

# VERSUCHSBERICHT ZU

## E1 - GLEICH- UND WECHSELSTROM

Gruppe 6Mi

Alexander Neuwirth (E-Mail: a\_neuw01@wwu.de)  
Leonhard Segger (E-Mail: l\_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 20.12.2017  
betreut von  
Philipp Eickholt

16. Januar 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Methoden</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>4</b>
3.1	Beobachtung . . . . .	4
3.1.1	Innenwiderstand . . . . .	4
3.1.2	Gleich- und Wechselstrom mit verschiedenen Verbrauchern . . . .	5
3.2	Diskussion . . . . .	8
3.2.1	Innenwiderstand . . . . .	8
3.2.2	Gleich- und Wechselstrom mit verschiedenen Verbrauchern . . . .	9
<b>4</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>10</b>

# 1 Kurzfassung

Es wurden zwei Experimente zu Gleich- und Wechselstrom bzw. dem Innenwiderstand von Stromquellen durchgeführt. Im ersten Experiment wurde durch Messung der Klemmspannung in Abhängigkeit vom Außenwiderstand in einem einfachen Stromkreis der Innenwiderstand von Akkumulatorzellen untersucht. Da hier der Innenwiderstand durch einen angelöteten Widerstand künstlich erhöht war, war zu erwarten, dass der berechnete Gesamtinnenwiderstand sich nur geringfügig (nämlich um den tatsächlichen Innenwiderstand der Zelle) von dem auf dem Widerstand angegebenen Widerstand unterscheidet. Dies konnte experimentell nicht bestätigt werden, was entweder auf einen Fehler dieser Annahme oder einen Fehler bei der Messung schließen lässt.

Im zweiten Experiment wurde die Leistungsaufnahme verschiedener Verbraucher in Abhängigkeit von der Größe und Form (Gleich- oder Wechselspannung) der angelegten Spannung untersucht. Zunächst wurde hier die Leistungsaufnahme eines ohmschen Widerstandes gemessen, wobei die grobe Schätzung des Widerstandes anhand der Stellung des Potentiometers bestätigt werden konnte. Nicht bestätigt werden konnte jedoch der Zusammenhang zwischen Spannung, Stromstärke und Leistung. Auch wurde Wirkwiderstand, Innenwiderstand und Phasenwinkel einer Spule sowie Betrag und Phase des Wechselstromwiderstandes der Kombination von Spule und Kondensator bestimmt. Hierbei war zu erwarten, dass die Angabe der Kapazität auf dem Kondensator innerhalb des Vertrauensbereiches der Messung liegt. Tatsächlich lag der Herstellerwert von  $60\text{ }\mu\text{F}$  innerhalb des doppelten Vertrauensbereiches des Messwerts von  $(63,8 \pm 2,1)\text{ }\mu\text{F}$ , was keinen Grund liefert am Herstellerwert zu zweifeln. Auch konnte gezeigt werden, dass der theoretisch erwartete Zusammenhang zwischen Impedanz und Wirkwiderstand bei Wechselstrombetrieb und Innenwiderstand bei Gleichstrombetrieb besteht.

# 2 Methoden

Zunächst wurde ein einfacher Stromkreis aufgebaut, mit dem der Innenwiderstand von Akkumulatorzellen gemessen werden konnte. Dieser bestand aus einem veränderlichen Lastwiderstand, der Stromquelle und einem Spannungsmessgerät, mit dem die Klemmspannung der Stromquelle erfasst wurde. Dann wurde der Lastwiderstand verändert und die Klemmspannung über der Stromquelle gemessen. Dies wurde drei mal mit verschiedenen Stromquellen durchgeführt. Hier wurde zunächst eine einzelne Akkumulatorzelle, dann drei Zellen parallel und zuletzt drei Zellen in Reihenschaltung verwendet. Dabei hatten die Zellen einen künstlich (durch einen eingebauten Widerstand) erhöhten Innenwiderstand. Dieser Widerstand wurde abgelesen.

Dann wurde die in Abb. 1 dargestellte Schaltung zur Messung der Leistungsaufnahme verschiedener Verbraucher bei Gleich- und Wechselstrom aufgebaut. Hierfür wurde zunächst für zwei verschiedene Voltmeter deren Verlustleistung in Abhängigkeit von Gleich- bzw. Wechselspannung beobachtet, indem die Schaltung in Abb. 1 ohne Verbraucher verwendet wurde, um einer Entscheidung treffen zu können, welches Messgerät im Folgenden verwendet werden sollte und inwiefern dessen Verlustleistung berücksichtigt

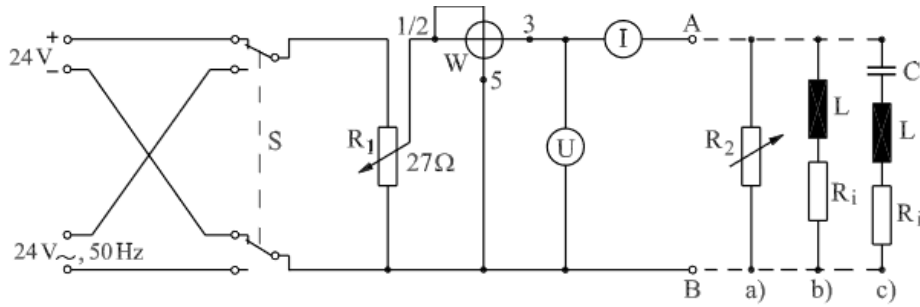


Abbildung 1: Der Schaltkreis, der zur Messung der Leistungsaufnahme verschiedener Verbraucher benutzt wurde.

Tabelle 1: Unsicherheiten verschiedener Messapparaturen.

	Voltmeter	Amperemeter	Wattmeter
Messunsicherheit	0,0204 V	0,004 A	0,04 W

werden muss. Dann wurde für ein festes  $R_2$  bei Gleich- und Wechselstrom Spannung, Stromstärke und Leistung für fünf verschiedene Widerstände  $R_1$  bei gemessen. Hierbei wurde das Potentiometer mit dem Widerstand  $R_2$  so eingestellt, dass ein möglichst großer Messbereich der Messgeräte genutzt werden konnte. Dann wurde diese Messung für eine Spule sowie eine Spule mit Kondensator wiederholt.

## 3 Ergebnisse und Diskussion

### 3.1 Beobachtung

Es wird davon ausgegangen, dass die Unsicherheiten der Messapparaturen im Vergleich zu den Ableseungenauigkeiten verschwinden (Tabelle 1). Die Fortpflanzung der Fehler wurde immer gemäß Gleichung (1) berechnet.

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (1)$$

#### 3.1.1 Innenwiderstand

In Abb. 2 ist die Klemmspannung gegen den Strom, der sich aus  $I = U/R$  ergeben hat, aufgetragen. Es wurde ein linearer Fit durchgeführt, da nach der Theorie ein linearer Zusammenhang besteht. Die Steigung der Geraden ist der (negative) Innenwiderstand  $R_i = (27,19 \pm 0,47) \Omega$ .

Trägt man die Leistung gegen den Außenwiderstand auf, ist zu erwarten, dass (genau) ein Maximum bei  $R_i R_a$  liegt. Abb. 3 stellt dies und einen Fit mit dem „Scaled Levenberg-Marquardt“-Algorithmus, welcher die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, dar.

Tabelle 2: Gemessener Innenwiderstand.

Innenwiderstand	Ein Akku	3 Akkus Reihe	3 Akkus Parallel
aus Klemmspannung	$(27,19 \pm 0,47) \Omega$	$(81,24 \pm 1,06) \Omega$	$(9,73 \pm 0,20) \Omega$
aus Leistung	$(29,51 \pm 0,59) \Omega$	$(77,53 \pm 1,55) \Omega$	$(9,79 \pm 0,19) \Omega$

Tabelle 3: Berechneter Innenwiderstand von jeweils einem Akku.

Innenwiderstand	Ein Akku	Akku Reihe	Akku Parallel
aus Klemmspannung	$(27,19 \pm 0,47) \Omega$	$(27,08 \pm 0,35) \Omega$	$(29,19 \pm 0,60) \Omega$
aus Leistung	$(29,51 \pm 0,59) \Omega$	$(25,84 \pm 0,52) \Omega$	$(29,37 \pm 0,57) \Omega$

Die für den Fit verwendete Funktion ist:

$$f(x) = a \frac{x}{(x + b)^2} \quad (2)$$

Es ergibt sich ein Parameter  $b = 29,51$  ohne Unsicherheit, deshalb haben wir diese als relative Unsicherheit mit 2% abgeschätzt. Folglich ist  $R_i = (29,51 \pm 0,59) \Omega$ .

Analog kann man aus Abb. 4 bis 7 die Innenwiderstände für drei parallel, bzw. in Reihe, geschaltete Akkus erhalten. Der Widerstand des Voltmeters beim Bestimmen der Leerlaufspannung wurde auf  $2000 \Omega$  abgeschätzt.

In Tabelle 2 sind die ermittelten Innenwiderstände aufgelistet. Aus diesen Widerständen lassen sich die Innenwiderstände der einzelnen Akkus bestimmen. Tabelle 3 zeigt diese.

### Zusatzfrage

Eine Stromquelle soll einen möglichst konstanten Strom liefern. Das wird erreicht durch einen möglichst hohen Innenwiderstand, also eine Reihenschaltung der Spannungsquellen. Für eine Spannungsquelle bietet sich eine Parallelschaltung an, da der Innenwiderstand gering und somit die Spannung konstant gehalten werden kann.

### 3.1.2 Gleich- und Wechselstrom mit verschiedenen Verbrauchern

#### Widerstand

In Abb. 8 und Abb. 9 wurde die Spannung über einem Widerstand gegen den Strom aufgetragen. Die Steigung der linearen Fits entspricht dem Widerstand  $R = (15,72 \pm 0,04) \Omega$  bzw.  $(15,55 \pm 0,04) \Omega$ . Der verwendete Widerstand wurde grob anhand der Einstellung des Potentiometers abgelesen, was  $(14,0 \pm 1,7) \Omega$  ergab. Hierfür wurde vorausgesetzt, dass der Widerstand mit dem Drehungsgrad des Potentiometerdrehknopfes linear steigt. Dies kann aufgrund der Bauweise des Potentiometers so angenommen werden.

In Abb. 10 und Abb. 11 ist die Leistung gegen das Produkt von Strom und Spannung über den Widerstand aufgetragen. Es ist in beiden Fällen eine Steigung von 1 zu erwarten, da  $P = UI$  gilt. Im Fall des Wechselstroms wurden nur Effektivwerte gemessen. Da

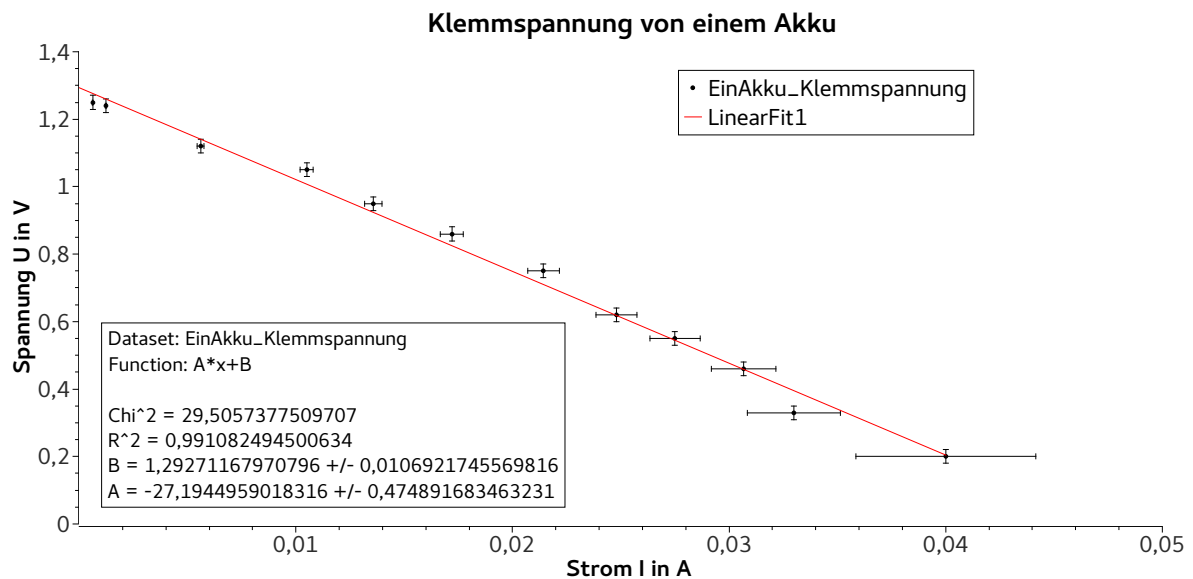


Abbildung 2: Die gemessene Klemmspannung bei einem Akku ist gegen den Strom aufgetragen.

dies einen Faktor von  $\frac{1}{2}$  für die Leistung und 2 Faktoren von  $\sqrt{2}$  für  $UI$  bedeutet, bleibt die Steigung dieselbe. Die Steigung der linearen Fits betragen jedoch  $0,775 \pm 0,004$  und  $0,787 \pm 0,005$ .

## Spule

Die gemessene effektive Wechselspannung über die Spule ist gegen den effektiven Strom in Abb. 12 aufgetragen. Die Steigung des linearen Fits ist der Scheinwiderstand  $|Z|$  ( $30,00 \pm 0,06$ )  $\Omega$ .

Der Widerstand der Spule findet sich in Abb. 14 wieder. In diesem Graphen wurde die Gleichspannung über die Spule gegen den Gleichstrom aufgetragen und analog ist die Steigung des Fits der Innenwiderstand  $R_i$  ( $24,04 \pm 0,06$ )  $\Omega$ .

Aus der Theorie ist folgender Zusammenhang bekannt:

$$\bar{P} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\phi) \quad (3)$$

Abb. 13 beinhaltet die Messwerte für die effektive Leistung in Abhängigkeit von dem Produkt der effektiven Spannung und des effektiven Stroms. Der linearer Fit hat die Steigung  $0,7965 \pm 0,0041$ , was  $\cos(\phi)$  entsprechen sollte. Es folgt also ein  $\phi$  von  $(37,202 \pm 0,385)^\circ$ .

Die Induktivität der Spule lässt sich durch die bereits bestimmten Werte und Gleichung

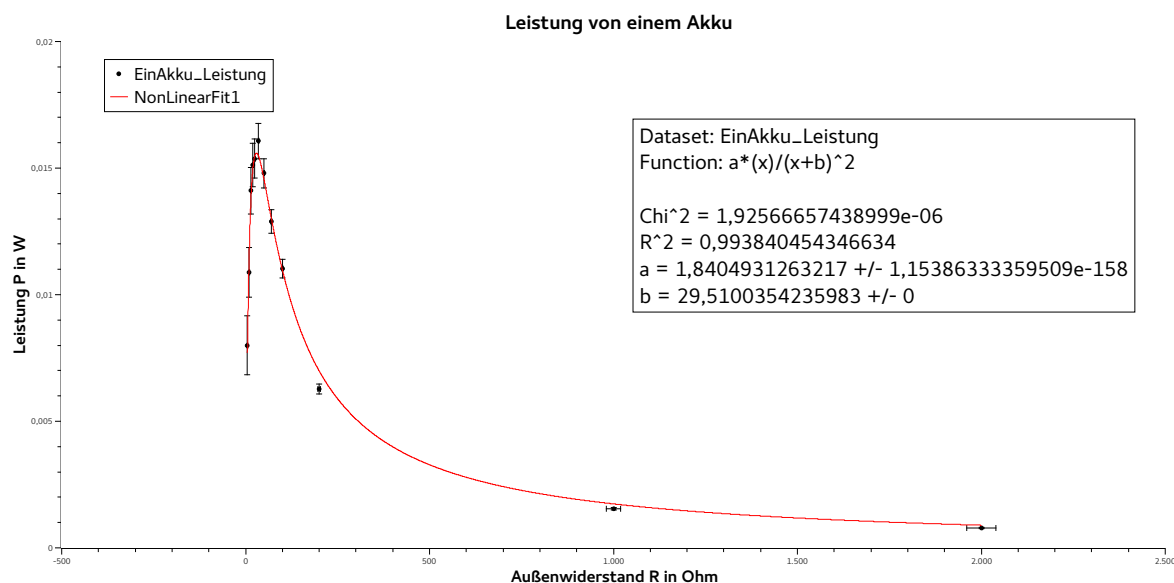


Abbildung 3: Die gemessene Leistung bei einem Akku ist gegen den Außenwiderstand aufgetragen.

chung (4) bestimmen.

$$|Z| = \sqrt{R_W^2 + (\omega L)^2} \quad (4)$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{|Z|^2 - R_W^2} \quad (5)$$

$$R_W = |Z| \cos(\phi) \quad (6)$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sin \phi |Z| \quad (7)$$

Das Stromnetz hat eine Frequenz von 50 Hz. Diese kann als exakt angenommen werden, da im deutschen Stromnetz die Frequenz sehr präzise geregelt wird und die Schwankung hier gegenüber den anderen Fehlern verschwinden würde. Es ergibt sich ein Wirkwiderstand von  $(23,90 \pm 0,06) \Omega$ . Daraus folgt eine Induktivität von  $(0,05770 \pm 0,00019) \text{ H}$ .

## Spule und Kondensator in Reihe

Die gemessene effektive Wechselspannung über die Spule und den Kondensator ist gegen den effektiven Strom in Abb. 15 aufgetragen. Die Steigung des linearen Fits ist der Betrag des Scheinwiderstandes  $|Z|$   $(41,81 \pm 0,07) \Omega$ .

Aus der Theorie ist folgender Zusammenhang bekannt:

$$\bar{P} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\phi) \quad (8)$$

Abb. 16 beinhaltet die Messwerte für die effektive Leistung in Abhängigkeit von dem Produkt der effektiven Spannung und des effektiven Stroms. Der lineare Fit hat die Steigung  $0,651 \pm 0,004$ , was  $\cos(\phi)$  entsprechen sollte. Es folgt also ein  $\phi$  von  $-(49,38 \pm 0,30)^\circ$ .

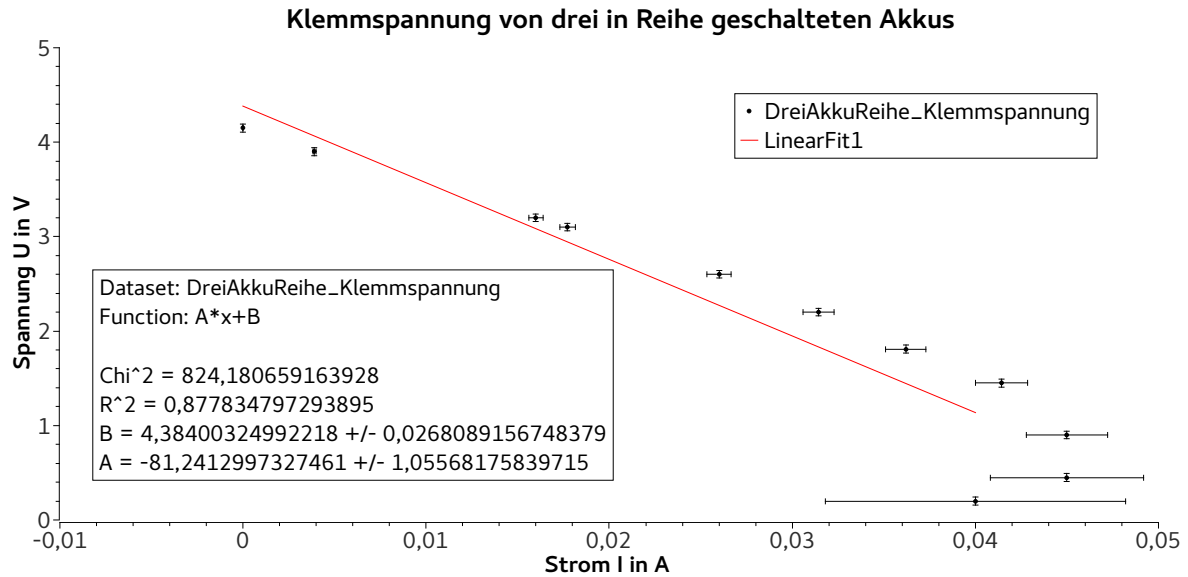


Abbildung 4: Die gemessene Klemmspannung bei drei in Reihe geschalteten Akkus ist gegen den Strom aufgetragen. Es wurde mit der doppelten Ableseungenaugigkeit gerechnet also 0,0408 V

Die Kapazität lässt sich mittels Gleichung (9) bestimmen.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9)$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L - \omega \sqrt{Z^2 - R^2}} \quad (10)$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L - \omega |Z| \sin \phi} \quad (11)$$

Durch Einsetzen ergibt sich eine Kapazität  $C$  von  $(63,8 \pm 2,1) \mu\text{F}$ . Auf dem Kondensator war eine Kapazität von  $60 \mu\text{F}$  angegeben.

## 3.2 Diskussion

### 3.2.1 Innenwiderstand

Erwartet war, dass der sich aus den Messungen ergebende Innenwiderstand sich nicht deutlich von dem zusätzlich angelöteten Widerstand unterscheidet. Tatsächlich wurde jedoch ein Wert von  $R_i = (29,51 \pm 0,59) \Omega$  gemessen. Dieser unterscheidet sich deutlich vom Wert von  $R_i = (18,00 \pm 0,18) \Omega$ , der vom angelöteten Widerstand abgelesen wurde. Dies kann entweder darauf zurückgeführt werden, dass der tatsächliche Innenwiderstand der Akkumulatoren deutlich höher als erwartet ist, dass der Widerstand vom angelöteten Widerstand falsch abgelesen wurde oder dass die Spannung vom Messgerät falsch



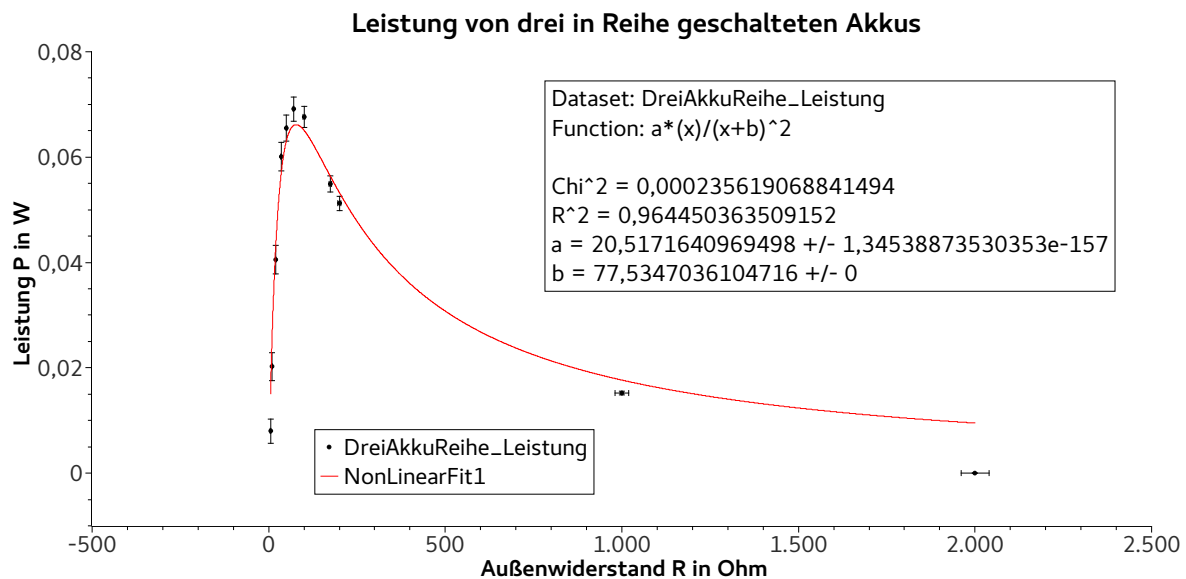


Abbildung 5: Die gemessene Leistung bei drei in Reihe geschalteten Akkus ist gegen den Außenwiderstand aufgetragen. Es wurde mit der doppelten Ableseungenaugigkeit gerechnet also 0,0408 V

abgelesen wurde. Es fällt weiterhin auf, dass sich für den Innenwiderstand der einzelnen Zellen ähnliche Werte (Tabelle 3) ergeben, was das Vorliegen eines der oberen Fälle unterstützt.

### 3.2.2 Gleich- und Wechselstrom mit verschiedenen Verbrauchern

Bei Verwendung eines einfachen Widerstandes war zu erwarten, dass der experimentell ermittelte Widerstand mit dem grob vom Potentiometer abgelesenen Widerstand innerhalb der Unsicherheitsintervalle übereinstimmen. Dies konnten die Messwerte von  $R$  ( $15,72 \pm 0,04$ )  $\Omega$  bzw. ( $15,55 \pm 0,04$ )  $\Omega$  bei einem grob vom Potentiometer abgelesenen Wert von ( $14,0 \pm 1,7$ )  $\Omega$  bestätigen. Das Auftragen der Leistung gegen das Produkt aus Strom und Spannung (vgl. Abb. 10 bis 11) sollte eine Gerade der Steigung 1, die durch den Nullpunkt verläuft ergeben. Tatsächlich konnte jedoch wie in Abb. 10 und Abb. 11 zusehen nur ein deutlich kleinerer Wert gemessen werden, der deutlich außerhalb der Unsicherheitsintervalle liegt. Im Fall von Wechselstrom könnte man hier eine Spuleneigenschaft des Potentiometers vermuten, da dieses den Widerstand über einen gewickelten Draht im Inneren realisierte, aber im Fall von Gleichstrom kann dies nicht Grund der Abweichung sein. Deshalb bleibt nur ein Messfehler beim Ablesen eines der Messgeräte als Erklärung übrig, wenn die Gültigkeit der Gleichung  $U \cdot I = P$  nicht infrage gestellt wird.

Der Innen- und Wirkwiderstand und Phasenwinkel der Spule ist nur für die konkret verwendete Spule interessant und kann nicht mit einem Erwartungswert in Verbindung gebracht werden. Es lässt sich jedoch feststellen, dass der Wirkwiderstand

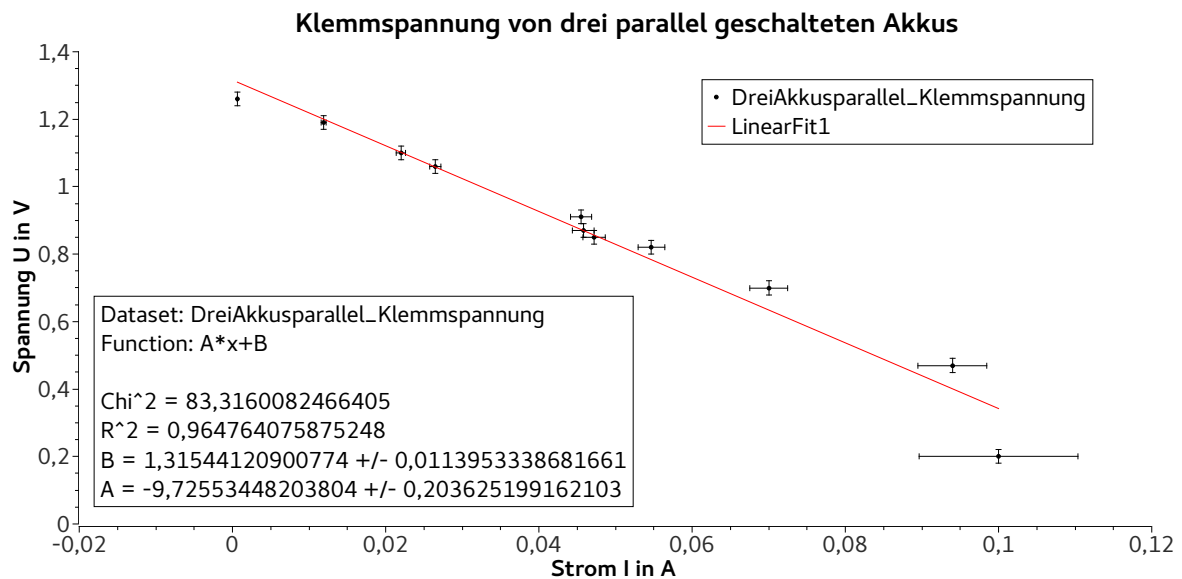


Abbildung 6: Die gemessene Klemmspannung bei 3 parallelen Akkus ist gegen den Strom aufgetragen.

$R_W = (23,90 \pm 0,06) \Omega$  sehr nah am Innenwiderstand der Spule von  $R_i = 24,04 \Omega$ . Dies ist war auch zu erwarten, da der Wirkwiderstand der Realteil, also der bei Gleichstrom gemessene Teil, des Scheinwiderstands ist. Die geringe Abweichung lässt sich durch ein Steigen des Widerstands der Spule bei Betrieb erklären, da die Erwärmung der Spule ein Steigen des Widerstandes zur Folge hat.

Bei Messung mit einem Verbraucher in Form von von Spule und Kondensator konnte Betrag und Phase des Wechselstromwiderstandes bestimmt werden. Auch die Kapazität des Kondensators wurde bestimmt und liegt mit  $(63,8 \pm 2,1) \mu\text{F}$  nah an der auf dem Kondensator angegebenen Kapazität von  $60 \mu\text{F}$ , welche innerhalb der doppelten Unsicherheit liegt. Da die Angabe auf dem Kondensator keine Unsicherheit enthielt, lässt sich nicht eindeutig sagen, ob die Angabe des Herstellers bestätigt werden konnte.

## 4 Schlussfolgerung

Im Fall der Innenwiderstände von Akkumulatorzellen konnte der Innenwiderstand der Akkumulatorzellen nicht eindeutig bestimmt werden. Das Ergebnis eines deutlich höheren Innenwiderstandes als erwartet bedeutet, dass entweder ein Fehler in der Vorgehensweise beim Messen vorliegt oder die Hypothese, dass der eigentliche Innenwiderstand in der Dimension kleiner ist als der angelötete Widerstand, verworfen werden muss. Bei der Verlustleistung verschiedener Verbraucher konnte bei einem ohmschen Widerstand als Verbraucher der gemessene Wert des Widerstandes den grob abgeschätzten bestätigen. Nicht bestätigt werden konnte der Zusammenhang zwischen Strom, Spannung und Leistung. Bei einer Spule als Verbraucher wurde Wirkwiderstand, Phasenwinkel, Induktivität und Innenwiderstand bestimmt, aber diese Werte konnten anhand mangelnder

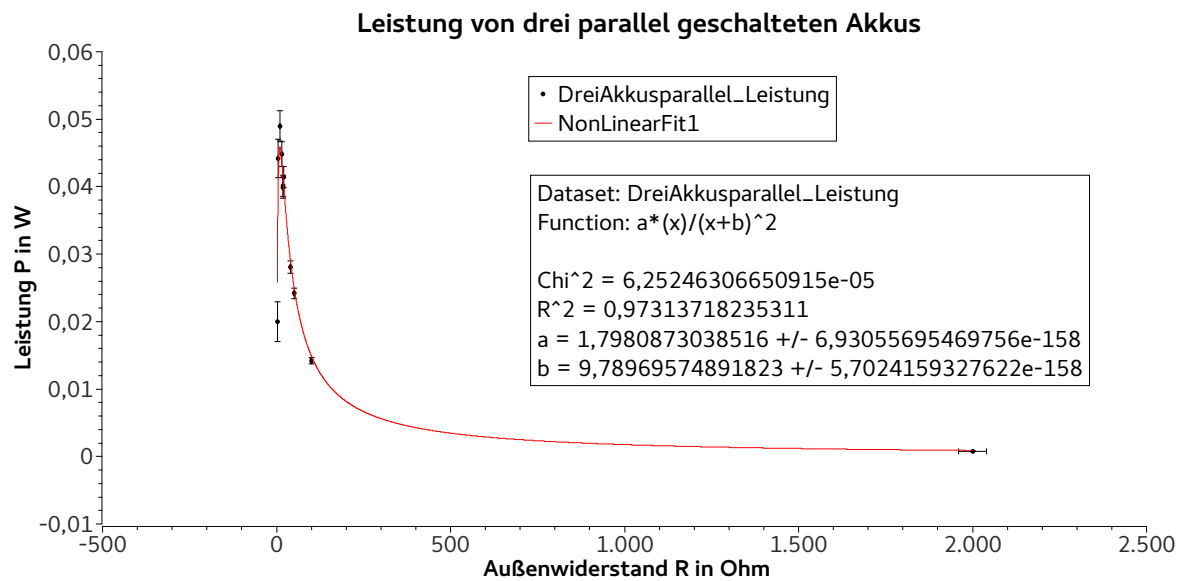


Abbildung 7: Die gemessene Leistung bei drei parallelen Akkus ist gegen den Außenwiderstand aufgetragen.

Angaben auf der Spule leider nicht verglichen werden. Allerdings konnte hier die Vermutung bestätigt werden, dass der Realteil der Impedanz einer Spule dem Wirkwiderstand und somit dem bei Gleichstrombetrieb gemessenen Innenwiderstand entspricht. Wenn als Verbraucher Spule und Kondensator angeschlossen war, konnte die Vermutung, dass die gemessene Kapazität des Kondensators mit der auf ihm angegebenen übereinstimmt, innerhalb annehmbarer Wahrscheinlichkeiten bestätigt werden, aber um eine sinnvolle Überprüfbarkeit der Herstellerangaben zu schaffen, müsste dieser zusätzlich eine Unsicherheit der Kapazität auf dem Bauteil angeben.

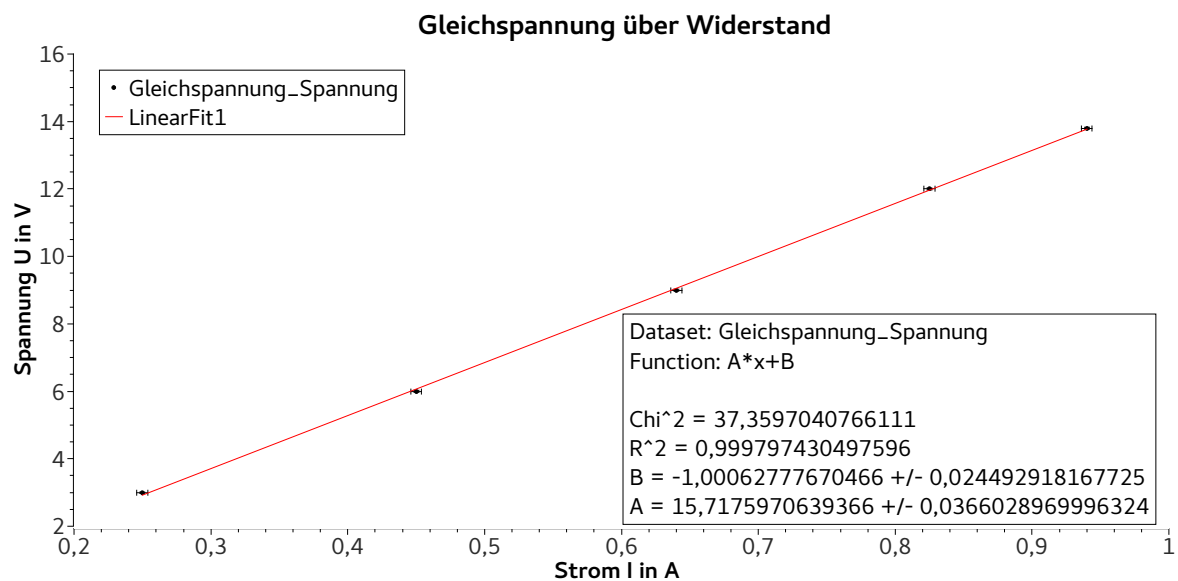


Abbildung 8: Die gemessene Gleichspannung über einen Widerstand ist gegen den Gleichstrom aufgetragen.

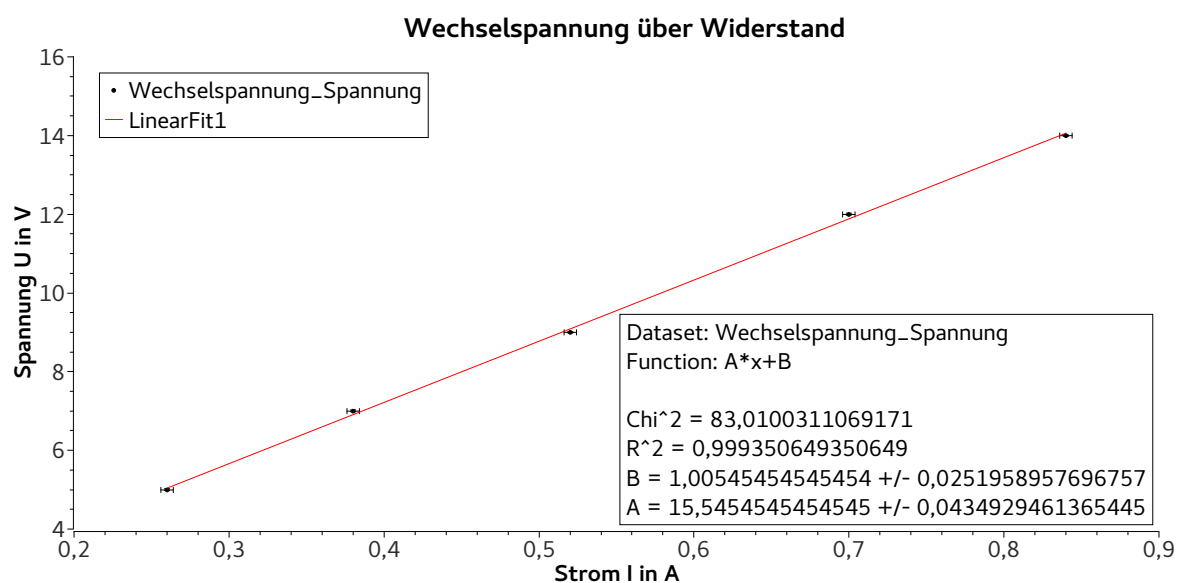


Abbildung 9: Die gemessene effektive Wechselspannung über einen Widerstand ist gegen den effektiven Wechselstrom aufgetragen.

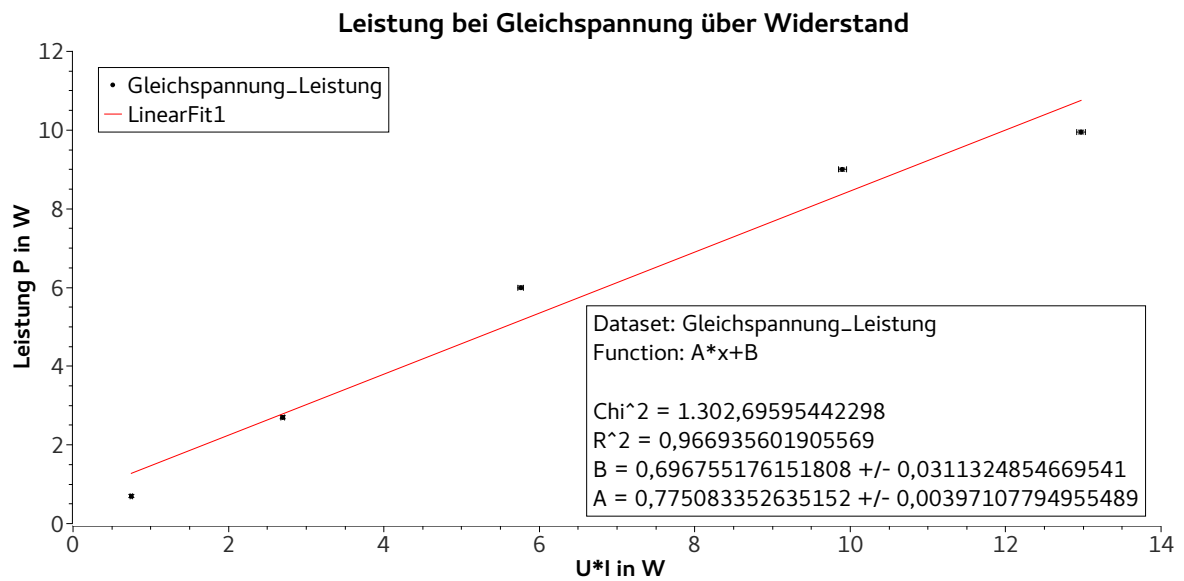


Abbildung 10: Die gemessene Leistung ist gegen das Produkt aus Gleichstrom und Gleichspannung über einen Widerstand aufgetragen.

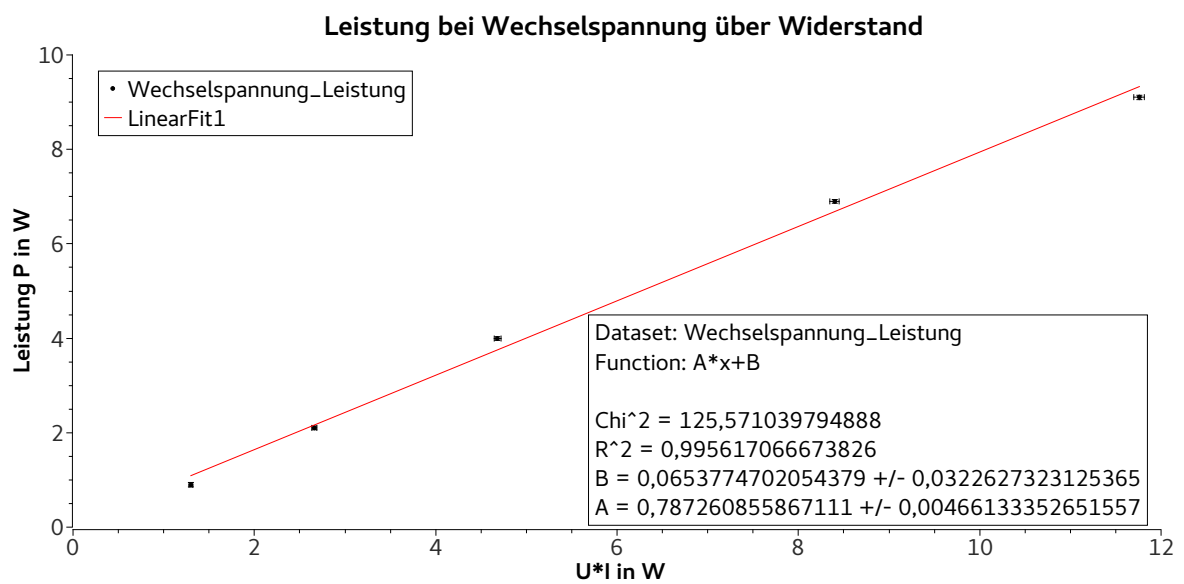


Abbildung 11: Die gemessene effektive Leistung ist gegen das Produkt aus effektivem Wechselstrom und effektiver Wechselspannung über einen Widerstand aufgetragen.

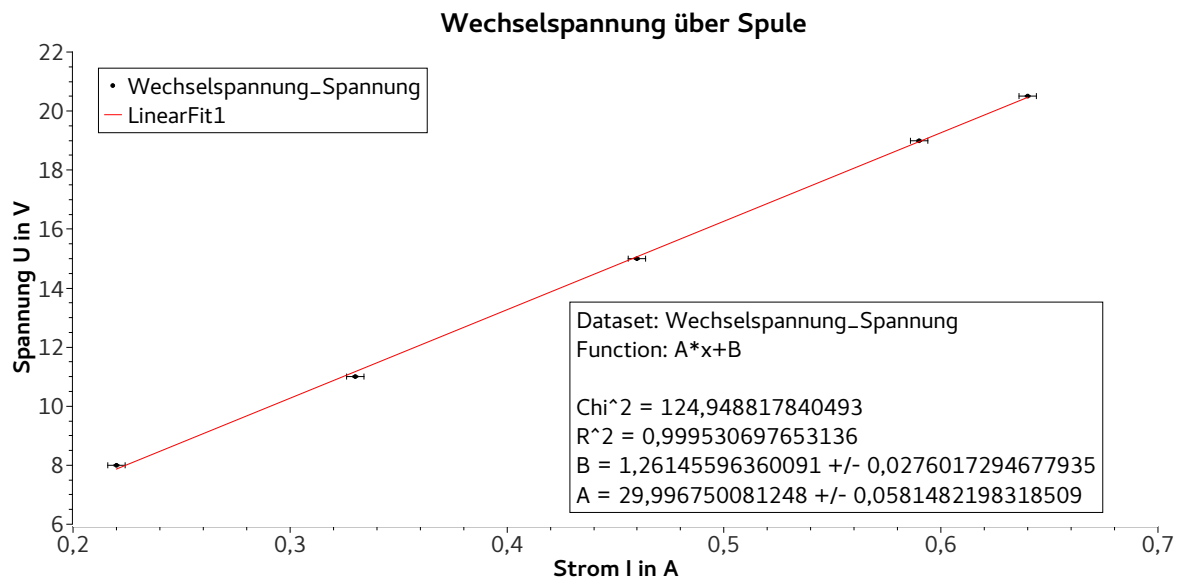


Abbildung 12: Die gemessene effektive Wechselspannung über eine Spule ist gegen den effektiver Wechselstrom aufgetragen.

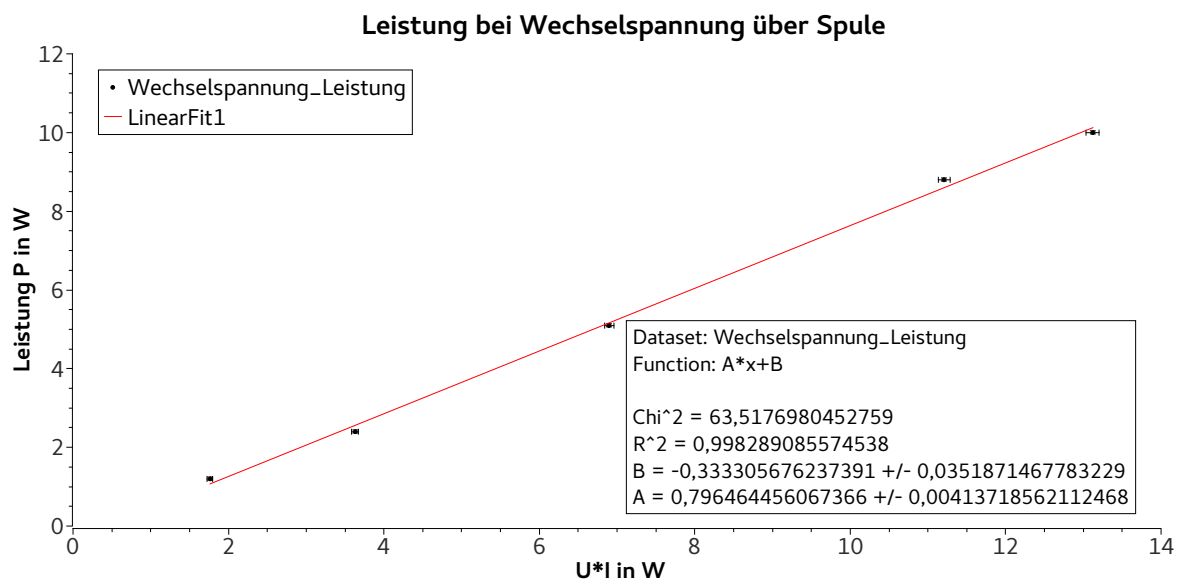


Abbildung 13: Die gemessene effektive Leistung ist gegen das Produkt aus Wechselstrom und Wechselspannung über eine Spule aufgetragen.

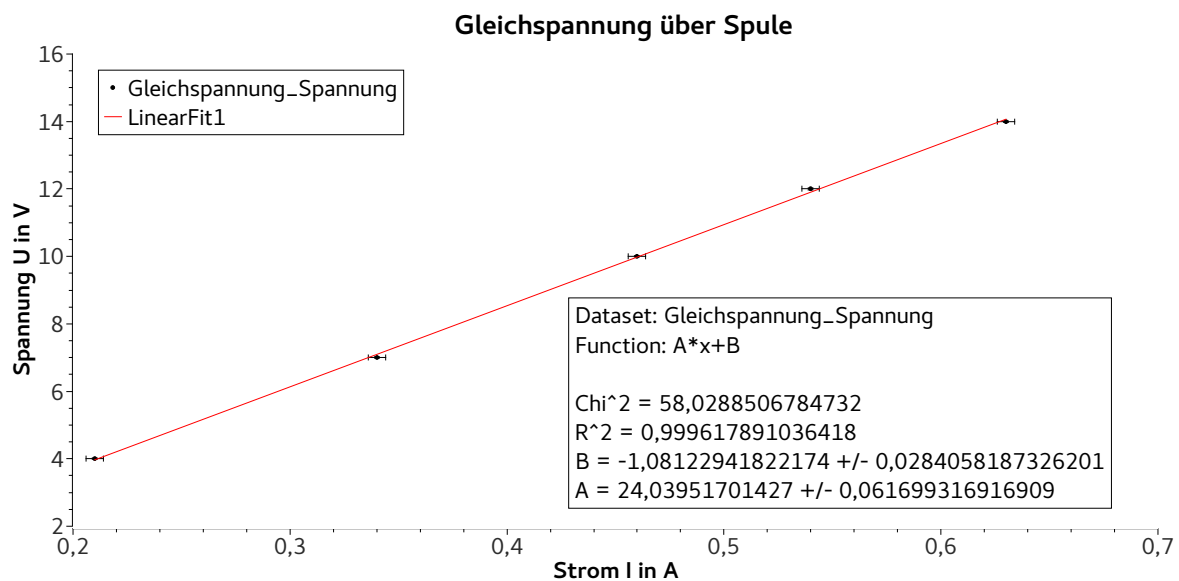


Abbildung 14: Die gemessene Spannung über eine Spule ist gegen den Strom aufgetragen.

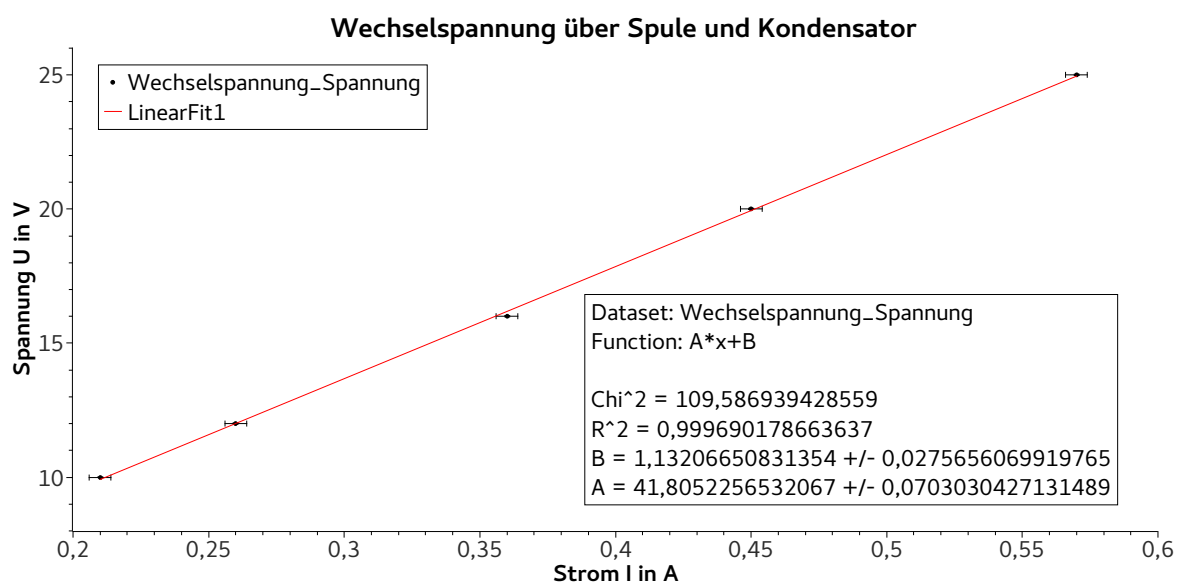


Abbildung 15: Die gemessene effektive Wechselspannung über eine Spule und einen Kondensator ist gegen den effektiven Wechselstrom aufgetragen.

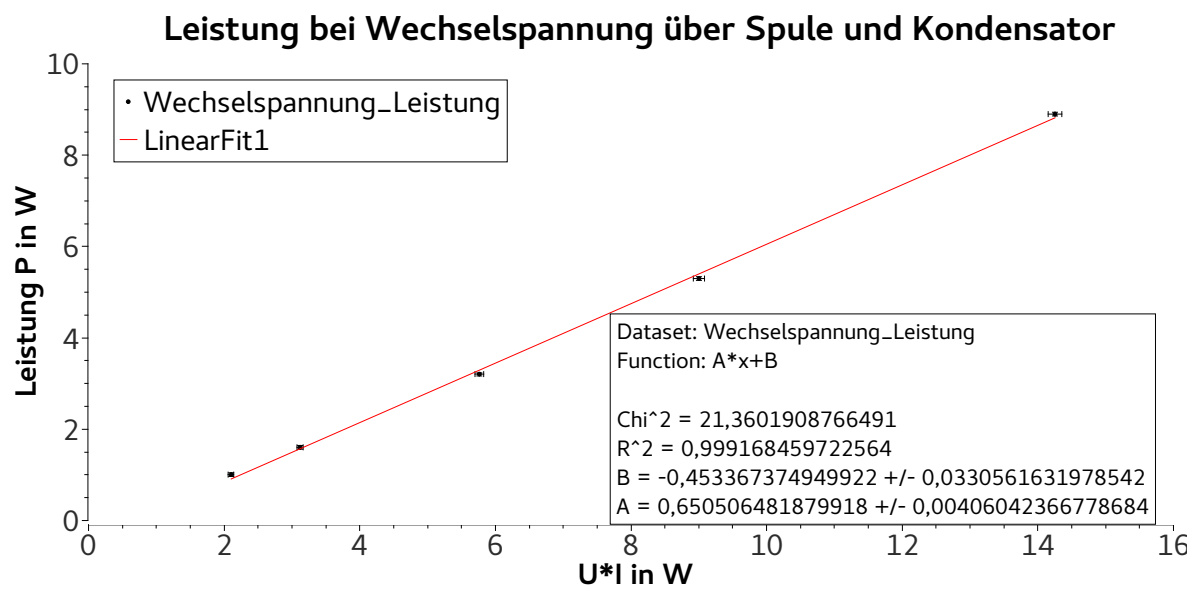


Abbildung 16: Die gemessene effektive Leistung ist gegen das Produkt aus Wechselstrom und Wechselspannung über eine Spule und einen Kondensator aufgetragen.