

VERSUCHSBERICHT ZU

MI - MICHELSON-INTERFEROMETER

Gruppe BA-C-04

Alexander Neuwirth (E-Mail: a_neuw01@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@uni-muenster.de)

durchgeführt am 19.11.2018
betreut von
Victor Kärcher

2. Februar 2020

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	3
2	Theorie	3
2.1	Interferenz im Michelson-Interferometer	3
2.2	Bestimmung des Brechungsindex von Glas durch Rotation	4
2.3	Bestimmung des Brechungsindex eines Gases durch Druckänderung . .	5
3	Methoden	6
4	Ergebnisse und Diskussion	7
4.1	Bestimmung der Wellenlänge	7
4.1.1	Beobachtung und Datenanalyse	7
4.1.2	Diskussion	7
4.2	Bestimmung des Brechungsindex der Glasplatte	8
4.2.1	Beobachtung und Datenanalyse	8
4.2.2	Diskussion	8
4.3	Bestimmung der Brechungsindizes von Gasen	9
4.3.1	Beobachtung und Datenanalyse	9
4.3.2	Diskussion	12
5	Schlussfolgerung	12

1 Kurzfassung

Das Michelson-Interferometer stellt ein mächtiges Werkzeug zur Untersuchung von Materialeigenschaften und Lichteigenschaften dar. In diesem Versuch wird es einerseits verwendet, um die Wellenlänge eines Lasers zu überprüfen, wobei die aufgrund des verwendeten Laser-Typs getroffene Annahme bestätigt werden kann. Andererseits wird der Brechungsindex einer Glasplatte bei dieser Wellenlänge bestimmt, indem sie in einen Interferometerarm gebracht und rotiert wird. Dies ergibt einen Messwert von $1,707 \pm 0,013$, was der Annahme, dass es sich um Glas handelt, nicht widerspricht. Zuletzt wird die Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft und Kohlenstoffdioxid bei der zuvor gemessenen Wellenlänge bestimmt. Hierbei wird ein stärkerer Anstieg des Brechungsindex mit dem Druck bei Kohlenstoffdioxid als bei Luft festgestellt. Der Wert bei Atmosphärendruck kann hierbei auf Basis von Literaturwerten bestätigt werden.

2 Theorie

2.1 Interferenz im Michelson-Interferometer

Das Michelson-Interferometer basiert darauf, dass der hinreichend räumlich und zeitlich kohärente (und gleichmäßig polarisierte) Laserstrahl an einem Strahlteiler in zwei Strahlen aufgeteilt wird und nachdem er in den beiden Armen reflektiert wurde, wieder vereinigt wird und auf einen Schirm trifft. Wenn der Laserstrahl nun in beiden Armen die gleiche optische Weglänge zurückgelegt hat oder die optische Weglängendifferenz ein Vielfaches der Wellenlänge ist, kommt es in der Mitte des Schirms zu konstruktiver Interferenz. Da jedoch bei Entfernung von der Mitte des Schirms im aufgeweiteten Strahl sich die zurückgelegte Strecke mit dem Abstand zur Mitte ändert, kommt es radial abwechselnd zu konstruktiver und destruktiver Interferenz. Dies äußert sich dann in Interferenzringen. Die Position dieser ändern sich, wenn die Länge eines Arms verändert wird, da die zurückgelegte optische Weglänge dieses Strahls geändert wird. Hier ist anzumerken, dass die Änderung der Armlänge um einen bestimmten Wert die doppelte Änderung der Weglänge zur Folge hat, da das Licht zweimal durch den Arm läuft (hin und zurück). Es ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Wellenlänge λ , Änderung der Länge des Arms Δs und Zahl der durchlaufenden Interferenzringe m von

$$\lambda = \frac{2\Delta s}{m}. \quad (1)$$

Ähnlich dazu ändert sich die optische Weglänge, wenn ein Material eines anderen Brechungsindex in einen der Arme gebracht wird, was bei der Untersuchung der Gase und der Glasplatte ausgenutzt wird. Bei den Gasen folgt der Zusammenhang einfach aus der Definition der optischen Weglänge über das Produkt aus Strecke im Material und Brechungsindex des Materials.

2.2 Bestimmung des Brechungsindex von Glas durch Rotation

In Abb. 1 ist der Strahlengang für einen Einfallswinkel von $\alpha = 0$ und $\alpha > 0$ skizziert. Anhand derer soll nun die Formel aus der Einführung hergeleitet werden.

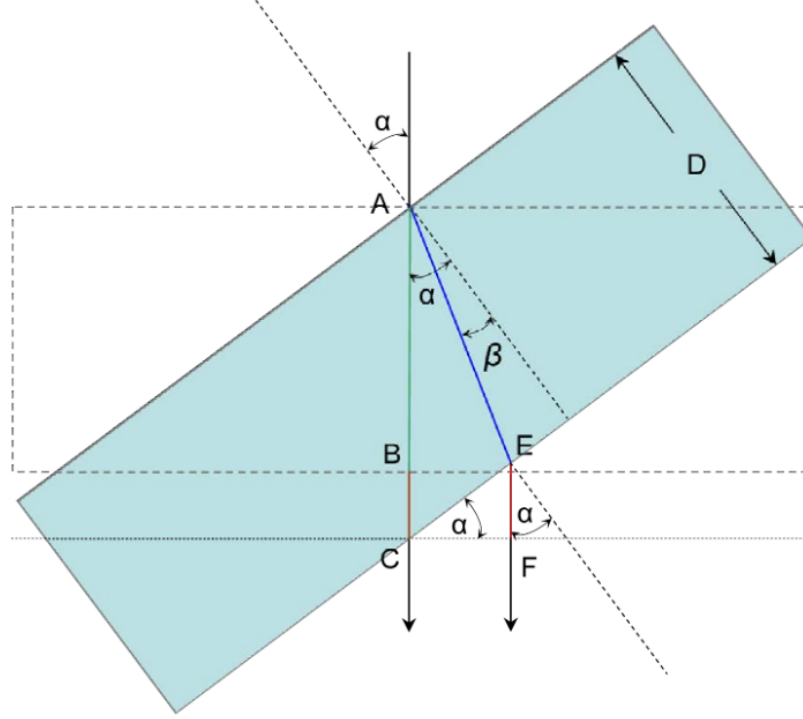


Abbildung 1: Skizze der Glasplatte in zwei Zuständen: Einfallswinkel $\alpha = 0$ (gestrichelter Quader) und $\alpha > 0$ (ausgefüllter Quader).[1]

Da sich das Glas in einem Arm des Michelson-Interferometers befindet, durchlaufen Strahlen dieses doppelt. Außerdem muss der Gangunterschied Δ ein Vielfaches der Wellenlänge sein. Der Gangunterschied ist die Differenz der optischen Weglängen:

$$\Delta = m\lambda = 2 \cdot \left(\int_{\text{Weg } A \rightarrow F} n(s) ds - \int_{\text{Weg } A \rightarrow C} n(s) ds \right) \quad (2)$$

Aus der Geometrie und den räumlich in Glas bzw. Luft konstanten Brechungsindizes folgt

$$m\lambda = 2(n \cdot \overline{AE} + \overline{EF} - n \cdot \overline{AB} - \overline{BC}), \quad (3)$$

wobei n der Brechungsindex des Glases ist und $n_{\text{Luft}} = 1$ angenommen wird.

Unmittelbar aus Abb. 1 zu entnehmen sind $\overline{AB} = D$, $\overline{AE} = \frac{D}{\cos \beta}$, $\overline{AC} = \frac{D}{\cos \alpha}$, $\overline{BC} = \overline{AC} - D = \frac{D}{\cos \alpha} - D$ und $\overline{EF} = \overline{CE} \cdot \sin \alpha = D \cdot (\tan \alpha - \tan \beta) \cdot \sin \alpha$. Ersetzt man die Strecken und dividiert durch $2D$ in Gleichung (3) folgt:

$$\frac{m\lambda}{2D} = \frac{n}{\cos \beta} + \sin \alpha \tan \alpha - \sin \alpha \tan \beta - n - \frac{1}{\cos \alpha} + 1 \quad (4)$$

Durch das Snelliussche Brechungsgesetz $n \cdot \sin \beta = \sin \alpha$ ergibt sich mit $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}$:

$$\frac{m\lambda}{2D} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - n + 1 \quad (5)$$

und quadriert

$$\left(\frac{m\lambda}{2D} + \cos \alpha - 1 + n \right)^2 = n^2 - \sin^2 \alpha \quad (6)$$

Nach Ausmultiplizieren und Umformen ergibt sich:

$$n = \frac{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m\lambda}{2D} + \cos \alpha - 1 \right)^2}{2(1 - \cos \alpha - \frac{m\lambda}{2D})} \quad (7)$$

Mit $\alpha = \Phi$, und $D = t$ lässt sich dies in die Formel aus der Einführung umstellen:

$$n = \frac{(2t - m\lambda)(1 - \cos \Phi) + \frac{m^2 \lambda^2}{4t}}{2t(1 - \cos \Phi) - m\lambda} \quad (8)$$

2.3 Bestimmung des Brechungsindex eines Gases durch Druckänderung

Die Bedingung für Interferenz lautet:

$$m\lambda = n_1 l - n_2 l \quad (9)$$

Verändert man den Druck des Gases ändert sich auch der Brechungsindex n_1 und es folgt ein neuer Gangunterschied:

$$m'\lambda = n'_1 l - n_2 l \quad (10)$$

Dividiert man die Differenz von Gleichung (9) und Gleichung (10) durch Δp ergibt sich:

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\Delta m}{\Delta p} \cdot \frac{\lambda}{l} \quad (11)$$

Der Brechungsindex n hängt linear vom Druck p ab:

$$n(p) = n(p=0) + \frac{\Delta n}{\Delta p} p \quad (12)$$

Dieser Zusammenhang wird aus der Näherungsformel

$$\frac{n-1}{\rho} = r_G = \text{const} \quad (13)$$

klar. Da sich $n = 1 + r_G \cdot \rho$ ergibt und unter Annahme eines idealen Gases, also $\rho \propto p$, folgt die Linearität.

3 Methoden

Es soll mit dem Michelson-Interferometer die Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers und die Brechungsindizes von Luft, Kohlenstoffdioxid und einer Glasplatte bestimmt werden. Dazu wird der Aufbau in Abb. 2 verwendet.

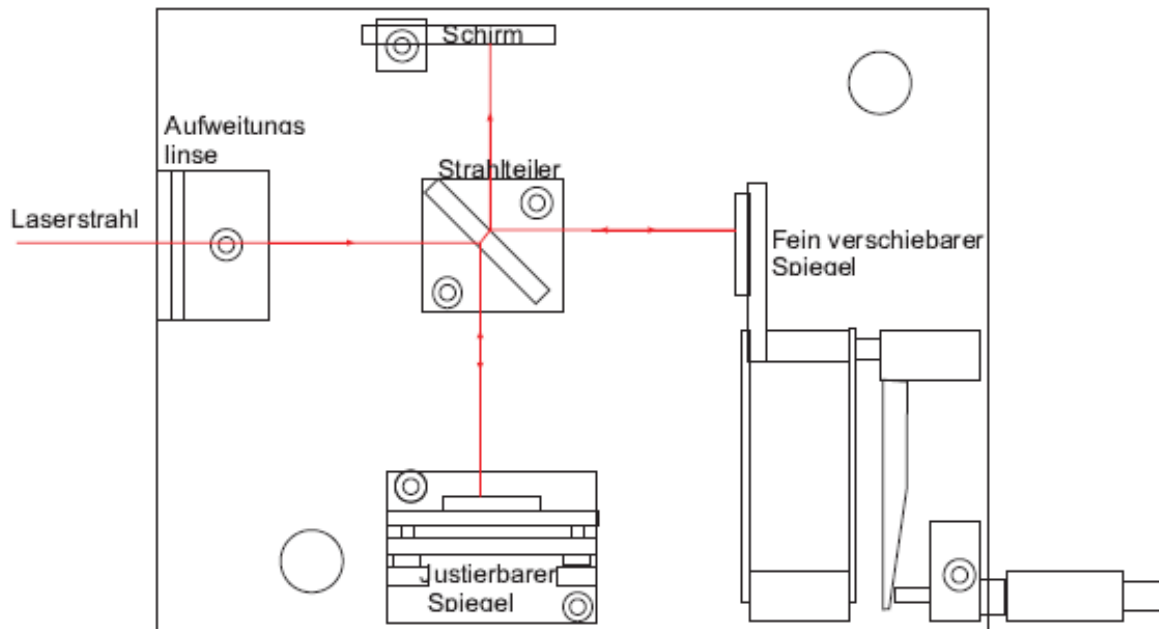


Abbildung 2: Aufbau des Michelson-Interferometers. [2]

Zunächst wird die Wellenlänge bestimmt, indem die Anzahl der durchlaufenden Interferenzringe m auf dem Schirm in Abhängigkeit von der Verschiebung Δs des fein verschiebbaren Spiegels gemessen wird. Der Fein verstellbare Spiegel wird dabei über eine Übersetzungsmechanik verstellt, die es erlaubt eine eine Verstellung einer Mikrometerschraube um 1 mm in eine Verstellung des Spiegels von 930 nm zu übersetzen. Die Verschiebung wird mit einer Mikrometerschraube eingestellt und gemessen. Die Wellenlänge ergibt sich dann gemäß Gleichung (1).

Dann wird in einen der Arme des Interferometers eine Glasplatte gebracht, die sich mit einer Mikrometerschraube kippen lässt. Hierbei wird zunächst die senkrechte Position gesucht, indem die Platte so lange gekippt wird, bis sich die Laufrichtung der Interferenzringe ändern. Mithilfe der Winkelskala an der Einfassung der Glasplatte wird dann das Verhältnis von Verstellung der Mikrometerschraube und Kippwinkel der Glasplatte bestimmt, indem die Schraube eine bestimmte Strecke herausgedreht wird und die Winkeländerung gemessen wird. Mithilfe von Gleichung (8) kann dann der Brechungsindex der Glasplatte bestimmt werden. Die Dicke der Glasplatte wird mit einer Schieblehre gemessen.

Zuletzt wird die Glasplatte durch eine Küvette ersetzt, die nach Wahl evakuiert oder mit Luft oder Kohlenstoffdioxid gefüllt werden kann und deren Innendruck gemessen

werden kann. Dieses Vorgehen basiert darauf, dass das Licht, das durch den Küvettenarm läuft eine andere optische Weglänge zurücklegt, als das, welches durch den anderen Arm läuft. Es werden mehrere Messungen durchgeführt, bei denen die Küvette schrittweise evakuiert wird oder mit dem Gas gefüllt wird. Es wird nach jedem durchgelaufenen Interferenzring der aktuelle Druck in der Küvette gemessen, damit dann die Abhängigkeit des Brechungsindex vom Druck bestimmt werden kann. Die Länge der Küvette wird gemessen.

4 Ergebnisse und Diskussion

4.1 Bestimmung der Wellenlänge

4.1.1 Beobachtung und Datenanalyse

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers wird der Spiegel an einem Arm des Michelson-Interferometers verschoben. In Tabelle 1 ist die Anzahl der durchlaufenden Interferenzringe unter Verschiebung des Spiegels um Δs angegeben. Die Unsicherheit von Δs setzt sich aus der der Mikrometerschraube $u_M = 11 \text{ nm}$ und der Genauigkeit mit welcher ein Interferenzmaximum lokalisiert wird, also dessen Breite $u_B = 108 \text{ nm}$. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass man sich einmal verzählen kann. Es ergibt sich eine über die Messungen gemittelte Wellenlänge von $(650,4 \pm 10,8) \text{ nm}$.

Tabelle 1: Die Anzahl der durchlaufenden Interferenzringe m in Abhängigkeit von der Verschiebung des Spiegels Δs an einem Michelson-Interferometer-Arm liefert die Wellenlänge λ des Lasers gemäß Gleichung (1).

m	Δs	$\lambda = 2\Delta s/m$
25 ± 0.3	$(7905 \pm 109) \text{ nm}$	$(632,4 \pm 11,6) \text{ nm}$
40 ± 0.3	$(13\,085,1 \pm 109,0) \text{ nm}$	$(654,3 \pm 7,3) \text{ nm}$
40 ± 0.3	$(13\,289,7 \pm 109,0) \text{ nm}$	$(664,5 \pm 7,4) \text{ nm}$

4.1.2 Diskussion

Da ein Helium-Neon-Laser verwendet wird, ist zu erwarten, dass mit dem Michelson-Interferometer dessen charakteristische Wellenlänge von 633 nm gemessen werden kann. Innerhalb der dopplten Unsicherheit kann dies mit dem gemessenen Mittelwert von $(650,4 \pm 10,8) \text{ nm}$ bestätigt werden. Bei Betrachtung von Tabelle 1 ist festzustellen, dass die Messung von mehr durchlaufenden Interferenzringen eine Abweichung nach oben zur Folge hat, weshalb die Abweichung auf ein Übersehen eines Interferenzringes durch Zuweitdrehen der Mikrometerschraube zurückgeführt werden kann.

4.2 Bestimmung des Brechungsindex der Glasplatte

4.2.1 Beobachtung und Datenanalyse

Zur Bestimmung des Brechungsindex der Glasplatte lässt sich Gleichung (8) umformen:

$$(1 - \cos \phi) = \frac{nm\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4t}}{m\lambda + 2t(n - 1)} \quad (14)$$

Dabei ist $t = (5,05 \pm 0,05)$ mm die Dicke der Glasplatte. Die Messung dieser ist aufgrund ihrer Einfassung erschwert, weshalb die Dicke der Einfassung gemessen wird und dann auf beiden Seiten die Differenz zwischen Glas und Einfassung subtrahiert wird. Die Unsicherheit beim Einstellen des Kippwinkels Φ über die Mikrometerschraube beträgt $0,011^\circ$. In Abb. 3 sind die mit $(1 - \cos \Phi)$ transformierten Messpunkte sowie ein Fit gemäß Gleichung (14) dargestellt. Der Fit liefert einen Brechungsindex von $1,707 \pm 0,013$ für die Glasplatte bei der verwendeten Wellenlänge λ von $(650,4 \pm 10,8)$ nm.

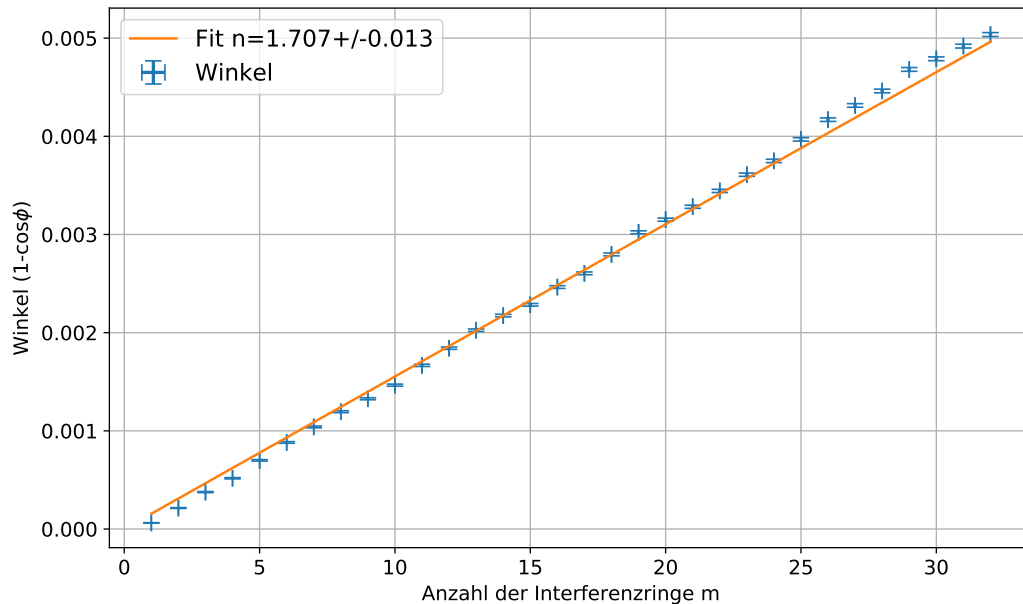


Abbildung 3: Der transformierte Winkel der Glasplatte ist gegen die Änderung der Interferenzringe aufgetragen. Die gelbe Funktion ist ein Fit gemäß der theoretisch erwarteten Gleichung (14).

4.2.2 Diskussion

Da nicht bekannt ist, um welches Glas es sich bei der untersuchten Platte hält, ist es nicht möglich den Messwert anhand eines Literaturwertes zu prüfen. Es lässt sich allerdings

sagen, dass der Messwert von $(1,707 \pm 0,013)$ nm innerhalb des Bereichs von Brechungsindizes bekannter Gläser liegt. So hat zum Beispiel BASF-64-Glas einen Brechungsindex von 1,6961 bei einer Wellenlänge von 650 nm.[3]

4.3 Bestimmung der Brechungsindizes von Gasen

4.3.1 Beobachtung und Datenanalyse

Der Brechungsindex des jeweiligen Gases ist linear druckabhängig:

$$n(p) = n(p = 0) + \frac{\Delta n}{\Delta p} p \quad (15)$$

Der Brechungsindex im Vakuum $n(p = 0)$ beträgt 1. Die Abhängigkeit des Brechungsindexes vom Druck wird durch Gleichung (11) beschrieben, hierbei ist zu beachten, dass die Küvette zweimal von dem Strahl durchlaufen wird:

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\Delta m}{\Delta p} \frac{\lambda}{2l} \quad (16)$$

Wobei $l = (3,5 \pm 0,3)$ cm die Länge der Küvette im Strahlengang ist, welche abgeschätzt werden musste, da die Innenlänge des Behälters nicht bekannt ist. Die Unsicherheit des Präzisions-Digital-Großvakuummeters beträgt 0,3 mbar und die Wellenlänge des Lasers beträgt nach wie vor $(650,4 \pm 10,8)$ nm.

In Abb. 4 bis 7 ist der Druck p gegen die Anzahl der Interferenzringe m aufgetragen und es wurden lineare Fits durchgeführt, um $\Delta p/\Delta m$ und somit den Kehrwert $\Delta m/\Delta p$ zu ermitteln. Dabei ist zu beachten, dass sich bei inverser Druckänderung auch die Interferenzringe in die umgekehrte Richtung verschieben, die Quotienten haben folglich immer das gleiche Vorzeichen. In Tabelle 2 sind die aus den Fitparameter resultierenden Brechungsindizes der Gase bei Normaldruck aufgelistet.

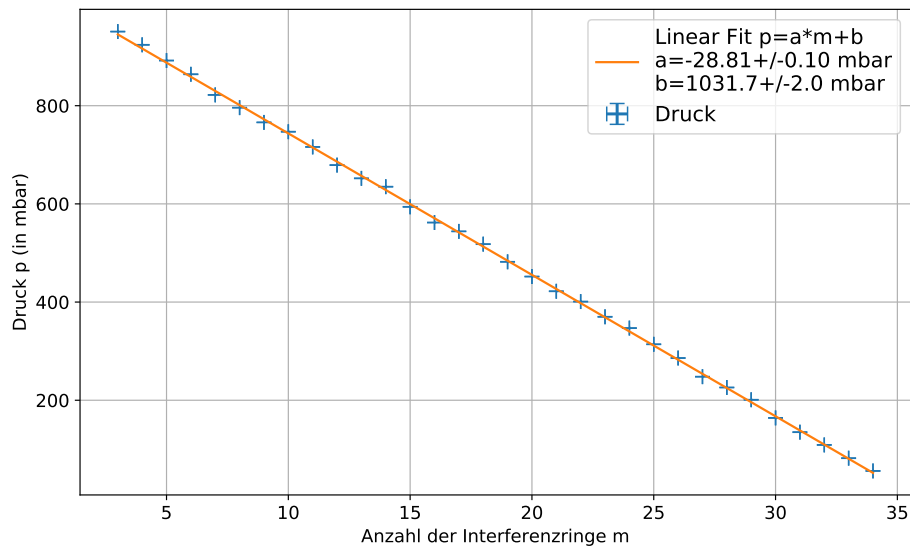


Abbildung 4: In der Küvette befindet sich Luft. Der Druck wird schrittweise reduziert. Die gelbe Funktion ist ein linearer Fit.

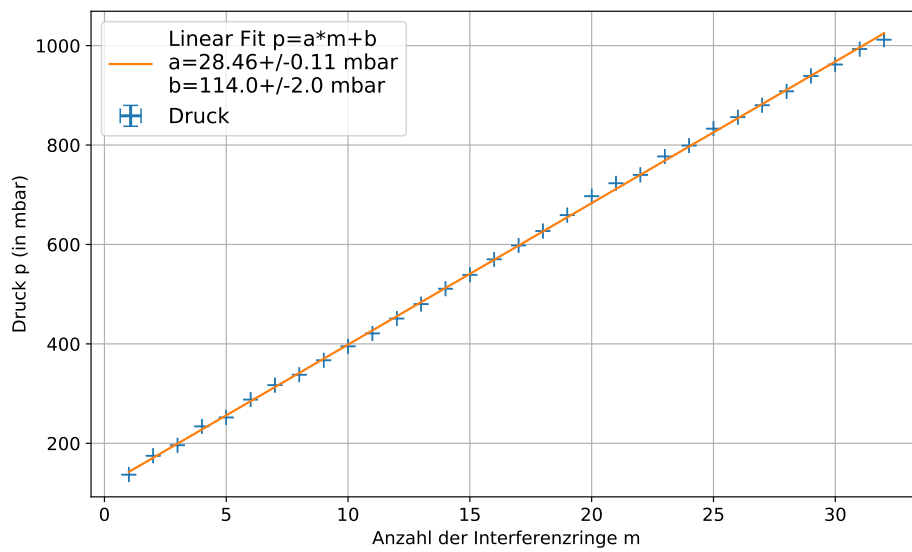


Abbildung 5: In der Küvette befindet sich Luft. Der Druck wird schrittweise erhöht. Die gelbe Funktion ist ein linearer Fit.

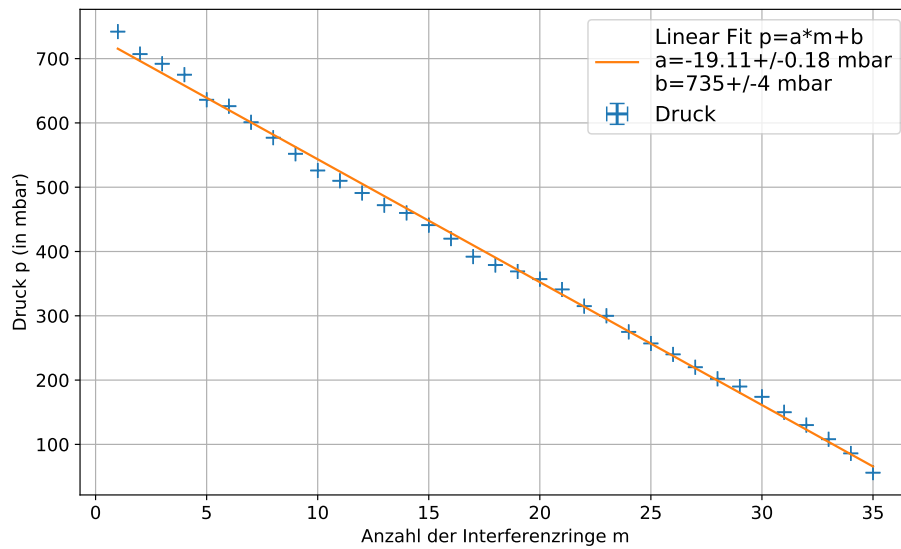


Abbildung 6: In der Küvette befindet sich CO_2 . Der Druck wird schrittweise reduziert. Die gelbe Funktion ist ein linearer Fit.

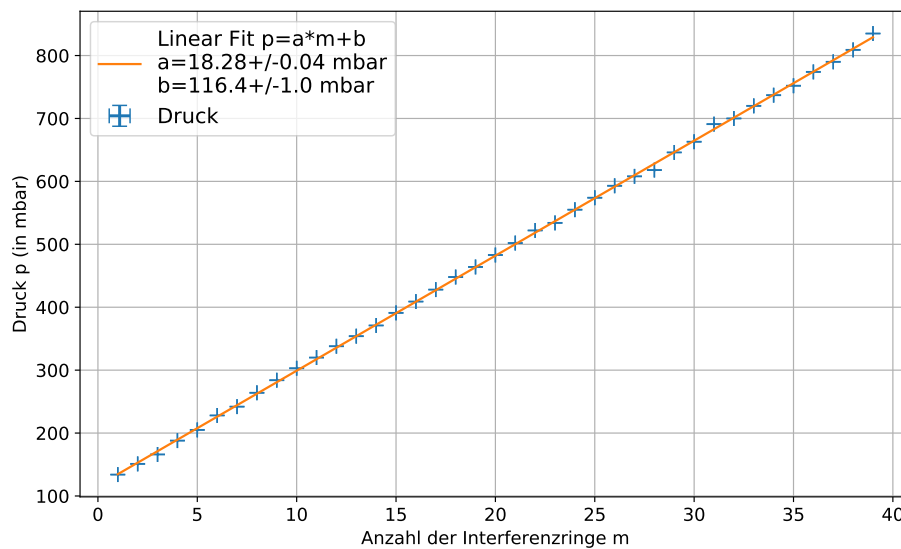


Abbildung 7: In der Küvette befindet sich CO_2 . Der Druck wird schrittweise erhöht. Die gelbe Funktion ist ein linearer Fit.

Tabelle 2: Ergebnisse von $\Delta p/\Delta m$ aus den Fits in Abb. 4 bis 7. Die Brechungsindizes bei Normaldruck wurden aus den durchlaufenden Interferenzringen pro Druckänderung mit Gleichung (15) bestimmt.

Gas	$\Delta p/\Delta m$	$n(p = 1013 \text{ mbar})$
Luft	$(28,81 \pm 0,10) \text{ mbar}$	$1,000\,327 \pm 0,000\,029$
	$(28,46 \pm 0,11) \text{ mbar}$	$1,000\,331 \pm 0,000\,029$
CO ₂	$(19,11 \pm 0,18) \text{ mbar}$	$1,000\,493 \pm 0,000\,043$
	$(18,28 \pm 0,04) \text{ mbar}$	$1,000\,514 \pm 0,000\,045$

Für die Brechungsindizes ergeben sich mit gemittelten Steigungen abhängig vom Druck p :

$$n_{\text{Luft}}(p) = 1 + p \cdot (3,24 \pm 0,28) \cdot 10^{-7} \text{ mbar}^{-1} \quad (17)$$

$$n_{\text{CO}_2}(p) = 1 + p \cdot (4,97 \pm 0,44) \cdot 10^{-7} \text{ mbar}^{-1} \quad (18)$$

4.3.2 Diskussion

Zunächst lässt sich sagen, dass anhand von Abb. 4 bis 7 der lineare Zusammenhang aus Gleichung (15) bestätigen lässt. Die Abweichungen vom Fit liegen im Wesentlichen innerhalb der doppelten Unsicherheit und sind darauf zurückzuführen, dass die Gaszufuhr bzw. Evakuierung nicht nach jedem durchgelaufenen Interferenzring an der selben Position der Ringe gestoppt werden kann. Außerdem kann anhand von Tabelle 2 festgestellt werden, dass die Messung von $\Delta p/\Delta m$ bei Zufuhr bzw. Abfuhr des Gases ähnliche Messwerte ergeben, deren doppelten Unsicherheitsintervalle allerdings nur im Fall von Luft überschneiden. Der Grund für die Abweichung bei CO₂ liegt vermutlich im Übersehen eines Interferenzrings bei zu schneller Gaszufuhr bzw. Evakuierung.

Der Messwert bei Atmosphärendruck lässt sich einfach mit Literaturwerten bei einer Wellenlänge von 650 nm vergleichen. Für Luft ist hier ein Wert von 1,000 276 32 zu erwarten (vgl. [3]). Dieser liegt erwartungsgemäß innerhalb der doppelten Unsicherheit der Messwerte aus Tabelle 2.

Für Kohlenstoffdioxid wird gemäß [1] ein Wert von 1,000 447 27 erwartet und auch dies liegt innerhalb der doppelten Unsicherheit der Messwerte.

5 Schlussfolgerung

Insgesamt lässt sich sagen, dass die zu untersuchenden Material- bzw. Lasereigenschaften gemessen werden konnten, ohne dabei den Erwartungen zu widersprechen. Zunächst wurde die Wellenlänge des Lasers bestimmt, was Übereinstimmung mit der Tatsache, dass es sich um einen Helium-Neon-Laser handelte, ergab. Dann wurde der Brechungsindex einer Glasscheibe durch schrittweises Kippen dieser bestimmt. Zuletzt wurde die

Druckabhängigkeit der Brechungsindizes von Luft und Kohlenstoffdioxid bestimmt, wobei die erwartete Linearität bestätigt werden kann. Es lässt sich also feststellen, dass das Michelson-Interferometer tatsächlich ein valides Mittel für diese Untersuchungen ist.

Literatur

- [1] L.Jahn u. a. *Michelson-Interferometer*. URL: <https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/IF.pdf?lang=de> (besucht am 23.11.2018).
- [2] Westfälische Wilhelms-Universität Physikalisches Institut. *FD Praktikum, Michelson-Interferometer Interometrische Bestimmung der Brechungsindizes von Luft und CO₂*. URL: https://sso.uni-muenster.de/Physik.PI/Institut/Studieren/ExpUeb/Bachelor/Anleitungen/anleitungen_exp_ueb_2_ws.html (besucht am 01.12.2018).
- [3] Mikhail Polyanskiy. *Refractive index database*. URL: <https://refractiveindex.info/?shelf=glass&book=BAF10&page=SCHOTT> (besucht am 02.12.2018).