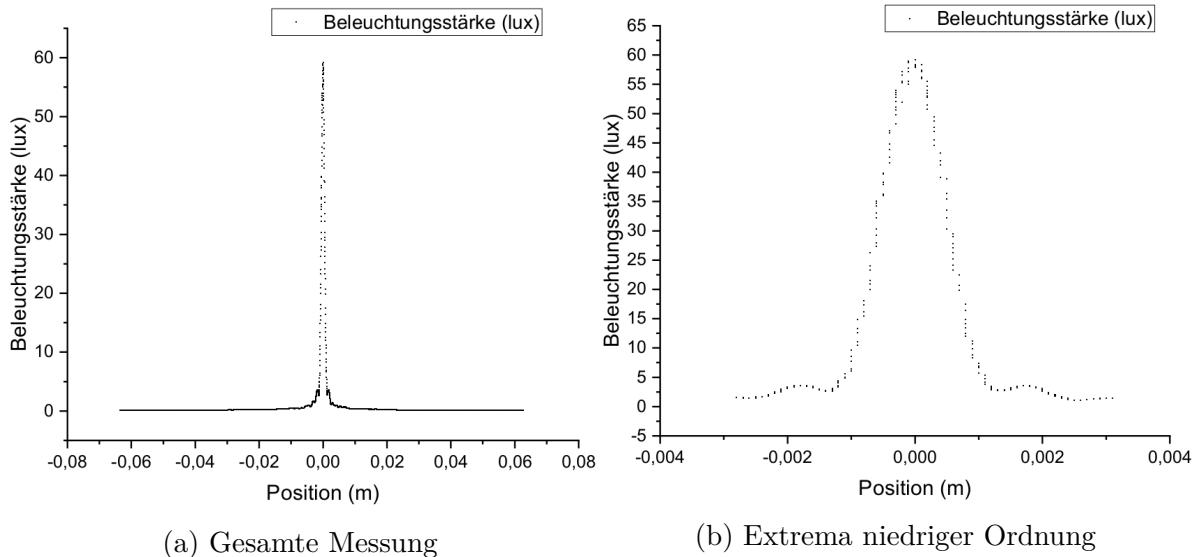


Abbildung 4: Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,4$ mm.

3.1.2 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte

In Abb. 5 sind die Intensitätsverteilungen von Mehrfachspalten mit $N = 3,4,5$ und 40 dargestellt.

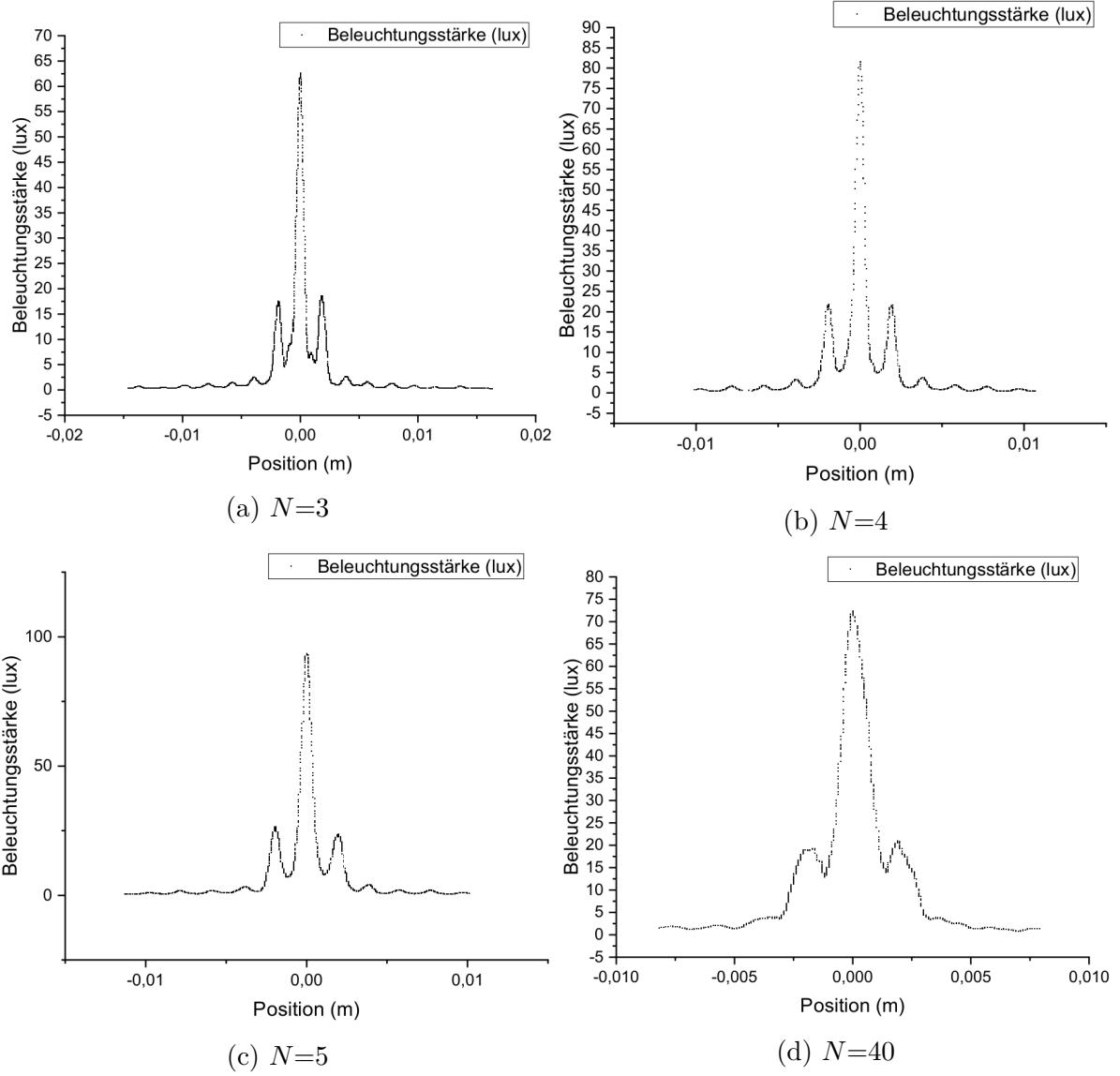


Abbildung 5: Intensitätsverteilungen verschiedener Mehrfachspalte ($b=0,15 \text{ mm}$, $g=0,25 \text{ mm}$).

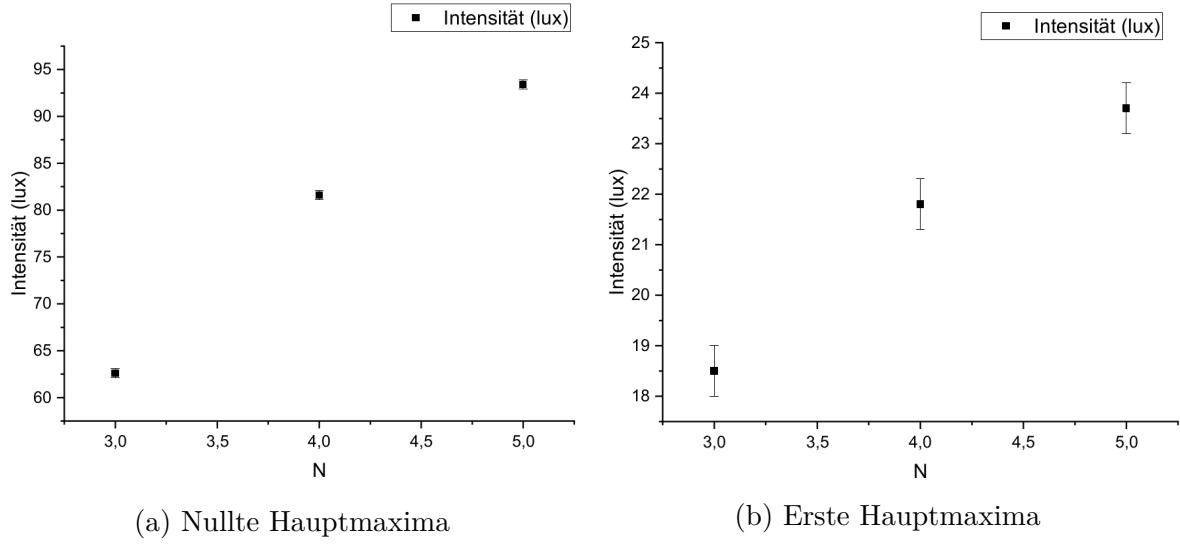


Abbildung 6: Intensitäten der Maxima unterschiedlicher Mehrfachspalte ($b = 0,15 \text{ mm}$, $g=0,25 \text{ mm}$).

Der Formfaktor wurde in der Einführung wie folgt definiert:

$$I_m \propto \left[\frac{\sin(m\pi b/g)}{m\pi b/g} \right]^2 \quad (5)$$

Folglich ist

$$I_1/I_0 = \left[\frac{\sin(\pi b/g)}{\pi b/g} \right]^2 \quad (6)$$

und das Verhältnis b/g lässt sich bestimmen indem man $\text{sinc}^2(\pi x)$ graphisch gleich dem Verhältnis I_1/I_0 setzt (unter der einschränkenden Voraussetzung $b/g < 1$, da $\text{sinc}(x)$ sonst nicht umkehrbar ist). Die Intensitäten der ersten zwei Hauptmaxima und deren Halbwertsbreite sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Intensitäten und Halbwertsbreiten der Maxima unterschiedlicher Mehrfachspalte ($b=0,15 \text{ mm}$, $g = 0,25 \text{ mm}$).

N	Intensität 0.HM	Intensität 1.HM	Halbwertsbreite
3	$(62,6 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(18,5 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(0,000\ 60 \pm 0,000\ 02) \text{ m}$
4	$(81,6 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(21,8 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(0,000\ 60 \pm 0,000\ 02) \text{ m}$
5	$(93,4 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(23,7 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(0,000\ 80 \pm 0,000\ 02) \text{ m}$
40	$(72,3 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(18,9 \pm 0,5) \text{ lux}$	$(0,001\ 40 \pm 0,000\ 02) \text{ m}$

Ein Hauptmaximum erster Ordnung erfüllt die Bedingung

$$\sin(\vartheta) = \pm \frac{\lambda}{g} \quad (7)$$

somit lässt sich aus der Position des Hauptmaximums mit Gleichung (2) und der Wellenlänge λ die Gitterkonstante g bestimmen.

$$g = \lambda \sqrt{(d/x)^2 + 1} \quad (8)$$

$$u(g) = g \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(d)d}{d^2 + x^2}\right)^2 + \left(\frac{u(x)d^2}{x(d^2 + x^2)}\right)^2} \quad (9)$$

Die Positions des ersten Hauptmaximums war unabhängig von der Anzahl der Spalte $|x| = (0,0021 \pm 0,0001)$ m und mit einem λ von (663 ± 11) nm und $d = (0,780 \pm 0,009)$ m ergibt sich $g = (0,246 \pm 0,013)$ mm. Aus dem zuvor ermittelten Verhältnis von b/g lässt sich nun auch b bestimmen. Die jeweiligen Werte sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Verhältnis zwischen erstem und nulltem Hauptmaximum.

N	3	4	5	40
I_1/I_0	$0,290 \pm 0,008$	$0,270 \pm 0,006$	$0,250 \pm 0,005$	$0,260 \pm 0,007$
b/g	$0,570 \pm 0,005$	$0,590 \pm 0,005$	$0,600 \pm 0,005$	$0,600 \pm 0,005$
g	$(0,246 \pm 0,013)$ mm			
b	$(0,140 \pm 0,007)$ mm	$(0,145 \pm 0,008)$ mm	$(0,147 \pm 0,008)$ mm	$(0,147 \pm 0,008)$ mm

3.2 Diskussion

3.2.1 Wellenlänge des Lasers

Aus den Extrema der Einzelspalte wurde eine Wellenlänge des Lasers von (663 ± 11) nm bestimmt. Dies deckt sich mit der Angabe von 630 nm bis 680 nm auf dem Laser.

3.2.2 Vergleich von Einzelpalt und Doppelpalt

Wenn man die Intensitätsverteilung eines Einzelpalts mit $b = 0,15$ mm (vgl. Abb. 3) mit einem Doppelpalt mit gleicher Spaltbreite vergleicht (vgl. Abb. 7), lässt sich erkennen, dass die Maxima höherer Ordnung des Doppelpalts eine deutlich höhere Intensität verglichen mit dem Maxima nullter Ordnung haben als beim Einzelpalt. Außerdem liegen die Maxima bei unterschiedlichen Positionen, was der Theorie entspricht, da sie von g abhängig sind. Dass die Einhüllende des Doppelpalts der Intensitätsverteilung des Einzelpalts entspricht, lässt sich aus den Messungen nicht hinreichend eindeutig ablesen.

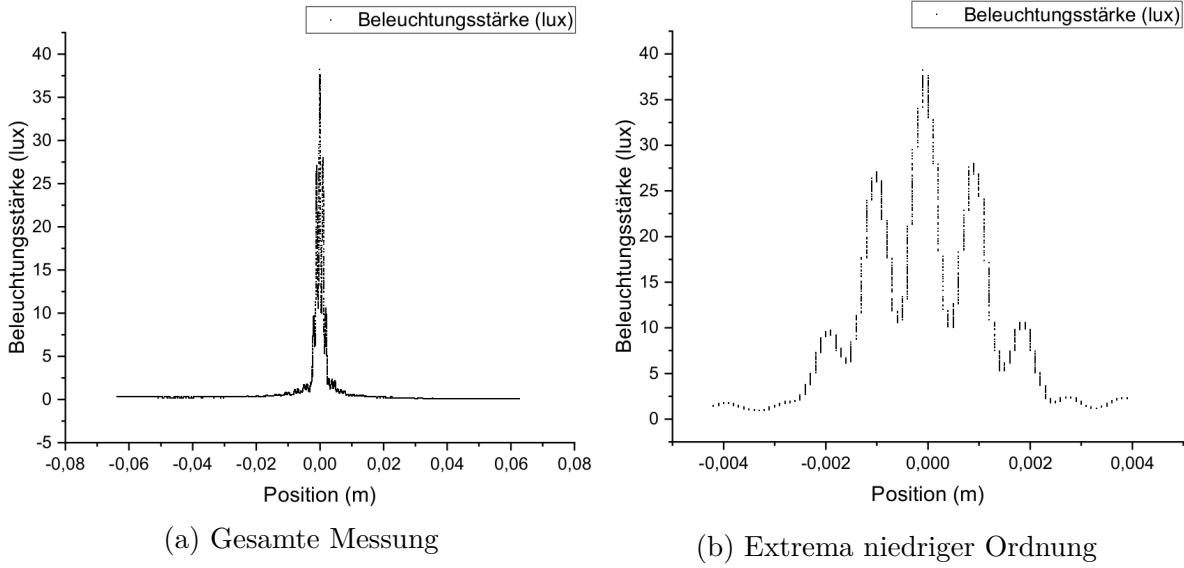


Abbildung 7: Intensitätsverteilung für einen Doppelspalt mit der Spaltbreite $b = 0,15$ mm und $g = 0,5$ mm .

3.2.3 Vergleich verschiedener Doppelspalte

In Abb. 8 sind Doppelspalte verschiedener Spaltbreiten und Spaltabstände dargestellt. Dabei lässt sich erkennen, dass bei höherem Spaltabstand die Maxima näher zusammen liegen. Dies bestätigt die Theorie, da die Maxima bei Vielfachen von $\sin \vartheta = \lambda/g$ liegen sollten. Für die Spaltbreite lässt sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen steigender Spaltbreite und sinkender relativer Intensität der Maxima höherer Ordnung (im Vergleich zum Maximum nullter Ordnung) erkennen. Dies ergibt sich daraus, dass bei höherer Spaltbreite die Beugungseffekte abnehmen und der Lichtstrahl eher wie in der geometrischen Optik verhält.

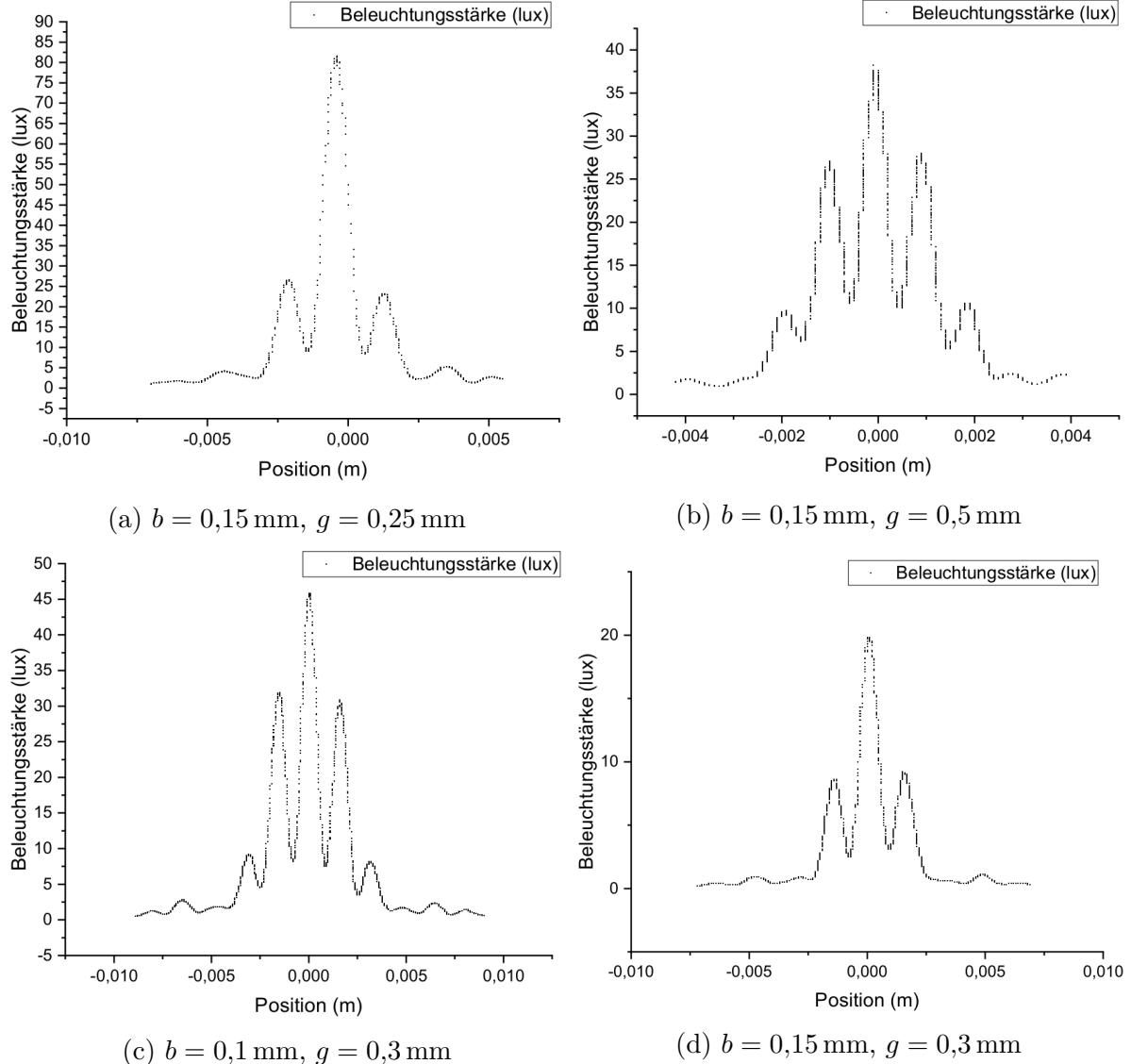


Abbildung 8: Intensitätsverteilungen verschiedener Doppelspalte.

3.2.4 Intensitätsverteilung unterschiedlicher Mehrfachspalte

3.2.5 Nebenmaxima eines Vierfachspalts

Wie man in Abb. 5 erkennen kann, konnten bei diesem Versuchsaufbau die Nebenmaxima des Vierfachspalts nicht aufgelöst werden. Dies kann einerseits an dem mangelnden Winkelauflösungsvermögen der Versuchsanordnung durch das Messrad liegen, aber auch an der mangelnden Genauigkeit des Messprogramms beim Exportieren der Messergebnisse.

4 Schlussfolgerung

Die Wellenlänge des Lasers konnte gemessen werden und bestätigt mit einem Wert von (663 ± 11) nm die Angabe auf dem Gerät. Für eine bessere Überprüfbarkeit wäre jedoch eine Angabe in der Form $x \pm a$ im wissenschaftlichen Kontext geeigneter.

Die Intensitätsverteilung des Einzelspalts verläuft wie erwartet wie eine quadrierte sinc-Funktion. Dass die einhüllende Funktion der Intensitätsverteilung eines Doppelspalts der Intensitätsverteilung eines Einzelspalts mit gleicher Spaltbreite entspricht, konnte nicht eindeutig bestätigt werden. Aber die Auswirkungen einer Änderung von Spaltabstand und Spaltbreite eines Doppelspalts auf das Intensitätsbild konnten der Theorie entsprechend gemessen werden. Auch der Anstieg der Intensität der Hauptmaxima mit der Anzahl der Spalte konnte für vom Laser vollständig ausgeleuchtete Spaltanzahlen bestätigt werden. Auch die Zunahme der Breite der Hauptmaxima hat mit steigender Anzahl der Spalte zugenommen. Dies entspricht der Hypothese.

Literatur

- [1] WWU Münster. *Darstellung der optischen Bank*. URL: https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/pluginfile.php/1334737/mod_label/intro/Aufbau%20mit%20Computer.png (besucht am 25. 04. 2018).