

# VERSUCHSBERICHT ZU

## E2 - MILLIKAN

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 10.01.2018  
betreut von  
Johann Preuß

25. April 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Vorüberlegungen</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Methoden</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>6</b>
4.1	Beobachtung . . . . .	6
4.2	Diskussion . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>9</b>

# 1 Kurzfassung

Durch den Millikan Versuch soll die Elementarladung bestimmt werden. Dies gelingt dadurch, dass man die Bewegung von Öltröpfchen in einem konstantem elektrischen Feld beobachtet. Einfluss auf die Bewegung nimmt die Gravitation, Luftreibung, Coulomb-Kraft und der Auftrieb. Da ein direktes Vermessen des Öltröpfchens nicht praktikabel ist, werden zwei Fälle untersucht.

Erst wird die Zeit, die ein Tröpfchen für eine bestimmte Strecke benötigt, gemessen, wobei das elektrische Feld parallel zum Gravitationsfeld ausgerichtet ist. Im zweiten Fall ist das elektrische Feld ausgeschaltet, sodass sich aus den beiden Messungen Ladung und Radius des Tröpfchens bestimmen lassen. Die Ladung der Öltröpfchen entsteht durch Reibung beim Einsprühen in den Kondensator. Die Hypothese lautet, dass es eine Elementarladung gibt, sodass die Tröpfchen stets mit einem Vielfachen derer geladen sein müssten.

Diese konnte im Experiment weder bestätigt noch widerlegt werden, da die Unsicherheiten der von uns gemessenen Ladungen zu groß waren um die Ladungen überhaupt einem exakten Vielfachen zuordnen zu können.

# 2 Vorüberlegungen

Zur Vorbereitung auf den Versuch wurden folgende Aufgaben bearbeitet:

- Eine Skizze der Kräftegleichgewichte wurde vor dem Experiment angezeichnet und besprochen. In Abb. 1 und Abb. 2 sind diese dargestellt.
- Herleitung der Kräftegleichgewichte aus den Formeln für  $r$  und  $Q$ :  
Die relevanten Kräftegleichgewichte lauten:

$$F_G = F_R + F_A$$
$$F_G + F_R = F_{el} + F_A$$

Wenn man hier die vorgegebenen Kräfte bei Öltröpfchen in Luft einsetzt, erhält man:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Öl} g = 6\pi \eta r v_{\downarrow} + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L g$$
$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Öl} g + 6\pi \eta r v_{\uparrow} = \frac{QU}{d} + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L g$$

Aus diesem Gleichungssystem erhält man nach einigen Umformungsschritten:

$$Q = \frac{18\pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_{\downarrow}}{2(\rho_{Öl} - \rho_L)g}} (v_{\downarrow} + v_{\uparrow})$$
$$r = 3 \sqrt[3]{\frac{\eta v_{\downarrow}}{2(\rho_{Öl} - \rho_L)g}}$$

- Die Dauer der Beschleunigungsphase der Tröpfchen muss nicht berücksichtigt werden, da die Fall- und Steiggeschwindigkeiten in der Größenordnung von  $10^{-4} \text{ m s}^{-1}$  liegen, es also zu erwarten ist, dass die Beschleunigungsphase der Teilchen sehr kurz ist.
- Es ist wichtig, die Kondensatorplatten waagrecht auszurichten, weil sie einerseits parallel zu einander sein müssen, damit das elektrische Feld möglichst homogen ist. Andererseits muss die Kraft des elektrischen Feldes parallel zur Gravitationskraft, sodass alle Kräfte parallel sind.
- Es werden Öltröpfchen anstelle von Wassertröpfchen verwendet, weil Öl deutlich weniger flüchtig ist, man also keinen Massenverlust der Tröpfchen während der Beobachtung zu bedenken ist.
- Im elektrischen Feld steigen stärker geladene Teilchen schneller auf als weniger geladene. Deshalb muss man, um stärker und weniger stark geladene Teilchen bei gleicher Geschwindigkeit zu beobachten, bei stärker geladenen Teilchen die Spannung verringern und umgekehrt sie bei schwächer geladenen erhöhen.
- Man sollte die einzelnen Messungen nicht innerhalb der Stoppuhr aufsummieren, weil dies bedeuten würde, dass, wenn man sich bei einer der Messungen vermisst, alle bisherigen Messungen dieses Teilchens wiederholen müsste, während man ansonsten nur die eine misslungene erneut durchführen muss.
- Bei steigender Temperatur steigen mittlere Weglänge  $\lambda$  und Viskosität  $\eta$  in Luft (siehe Literaturwerte aus der Anleitung). Dies ist nicht in allen Medien der Fall.

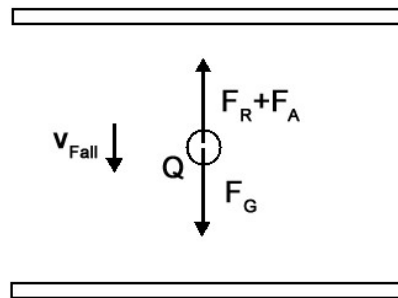


Abbildung 1: Kräfte auf das Öltröpfchen während der Fallbewegung. Das elektrische Feld ist ausgeschaltet.[1]

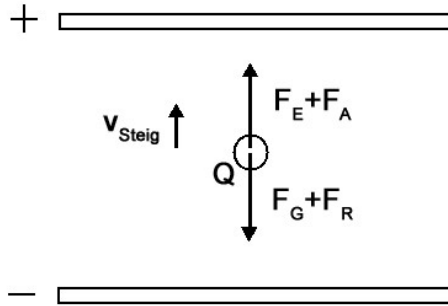


Abbildung 2: Kräfte auf das Öltröpfchen während der Steigbewegung.[1]

### 3 Methoden

In Abb. 3 ist der Aufbau des Experiments illustriert. Um die Öltröpfchen erkennbar zu machen, wurde der Raum abgedunkelt und die Beleuchtungseinrichtung eingeschaltet. Zunächst wurden an den Kondensatorplatten mit einem Abstand  $d$  eine Gleichspannung von ca. 600 V angelegt. Daraufhin wurden Öltröpfchen in das elektrische Feld gesprüht. Mit einem Mikroskop war nun erkennbar, dass ein Tröpfchen, welches ansteigt, geladen ist. Durch die Linsen des Mikroskops ist das Bild seitenverkehrt, folglich hatte es den Anschein, dass das Öltröpfchen bewege sich nach unten. Nachdem man ein geladenes Tröpfchen gefunden hatte, wurde das Feld ausgeschaltet und die Zeit gemessen, die das Tröpfchen für einen Fall von zwei Skalenteilen (2 mm) benötigte (Fallzeit). Dann wurde das elektrische Feld wieder eingeschaltet und dieselbe Messung wurde erneut durchgeführt mit umgekehrter Bewegung des Teilchens (Steigzeit). Diese zwei Messungen wurden fünffach für 15 Tröpfchen durchgeführt. Zu beachten galt es, dass Luftströmungen die Tröpfchen beeinflussen können, deshalb wurde der Raum zwischen den Kondensatorplatten mit einem Stück Papier zwischen Ölzerstäuber und Einsprühöffnung abgeschlossen. Außerdem steigt der Fehler mit der Ladung  $Q$ , weshalb man bereits während des Experiments die Ladung einzelner Tröpfchen berechnet, um diese möglichst klein halten zu können.

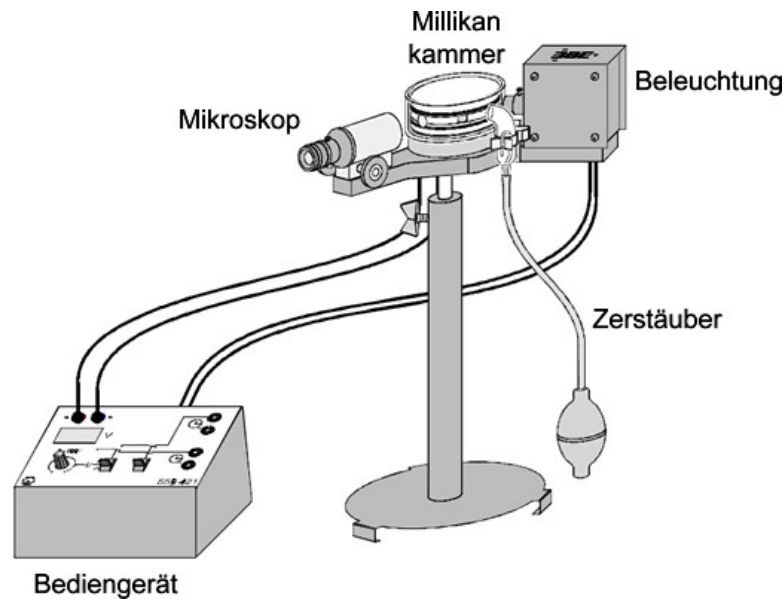


Abbildung 3: Exemplarischer Aufbau des Millikan Versuchs.[3]

## 4 Ergebnisse und Diskussion

### 4.1 Beobachtung

#### Technische Daten und Konstanten

- Plattenabstand:  $d = (6,0 \pm 0,5) \text{ mm}$
- Okularvergrößerung: 10
- Objektivvergrößerung:  $2,0 \pm 0,5$
- Länge der Mikrometerskala: 10 mm
- kleine Skalenteilung: 0,1 mm
- Öldichte:  $\rho_{\text{Öl}} = (874,0 \pm 1,2) \text{ kg m}^{-3}$  (gemäß der Temperaturabhängigkeit der Dichte bei unbekannter exakter Temperatur nahe Raumtemperatur von 20 °C mit rechteckiger WDF)
- Dynamische Viskosität der Luft:  $\eta = (18,20 \pm 0,18) \mu\text{Pa s}$  (gemäß der Temperaturabhängigkeit der Dynamischen Viskosität bei unbekannter exakter Temperatur nahe Raumtemperatur von 20 °C mit rechteckiger WDF)
- Dichte der Luft:  $\rho_{\text{L}} = 1,2929 \text{ kg m}^{-3}$  (ohne Unsicherheit, denn gering gegenüber der Dichte von Öl und deren Unsicherheit)
- Ortsfaktor:  $(9,81 \pm 0,02) \text{ m s}^{-2}$  (ortsabhängige Schwankung nach oben abgeschätzt)

Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten wurde auf 565 V eingestellt, sank aber während des Versuchs auf 560 V. Die Unsicherheit der Digitalanzeige verschwindet gegen diese Schwankungen, deswegen wird (gemäß rechteckiger WDF) eine Spannung von  $(562,5 \pm 0,8) \text{ V}$  angenommen. Es wurde immer die Zeit gemessen, die die Tröpfchen für eine Strecke von zwei großen Skaleneinteilungen benötigt haben. Dabei entsprachen zwei große (20 kleine) Skaleneinteilungen einer Strecke von  $s = (2,0 \pm 0,2) \text{ mm}$  (0,2 mm Ableseungenauigkeit mit dreieckiger WDF). Für die Zeitmessung mithilfe der Stoppuhr ergibt sich die Unsicherheit aus der kombinierten Unsicherheit der Digitalanzeige der Stoppuhr und der Reaktionszeit des Menschen gemäß der Gleichung zur Addition von Unsicherheiten. Dabei schätzen wir die Reaktionszeit des Menschen aufgrund der teilweise schwierigen Erkennbarkeit der Tropfen nach oben mit 0,2 s ab. Dieser Fehler überlagert deutlich die Unsicherheit von 0,006 s durch die Digitalanzeige (zwei Nachkommastellen mit rechteckiger WDF). Dann wurde aus den Zeitmessungen der Mittelwert der Fall- und Steigzeit für jedes der 15 Tröpfchen gebildet. Die Unsicherheit dieser Mittelwerte ergibt sich aus der kombinierten Unsicherheit aus Standardabweichung (geteilt durch  $\sqrt{5}$ ) und einem Fünftel des zuvor genannten Fehlers der Stoppuhr.

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^N \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (1)$$

Die Ladungen der Öltröpfchen wurden mithilfe von Gleichung (2) und die kombinierte Unsicherheit der Ladung gemäß Gleichung (1) bestimmt und in Abb. 4 dargestellt.

$$Q = \frac{18\pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_{\downarrow}}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})g}} (v_{\downarrow} + v_{\uparrow}) \quad (2)$$

Dazu wurde zunächst gemäß  $v = s/t$  die Aufstiegs- und Fallgeschwindigkeiten (und deren Fehler gemäß Gleichung (1)) der Tröpfchen bestimmt.

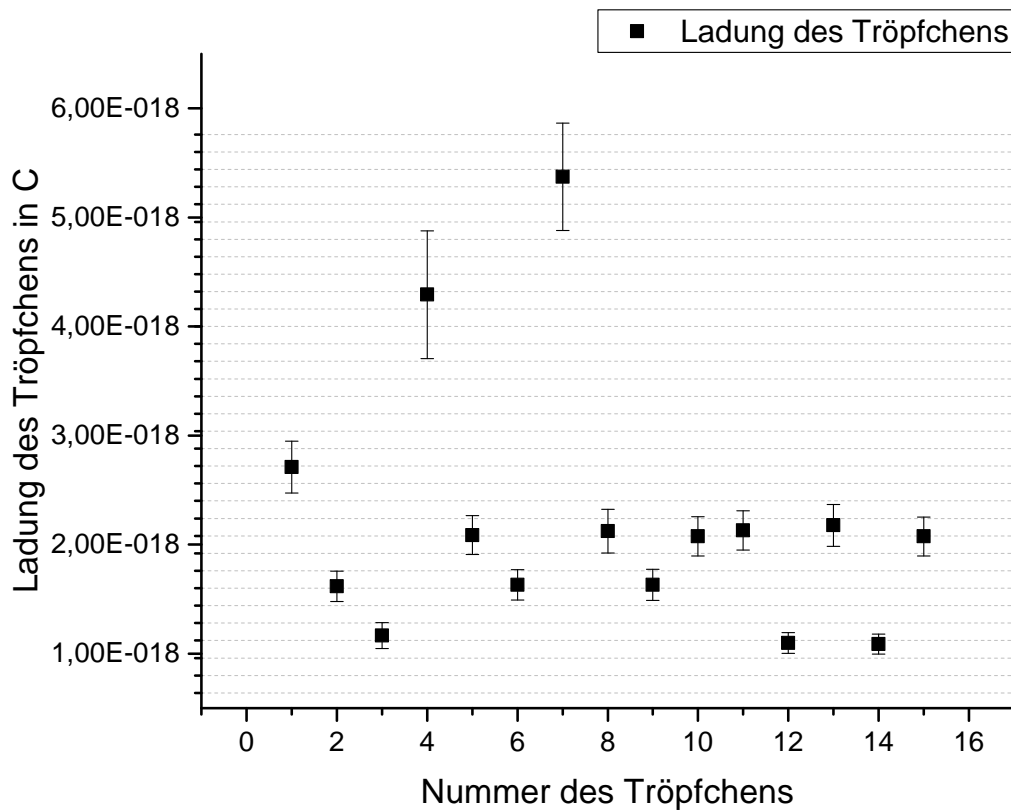


Abbildung 4: Die Ladungen, die sich gemäß Gleichung (2) aus den Fall- und Steiggeschwindigkeiten der Tröpfchen ergeben. Die horizontalen gestrichelten Linien entsprechen dabei Vielfachen des Literaturwerts für die Elementarladung von  $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (vgl. [2])

## 4.2 Diskussion

Der Literaturwert für die Elementarladung beträgt  $(1,602\,176\,62 \pm 0,000\,000\,01) \cdot 10^{-19} \text{ C}$  [2]. In Abb. 4 sind die gestrichelten horizontalen Linien Vielfache der Elementarladung. Auffällig sind die Tröpfchen Nummer 4 und 7, deren Ladung deutlich größer als die der anderen Tröpfchen ist. Beide weisen eine Unsicherheit von mehr als dem Sechsfachen der Elementarladung auf. Dass dies der Fall sein würde bei einer zu hohen Ladung, ist bereits aus den Vorüberlegungen bekannt.

Die meisten Messwerte häufen sich um eine Ladung von  $2,08 \cdot 10^{-18} \text{ C}$ , da deren Unsicherheiten auch mehrere mögliche Vielfache der Elementarladung beinhalten, kann nicht gefolgert werden, dass die ganzzahliger Teiler der gemessenen Ladungen ist. Die interessantesten Werte liegen bei  $1,12 \cdot 10^{-18} \text{ C}$ , da sie die kleinsten Unsicherheiten besitzen. Die Messpunkte 12 und 14 sind nahe an dem siebenfachen der Elementarladung, jedoch ist die Unsicherheit noch bei ca.  $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Es könnte also auch eine Ladung vom



6,5-fachen der Elementarladung in den Öltröpfchen enthalten sein, was den Schluss auf eine Elementarladung von der Hälfte des Literaturwertes in Übereinstimmung mit den Messwerten, die ein Vielfaches von der (Literatur-)Elementarladung sind, ermöglichen würde.

Außerdem sind zwei Messpunkte mit einer genügend kleinen Unsicherheit nicht ausreichend, um die Elementarladung mit ausreichender Sicherheit bestimmen zu können.

Wenn die Tröpfchengröße im Bereich der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle liegt, muss abgesehen davon im Stokesschen Gesetz zur Reibung die Viskosität der Luft korrigiert werden. Da diese Cunningham-korrigierte Viskosität von dem Radius der Tröpfchen abhängt (die mithilfe der Viskosität berechnet wird), würde dies eine iterative, numerische Rechnung benötigen. Deshalb (und weil die Korrektur sehr gering ist) haben wir darauf bei der Berechnung der Ladung der Tröpfchen verzichtet.

Aus den von uns ermittelten Ladungen lässt sich die Elementarladung nicht bestimmen, ihre Existenz allerdings auch nicht ausschließen.

## 5 Schlussfolgerung

Das Experiment legt den Schluss auf die Existenz einer Elementarladung nahe, jedoch könnte man aus den gemessenen Ladungen auch eine Elementarladung in Höhe von der Hälfte des Literaturwerts von  $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  folgern. Durch mehrfaches Messen erkennt man allerdings, dass es keine Öltröpfchen mit einer Ladung kleiner als  $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  oder mit  $(0.5 + n)e$  gibt. Folglich lässt sich erst durch ausreichend viele Messungen stochastisch die Existenz einer Elementarladung bestätigen.

Die 15 von uns gemessenen Tröpfchen lassen keinen eindeutigen Schluss auf die Elementarladung zu, da die Ladungen und somit auch die Unsicherheiten zu groß sind. Für eine genaue Bestimmung der Elementarladung wären nicht nur Messungen mit kleineren Unsicherheiten, sondern auch mehr Messungen für weniger stark geladene Öltröpfchen nötig.

Zusätzlich hätte man die Ladung auch durch ein genaues Einstellen der Spannung, sodass das Öltröpfchen schwebt, bestimmen können, dies ist aber unpraktisch, da die Spannung am Kondensator nicht ausreichend genau konfiguriert werden kann. Auch hier wäre nach wie vor der Radius des Tröpfchens durch eine zusätzliche Messung des Aufsteigens oder Absinkens zu bestimmen.

Eine mögliche Verbesserung des Experiments wäre die Bereitstellung einer stärkeren Spannungsquelle, sodass beispielsweise auch ein Tröpfchen, das nur eine Ladung von  $e$  und einen verhältnismäßig großen Radius hat, noch aufsteigt.

## Literatur

- [1] Florian Glas. *Millikan Versuch*. URL: <http://137.193.65.91/ger/theory.htm> (besucht am 16.01.2018).

- [2] Fundamental Physical Constants des NIST. *Elementarladung*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e> (besucht am 15.01.2018).
- [3] Physikdepartment der Technischen Universität München. *Millikan Versuch*. URL: <https://www.av.ph.tum.de/Experiment/2000/Beschreibungen/ver2020.php> (besucht am 15.01.2018).