Aufgabe 30)

a

$$g_1: N \to R^+, n \mapsto n^4$$

$$g_2: N \to R^+, n \mapsto n \cdot \log^2 n$$

$$g_3: N \to R^+, n \mapsto n^2$$

$$g_4: N \to R^+, n \mapsto \log^2 n$$

b)
$$f(n) = \log_2(n^n) = n \cdot \log_2 n, \quad \forall n \in \mathbb{N} : \underbrace{n \cdot \log_2 n}_{f(n)} \leq \underbrace{n^2 \cdot \log_2 n}_{g(n)} \Rightarrow f \in O(g)$$

c)
$$\log_4 n = \log_4 2 \cdot \log_2 n = \frac{1}{2} \cdot \log_2 n$$

$$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} : \underbrace{n \cdot \log_4 n}_{f(n)} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \log_2 n \ge \underbrace{\frac{1}{2} \cdot n \cdot \log_2 n}_{=:c}$$

$$\Rightarrow f \in \Omega(g)$$

d) Sei  $g: N \to R^+, n \mapsto \log_2 n$ . Dann gilt:

$$\forall n \ge 43 : f(n) \le g(n) \Rightarrow f \in O(g)$$