

Aufgabe 26.

- (a) Da stets $M_{ij} = -M_{ji}$, gilt auf der Hauptdiagonalen ebenso $M_{ii} = -M_{ii} \Rightarrow 0 = -0$. Dementsprechend muss auf der Hauptdiagonalen $M_{ii} = 0$ sein.
- (b) Man muss nur die Werte für $j > i$ speichern, da die Hauptdiagonale immer 0 ist und die andere Seite dieser durch die Forderung $M_{ij} = -M_{ji}$ bekannt sind.

Aufgabe 27.

- (a) Es seien die beiden Funktionen `min` und `max` definiert mit:

- `min: DICT -> ELEM`
`min(create) = ERROR`
`min(insert(E, create)) = E`
`min(insert(E, D)) = minELEM(E, min(D))`
- `max: DICT -> ELEM`
`max(create) = ERROR`
`max(insert(E, create)) = E`
`max(insert(E, D)) = maxELEM(E, max(D))`

- (b) Es seien die beiden Funktionen `succ` und `pred` definiert mit:

- `succ: ELEM x DICT -> ELEM`
`succ(E, insert(E, create)) = largestElem`
`succ(E, D) = if isequalELEM(E, min(D)) then min(delete(E, D)) else succ(E, delete(min(D), D))`
- `pred: ELEM x DICT -> ELEM`
`pred(E, insert(E, create)) = smallestElem`
`pred(E, D) = if isequalELEM(E, max(D)) then max(delete(E, D)) else pred(E, delete(max(D), D))`

Aufgabe 28.

Die Laufzeit des Programms ist $n(2b + 1) \cdot (2b + 1) = \mathcal{O}(nb^2)$.

Aufgabe 29.

- (a) Zuerst ist das Array mit $\mathcal{O}(n \log n)$ zu sortieren. Dann sucht man für jedes Element binär nach einem Partner-Element ($\mathcal{O}(n \log n)$) mit `values[i]+values[j] = sum`. Da alle Werte in `values` paarweise verschieden sind, enthält das Ergebnis auch keine Duplikate.

Aufgabe 30.

- (a)
- $f_1 = n^4$
 - $f_2 = n \cdot \log^2 n$
 - $f_3 = n^2$
 - $f_4 = \log^2 n$
- (b) Die Funktionen $f(n) = \log_2(n^n) = n \cdot \log_2 n$ und $g(n) = n^2 \log_2 n$ werden im Grenzfalle $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \Rightarrow f = \mathcal{O}(g)$. Das wurde bereits in Aufgabe 14 b) gezeigt.
- (c) $f = n \log_4 n = n \frac{\log_2 n}{\log_2 4} = \frac{1}{2} n \log_2 n$ und $g = n \log_2 n$. Da $f = c \cdot g$ mit $c = \frac{1}{2}$ gilt $f \in \Omega(g)$.
- (d) Sei $g = \log_2 n$. Dann $\exists c > 0, n_0 \forall n > n_0 |f(n)| \leq c \cdot g(n)$ mit $n_0 = 42$ und $c = 1$, also $\forall n > 42 |f(n)| = g(n)$ und somit $f \in \mathcal{O}(g)$.