

**Fakultet elektrotehnike i računarstava**  
**Zavod za elektroniku, mikroelektroniku, računalne i inteligentne sustave**

**Željko Butković**  
**Julijana Divković Pukšec**  
**Adrijan Barić**

# **ELEKTRONIKA 1**

**I dio**

Zagreb, 2006

## Sadržaj

<b>1. Uvod u elektroniku .....</b>	<b>1</b>
1.1. Razvoj elektronike .....	1
1.2. Vrste signala .....	3
1.3. Osnovna svojstva pojačala .....	7
1.4. Osnovna svojstva invertora .....	37
<b>2. Električka svojstva poluvodiča .....</b>	<b>44</b>
2.1. Električka svojstva materijala .....	44
2.2. Struktura silicija .....	45
2.3. Ostali poluvodički materijali .....	49
2.4. Širina zabranjenog pojasa .....	50
2.5. Intrinzična koncentracija .....	52
2.6. Određivanje koncentracija nosilaca .....	54
2.7. Raspodjele energija nosilaca .....	60
2.8. Određivanje položaja Fermijeve energije .....	64
2.9. Vođenje struje u poluvodiču .....	69
2.10. Poluvodički materijali u elektronici .....	80
<b>3. Poluvodičke diode .....</b>	<b>82</b>
3.1. Struktura <i>pn</i> -diode .....	82
3.2. Ravnoteža <i>pn</i> -spoja i kontaktni potencijal .....	83
3.3. Polarizacija <i>pn</i> -spoja .....	87
3.4. Osiromašeni sloj .....	90
3.5. Strujno-naponska karakteristika <i>pn</i> -spoja .....	96
3.6. Strujno-naponske karakteristike realnih <i>pn</i> -dioda .....	112
3.7. Dinamička svojstva <i>pn</i> -diode .....	119
3.8. Impulsni rad <i>pn</i> -diode .....	129
3.9. Spoj metal-poluvodič .....	132
<b>4. Sklopovi s diodom .....</b>	<b>137</b>
4.1. Statička analiza .....	137
4.2. Analiza uz priključak malog signala .....	141
4.3. Priključak velikog signala .....	151
4.4. Ispravljači .....	152
4.5. Ograničavači .....	163
4.5. Restauratori .....	167

# 1. Uvod u elektroniku

*Elektronika* je grana znanosti, tehnike i tehnologije koja proučava kretanje električki nabijenih čestica kroz vakuum, plinove i poluvodiče, te se temeljem tog proučavanja bavi projektiranjem i konstrukcijom elektroničkih naprava. Od svih nabijenih čestica najveće značenje ima gibanje elektrona po kojima je i cjelokupno područje dobilo naziv. Za razliku od šireg područja elektrotehnike, čiji je elektronika dio, elektronika ne proučava kretanje elektrona kroz metale.

Osnovne elektroničke naprave su *elektronički elementi* s karakteristikama pogodnim za obavljanje osnovnih elektroničkih funkcija kao što su npr. pojačanje ili preklapanje signala. Osnovne elektroničke funkcije obavljaju *elektronički sklopovi*. To su jednostavne mreže dobivene međusobnim povezivanjem elektroničkih elemenata s ostalim električkim elementima, poput otpornika, kondenzatora i zavojnica. Spajanjem većeg broja elektroničkih sklopova formiraju se *elektronički sustavi*, predviđeni za obavljanje složenih elektroničkih funkcija u upravljanju, obradi i raspodjeli informacija, te u pretvorbi i raspodjeli električne energije.

## 1.1. Razvoj elektronike

Početak je klasične elektronike u prvim godinama 20. stoljeća kada su izumljeni prvi elektronički elementi – *elektronske cijevi*. To su bile vakuumska dioda (Fleming – 1904 godine) i trioda (de Forest – 1906 godine). Ti prvi elementi temeljili su svoj rad na kretanju elektrona emitiranih iz užarene elektrode. Elektroni su se unutar cijevi kretali u vakuumu pod utjecajem električnog polja. I dok se vakuumska dioda, element s dvije elektrode, odlikovala ispravljačkim svojstvom, tj. dobrim vođenjem struje pri jednom polaritetu napona i prekidom struje pri suprotnom polaritetu, kod triode je uvođenjem treće elektrode omogućeno pojačanje napona. Primjenom elektronskih cijevi projektirani su prvi elektronički sklopovi poput pojačala, oscilatora, modulatora, multivibratora, generatora pilastih napona i struje. Pri tome su uz diodu i triodu, korištene naprednije *vakuumske cijevi* s većim brojem elektroda, te *plinom punjene cijevi*. Korištenjem osnovnih, cijevnih sklopova projektirani su složeniji uređaji (elektronički sustavi) kao što su radio i televizijski prijamnici, odašiljači, radari, analogna računala i sl. S vakuumskim cijevima je izrađeno i prvo digitalno elektroničko računalo (ENIAC – 1946 godine) koje se sastojalo od 18.000 cijevi i zauzimalo površinu od 10×13 metara.

Iako su bili kvalitetni elektronički elementi, elektronske cijevi imale su niz nedostataka kao što su relativno velike dimenzije, velika potrošnja snage i ograničen vijek trajanja žarne niti. Zbog toga su već u prvoj polovici 20. stoljeća krenula istraživanja u razvoju poluvodičkih elementa. Pravi početak moderne *poluvodičke elektronike* povezuje se s izumom bipolarnog tranzistora (Brattain, Bardeen – 1948. godine). To je bio točkasti germanijski tranzistor sa svojstvom pojačanja signala. Usporedo s konstrukcijom prvih poluvodičkih elemenata Shockley je razvio teoriju njihova rada. Na temelju njegovog istraživanja već je 1951. godine točkasti bipolarni tranzistor loših karakteristika zamijenjen spojnim tranzistorom.

Zahvaljujući svojim svojstvima (znatno manje dimenzije, manja potrošnja snage, veća pouzdanost) poluvodički elementi su vrlo brzo zamijenili elektronske cijevi u praktički svim elektroničkim primjenama osim u području velikih napona i snaga. Glavni nedostatak

poluvodičkih elemenata su temperaturne promjene njihovih karakteristika. Zbog tog nedostatka početni poluvodički materijal germanij (Ge), čiji su elementi radili na temperaturama do oko 75° C, već je krajem 50-tih godina 20. stoljeća sve više zamjenjivan silicijem (Si) koji omogućuje rad elemenata do oko 200° C. Uz bolja temperaturna svojstva, bitno svojstvo silicija je laka oksidacija njegove površine, pri čemu se formira sloj silicijskog dioksida ( $\text{SiO}_2$ ). Silicijski dioksid kao dielektrik dio je strukture MOS tranzistora, čiji šira primjena započinje 1960. godine.

Korištenjem silicijskog dioksida razvijena je planarna tehnologija izrade silicijskih poluvodičkih struktura. Osim što je osiguravala izradu kvalitetnijih diskretnih poluvodičkih elemenata, uvođenjem planarne tehnologije započinje nova ere elektronike – era *integriranih sklopova*. Integrirani sklop je struktura u kojoj se u istoj poluvodičkoj pločici realiziraju svi elementi sklopa (tranzistori, diode ali i otpornici i kondenzatori) i međusobno se povezuju u funkcionalnu cjelinu. Iako je prva integracija sklopa od pojedinačnih poluvodičkih elemenata povezanih u istom kućištu ostvarena u germanijskoj tehnologiji (Kilby – 1958. godine), prvi integrirani sklop na pločici silicija realiziran je primjenom planarne tehnologije (Noyce 1959. godine).

Integrirani sklopovi vrlo su brzo u primjeni počeli zamjenjivati elektroničke sklopove ostvarene s diskretnim elementima. Prednosti integriranih sklopova su male dimenzije, mala potrošnja snage, veća pouzdanost, te niska cijena. Prvi integrirani sklopovi sastojali su se od 10-tak elemenata. Nagli razvoj poluvodičke tehnologije omogućio je smanjivanje minimalnih dimenzija pojedinih elemenata integriranog sklopa, a time i integraciju sve većeg broja elemenata na jednoj pločici silicija – čipu. Već 1964. godine Moore je predvidio da će se broj komponenata na čipu udvostručavati svakih 18 mjeseci (Mooreovo pravilo). Njegova su se predviđanja do danas održala. S povećanjem broja elemenata na čipu rasla je i složenost sklopova, te su se osim osnovnih elektroničkih sklopova na istoj pločici silicija vrlo brzo počeli integrirati složeni elektronički sustavi.

Današnja tehnologija omogućuje integraciju  $10^8$  elemenata na čipu. S tim brojem elemenata integriraju se vrlo složeni elektronički sustavi poput mikroprocesora ili poluvodičkih memorija velikog kapaciteta, koji su temelj razvoja informatičke industrije. Iako su prvi integrirani sklopovi bili temeljeni na primjeni bipolarnih tranzistora, već u ranim 70-tim godinama 20. stoljeća počeli su, posebno u digitalnoj elektronici, prevladavati jednostavniji MOS tranzistori. Velika većina današnjih integriranih sklopova su CMOS sklopovi, tj. sklopovi temeljeni na primjeni komplementarnih MOS tranzistora.

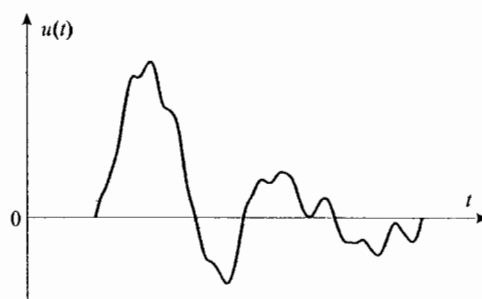
Uz razvoj silicijskih integriranih sklopova vrlo visoke složenosti paralelno su se razvijali elektronički elementi i sklopovi specifičnih svojstava i primjena. U području vrlo velikih brzina rada razvijeni su elementi i integrirani sklopovi u tehnologiji galij-arsenida (GaAs). Njihove su primjene značajne u području mobilnih komunikacija. Posebno grupu elemenata čine optoelektronički elementi koji se koriste za pretvorbu svjetlosne energije u električnu energiju i obrnuto. U tom su području razvijeni elementi poput sunčanih ćelija, fotodioda, fototranzistora, svjetlećih dioda, poluvodičkih lasera. U izvedbi optoelektroničkih elemenata koristi se cijeli niz različitih poluvodičkih materijala.

## 1.2. Vrste signala

Jedna od osnovnih funkcija elektroničkih sustava je obrada informacija. Prije obrade u elektroničkom sklopu, *fizikalne informacije* iz realnog svijeta poput temperature, brzine, zvuka, slike i sl. treba pretvoriti u *električki signal*. Za tu se namjenu koriste pretvornici. Zvuk se npr. pretvara u električki signal primjenom mikrofona. Dobiveni električki signal sadrži informaciju u vidu vremenski promjenjivog napona ili struje.

### 1.2.1. Vremenski i frekvencijski prikaz signala

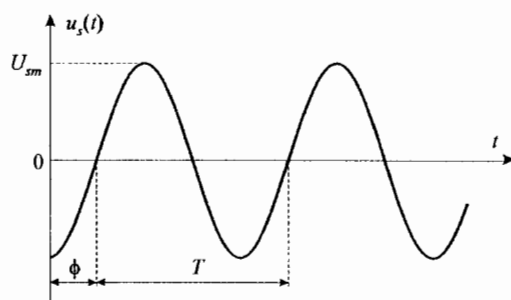
Vremenski promjenjivi signali grafički se prikazuju *valnim oblikom* kao npr. prema slici 1.1. U primjeru na slici napon  $u$  poprima različite vrijednosti u vremenu  $t$ . Na sličan način može se promatrati promjena strujnog signala s vremenom.



Slika 1.1 – Valni oblik naponskog signala.

U realnim situacijama signal proizvoljnog valnog oblika često je teško matematički opisati. Opis signala bitan je međutim prilikom projektiranja sklopa za obradu signala. Pri tome je, uz *vremenski prikaz* signala, nužno poznavati ovisnost signala o frekvenciji koji se naziva *frekvencijski spektar*. Frekvencijski spektar određuje se primjenom matematičkih postupaka *Fourierovog reda* ili *Fourierove transformacije*, pri čemu se vremenski ovisan signal, bilo naponski  $u(t)$ , bilo strujni  $i(t)$ , prikazuje zbrojem sinusnih signala različitih frekvencija, amplituda i faza. Budući da se frekvencijski spektar sastoji od niza sinusoida, sinusni signal ključan je u analizi, projektiranju i ispitivanju elektroničkih sklopova.

Slika 1.2 prikazuje sinusni naponski signal



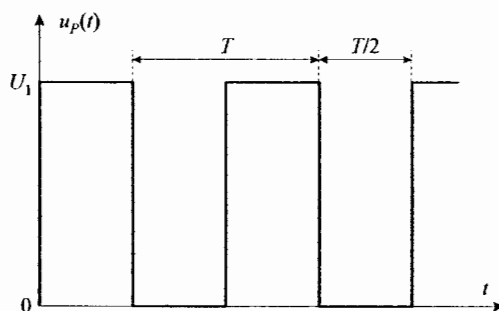
Slika 1.2 – Sinusni naponski signal.

$$u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t - \phi). \quad (1.1)$$

Parametri signala su amplituda  $U_{sm}$ , kružna frekvencija  $\omega$  i fazni pomak  $\phi$ . Kružna frekvencija  $\omega$  u radijanima po sekundi povezana je s frekvencijom  $f$  u hertzima izrazom  $\omega = 2\pi f$ . Sinusni signal (1.1) periodički se ponavlja, tj. vrijedi  $u_s(t+T) = u_s(t)$ . Perioda signala  $T$  obrnuto je proporcionalna frekvenciji  $f$ , odnosno  $T = 1/f$ . Umjesto amplitude  $U_{sm}$  često se koristi efektivna vrijednost signala  $U_s$ . Za sinusni signal veza efektivne vrijednosti i amplitude je  $U_s = U_{sm} / \sqrt{2}$ .

Primjenom Fourierovog reda svaki periodički signal, s periodom  $T$ , predočuje se beskonačnim zbrojem sinusoida. Pri tome *osnovna frekvencija* prve sinusoida  $\omega_0$  odgovara frekvenciji periodičkog signala  $\omega_0 = 2\pi/T$ , a frekvencije ostalih sinusoida su višekratnici  $\omega_0$  i nazivaju se *viši harmonici*. Npr. simetrični pravokutni signal sa slike 1.3, amplitude  $U_1$  i periode  $T$  razvojem u Fourierov red može se prikazati kao

$$u_p(t) = \frac{U_1}{2} + \frac{2}{\pi} U_1 \left( \sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_0 t + \dots \right). \quad (1.2)$$

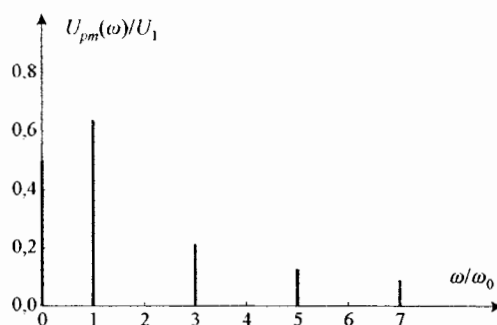


Slika 1.3 – Simetrični pravokutni naponski signal.

Signal sa slike 1.3 je simetričan, jer su trajanja niske i visoke razine međusobno jednaka i iznose  $T/2$ . Prvi član u (1.2) predstavlja *istosmjernu komponentu* ili *srednju vrijednost* signala. *Izmjenična komponenta*, u zagradi (1.2), uz osnovnu frekvenciju  $\omega_0$  sadrži samo neparne harmonike ( $3\omega_0, 5\omega_0, 7\omega_0, \dots$ ), a ne sadrži parne harmonike ( $2\omega_0, 4\omega_0, 6\omega_0, \dots$ ). Zbog postupnog smanjenja iznosa amplituda članova s višim frekvencijama, beskonačni red (1.2) može se, uz određenu točnost, skratiti na konačni broj članova.

U prethodnim primjerima korišten je uobičajeni način pisanja napona. Napon  $u_p$  sa slike 1.3, koji sadrži i istosmjernu i izmjeničnu komponentu,  $u_p(t) = U_p + u_p(t)$ , naziva se *totalna vrijednost* i piše se malim slovom i velikim indeksom. Srednja vrijednost ili istosmjerna komponenta tog napona  $U_p = U_1/2$  piše se velikim slovom i velikim indeksom. Izmjenični napon  $u_s$  sa slike 1.2 ili izmjenična komponenta  $u_p$  totalnog napona iz (1.2), čija su srednje vrijednosti jednake nuli, pišu se malim slovom i malim indeksom. Amplituda izmjeničnog napona  $U_{sm}$  ili njegova efektivna vrijednost  $U_s$  piše se velikim slovom i malim indeksom. Isti način pisanja primjenjuje se i za struje.

Komponente signala  $u_p(t)$  iz (1.2) čine njegov frekventijski spektar  $U_{pm}(\omega)$ . Prema slici 1.4, grafički se spektar simetričnog pravokutnog napona sa slike 1.3 prikazuje nizom amplituda  $U_{pm}$  s diskretnim frekvencijama  $0, \omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, 7\omega_0$ . Pojedine frekvencije sadrže uz amplitude i faze. Spektar se može izraziti ili u ovisnosti o kružnoj frekvenciji  $\omega$  ili u ovisnosti o frekvenciji  $f$ .



**Slika 1.4** – Frekventijski spektar amplituda simetričnog pravokutnog naponskog signala sa slike 1.3.

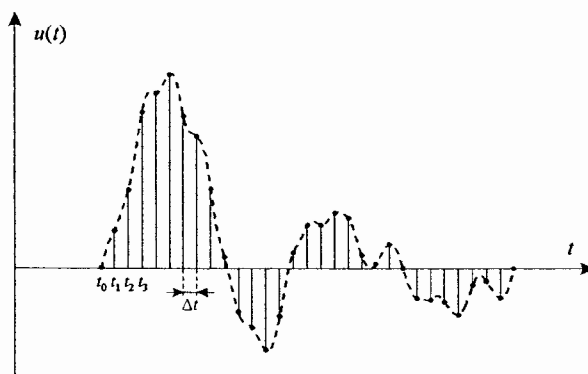
Slike 1.3 i 1.4 pokazuju kako se isti signal prikazuje u ovisnosti o vremenu, tj. u *vremenskoj domeni*, te u ovisnosti o frekvenciji, odnosno u *frekventijskoj domeni*. Općenito frekventijski spektar periodičkog signala periode  $T$  je diskretan beskonačan niz amplituda i faza s osnovnom frekvencijom  $f_0 = 1/T$ , te s frekvencijama viših harmonika  $n \cdot f_0$ , uz  $n = 2, 3, \dots$ . Ukoliko signal sadrži istosmjernu komponentu, u spektru je prisutna i amplituda frekvencije 0. U odnosu na sve ostale periodičke signale specifičan je sinusni signal čiji se spektar sastoji samo od jednog člana, tj. osnovne frekvencije  $f_0 = 1/T$ , te od eventualno istosmjerne komponente. Npr. frekventijski spektar sinusnog naponskog signala (1.1) sa slike 1.2 sadržava samo jednu amplitudu  $U_{sm}$  na frekvenciji  $\omega$ .

Frekventijski spektar posjeduju i signali koji su neperiodičke funkcije vremena. Za razliku od spektra periodičkih signala, koji sadrži diskretne frekvencije, spektar neperiodičkih signala je kontinuirana funkcija frekvencije, a matematički se određuje primjenom Fourierove transformacije. Iako općenito spektri signala sadrže sve frekvencije, spektri realnih signala redovito su ograničeni na pojas frekvencija, što olakšava projektiranje sklopova za njihovu obradu. Tako se npr. spektar audio signala ograničava na frekventijski pojas od 20 Hz do 20 kHz, zbog toga što ljudsko uho ne prima signale izvan tog pojasa.

### 1.2.2. Analogni i digitalni signali

Signal sa slike 1.1 je *analogni signal*. Naziv mu slijedi iz činjenice da je analogan fizikalnoj informaciji koju predstavlja. Amplituda analognog signala može poprimati sve vrijednosti, odnosno kontinuirano se mijenja u području djelovanja. Također se analogni signal kontinuirano mijenja u vremenu. Analogni signali su prirodni signali budući da predstavljaju fizikalne informacije koje su analognog karaktera. Elektronički sklopovi koji obrađuju analogne signale su *analogni sklopovi*. U elektronici se, uz analogne, koriste i *digitalni signali*. To su nizovi brojeva koji predstavljaju veličine signala u diskretnim trenucima. Digitalni signali obrađuju se u *digitalnim sklopovima*.

Analogni signal koji se želi obrađivati digitalnim sklopom treba pretvoriti u digitalni. Kako je digitalni signal definiran u diskretnim trenucima, prvi korak pretvorbe je diskretizacija analognog signala po vremenu. Taj se postupak zove *uzorkovanje* i ilustriran je na slici 1.5 za primjer analognog signala sa slike 1.1. Uzorkovanjem se određuju amplitude, tj. uzorci signala u jednakim vremenskim razmacima  $\Delta t$ , tj. u diskretnim trenucima  $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots$  prema slici 1.5. Uzorkovani signal nije više kontinuirana funkcija vremena, ali su njegove amplitude u pojedinim trenucima kontinuirane veličine. Budući da je nakon uzorkovanja signal definiran samo u pojedinim trenucima, vremenski razmak diskretizacije  $\Delta t$  mora biti dovoljno mali, da se uzorkovanjem ne bi izgubila informacija. Prema Shannonovom teoremu uzorkovanja, informacija će biti sačuvana ako se uzorci određuju u vremenskim razmacima prema  $\Delta t = 1/(2f_g)$ , gdje je  $f_g$  gornja granična frekvencija spektra valnog oblika iz kojeg se uzimaju uzorci, tj. frekvencija iznad koje se amplitude u frekvencijskom spektru mogu zanemariti.



Slika 1.5 – Uzorkovanje analognog naponskog signala sa slike 1.1.

U drugom koraku pretvorbe analognog signala u digitalni, svaki se od uzoraka signala zamjenjuje brojem s konačnim brojem znamenaka. Uz konačni broj znamenaka, broj može poprimiti konačni broj kombinacija, te su amplitude kvantizirane ili diskretizirane i signal je digitalni. U prikazu broja može se odabrati proizvoljni brojevni sustav. U elektronici se koristi *binarni brojevni sustav* s dvije različite znamenke, 0 i 1. Binarni sustav je odabran, jer se dvije znamenke jednostavno opisuju električkim veličinama, npr. niskom i visokom razinom napona, vođenjem ili nevođenjem struje i sl.

Binarni broj  $B$  s  $N$  znamenaka računa se prema

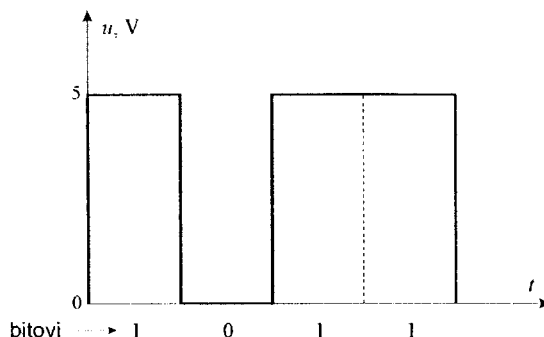
$$B = b_{N-1} 2^{N-1} + \dots + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0, \quad (1.3)$$

gdje je s  $b_{N-1}, \dots, b_2, b_1, b_0$  označeno  $N$  bitova, odnosno  $N$  binarnih znamenaka, koje mogu poprimiti vrijednosti 0 ili 1. Pri tome je  $b_{N-1}$  najznačajniji, a  $b_0$  najmanje značajan bit. Broj  $B$  prikazuje se skraćeno  $B = b_{N-1} \dots b_2 b_1 b_0$ , izostavljanjem potencija  $2^i$ , koje se podrazumijevaju s obzirom na poziciju pojedinog bita  $b_i$  u binarnom broju. Npr. binarni broj  $B = 1011$  je skraćeni oblik od  $B = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ , što odgovara dekadnom broju  $8 + 0 + 2 + 1 = 11$ .

U digitalnim sklopovima binarni broj predložen je npr. nizom naponskih impulsa koji u slijedu poprimaju niske odnosno visoke razine, ovisno o tome predstavljaju li bitove 0 ili 1. Ako je npr. niska naponska razina 0 V i visoka naponska razina 5 V, binarni broj 1011 prikazuje se



slijedom impulsa u vremenu  $t$  prema slici 1.6. Takav slijed impulsa vremenski je prikaz digitalnog signala.



Slika 1.6 – Vremenski dijagram digitalnog signala.

Odabirom broja bitova  $N$  binarnog broja kojim se predodžuje analogni uzorak, tj. amplituda analognog signala u nekom trenutku, odabire se  $2^N$  mogućih razina koje može poprimiti kvantizirana amplituda. Time je određena pogreška pretvorbe, koja je to manja što je broj bitova veći. Postupak kvantiziranja uzoraka, tj. pretvorba analognog uzorka u niz brojeva obavlja se u elektroničkom sklopu koji se zove analogno/digitalni pretvornik.

Digitalni signali jednostavniji su od analognih. Njihova informacija nije sadržana u razini amplitude, već u prisutnosti ili nepresutnosti impulsa. Time su digitalni signali robusniji od analognih, odnosno manje su podložni smetnjama. Zbog rada s jednostavnijim signalima digitalni sklopovi su jednostavniji od analognih sklopova.

Digitalni sustavi projektiraju se od nekoliko vrsta osnovnih digitalnih sklopova koji čine osnovne digitalne blokove. Za obradu digitalnih signala potreban je redovito vrlo velik broj osnovnih digitalnih blokova, što danas ne predstavlja ograničenje, jer se digitalni sustavi mogu integrirati na čipu u formi kompaktnog i jeftinog integriranog sklopa. Iako se radi o sustavima s velikim brojem osnovnih sklopova, projektiranje digitalnih sustava je u pravilu jednostavnije od projektiranja analognih sustava zbog jednostavnijih sklopova i manjih zahtjeva na rad sklopa, koji su prvenstveno posljedica robusnijih digitalnih signala.

Zbog navedenih razloga u elektronici se sve više koristi digitalno procesiranje signala. Tako se npr. digitalno procesiranje uvodi u tradicionalno analogne primjene kao što su televizija, telefonija i sl. Digitalno procesiranje signala koristi se naravno i u primjenama koje su isključivo digitalne, poput procesiranja signala u digitalnim računalima.

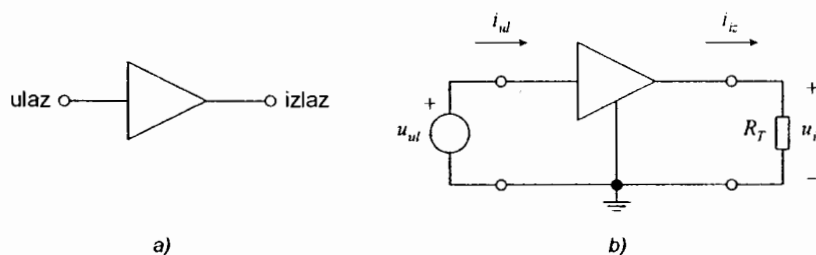
Bez obzira na sve veću zastupljenost digitalne obrade signala i dalje postoji niz primjena u kojima se signali obrađuju analogno. Često se elektronički sustavi sastoje i od analognih i digitalnih sklopova. Osnovna svojstva analognih i digitalnih sklopova obradit će se na tipičnim primjerima, na pojačalu kao analognom sklopu i na invertoru kao digitalnom sklopu.

### 1.3. Osnovna svojstva pojačala

Pretvorbom fizikalnih veličina najčešće se dobivaju vrlo slabi električki signali. Prije obrade te signale treba pojačati. Za pojačanje signala koristi se elektronički sklop - *pojačalo*.

Osim što spadaju u skupinu analognih sklopova, pojačala su *linearni sklopovi*. Nakon pojačanja informacija sadržana u ulaznom signalu mora ostati sačuvana, tj. izlazni pojačani signal mora zadržati valni oblik ulaznog signala.

Pojačala mogu imati više ulaza i izlaza. Na slici 1.7a prikazan je električki simbol pojačala s jednim ulazom i s jednim izlazom. Simbol prikazuje smjer toka signala s ulaza na izlaz. Pojačalo se spaja kao četveropol s dva ulazna i dva izlazna priključka. Tako je npr. na slici 1.7b na ulaz pojačala priključen naponski izvor signala  $u_{ul}(t)$ , a na izlaz trošilo kao otpor  $R_T$ . Pri tome je po jedan od ulaznih i izlaznih priključaka spojen na zajedničku točku - na masu.



Slika 1.7 – a) Električki simbol pojačala,  
b) priključak izvora signala  $u_{ul}$  i otpora trošila  $R_T$ .

### 1.3.1. Pojačanja

Na izlazu pojačala pojačani se naponski signal  $u_{iz}(t)$  predaje trošilu  $R_T$ . Omjer izlaznog napona na trošilu i ulaznog napona na ulazu pojačala je *naponsko pojačanje*

$$A_V \equiv \frac{u_{iz}(t)}{u_{ul}(t)}. \quad (1.4)$$

Iako je na ulaz pojačala spojen naponski izvor signala  $u_{ul}(t)$ , u ulazni priključak pojačala ponekad teče ulazna struja  $i_{ul}(t)$ . Također kroz trošilo teče izlazna struja  $i_{iz}(t) = u_{iz}(t) / R_T$ . Omjer izlazne struje kroz trošilo i ulazne struje pojačala je *strujno pojačanje*

$$A_I \equiv \frac{i_{iz}(t)}{i_{ul}(t)}. \quad (1.5)$$

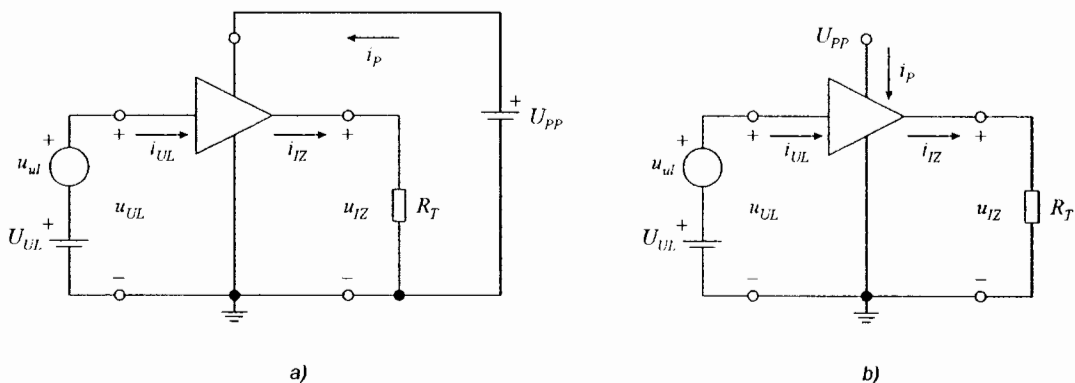
Osnovno svojstvo pojačala je *pojačanje snage* ulaznog signala<sup>1</sup>. Pojačanje snage pojačala omjer je snage predane trošilu i snage na ulazu pojačala

$$A_P \equiv \frac{P_{iz}(t)}{P_{ul}(t)} = \frac{u_{iz}(t) i_{iz}(t)}{u_{ul}(t) i_{ul}(t)} = A_V A_I. \quad (1.6)$$

<sup>1</sup> Po tom svojstvu pojačala se razlikuju od transformatora. U transformatoru izlazni napon sekundara može biti veći od ulaznog napona primara ili struja sekundara može biti veća od struje primara. Međutim u transformatoru je uvijek izlazna snaga u sekundaru manja od ulazne snage u primaru.

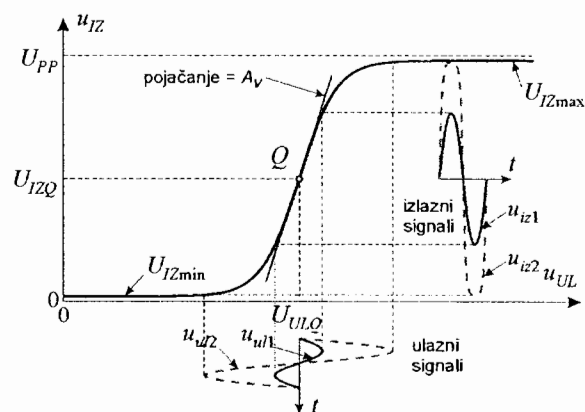
### 1.3.2. Napajanje, prijenosna karakteristika i snage

Za ispravan rad, pojačalo treba priključiti na istosmjerni napon napajanja. Povećanje snage signala koje se predaje trošilu  $R_T$ , u odnosu na snagu ulaznog signala, ostvaruje se upravo korištenjem snage istosmjernog napona napajanja. Napon napajanja prikazan je na slici 1.8a kao istosmjerni naponski izvor  $U_{PP}$ , spojen na posebni priključak pojačala. U elektroničkim shemama napon napajanja označava se pojednostavljeno prema slici 18b, kao točka s oznakom napona koji predstavlja istosmjerni potencijal prema masi.



Slika 1.8 – Priključak pojačala na napajanje: a) prikaz s istosmjernim naponskim izvorom, b) uobičajeni način označavanja napona napajanja.

Napon napajanja ograničava hod izlaznog napona  $u_{IZ}$ . To je vidljivo na tipičnoj prijenosnoj karakteristici pojačala  $u_{IZ} = f(u_{UL})$  prema slici 1.9.



Slika 1.9 – Prijenosna karakteristika pojačala s valnim oblicima signala.

Izlazni napon poprima vrijednosti isključivo iz intervala napona napajanja što uzrokuje nelinearnost prijenosne karakteristike. Linearni rast izlaznog napona  $u_{IZ}$  s ulaznim naponom  $u_{UL}$  prisutan je samo u uskom dijelu karakteristike. Uz veće promjene ulaznog napona izlazni napon ulazi u zasićenje, tj. poprima ili minimalnu vrijednost  $U_{IZmin}$  ili maksimalnu vrijednost  $U_{IZmax}$ . Tipično je napon  $U_{IZmin}$  malo veći od nule, a napon  $U_{IZmax}$  malo manji od napona napajanja  $U_{PP}$ . Kako je naponsko pojaćanje  $A_V = \partial u_{IZ} / \partial u_{UL}$ , odnosno određeno nagibom prijenosne

karakteristike, pojačanje  $A_V$  također je nelinearna funkcija ulaznog napona  $u_{UL}$ . U linearnom području prijenosne karakteristike pojačanje  $A_V$  je maksimalno i konstantno. Prelaskom u područja zasićenja izlazni se napon ne mijenja s ulaznim i pojačanje  $A_V$  se smanjuje prema nuli.

Pojačalo se ponaša kao linearni sklop isključivo u linearnom području prijenosne karakteristike, koje je pomaknuto prema pozitivnom naponu  $u_{UL}$ . Za linearni rad pojačala je, prema slici 1.8, na ulaz potrebno dovesti istosmjerni napon  $U_{UL}$ , koji dovodi radnu točku u linearni dio prijenosne karakteristike. Optimalna vrijednost istosmjernog ulaznog napona  $U_{ULQ}$  postavlja radnu točku  $Q$  u sredini linearnog dijela karakteristike. Za prijenosnu karakteristiku prema slici 1.9 to je ulazni napon  $U_{ULQ}$ , za koji je izlazni napon  $U_{IZQ}$  na sredini napona napajanja,  $U_{IZQ} = U_{PP} / 2$ . Radna točka  $Q$ , određena istosmjernim naponima  $U_{ULQ}$  i  $U_{IZQ}$ , zove se *statička radna točka*.

Priključkom vremenski promjenjivog ulaznog signala  $u_{ul}(t)$  ukupni ulazni napon  $u_{UL}$  mijenja se oko istosmjerne vrijednosti  $U_{UL} = U_{ULQ}$  u ritmu promjene signala  $u_{ul}$

$$u_{UL} = U_{ULQ} + u_{ul}(t). \quad (1.7)$$

Rezultat je pomicanje radne točke po prijenosnoj karakteristici pri čemu se mijenja i izlazni napon  $u_{IZ}$ . Mijenjajući iznos ulaznog napona  $u_{UL}$  u vremenu  $t$ , te očitavanjem pripadnih vrijednosti izlaznog napona  $u_{IZ}$  na prijenosnoj karakteristici, grafički se određuje valni oblik izlaznog napona  $u_{IZ}$ .

Ukoliko je amplituda ulaznog signala mala, radna točka pomiče se po linearnom dijelu prijenosne karakteristike oko statičke radne točke  $Q$ . U tom slučaju izlazni napon  $u_{IZ}$  sastoji se od dvije komponente

$$u_{IZ} = U_{IZQ} + u_{iz}(t), \quad (1.8)$$

od kojih je  $U_{IZQ}$  istosmjerna komponenta određena statičkom radnom točkom  $Q$ , a  $u_{iz}(t)$  je pojačani izlazni signal istog valnog oblika kao i ulazni signal  $u_{ul}(t)$ , pri čemu vrijedi  $u_{iz}(t) = A_V u_{ul}(t)$ . Pojačanje  $A_V$  je nagib prijenosne karakteristike u statičkoj radnoj točki  $Q$ .

Rad pojačala u linearnom dijelu prijenosne karakteristike ilustriran je na slici 1.9 u slučaju priključka sinusnog napona  $u_{ul1}$  male amplitude. Izlazni napon  $u_{iz1}$  također je sinusnog valnog oblika. Za napon  $u_{ul1}$  pojačalo radi linearno, u *režimu malog signala*. Zanimajući kontinuirani prijelaz iz linearnog dijela prijenosne karakteristike u područja zasićenja, maksimalna promjena ulaznog napona  $\Delta u_{UL\max}$  u linearnom radu pojačala je

$$\Delta u_{UL\max} = \frac{\Delta u_{IZ\max}}{A_V} = \frac{U_{IZ\max} - U_{IZ\min}}{A_V} \approx \frac{U_{PP}}{A_V}, \quad (1.9)$$

Uz priključeni ulazni signal veće amplitude, poput sinusnog napona  $u_{ul2}$  na slici 1.9, radna točka pomiče se po dijelu prijenosne karakteristike koji više nije linearna. Rezultat je izlazni napon  $u_{iz2}$  čiji valni oblik ne odgovara valnom obliku ulaznog napona  $u_{ul2}$ . Kao posljedica nelinearne prijenosne karakteristike, izlazni napon  $u_{iz2}$  je izobličen. To je nelinearni rad, tj. rad u *režimu velikog signala*. Za ulazni signal  $u_{ul2}$  pojačalo s prijenosnom karakteristikom na slici 1.9 nije više linearni sklop.

Zbog potrebe postavljanja radne točke u linearni dio prijenosne karakteristike ulazni i izlazni napon pojačala,  $u_{UL}$  i  $u_{IZ}$  posjeduju istosmjernu i vremenski promjenjivu, izmjeničnu komponentu. Isto vrijedi i za ulaznu i izlaznu struju pojačala,  $i_{UL}$  i  $i_{IZ}$ . Ponekad se za rad pojačala koriste dva napona napajanja, pozitivno  $U_{PP}$  i negativno  $-U_{NN}$ . Kod pojačala s dva napona napajanja moguće je središnji dio linearnog područja prijenosne karakteristike podesiti na napon  $u_{UL} = 0$ . U tom slučaju nije potrebno na ulaz pojačala dovoditi istosmjerni napon  $U_{UL}$ , te u linearnom radu pojačala napon  $u_{ul}$ , odnosno struja  $i_{ul}$  sadrže isključivo izmjenične komponente.

Napon napajanja  $U_{PP}$ , sa slike 1.8, predaje pojačalu struju  $i_P$ . Uz prisustvo ulaznog vremenski promjenjivog signala  $u_{ul}(t)$ , struja  $i_P$  također se mijenja s vremenom, te uz istosmjernu, sadrži i izmjeničnu komponentu  $i_P = I_P + i_p(t)$ . Trenutačna snaga koju napon napajanja predaje pojačalu je

$$p_{PP} = U_{PP} i_P. \quad (1.10)$$

Uz periodički ulazni signal, periode  $T$ , srednja snaga napona napajanja je

$$P_{PP} = \frac{1}{T} \int_0^T U_{PP} i_P dt = U_{PP} I_P. \quad (1.11)$$

Dio snage  $P_{PP}$  pretvara se u korisnu snagu izmjeničnog signala na trošilu, a dio se troši na rad pojačala. Djelotvornost pojačala definira se kao odnos korisne snage signala na trošilu i ukupne snage koju je potrebno predati pojačalu za njegov rad

$$\eta = \frac{P_{T,ac}}{P_{PP}}, \quad (1.12)$$

gdje je  $P_{T,ac}$  srednja snaga signala predana trošilu

$$P_{T,ac} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{IZ}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_{IZ}(t) i_{IZ}(t) dt. \quad (1.13)$$

Indeks ac u  $P_{T,ac}$  označava izmjeničnu komponentu snage trošila. Osim izmjenične snage  $P_{T,ac}$ , na trošilu se može razviti i istosmjerna snaga  $P_{T,DC}$ , kao posljedica istosmjernih napona i struje trošila potrebnih za linearni rad pojačala. Pojačalu se osim snage napajanja dovodi i ulazna snaga  $p_{UL} = u_{UL} i_{UL}$ . Ulazna snaga je redovito znatno manja od snage izvora napajanja, te se u izrazu (1.12) zanemaruje.

### Primjer 1.1

Pojačalo je priključeno na pozitivni napon napajanja  $U_{PP} = 15 \text{ V}$ . Na ulaz pojačala doveden je sinusni napon amplitude 75 mV, a trošilu otpora 1,5 k $\Omega$  predaje se sinusni napon amplitude 6 V. Iz izvora napajanja pojačalo troši istosmjernu struju od 5 mA. Amplituda ulazne sinusne struje pojačala je 0,1 mA. Odrediti naponsko i strujno pojačanje, pojačanje snage i djelotvornost pojačala.

Rješenje:

Budući da su ulazni i izlazni napon istog valnog oblika pojačalo radi linearno. Vrijedi

$$A_V = \frac{U_{izm}}{U_{ulm}} = \frac{6}{0,075} = 80,$$

$$I_{izm} = \frac{U_{izm}}{R_T} = \frac{6}{1,5} = 4 \text{ mA},$$

$$A_I = \frac{I_{izm}}{I_{ulm}} = \frac{4}{0,1} = 40,$$

$$A_P = A_V A_I = 80 \cdot 40 = 3200,$$

$$P_{PP} = U_{PP} I_P = 15 \cdot 5 = 75 \text{ mW},$$

$$P_{T,ac} = U_{iz} I_{iz} = \frac{U_{izm}}{\sqrt{2}} \frac{I_{izm}}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ mW},$$

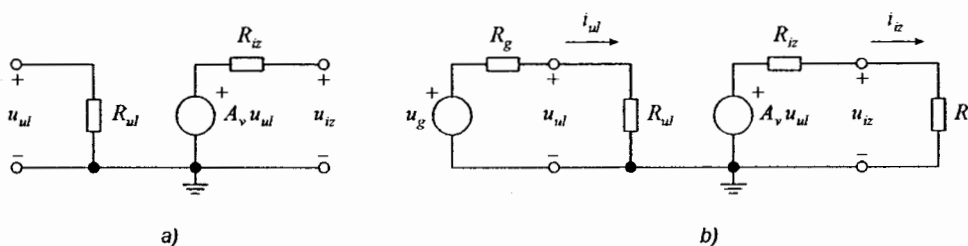
$$\eta = \frac{P_{T,ac}}{P_{PP}} = \frac{12}{75} = 0,16 = 16 \%$$

### 1.3.3. Sklopovski modeli

U složenim elektroničkim sustavima pojačala se prikazuju nadomjesnim shemama odnosno sklopovskim modelima koji opisuju njihova osnovna svojstva neovisno o konkretnoj sklopovskoj realizaciji. Modeli vrijede za linearni rad pojačala, te za izmjenične napone i struje.

#### Naponsko pojačalo

Na slici 1.10a prikazan je sklopovski model naponskog pojačala. Pojačanje ulaznog napona pojačala  $u_{ul}$  definira naponski ovisni naponski izvor  $A_v u_{ul}$ , sa serijski spojenim izlaznim otporom  $R_{iz}$ . Svojstvo da uz priključen ulazni napon  $u_{ul}$  u pojačalo teče ulazna struja  $i_{ul}$  opisuje ulazni otpor  $R_{ul} = u_{ul} / i_{ul}$ . Pojačanje  $A_v$ , te otpori  $R_{ul}$  i  $R_{iz}$  parametri su pojačala.



Slika 1.10 – Naponsko pojačalo: a) sklopovski model, b) priklučak izvora signala i trošila.

Na slici 1.10b na ulaz pojačala spojen je naponski izvor signala  $u_g$  s unutarnjim otporom  $R_g$ , a na izlaz trošilo otpora  $R_T$ . Zbog utjecaja konačnog izlaznog otpora pojačala  $R_{iz}$  na trošilo dolazi dio pojačanog ulaznog napona  $A_v u_{ul}$ , određen naponskim djelilom s otporima  $R_{iz}$  i  $R_T$ .

$$u_{iz} = A_v u_{ul} \frac{R_T}{R_{iz} + R_T}, \quad (1.14)$$

te je naponsko pojačanje pojačala

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T}. \quad (1.15)$$

Kako bi se što veći dio pojačanog napona  $A_v u_{ul}$  predao trošilu izlazni otpor pojačala  $R_{iz}$  treba biti što manji u odnosu na otpor trošila  $R_T$ . Kod idealnog naponskog pojačala, čije pojačanje ne ovisi o otporu trošila, izlazni otpor teži k nuli,  $R_{iz} \rightarrow 0$ . Parametar naponskog pojačala  $A_v$ , označen s malim indeksom "v", je naponsko pojačanje *neopterećenog pojačala*, uz  $R_T \rightarrow \infty$  ili otvoreni izlazni krug uz  $i_{iz} = 0$

$$A_v \equiv \left. \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \right|_{i_{iz} = 0}. \quad (1.16)$$

Uz konačni unutarnji otpor  $R_g$  izvora signala  $u_g$ , na ulaz pojačala dolazi samo dio napona  $u_g$ , određen otpornim djelilom  $R_g$  i  $R_{ul}$

$$u_{ul} = u_g \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}}. \quad (1.17)$$

Da bi se priključkom pojačala na izvor ulaznog signala izgubio što manji dio ulaznog napona, tj. da bi ulazni napon bio neovisan o otporu generatora, ulazni otpor pojačala  $R_{ul}$  treba biti što veći u odnosu na unutarnji otpor izvora  $R_g$ . U idealnom naponskom pojačalu, kod kojeg ulazni otpor  $R_{ul} \rightarrow \infty$ , kompletan napon izvora  $u_g$  dolazi na ulaz pojačala.

Naponsko pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala je

$$A_{vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \frac{u_{ul}}{u_g} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}}. \quad (1.18)$$

Općenito je pojačanje  $A_{vg}$  manje od pojačanje neopterećenog pojačala  $A_v$ . Uz konačni ulazni otpor pojačala  $R_{ul}$  dio ulaznog signala  $u_g$  gubi se na unutarnjem otporu izvora  $R_g$  i ne pojačava se. Uz konačni izlazni otpor pojačala  $R_{iz}$  dio pojačanog napona  $A_v u_{ul}$  gubi se na izlaznom otporu i ne predaje se otporu trošila  $R_T$ . Kod idealnog naponskog pojačala, uz  $R_{ul} \rightarrow \infty$  i  $R_{iz} \rightarrow 0$ , pojačanje  $A_{vg} \rightarrow A_v \rightarrow A_v$ .

U ulazni otpor  $R_{ul}$  naponskog pojačala, prema slici 1.10b, teče ulazna struja  $i_{ul}$ , a u otpor trošila  $R_T$  izlazna struja  $i_{iz}$ . Uz naponsko, može se odrediti i strujno pojačanje naponskog pojačala

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{u_{iz} / R_T}{u_{ul} / R_{ul}} = A_V \frac{R_{ul}}{R_T}. \quad (1.19)$$

Snage ulaznog i izlaznog signala su

$$p_{ul} = u_{ul} i_{ul} = \frac{u_{ul}^2}{R_{ul}} = i_{ul}^2 R_{ul}, \quad (1.20)$$

$$p_{iz} = u_{iz} i_{iz} = \frac{u_{iz}^2}{R_T} = i_{iz}^2 R_T, \quad (1.21)$$

te je pojačanje snage naponskog pojačala

$$A_P = \frac{p_{iz}}{p_{ul}} = A_V A_I = A_V^2 \frac{R_{ul}}{R_T} = A_I^2 \frac{R_T}{R_{ul}}. \quad (1.22)$$

### Primjer 1.2

Izlazni napon naponskog pojačala smanji se za 25% kada se na njegov izlaz priključi trošilo od 1 kΩ. Koliki je izlazni otpor pojačala?

Rješenje:

Priključkom trošila pojačanje pojačala je

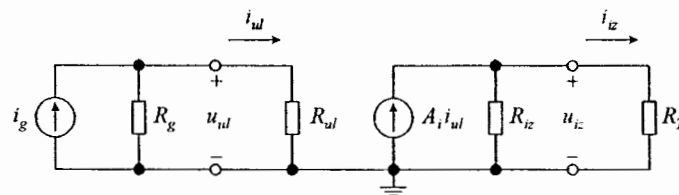
$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T},$$

gdje je  $A_v$  pojačanje neopterećenog pojačala. Izlazni otpor je

$$R_{iz} = R \left( \frac{A_v}{A_V} - 1 \right) = 1 \cdot \left( \frac{1}{0,75} - 1 \right) = 333 \, \Omega,$$

### Strujno pojačalo

Pojačalo koje pojačava ulaznu struju i predaje trošilu izlaznu struju je strujno pojačalo. Na slici 1.11 prikazan je model strujnog pojačala. Parametri pojačala su strujno pojačanje  $A_I$ , te ulazni i izlazni otpori  $R_{ul}$  i  $R_{iz}$ . Na ulaz pojačala spojen je izvor strujnog signala  $i_g$ , s unutarnjim otporom  $R_g$ , a na izlaz trošilo otpora  $R_T$ .



Slika 1.11 – Strujno pojačalo s priključenim izvorom signala i trošilom.



Izlazna struja pojačala  $i_{iz}$  dio je pojačane struje  $A_i i_{ul}$ , određena strujnim djelilom s otporima  $R_{iz}$  i  $R_T$ . Strujno pojačanje je

$$A_i = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = A_i \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T}. \quad (1.23)$$

Da bi se što veći dio pojačane struje  $A_i i_{ul}$  predao trošilu, izlazni otpor pojačala  $R_{iz}$  treba biti što veći u odnosu na otpor trošila  $R_T$ . U idealnom strujnom pojačalu izlazni otpor  $R_{iz} \rightarrow \infty$  i strujno pojačanje  $A_i$  ne ovisi o otporu trošila. Parametar  $A_i$  je strujno pojačanje neopterećenog pojačala, uz  $R_T \rightarrow 0$  odnosno uz kratki spoj izlaza  $u_{iz} = 0$

$$A_i \equiv \left. \frac{i_{iz}}{i_{ul}} \right|_{u_{iz}=0}. \quad (1.24)$$

U strujno pojačalo ulazi samo dio struje izvora signala  $i_g$ , jer se dio gubi u unutarnjem otporu izvora  $R_g$ . Ulaznu struju određuje strujno djelilo s otporima  $R_g$  i  $R_{ul}$

$$i_{ul} = i_g \frac{R_g}{R_g + R_{ul}}. \quad (1.25)$$

Strujno pojačalo treba imati što manji ulazni otpor  $R_{ul}$ , kako bi se što veći dio struje  $i_g$  predao ulazu pojačala. U idealnom strujnom pojačalu ulazni otpor  $R_{ul} \rightarrow 0$ .

Strujno pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala je

$$A_{ig} = \frac{i_{iz}}{i_g} = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} \frac{i_{ul}}{i_g} = A_i \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} \frac{R_g}{R_g + R_{ul}}. \quad (1.26)$$

Zbog dijeljenja struja u ulaznom i u izlaznom krugu pojačanje  $A_{ig}$  manje je od pojačanja  $A_i$ . U idealnom strujnom pojačalu, uz  $R_{ul} \rightarrow 0$  i  $R_{iz} \rightarrow \infty$ , strujna pojačanja  $A_{ig} \rightarrow A_i \rightarrow A_i$ .

Na ulaznom otporu  $R_{ul}$  pojačala sa slike 1.11 javlja se ulazni napon  $u_{ul}$ , a na otporu trošila  $R_T$  izlazni napon  $u_{iz}$ , pa se uz strujno, može računati i naponsko pojačanje strujnog pojačala

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{i_{iz} R_T}{i_{ul} R_{ul}} = A_i \frac{R_T}{R_{ul}}. \quad (1.27)$$

Kako su snage ulaznog i izlaznog signala određene jednadžbama (1.20) i (1.21), pojačanje snage strujnog pojačala računa se kao i pojačanje snage naponskog pojačala primjenom (1.22).

### **Strmisko i otporno pojačalo**

Kod naponskog i strujnog pojačala oba signala, ulazni i izlazni, istog su tipa, ili naponski ili strujni. Za različite tipove ulaznih i izlaznih signala definiraju se dvije vrste pojačala: strmisko i otporno. Ovisno o odabiru tipova signala na ulazu i na izlazu definiraju se četiri tipa pojačala. Nazivi, modeli, parametri i svojstva idealnih pojačala prikazani su u tablici 1.1.

Tablica 1.1 – Tipovi pojačala.

Tip	Model	Pojačanje	Idealno pojačalo
Naponsko pojačalo		$A_v \equiv \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \Big _{i_{iz}=0}$	$R_{ul} \rightarrow \infty$ $R_{iz} \rightarrow 0$
Strujno pojačalo		$A_i \equiv \frac{i_{iz}}{i_{ul}} \Big _{u_{iz}=0}$	$R_{ul} \rightarrow 0$ $R_{iz} \rightarrow \infty$
Strminsko pojačalo		$G_m \equiv \frac{i_{iz}}{u_{ul}} \Big _{u_{iz}=0}$	$R_{ul} \rightarrow \infty$ $R_{iz} \rightarrow \infty$
Otporno pojačalo		$R_m \equiv \frac{u_{iz}}{i_{ul}} \Big _{i_{iz}=0}$	$R_{ul} \rightarrow 0$ $R_{iz} \rightarrow 0$

Strminsko pojačalo pojačava ulazni napon  $u_{ul}$  i trošilu predaje izlaznu struju  $i_{iz}$ . Priključkom otpora trošila  $R_T$  na izlaz strminskog pojačala opisanog modelom iz tablice 1.1, strminsko pojačanje je

$$G_M = \frac{i_{iz}}{u_{ul}} = G_m \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T}. \quad (1.28)$$

Za razliku od naponskog i strujnog pojačanja, koji su bezdimenzijske veličine, strminsko pojačanje ima dimenziju amper po voltu (A/V). Parametar  $G_m$  je strminsko pojačanje neopterećenog pojačala, uz  $R_T \rightarrow 0$  ili kratki spoj izlaza  $u_{iz} = 0$ . Da bi se što veći dio napona izvora signala  $u_g$ , s konačnim unutarnjim otporom  $R_g$ , predao ulazu pojačala ulazni otpor pojačala  $R_{ul} \rightarrow \infty$ , a da bi se što veći dio pojačane struje  $G_m u_{ul}$  predao trošilu izlazni otpor pojačala  $R_{iz} \rightarrow \infty$ .

Uz strminsko, mogu se odrediti naponsko i strujno pojačanje strminskog pojačala

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{i_{iz} R_T}{u_{ul}} = G_M R_T, \quad (1.29)$$

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{i_{iz}}{u_{ul} / R_{ul}} = G_M R_{ul} . \quad (1.30)$$

U otpornom pojačalu pojačava se ulazna struja  $i_{ul}$ , a trošilu se predaje izlazni napon  $u_{iz}$ . Ako se na izlaz modela otpornog pojačala iz tablice 1.1 priključi otpor trošila  $R_T$ , otporno pojačanje je

$$R_M = \frac{u_{iz}}{i_{ul}} = R_m \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} . \quad (1.31)$$

Pojačanje ima dimenziju volt po amperu (V/A). Parametar  $R_m$  je otporno pojačanje neopterećenog pojačala, uz  $R_T \rightarrow \infty$  ili otvoreni izlazni krug  $i_{iz} = 0$ . Za manji gubitak signala u ulaznom i izlaznom krugu pojačala ulazni i izlazni otpori trebaju biti što manji, odnosno  $R_{ul} \rightarrow 0$  i  $R_{iz} \rightarrow 0$ .

Naponsko i strujno pojačanje otpornog pojačala

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{u_{iz}}{i_{ul} R_{ul}} = R_M / R_{ul} , \quad (1.32)$$

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{u_{iz} / R_T}{i_{ul}} = R_M / R_T . \quad (1.33)$$

#### 1.3.4. Pojačanja u decibelima

Često se pojačanja napona, struje i snage, kao odnosi istovrsnih veličina izlaznog i ulaznog signala, izražavaju u logaritamskom mjerilu, odnosno u decibelima (dB). Pojačanje snage u decibelima definirano je izrazom

$$A_P = 10 \log \frac{P_{iz}}{P_{ul}} , \text{ dB} . \quad (1.34)$$

Uvrštenjem (1.20) i (1.21) slijedi

$$A_P = 20 \log \frac{u_{iz}}{u_{ul}} + 10 \log \frac{R_{ul}}{R_T} , \text{ dB} , \quad (1.35)$$

$$A_P = 20 \log \frac{i_{iz}}{i_{ul}} + 10 \log \frac{R_T}{R_{ul}} , \text{ dB} . \quad (1.36)$$

Prvi pribrojnici u (1.35) i (1.36) predstavljaju naponsko, odnosno strujno pojačanje. Ta se pojačanja u decibelima izražavaju kao

$$A_V = 20 \log \frac{u_{iz}}{u_{ul}} , \text{ dB} , \quad (1.37)$$

$$A_I = 20 \log \frac{i_{iz}}{i_{ul}} , \text{ dB} . \quad (1.38)$$

### 1.3.5. Frekvencijska karakteristika

Budući se ulazni signali pojačala mogu rastaviti na zbroj sinusnih signala, svojstva pojačala određuju se ispitivanjem odziva pojačala na sinusne signale različitih frekvencija. Time se dobiva *frekvencijski odziv* pojačala.

Ukoliko se na ulaz pojačala prema slici 1.7b priključi ulazni sinusni napon

$$u_{ul} = U_{ulm} \sin \omega t, \quad (1.39)$$

uz rad pojačala u linearnom režimu, izlazni napon biti će oblika

$$u_{iz} = U_{izm} \sin(\omega t + \phi). \quad (1.40)$$

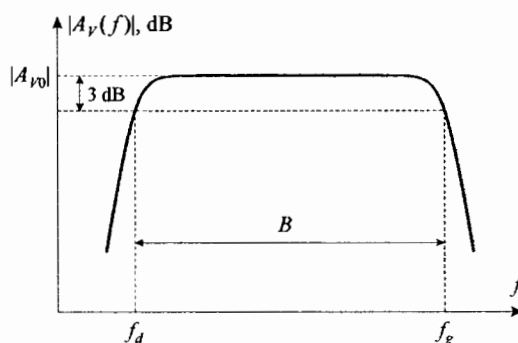
Izlazni napon također je sinusnog valnog oblika i iste frekvencije  $f = \omega / (2\pi)$  kao i ulazni napon. Od svih periodičkih signala jedino sinusni signal prolaskom kroz linearni sklop uvijek zadržava isti valni oblik. Ulazni i izlazni napon pojačala razlikuju se u amplitudi i u faznom pomaku, odnosno za svaku frekvenciju  $f$  definiraju se amplituda  $|A_V(f)|$  i faza  $\angle A_V(f)$  naponskog pojačanja

$$|A_V(f)| = \frac{U_{izm}}{U_{ulm}}, \quad (1.41)$$

$$\angle A_V(f) = \phi. \quad (1.42)$$

Mijenjanjem frekvencije  $f$  ulaznog sinusnog napona i očitavanjem pripadajućeg izlaznog napona pojačala određuju se, prema (1.41) i (1.42) nove vrijednosti amplitude i faze. Na taj način određuje se amplituda i faza pojačanja u ovisnosti o frekvenciji koji zajedno čine *frekvencijsku karakteristiku* pojačala.

Slika 1.12 prikazuje tipičnu amplitudnu frekvencijsku karakteristiku pojačala. Amplituda naponskog pojačanja prikazana je u decibelima. U području frekvencija, koje se naziva *područje srednjih frekvencija*, pojačanje je konstantno iznosa  $A_{V0}$ . Na visokim i niskim frekvencijama pojačanje se smanjuje. Frekvencije na kojima se pojačanje smanji na iznos  $A_{V0} / \sqrt{2}$  ili za 3 dB u odnosu na pojačanje na srednjim frekvencijama zovu se granične frekvencije. Na slici 1.12 s  $f_d$  označena je *donja granična frekvencija*, a s  $f_g$  *gornja granična frekvencija*.



Slika 1.12 – Amplitudna frekvencijska karakteristika pojačala.

Za frekvencije niže od  $f_d$  govori se o *području niskih frekvencija*, a za frekvencije više od  $f_g$  o *području visokih frekvencija*. Razlika graničnih frekvencija

$$B = f_g - f_d \quad (1.43)$$

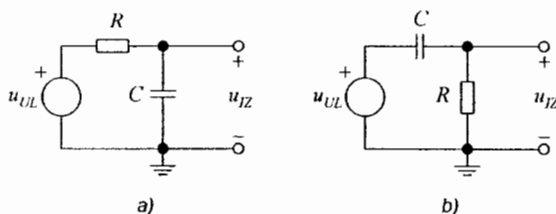
naziva se *širina frekvencijskog pojasa pojačala*.

Za određenu primjenu frekvencijska karakteristika pojačala projektira se tako da se širina frekvencijskog pojasa  $B$  podudara sa spektrom ulaznog signala koji se pojačava. Ukoliko to nije zadovoljeno, komponente spektra ulaznog signala, koje ulaze u područje niskih ili visokih frekvencija, manje se pojačavaju što rezultira izobličenjem izlaznog signala, tj. promjenom njegovog valnog oblika u odnosu na ulazni.

Kod svih realnih pojačala pojačanje se smanjuje u području visokih frekvencija, tj. sva pojačala imaju gornju graničnu frekvenciju  $f_g$ . Postoje međutim pojačala kod kojih se pojačanje ne smanjuje na niskim frekvencijama i koja nemaju donju graničnu frekvenciju  $f_d$ . Budući da im se područje srednjih frekvencija proteže do frekvencije  $f \rightarrow 0$ , ta se pojačala zovu *istosmjerna pojačala*.

Osim za naponsko pojačanje, frekvencijska karakteristika određuje se i za druge prijenosne funkcije pojačala, npr. za strujno pojačanje.

Promjena amplitude i faze pojačanja s frekvencijom uzrokovana je djelovanjem reaktancija, tj. utjecajima kapaciteta i induktiviteta. U pojačalu su to većinom kapacitivni utjecaji, neovisno o tome radi li se o kapacitetima kondenzatora ili o parazitnim kapacitetima drugih elemenata sklopa. Utjecaj kapaciteta na pad pojačanja na visokim i niskim frekvencijama može se analizirati iz frekvencijskog odziva jednostavnih  $RC$  i  $CR$ -mreža, prikazanih na slici 1.13.



Slika 1.13 – a)  $RC$ -mreža, b)  $CR$ -mreža.

### Frekvencijska karakteristika $RC$ -mreže

Frekvencijska karakteristika  $RC$ -mreže sa slike 1.13a određuje se tako da se na ulaz priključi sinusni napon

$$u_{UL} = u_{ul} = U_{ulm} \sin \omega t. \quad (1.44)$$

Izlazni napon također je sinusni napon iste frekvencije. Otpor  $R$  i kapacitet  $C$  čine naponsko djelilo. Uvrštenjem impedancije kapaciteta  $Z_C = 1/(j\omega C)$ , prijenosna funkcija mreže je

$$T = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_1} \quad (1.45)$$

$U_{iz}$  i  $U_{ul}$  su efektivne vrijednosti izlaznog i ulaznog sinusnog napona ( $U_{iz} = U_{izm}/\sqrt{2}$  i  $U_{ul} = U_{ulm}/\sqrt{2}$ ), a frekvencija  $\omega_1 = 1/(RC)$ . Frekvencijska karakteristika prijenosne funkcije (1.45) kompleksna je funkcija frekvencije  $\omega$ .

Karakteristika (1.45) može se crtati primjenom *Bodeovog dijagrama*. Bodeov dijagram sastoji se od dva grafa: od amplitudne i od fazne karakteristike, koje se crtaju u ovisnosti o frekvenciji. Amplituda se nanosi u decibelima, a faza u stupnjevima, Frekvencija se nanosi u logaritamskom mjerilu. Ovakvim odabirom crtanja Bodeovog dijagrama, frekvencijske karakteristike realnih pojačala mogu se dobro aproksimirati izlomljenim pravcima.

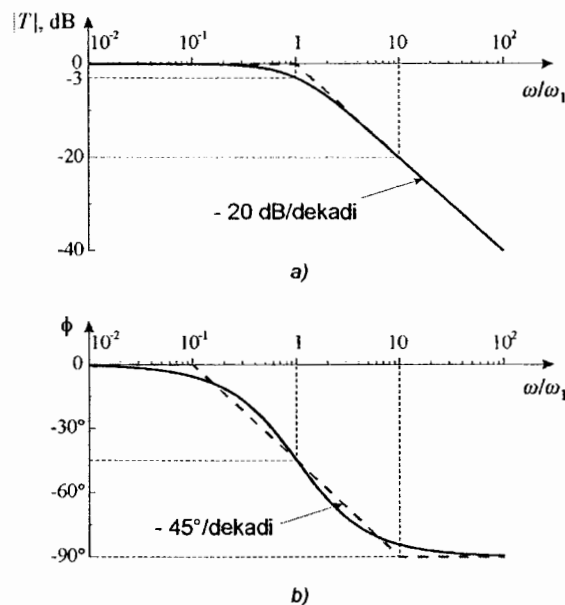
Amplituda prijenosne funkcije (1.45) je

$$|T| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_1)^2}}, \quad (1.46)$$

odnosno u decibelima

$$|T|_{dB} = 20 \log(1) - 20 \log \sqrt{1 + (\omega/\omega_1)^2} = -20 \log \sqrt{1 + (\omega/\omega_1)^2}, \text{ dB}. \quad (1.47)$$

Amplitudna karakteristika prikazana je punom crtom na slici 1.14a. Na frekvencijama  $\omega \ll \omega_1$  zanemarenjem člana  $(\omega/\omega_1)^2$  u izrazu pod korijenom iz (1.47) slijedi



**Slika 1.14** – Bodeov dijagram frekvencijske karakteristike RC-mreže:

a) amplitudana karakteristika, b) fazna karakteristika.

$$\text{za } \omega \ll \omega_1 \quad |T| \approx -20 \log(1) = 0 \text{ dB} . \quad (1.48)$$

Za frekvencije  $\omega \gg \omega_1$  može se zanemariti 1 u izrazu pod korijenom, te (1.47) prelazi u

$$\text{za } \omega \gg \omega_1 \quad |T| \approx -20 \log(\omega / \omega_1), \text{ dB} . \quad (1.49)$$

Amplituda se prema (1.49) smanjuje s frekvencijom  $\omega$ . U amplitudnom Bodeovom dijagramu (1.49) predstavlja pravac, koji siječe os apscisa na frekvenciji  $\omega = \omega_1$ . Za  $\omega = 10\omega_1$   $|T| = -20 \text{ dB}$ , a za  $\omega = 100\omega_1$  amplituda  $|T| = -40 \text{ dB}$ . Promjena frekvencije za 10 puta naziva se dekada, te je nagib pravca  $-20 \text{ dB}$  po dekadi. Za frekvenciju  $\omega = \omega_1$  amplituda prijenosne funkcije, prema (1.47) je

$$\text{za } \omega = \omega_1 \quad |T| = -20 \log \sqrt{2} = -3 \text{ dB} . \quad (1.50)$$

Prema (1.48) i (1.49), karakteristika (1.47) može se aproksimirati s dva segmenta pravca, pri čemu (1.48) vrijedi za  $\omega < \omega_1$ , a (1.49) za  $\omega > \omega_1$ . Aproksimirana karakteristika, prikazana crtkano na slici 1.14a, dobro se slaže s točnom karakteristikom. Najveće odstupanje aproksimirane i točne amplitudne karakteristike je na frekvenciji  $\omega = \omega_1$  i iznosi 3 dB.

Faza prijenosne funkcije (1.45) je<sup>2</sup>

$$\phi = 0^\circ - \arctg(\omega / \omega_1) = -\arctg(\omega / \omega_1) . \quad (1.51)$$

Fazna karakteristika prikazana je na slici 1.14b punom crtom. Za frekvencije  $\omega \ll \omega_1$  faza  $\phi \approx 0^\circ$ , za frekvencije  $\omega \gg \omega_1$  faza  $\phi \approx -90^\circ$ , a za frekvenciju  $\omega = \omega_1$  faza  $\phi = -45^\circ$ . Funkcija  $\arctg$  može se dobro aproksimirati s tri segmenta pravca, prikazana na slici 1.14b crtkano. Po toj se aproksimaciji za frekvencije  $\omega_1/10 < \omega < 10\omega_1$  faza linearno smanjuje s frekvencijom, s nagibom od  $-45^\circ$  po dekadi. Za  $\omega < \omega_1/10$  faza se aproksimira s  $0^\circ$ , a za  $\omega > 10\omega_1$  s  $-90^\circ$ . Maksimalna odstupanja između točne i aproksimirane fazne karakteristike su  $5,7^\circ$  za  $\omega = \omega_1/10$  i  $\omega = 10\omega_1$ .

Prema slici 1.14a RC-mreža dobro propušta ulazni signal na niskim i srednjim, a guši izlazni signal, odnosno smanjuje ga na visokim frekvencijama. Zbog toga se ta mreža naziva niskopropusni filter. Smanjenje izlaznog napona posljedica je smanjenja impedancije  $Z_C$  kapaciteta  $C$  s porastom frekvencije. U području niskih i srednjih frekvencija impedancija  $Z_C$  znatno je veća od otpora  $R$ . Kapacitet  $C$  je praktički prekid, izlazni napon jednak je ulaznom i prijenosna funkcija (1.45) je realan broj jednak jedinici. Na visokim frekvencijama impedancija  $Z_C$  teži prema krakom spoju, a izlazni napon prema nuli. Na frekvenciji  $\omega_1$  iznos impedancije kapaciteta jednak je otporu  $R$

$$|Z_C(\omega_1)| = \frac{1}{\omega_1 C} = R . \quad (1.52)$$

Na toj frekvenciji  $\omega_1$  amplituda prijenosne funkcije je  $1/\sqrt{2}$  prema (1.46) ili  $-3 \text{ dB}$  prema (1.47). Prema definiciji, frekvencija  $\omega_1$  je gornja granična frekvencija RC-mreže

<sup>2</sup> Faza razlomka je faza brojnika minus faza nazivnika.

$$\omega_g = \omega_1 = \frac{1}{RC}. \quad (1.53)$$

Recipročna vrijednost frekvencije  $\omega_g$  određena je umnoškom otpora i kapaciteta, koji se naziva vremenska konstanta  $\tau = RC$  i ima dimenziju sekunde.

### Frekvencijska karakteristika CR-mreže

Uz priključak sinusnog napona, opisanog s (1.44), na ulaz CR-mreže, prema slici 1.13b, prijenosna funkcija je

$$T = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_1}. \quad (1.54)$$

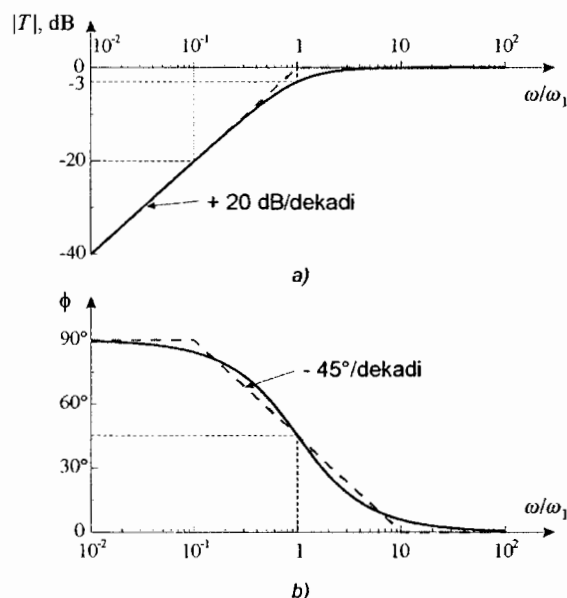
Amplituda prijenosne funkcije (1.54) je

$$|T| = \frac{\omega/\omega_1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_1)^2}}, \quad (1.55)$$

a u decibelima

$$|T| = 20 \log(\omega/\omega_1) - 20 \log \sqrt{1 + (\omega/\omega_1)^2}, \text{ dB}. \quad (1.56)$$

Bodeov dijagram amplitudne karakteristike prikazan je punom crtom na slici 1.15a. Za frekvencije  $\omega \ll \omega_1$  može se zanemariti član  $(\omega/\omega_1)^2$  u izrazu pod korijenom, te (1.56) postaje



**Slika 1.15** – Bodeov dijagram frekvencijske karakteristike CR-mreže:  
a) amplitudana karakteristika, b) fazna karakteristika.



$$\text{za } \omega \ll \omega_1 \quad |T| \approx 20 \log(\omega / \omega_1) - 20 \log(1) = 20 \log(\omega / \omega_1), \text{ dB} . \quad (1.57)$$

Amplituda prijenosne funkcije raste s frekvencijom  $\omega$ . U amplitudnom Bodeovom dijagramu (1.57) je pravac s nagibom od +20 dB po dekadu koji sječe os apscisa na frekvenciji  $\omega_1$ . Za frekvencije  $\omega \gg \omega_1$ , uz zanemarenje 1 u izrazu pod korijenom, (1.56) prelazi u

$$\text{za } \omega \gg \omega_1 \quad |T| \approx 20 \log(\omega / \omega_1) - 20 \log(\omega / \omega_1) = 0 \text{ dB} . \quad (1.58)$$

Na frekvenciji  $\omega = \omega_1$  amplituda prijenosne funkcije (1.56) je

$$\text{za } \omega = \omega_1 \quad |T| = 20 \log(1) - 20 \log \sqrt{2} = -3 \text{ dB} . \quad (1.59)$$

Aproksimativna amplitudna karakteristika (1.56), prikazana je na slici 1.15a crtkano i sastoji se od dva segmenta pravca određena s (1.57) za  $\omega < \omega_1$  i s (1.58) za  $\omega > \omega_1$ . Aproksimirana i točna amplitudna karakteristika najviše se razlikuju za 3 dB na frekvenciji  $\omega = \omega_1$ .

Faza prijenosne funkcije (1.54) je

$$\phi = 90^\circ - \arctg(\omega / \omega_1) . \quad (1.60)$$

Na slici 1.15b fazna karakteristika prikazana je punom linijom. Faza teži prema  $90^\circ$  za frekvencije  $\omega \ll \omega_1$ , iznosi  $45^\circ$  za  $\omega = \omega_1$  i teži prema  $0^\circ$  za  $\omega \gg \omega_1$ . Aproksimativna fazna karakteristika, prikazana crtkano na slici 1.15b, sastoji se od tri segmenta pravca: konstantna faza od  $90^\circ$  za  $\omega < \omega_1/10$ , linearna promjena faze od  $90^\circ$  do  $0^\circ$  za  $\omega_1/10 < \omega < 10\omega_1$ , te konstantna faza od  $0^\circ$  za  $\omega > 10\omega_1$ . Maksimalna odstupanja između točne i aproksimirane fazne karakteristike su na frekvencijama  $\omega = \omega_1/10$  i  $\omega = 10\omega_1$  i iznose  $5,7^\circ$ .

CR-mreža guši izlazni signal na niskim, a dobro propušta ulazni signal na srednjim i visokim frekvencijama, te se naziva visokopropusni filter. Sa smanjenjem frekvencije, impedancija  $Z_C$  kapaciteta  $C$  povećava se i sprječava prolaz signala od ulaza prema izlazu. Na srednjim i visokim frekvencijama impedancija  $Z_C$  je mala i praktički predstavlja kratki spoj. Izlazni napon jednak je ulaznom, te je prijenosna funkcije realan broj iznosa 1. Budući da na frekvenciji  $\omega_1$  amplituda prijenosne funkcije iznosi  $1/\sqrt{2}$  prema (1.55) ili -3 dB prema (1.56), frekvencija  $\omega_1$  predstavlja donju graničnu frekvenciju

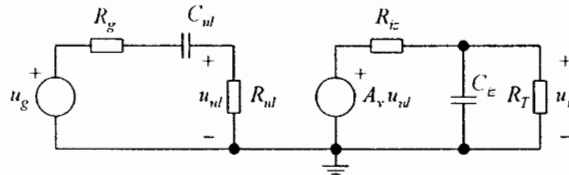
$$\omega_d = \omega_1 = \frac{1}{RC} , \quad (1.61)$$

određenu s vremenskom konstantom  $\tau = RC$  CR-mreže.

Frekvencijskom analizom RC i CR-mreža može se zaključiti da smanjenje prijenosne funkcije na niskim frekvencijama uzrokuju kapaciteti spojeni serijski signalu, a smanjenje prijenosne funkcije na visokim frekvencijama uzrokuju kapaciteti spojeni paralelno signalu. Frekvenciju kod koje dolazi do smanjenja prijenosne funkcije, ne određuje izravno iznos kapaciteta  $C$ , već vremenska konstanta  $\tau = RC$ . Uključenjem kapaciteta u modele pojačala, prema tablici 1.1, definira se njihov frekvencijski odziv. Ulazni i izlazni krug modela pojačala može sadržavati i serijske i paralelne kapacitete, pri čemu su njihovi utjecaji na frekvencijsku karakteristiku opisani jednostavnim RC i CR-mrežama.

### Primjer 1.3

Odrediti frekvencijsku karakteristiku pojačanja  $A_{Vg} = U_{iz} / U_g$  pojačala na slici 1.16. Ulazni napon  $u_g = U_{gm} \sin \omega t$ . Zadano je:  $A_v = 100$ ,  $R_{ul} = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{iz} = 50 \Omega$ ,  $R_g = 100 \Omega$ ,  $R_T = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{ul} = 1 \mu\text{F}$  i  $C_{iz} = 10 \text{ pF}$ . Nacrtati Bodeov dijagram amplitudne karakteristike pojačanja  $A_{Vg}$ .



Slika 1.16 – Primjer pojačala s uključenim kapacitetima.

Rješenje:

Paralelna kombinacija kapaciteta  $C_{iz}$  i otpora tereta  $R_T$  u izlaznom krugu može se nadomjestiti impedancijom

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_{iz}} \parallel R_T = \frac{R_T}{1 + j\omega R_T C_{iz}}.$$

Izlazni napon je

$$U_{iz} = A_v U_{ul} \frac{Z_2}{R_{iz} + Z_2} = A_v U_{ul} \frac{\frac{R_T}{1 + j\omega R_T C_{iz}}}{R_{iz} + \frac{R_T}{1 + j\omega R_T C_{iz}}} = \frac{A_v U_{ul} R_T}{R_{iz} + R_T + j\omega R_{iz} R_T C_{iz}},$$

odakle je

$$\frac{U_{iz}}{U_{ul}} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} \frac{1}{1 + j\omega (R_{iz} \parallel R_T) C_{iz}},$$

Iz ulaznog kruga slijedi

$$\frac{U_{ul}}{U_g} = \frac{R_{ul}}{R_g + \frac{1}{j\omega C_{ul}} + R_{ul}} = \frac{j\omega R_{ul} C_{ul}}{1 + j\omega (R_g + R_{ul}) C_{ul}} = \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}} \frac{j\omega (R_g + R_{ul}) C_{ul}}{1 + j\omega (R_g + R_{ul}) C_{ul}},$$

Ukupno pojačanje  $A_{Vg}$  je

$$A_{Vg} = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} \frac{U_{ul}}{U_g} = A_{Vg0} \frac{j\omega / \omega_1}{(1 + j\omega / \omega_1)(1 + j\omega / \omega_2)},$$

gdje su

$$A_{vg0} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}} = 100 \cdot \frac{1}{0,05 + 1} \cdot \frac{1}{0,1 + 1} = 86,6 = 38,7 \text{ dB } \angle 0^\circ,$$

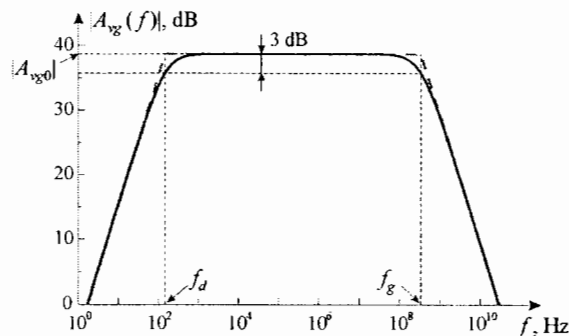
$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_1} = (R_g + R_{ul})C_{ul} = (0,1 + 1) \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} = 1,1 \text{ ms}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\tau_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,1 \cdot 10^{-3}} = 145 \text{ Hz}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_2} = (R_{iz} \parallel R_T)C_{iz} = (0,05 \parallel 1) \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 476 \text{ ps}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\tau_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 476 \cdot 10^{-12}} = 334 \text{ MHz}$$

Amplitudna karakteristika prikazana je na slici 1.17 punom linijom. Crtkanom linijom prikazana je aproksimativna karakteristika. Smanjenje pojačanja na niskim frekvencijama uzrokuje kapacitet  $C_{ul}$ , serijski spojen u ulaznom krugu, koji u frekvencijsku karakteristiku pojačanja  $A_{vg}$  unosi član oblika (1.54). Pad pojačanja na visokim frekvencijama posljedica je paralelnog spojenog kapaciteta u izlaznom krugu, koji u frekvencijsku karakteristiku unosi član oblika (1.45).



Slika 1.17 – Amplitudna karakteristika pojačala iz primjera.

Frekvencija  $f_1$  je donja granična frekvencija  $f_d = f_1$ , a frekvencija  $f_2$  gornja granična frekvencija  $f_g = f_2$  pojačanja  $A_{vg}$ . Amplituda pojačanja na graničnim frekvencijama  $f_d$  i  $f_g$  je

$$|A_{vg}| = A_{vg0} / \sqrt{2} = 86,6 / \sqrt{2} = 61,2,$$

ili u decibelima

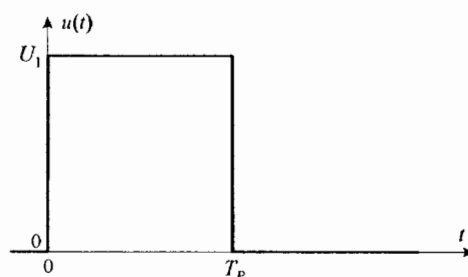
$$|A_{vg}| = A_{vg0} - 3 \text{ dB} = 38,7 - 3 \text{ dB} = 35,7 \text{ dB}.$$

Na niskim frekvencijama nagib amplitudne karakteristike je +20 dB/dekadi, a na visokim frekvencijama nagib je -20 dB/dekadi. Pojačanje je konstantno u području srednjih frekvencija, između  $f_d$  i  $f_g$ .

Vremenske konstante  $\tau_1$  i  $\tau_2$  u ulaznom i izlaznom krugu određene su kapacitetima  $C_{ul}$  i  $C_{iz}$  pomnoženim s otporima koje ti kapaciteti "vide" sa svojih priključaka. Pri određivanju otpora nezavisni naponski izvori nadomještavaju se kratkim spojem, a strujni prekidom. U konkretnom primjeru pri određivanju otpora kojeg "vidi"  $C_{ul}$  izvor  $u_g = 0$ .

### 1.3.6. Odziv na pravokutni impuls i pravokutni napon

Frekvencijske karakteristike pojačala određuju vremenske odzive signala čiji spektri sadrže niz frekvencija. Dobar uvid u povezanost frekvencijskih karakteristika i vremenskog odziva signala dobiva se analizom vremenskog odziva  $RC$  i  $CR$ -mreža na pravokutni impuls prikazan na slici 1.18. Impuls karakterizira amplituda  $U_1$  i trajanje  $T_p$ .



Slika 1.18 – Pravokutni impuls.

#### Odziv $RC$ -mreže

Ulazni napon  $u_{UL}(t)$   $RC$ -mreže sa slike 1.13a je pravokutni impuls sa slike 1.18. Izlazni napon  $u_{IZ}(t)$  može se odrediti primjenom Laplaceove transformacije. Laplaceova transformacija je integralna transformacija kojom se vremenski promjenjiva funkcija  $f(t)$  preslikava u funkciju  $F(s)$  kompleksne frekvencije  $s$ .

Za kompleksnu frekvenciju  $s$ , impedancija kapaciteta  $Z_C = 1/(sC)$ . Prijenosna funkcija  $RC$ -mreže je

$$T(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ul}(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + s\tau}, \quad (1.62)$$

gdje je vremenska konstanta  $\tau = RC$ . U trenutku  $t = 0$  napon  $u_{UL}(t)$  sa slike 1.18 trenutačno poraste s vrijednosti 0 na  $U_1$ . Za vrijeme  $t \leq T_p$  napon se opisuje skokovitom funkcijom

$$u_{UL}(t) = U_1 S(t). \quad (1.63)$$

Laplaceovom transformacijom ulazni napon (1.63) preslikava se u frekvencijsku domenu

$$U_{ul}(s) = \frac{U_1}{s}. \quad (1.64)$$

Prema (1.62), izlazni napon  $U_{iz}(s)$  određuje se množenjem prijenosne karakteristike  $T(s)$  s ulaznim naponom  $U_{ul}(s)$

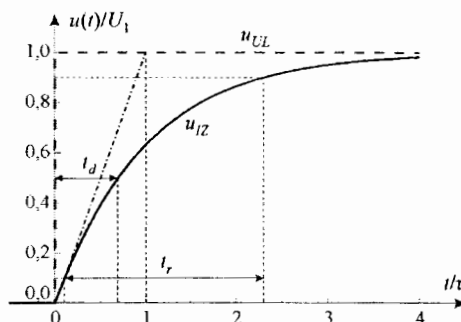
$$U_{iz}(s) = T(s)U_{ul}(s) = \frac{U_1}{s(1 + s\tau)} \quad (1.65)$$

Primjenom inverzne Laplaceove transformacije napon  $U_{iz}(s)$  preslikava se u vremensku domenu, te je

$$u_{iz}(t) = U_1 [1 - \exp(-t/\tau)]S(t) \quad (1.66)$$

Funkcija  $S(t)$  u odzivu (1.66) označuje da je taj napon definiran za  $t \geq 0$ .

Na slici 1.19 prikazani su ulazni napon  $u_{UL}$  crtkano i izlazni napon  $u_{iz}$  punom crtom. U  $RC$ -mreži izlazni napon je na kapacitetu,  $u_{iz} = u_C$ . Kapacitet se suprotstavlja trenutnoj promjeni napona. Iako se u trenutku  $t = 0$  ulazni napon skokovito mijenja na  $U_1$ , kapacitet je u početku prazan i napon  $u_C = 0$ . Kompletan ulazni napon je na otporu  $R$ . Kroz serijsku kombinaciju otpora  $R$  i kapaciteta  $C$  počinje teći struja koja postupno počinje nabijati kapacitet. Prema (1.66) i slici 1.19 napon na kapacitetu raste eksponencijalno i asimptotski se približava konačnoj vrijednosti  $U_1$ . Pri tome napon na otporu  $R$  i struja, koja preko  $R$  teče u  $C$ , teže prema 0.



Slika 1.19 – Odziv  $RC$ -mreže na skokovitu pobudu.

Brzina porasta izlaznog napona ovisi o vremenskoj konstanti  $\tau = RC$ . Što je konstanta  $\tau$  manja izlazni napon brže raste. Smanjenje konstante  $\tau$  postiže se smanjenjem otpora  $R$  ili smanjenjem kapaciteta  $C$ . Manji otpor daje veću struju nabijanja kapaciteta i brži porast izlaznog napona. S druge strane, uz istu struju nabijanja, manji se kapacitet brže nabija.

Vremenska konstanta  $\tau$  može se grafički očitati iz izlaznog napona sa slike 1.19. Na eksponencijalnu krivulju izlaznog napona  $u_{iz}$  postavlja se tangenta za trenutak  $t = 0$ . Tangenta presijeca konačnu vrijednost napona  $u = U_1$  u trenutku  $t = \tau$ . U  $t = \tau$  izlazni napon postiže 63,2% konačne vrijednosti, a u  $t = 5\tau$  postiže 99,3% konačne vrijednosti. Praktički se kapacitet nakon  $5\tau$  nabija na napon  $U_1$ .

Izlazni napon  $u_{iz}$  prema slici 1.19 postupno raste od 0 prema  $U_1$ . Vrijeme porasta  $t_r$  definira se kao vrijeme potrebno da napon poraste s 10% na 90% konačne vrijednosti. Prema (1.66) izlazni napon  $u_{iz} = 0,1U_1$  za  $t_{0,1} = 0,1\tau$ , odnosno  $u_{iz} = 0,9U_1$  za  $t_{0,9} = 2,3\tau$ , te je vrijeme porasta

$$t_r = t_{i0,9} - t_{i0,1} = 2,3\tau - 0,1\tau = 2,2\tau, \quad (1.67)$$

Izlazni napon sa zakašnjenjem slijedi promjenu ulaznog napona. Vrijeme kašnjenja  $t_d$  definira se kao razlika vremena od trenutka kada ulazni napon postigne 50% konačne vrijednosti do trenutka kada izlazni napon postigne 50% konačne vrijednosti. Budući da se ulazni napon, prema slici 1.19, mijenja trenutačno, ulazni napon postiže 50% konačne vrijednosti u  $t_{u0,5} = 0$ . Kako je  $u_{IZ} = 0,5U_1$  za  $t_{i0,5} = 0,69\tau$ , vrijeme kašnjenja je

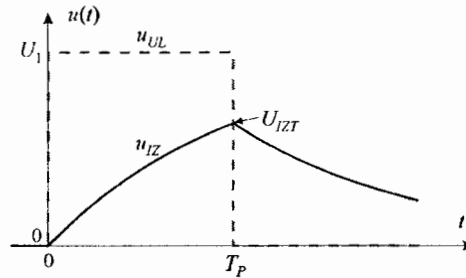
$$t_d = t_{i0,5} - t_{u0,5} = 0,69\tau - 0 = 0,69\tau, \quad (1.68)$$

Za vrijeme trajanja ulaznog pravokutnog impulsa, sa slike 1.18, izlazni napon  $RC$ -mreže mijenjat će se prema (1.66). U trenutku prestanka impulsa, za  $t = T_p$ , izlazni napon poprima vrijednost

$$u_{IZ}(T_p) = U_1 [1 - \exp(-T_p/\tau)] = U_{IZT}, \quad (1.69)$$

prema slici 1.20. Nakon  $t = T_p$  ulazni napon pada na 0 i kapacitet se počinje izbijati preko otpora  $R$ . Pri tome se izlazni napon smanjuje prema eksponencijalnom zakonu, te za  $t \geq T_p$  vrijedi

$$u_{IZ}(t) = U_{IZT} \exp[-(t - T_p)/\tau]. \quad (1.70)$$



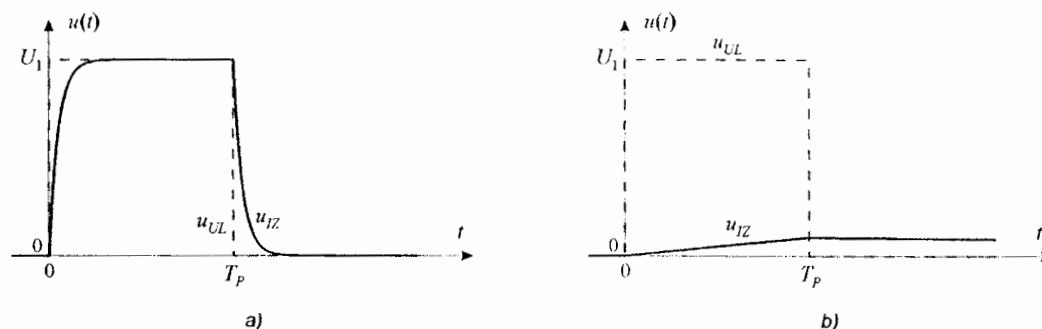
Slika 1.20 – Odziv  $RC$ -mreže na pravokutni impuls.

Budući da kapacitet izbijanjem otpušta onoliko naboja koliko ga je dobio prilikom nabijanja, površina ispod izlaznog napona  $u_{IZ}$  sa slike 1.20 jednaka je površini ispod pravokutnog impulsa  $u_{UL}$ . Treba uočiti da se nabijanje odvija brže od izbijanja.

Valni oblik odziva  $RC$ -mreže na pravokutni impuls ovisi o odnosu vremenske konstante mreže  $\tau$  i trajanja impulsa  $T_p$ . Naponi na slici 1.20 crtani su za  $\tau = T_p$ . Odziv će biti to brži što je vremenska konstanta  $\tau$  manja u odnosu na trajanje impulsa  $T_p$ . Uz  $\tau \ll T_p$ , prema slici 1.21a, izlazni napon praktički slijedi ulazni napon. Ako je međutim  $\tau \gg T_p$  odziv je, prema slici 1.21b, vrlo spor i izlazni napon na kraju impulsa poprima mali dio napona  $U_1$ .

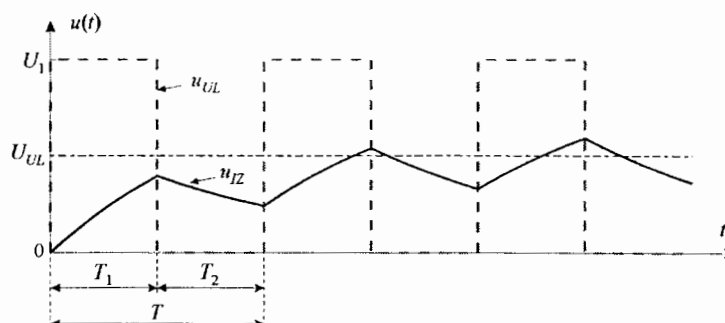
$RC$ -mreža suprotstavlja se brzim promjenama izlaznog napona. Gornja granična frekvencija mreže recipročna je vrijednost vremenske konstante  $\omega_g = 1/(RC) = 1/\tau$ . Ukoliko je  $\omega_g \gg 1/T_p$ , veći dio spektra pravokutnog impulsa ulazi u područje srednjih frekvencija  $RC$ -mreže i izlazni signal se, prema slici 1.21a, malo razlikuje od ulaznog signala. Za  $\omega_g \ll 1/T_p$  veći dio spektra ulazi u područje visokih frekvencija gdje se, zbog smanjenja prijenosne funkcije,

svaka viša frekvencija izlaznog napona dodatno guši. Rezultat je, prema slici 1.21b, izobličen izlazni signal u odnosu na valni oblik ulaznog signala.



Slika 1.21 – Odziv  $RC$ -mreže na pravokutni impuls, a) za  $\tau \ll T_p$ , b) za  $\tau \gg T_p$ .

Slika 1.22 prikazuje odziv  $RC$ -mreže na niz pravokutnih impulsa, odnosno na pravokutni napon periode  $T$ . Prikazana je prijelazna pojava. Uz pojavu impulsa amplitude  $U_1$  kroz vremena  $T_1$  kondenzator se nabija i izlazni napon eksponencijalno raste. Kada nema impulsa, u vremenima  $T_2$ , kondenzator se izbija i izlazni napon eksponencijalno pada. Za vrijeme prijelazne pojave za svako vrijeme  $T_1$  na kondenzator stiže veća količina naboja nego što ode za vrijeme  $T_2$ . Izlazni napon postupno raste i na kondenzatoru se uspostavlja istosmjerna komponenta koja odgovara srednjoj vrijednosti ulaznog napona  $U_{UL}$ .



Slika 1.22 – Prijelazna pojava pri odzivu  $RC$ -mreže na pravokutni napon.

#### Primjer 1.4

Na  $RC$ -mrežu s otporom  $R = 1 \text{ k}\Omega$  i kapacitetom  $C = 1 \mu\text{F}$  priključen je ulazni simetrični pravokutni napon visoke razine  $U_1 = 5 \text{ V}$  i frekvencije  $f = 1 \text{ kHz}$ . Istosmjerna komponenta ulaznog pravokutnog napona  $U_{UL} = 2,5 \text{ V}$ . Odrediti valni oblik izlaznog napona mreže u prijelaznom stanju za prve dvije periode ulaznog napona.

Rješenje:

Ulazni napon opisan je slikom 1.22. Perioda signala je

$$T = 1/f = 1/10^3 = 1 \text{ ms},$$

a za simetrični pravokutni napon vremena  $T_1$  i  $T_2$  su

$$T_1 = T_2 = T/2 = 0,5 \text{ ms}.$$

Vremenska konstanta mreže je

$$\tau = RC = 10^3 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ ms}.$$

U trenutku  $t = 0$  kondenzator je prazan i izlazni napon  $u_{IZ} = 0$ . Za vrijeme prve poluperiode, za  $0 < t < T/2$ , izlazni napon eksponencijalno raste prema (1.66). Vrijednost izlaznog napona na kraju tog vremena je

$$t = T/2 = t_1 = 0,5 \text{ ms} \quad u_{IZ}(t_1) = U_1 [1 - \exp(-t_1/\tau)] = 5 \cdot [1 - \exp(-1/2)] = 1,97 \text{ V}.$$

U slijedećoj poluperiodi, za  $T/2 < t < T$ , kondenzator se izbijaja i izlazni napon se s vrijednosti  $u_{IZ}(t_1)$  eksponencijalno smanjuje prema (1.70). U trenutku  $t = T$  izlazni je napon

$$t = T = t_2 = 1 \text{ ms} \quad u_{IZ}(t_2) = u_{IZ}(t_1) \exp[-(T - t_1)/\tau] = 1,97 \cdot \exp(-1/2) = 1,19 \text{ V}.$$

Dolaskom slijedećeg impulsa, kroz vrijeme  $T < t < 3T/2$ , kondenzator se ponovo nabija i izlazni napon eksponencijalno raste s vrijednosti  $u_{IZ}(t_2)$  prema naponu  $U_1$

$$T < t < 3T/2 \quad u_{IZ}(t) = U_1 + [u_{IZ}(t_2) - U_1] \exp[-(t - t_2)/\tau].$$

Na kraju impulsa izlazni napon dostiže vrijednost

$$t = 3T/2 = t_3 = 1,5 \text{ ms} \quad u_{IZ}(t_3) = 5 + (1,19 - 5) \cdot \exp(-1/2) = 2,69 \text{ V}.$$

Do kraja te periode kondenzator se izbijaja i izlazni napon eksponencijalno se smanjuje s  $u_{IZ}(t_3)$  prema 0

$$3T/2 < t < 2T \quad u_{IZ}(t) = u_{IZ}(t_3) \exp[-(t - t_3)/\tau],$$

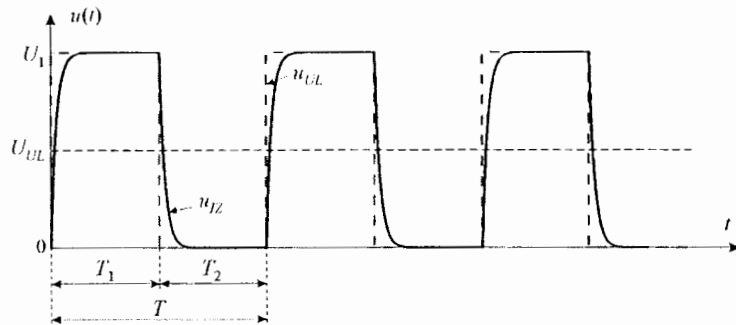
te u trenutku  $t = T$  pada na vrijednost

$$t = 2T = t_4 = 2 \text{ ms} \quad u_{IZ}(t_2) = 2,69 \cdot \exp(-1/2) = 1,63 \text{ V}.$$

Valni oblik izlaznog napona odgovara naponu sa slike 1.22. Iz dobivenih rezultata slijedi da je  $u_{IZ}(t_3) > u_{IZ}(t_1)$  i  $u_{IZ}(t_4) > u_{IZ}(t_2)$ , odnosno izlazni napon postupno raste. Istim postupkom mogu se računati vrijednosti napona u slijedećim periodama.

Trajanje prijelazne pojave ovisi o odnosu vremenske konstante mreže  $\tau = RC$  i periode ulaznog pravokutnog napona  $T$ . Što je konstanta  $\tau$  manja od periode  $T$ , prijelazna pojava je kraća. Na slici 1.23 prikazan je odziv  $RC$ -mreže na pravokutni napon za  $\tau \ll T$ . Zbog male vremenske konstante u svakoj periodici ulaznog napona kondenzator se potpuno nabija i prijelazne pojave nema.

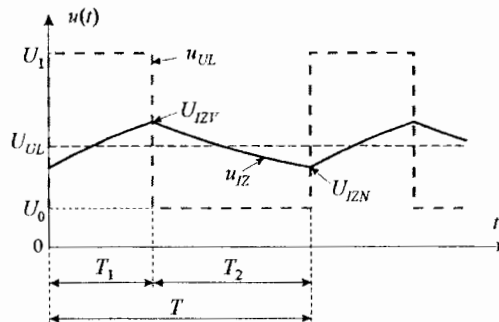




Slika 1.23 – Odziv RC-mreže na pravokutni napon za  $\tau \ll T$ .

Nakon završetka prijelazne pojave uspostavlja se stacionarno stanje u kojem se izlazni napon periodički ponavlja. Koliko naboja stigne na kapacitet za vrijeme visoke razine ulaznog pravokutnog napona toliko otiđe s kapaciteta za vrijeme niske razine. Izlazni napon mijenja se oko srednje vrijednosti koja je jednaka istosmjernoj komponenti ulaznog pravokutnog napona. Valni oblik izlaznog napona u stacionarnom stanju može se odrediti pomoću slike 1.24. Na slici je crtkano prikazan ulazni pravokutni napon  $u_{UL}$  čije su obje razine i visoka  $U_1$  i niska  $U_0$  različite od nule. Također su različita vremena  $T_1$  i  $T_2$  trajanja visoke i niske razine napona. Srednja vrijednost ili istosmjerna komponenta ulaznog pravokutnog napona je

$$U_{UL} = \frac{U_1 T_1 + U_0 T_2}{T}. \quad (1.71)$$



Slika 1.24 – Odziv RC-mreže na pravokutni napon u stacionarnom stanju.

Izlazni napon  $u_{IZ}$  poprima vrijednosti između  $U_{IZV}$  i  $U_{IZN}$ . Za vrijeme visoke razine ulaznog napona izlazni napon eksponencijalno raste od  $U_{IZN}$  prema  $U_1$ . Ako se početku trajanja  $T_1$  visoke razine ulaznog napona pridijeli vrijeme  $t = 0$ , može se pisati

$$0 < t < T_1 \quad u_{IZ}(t) = U_1 + (U_{IZN} - U_1) \exp(-t/\tau). \quad (1.72)$$

Za vrijeme niske razine ulaznog napona izlazni napon se eksponencijalno smanjuje od  $U_{IZV}$  prema  $U_0$

$$T_1 < t < T_1 + T_2 \quad u_{IZ}(t) = U_0 + (U_{IZV} - U_0) \exp[-(t - T_1)/\tau]. \quad (1.73)$$

U trenutku  $t = T_1$  izlazni napon opisan s (1.72) postiže vrijednost  $U_{IZV}$ , a u trenutku  $t = T_1 + T_2 = T$  napon prema (1.73) je  $U_{IZN}$ . Za te se trenutke jednačbe (1.72) i (1.73) mogu pisati u obliku

$$t = T_1 \quad U_{IZV} = U_1 + (U_{IZN} - U_1) \exp(-T_1/\tau), \quad (1.74)$$

$$t = T_1 + T_2 \quad U_{IZN} = U_0 + (U_{IZV} - U_0) \exp(-T_2/\tau). \quad (1.75)$$

Iz (1.74) i (1.75) izračunavaju se vršne vrijednosti izlaznog napona  $U_{IZV}$  i  $U_{IZN}$ , čime se određuje valni oblik izlaznog napona i stacionarnom stanju.

### Primjer 1.5

Na RC-mrežu vremenske konstante  $\tau = 2,5$  ms priključen je ulazni pravokutni napon s visokom razinom  $U_1 = 5$  V, niskom razinom  $U_0 = 1$  V, trajanjem visoke razine  $T_1 = 1$  ms i trajanjem niske razine  $T_2 = 1,5$  ms. Izračunati istosmjernu komponentu i vršne vrijednosti izlaznog napona u stacionarnom stanju.

Rješenje:

Istosmjerna komponenta izlaznog napona jednaka je srednjoj vrijednosti ulaznog napona koje je prema (1.71)

$$U_{IZ} = (U_1 T_1 + U_0 T_2) / T = (5 \cdot 1 + 1 \cdot 1,5) / 2,5 = 2,6 \text{ V}.$$

Vršne vrijednosti izlaznog napona dobivaju se uvrštenjem zadanih podataka u (1.74) i (1.75)

$$U_{IZV} = 5 + (U_{IZN} - 5) \exp(-1/2,5) = 1,648 + 0,670 \cdot U_{IZN},$$

$$U_{IZN} = 1 + (U_{IZV} - 1) \exp(-1,5/2,5) = 0,451 + 0,549 \cdot U_{IZV}.$$

Iz gornjih jednačbi dobiva se  $U_{IZV} = 3,09$  V i  $U_{IZN} = 2,15$  V.

### Odziv CR-mreže

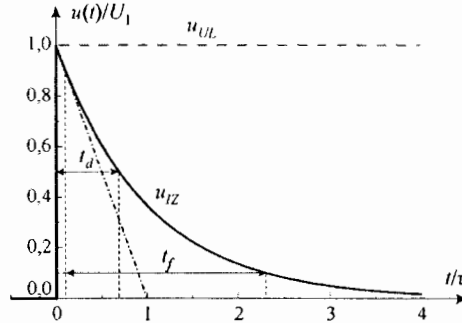
Odziv CR-mreže na pravokutni impuls može se odrediti metodom Laplaceove transformacije. Međutim, ovdje će se za definiranje odziva koristiti poznati odziv RC-mreže. Prema slici 1.13, u obje je mreže na ulaz spojena serijska kombinacija otpora  $R$  i kapaciteta  $C$ . Razlika je što je kod RC-mreže izlazni napon na kapacitetu  $C$ , a kod CR-mreže na otporu  $R$ .

Za prvi dio pravokutnog impulsa za  $t \leq T$ , koji se opisuje skokovitom funkcijom  $u_{UL}(t) = U_1 S(t)$ , napon na kapacitetu  $u_C$  dan je s (1.66). Kako je kod CR-mreže izlazni napon  $u_{IZ} = u_R = u_{UL} - u_C$  vrijedi

$$u_{IZ}(t) = U_1 \exp(-t/\tau) S(t). \quad (1.76)$$

Ulazna skokovita pobuda  $u_{UL}$  prikazana je na slici 1.25 crtkano, a odziv na otporu  $u_{IZ} = u_R$  punom crtom. Budući da se pri skokovitoj promjeni ulaznog napona s 0 na  $U_1$ , u  $t = 0$ , napon na kapacitetu ne može odmah promijeniti, kompletna se promjena ulaznog napona javlja na otporu. Kada kroz kapacitet i otpor počinje teći struja proporcionalna naponu  $u_R$ , nabijanjem

kapaciteta napon  $u_C$  se povećava, a izlazni napon na otporu eksponencijalno se smanjuje težeći prema 0.



Slika 1.25 – Odziv  $CR$ -mreže na skokovitu pobudu.

Brzina opadanja napona povećava se sa smanjenjem vremenske konstante  $\tau = RC$ . Grafički se konstanta  $\tau$  na slici 1.25 određuje povlačenjem tangente na krivulju izlaznog napona za  $t = 0$ . Tangenta siječe konačnu vrijednost napona  $u = 0$  za  $t = \tau$ . Nakon  $t = \tau$  izlazni napon pada na 36,8% konačne vrijednosti, a nakon  $t = 5\tau$  izlazni se napon smanjuje praktički na 0.

Vrijeme pada  $t_f$  izlaznog napona definira se kao vrijeme potrebno da se napon smanji s 90% na 10% konačne vrijednosti. Iz (1.76) dobiva se  $u_{IZ} = 0,9U_1$  za  $t_{i0,9} = 0,1\tau$ , odnosno  $u_{IZ} = 0,1U_1$  za  $t_{i0,1} = 2,3\tau$ , te je vrijeme pada  $t_f = t_{i0,1} - t_{i0,9} = 2,2\tau$

$$t_f = t_{i0,1} - t_{i0,9} = 2,3\tau - 0,1\tau = 2,2\tau, \quad (1.77)$$

Vrijeme kašnjenja izlaznog napona, u odnosu na promjenu ulaznog napona, definira se jednako kao i pri porastu izlaznog napona  $RC$ -mreže i iznosi prema (1.68)  $t_d = 0,69\tau$ .

Promjena izlaznog napona  $CR$ -mreže prema (1.76) vrijedi za vrijeme trajanja ulaznog pravokutnog napona. Na završetku izlaznog impulsa, za  $t = T_p$ , izlazni napon poprima vrijednost

$$u_{IZ}(T_{p-}) = U_1 \exp(-T_p / \tau) = U_{IZT-}, \quad (1.78)$$

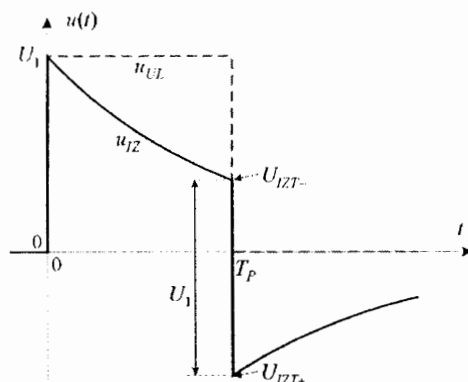
U trenutku  $t = T_p$  ulazni napon  $u_{UL}$  skokovito se mijenja s  $U_1$  na 0. Kompletna promjena ulaznog napona prenosi se na otpor, te se izlazni napon  $u_{IZ}$  trenutačno mijenja, prema slici 1.26, na vrijednost

$$u_{IZ}(T_{p+}) = U_{IZT-} - U_1 = U_{IZT+}, \quad (1.79)$$

Za  $t > T_p$  kapacitet se izbija preko otpora i izlazni napon teži k nuli po eksponencijalnom zakonu

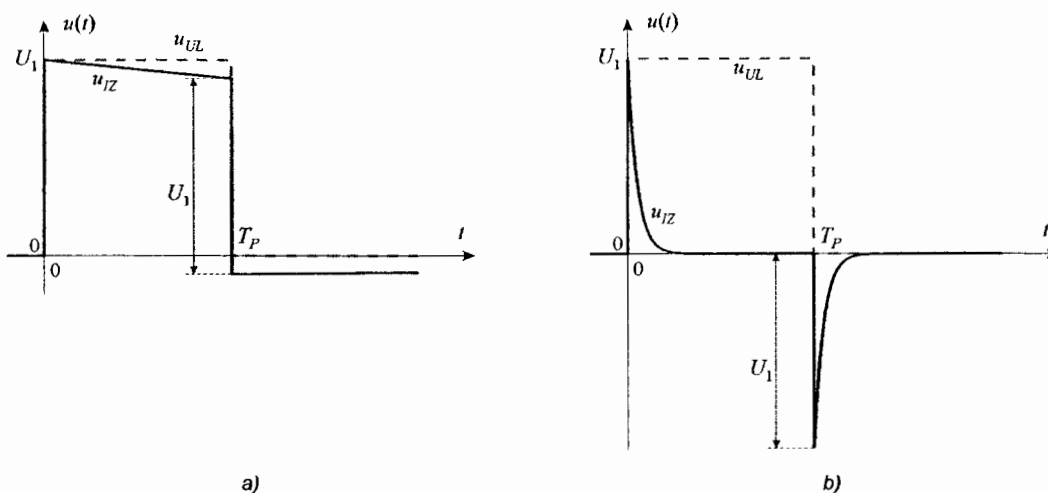
$$u_{IZ}(t) = U_{IZT+} \exp[-(t - T_p)/\tau]. \quad (1.80)$$

Serijski spojen kapacitet između ulaza i izlaza  $CR$ -mreže ne propušta istosmjernu komponentu napona, te je površina ispod izlaznog napona  $u_{IZ}$  sa slike 1.26 jednaka nuli.



Slika 1.26 – Odziv CR-mreže na pravokutni impuls.

Odziv na slici 1.26 crtan je za  $t = T_p$ . Kvalitativno odziv se mijenja s promjenom odnosa vremenske konstante  $\tau$  i trajanja impulsa  $T_p$ . Porastom omjera  $\tau/T_p$ , kapacitet se manje nabija i izlazni napon se malo mijenja za vrijeme trajanja impulsa. Na slici 1.27a vidi se mala promjena izlaznog napona u odnosu na ulazni za  $\tau \gg T_p$ . Sa smanjenjem omjera  $\tau/T_p$  promjena izlaznog napona postaje sve brža. Prema slici 1.27b, za  $\tau \ll T_p$ , izlazni napon se smanji na nulu znatno prije završetka impulsa. Zbog negativnog skoka ulaznog napona u trenutku  $t = T_p$  izlazni napon poprima oblik kratkih šiljaka s naizmjeničnom promjenom predznaka.

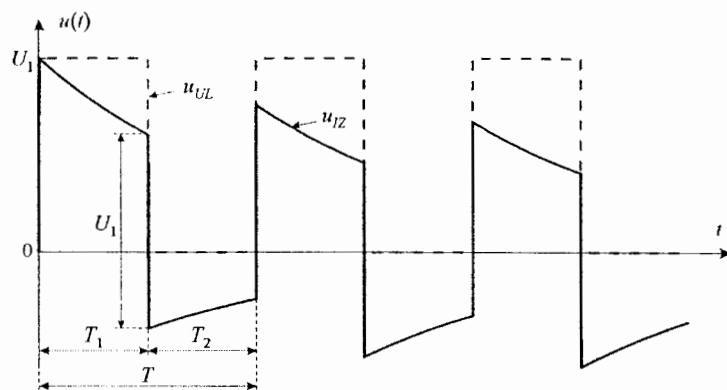


Slika 1.27 – Odziv RC-mreže na pravokutni impuls, a) za  $\tau \gg T_p$ , b) za  $\tau \ll T_p$ .

CR-mreža kao visokopropusni filter dobro prenosi brze promjene ulaznog signala, ali se suprotstavlja sporim promjenama. Veza donje granična frekvencija mreže  $\omega_d$  i vremenske konstante  $\tau$  je  $\omega_d = 1/(RC) = 1/\tau$ . Za  $\omega_d \ll 1/T_p$  veći dio spektra pravokutnog impulsa je u području srednjih frekvencija i izlazni napon, prema slici 1.27a, malo je izobličen u odnosu na ulazni signal. Ako je međutim  $\omega_d \gg 1/T_p$  veći dio spektra ulaznog signala je u području niskih

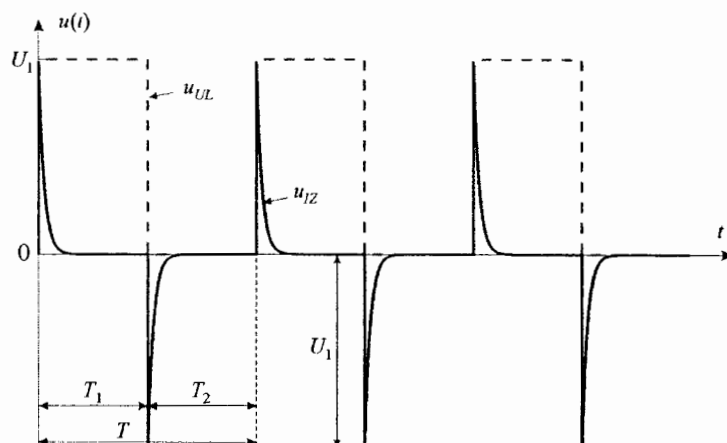
frekvencija, te je zbog različite prijenosne funkcije pojedinih frekvencija izlazni signal, prema slici 1.27b, izobličen.

Slika 1.28 prikazuje prijelaznu pojavu pri odzivu  $CR$ -mreže na pravokutni napon periode  $T$ . Kroz vremena  $T_1$  pojave svakog impulsa kondenzator, spojen između ulaza i izlaza, se nabija, a izbija se kada nema impulsa kroz vremena  $T_2$ . Za vrijeme prijelazne pojave kondenzator nabijanjem dobiva više naboja nego što ga gubi izbijanjem. Na kondenzatoru se postupno stvara napon koji teži istosmjernoj komponenti ulaznog napona. Pri tome izlazni napon postupno gubi istosmjernu komponentu i postaje čisti izmjenični napon. Budući da je na izlazu spojen otpor, svaka trenutačna promjena ulaznog napona za iznos amplitude  $U_1$  prenosi se izravno na izlaz.



Slika 1.28 – Prijelazna pojava pri odzivu  $CR$ -mreže na pravokutni napon.

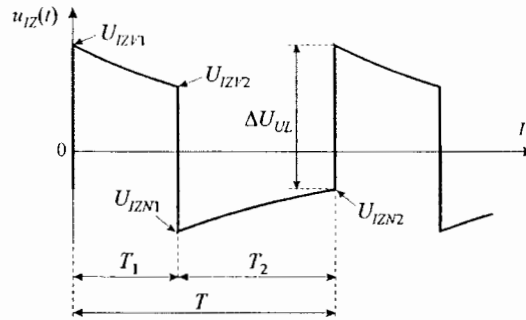
Trajanje prijelazne pojave mijenja se s omjerom vremenske konstante mreže  $\tau = RC$  i periode ulaznog pravokutnog napona  $T$ . Za manju konstantu  $\tau$  u odnosu na periodu  $T$  trajanje prijelazne pojave je kraće. Na slici 1.29 prikazan je odziv  $RC$ -mreže na pravokutni napon za  $\tau \ll T$ . U svako periodi ulaznog napona kondenzator se potpuno nabija i prijelazne pojave nema.



Slika 1.29 – Odziv  $RC$ -mreže na pravokutni napon za  $\tau \ll T$ .

U stacionarnom stanju izlazni napon periodički se ponavlja i nema istosmjernu komponentu. Valni oblik izlaznog napona može se odrediti pomoću slike 1.30. Trajanje visoke

razine ulaznog napona je  $T_1$ , a trajanje niske razine je  $T_2$ . Valni oblik izlaznog napona ne ovisi o vrijednostima visoke razine  $U_1$  i niske razine  $U_0$  ulaznog napona, već samo o njihovoj razlici  $\Delta U_{UL} = U_1 - U_0$ . Pri promjeni stanja ulaznog napona za  $\Delta U_{UL}$ , izlazni napon mijenja se za isti iznos.



Slika 1.30 – Odziv CR-mreže na pravokutni napon u stacionarnom stanju..

Nakon nabijanja kondenzatora kroz vrijeme  $T_1$  izlazni napon smanji se eksponencijalno s  $U_{IZV1}$  na  $U_{IZV2}$

$$U_{IZV2} = U_{IZV1} \exp(-T_1 / \tau). \quad (1.81)$$

Slično se prilikom izbijanja kondenzatora kroz vrijeme  $T_2$  iznos izlaznog napona smanji s  $U_{IZN1}$  na  $U_{IZN2}$

$$U_{IZN2} = U_{IZN1} \exp(-T_2 / \tau). \quad (1.82)$$

Zbog skokovite promjene ulaznog napona za  $\Delta U_{UL}$  koja se prenosi na izlaz, rubne vrijednosti izlaznog napona povezane su izrazima

$$U_{IZV1} - U_{IZN2} = \Delta U_{UL}. \quad (1.83)$$

$$U_{IZV2} - U_{IZN1} = \Delta U_{UL}. \quad (1.84)$$

Iz jednadžbi (1.81)-(1.84) određuju se vrijednosti izlaznog napona  $U_{IZV1}$ ,  $U_{IZV2}$ ,  $U_{IZN1}$  i  $U_{IZN2}$ .

### Primjer 1.6

Na CR-mrežu vremenske konstante  $\tau = 2$  ms priključen je ulazni simetrični pravokutni napon frekvencije  $f = 500$  Hz s visokom razinom  $U_1 = 5$  V i niskom razinom  $U_0 = 0$ . Izračunati rubne vrijednosti izlaznog napona u stacionarnom stanju.

Rješenje:

Ulazni napon je simetričan i vrijedi

$$T_1 = T_2 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} = \frac{1}{2 \cdot 500} = 1 \text{ ms}.$$

Promjena ulaznog napona

$$\Delta U_{UL} = U_1 - U_0 = 5 \text{ V}.$$

Uz simetričan ulazni napon simetričan je i izlazni napon. Prema slici 1.30 vrijedi

$$U_{IZV1} = -U_{IZN1},$$

$$U_{IZV2} = -U_{IZN2}.$$

Kombinacijom tih izraza, te (1.81) i (1.83) može se pisati

$$U_{IZV2} = U_{IZV1} \exp(-T/2\tau) = -U_{IZN2} = \Delta U_{UL} - U_{IZV1}.$$

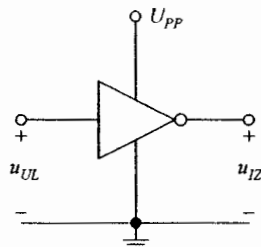
Iz gornjeg izraza slijedi

$$U_{IZV1} = \frac{\Delta U_{UL}}{1 + \exp(-T/2\tau)} = \frac{5}{1 + \exp(-1/2)} = 3,11 \text{ V} = -U_{IZN1},$$

$$U_{IZV2} = U_{IZV1} \exp(-T/2\tau) = 3,11 \cdot \exp(-1/2) = 1,89 \text{ V} = -U_{IZN2}$$

#### 1.4. Osnovna svojstva invertora

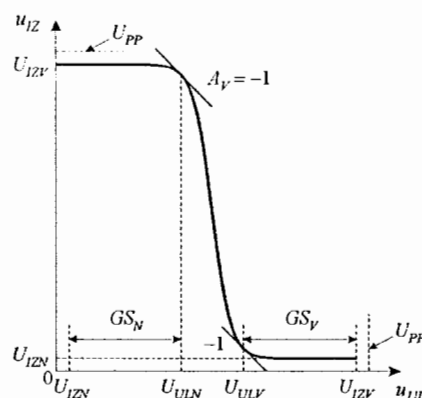
Invertor je osnovni digitalni sklop. Spaja se na napon napajanja, označen s  $U_{PP}$  na slici 1.31. Ulazni i izlazni naponi invertora,  $u_{UL}$  i  $u_{IZ}$ , digitalni su signali. Ti signali poprimaju dvije različite naponske razine predstavljajući bitove 0 ili 1. U pozitivnoj logici, koja se najčešće primjenjuje, signal čija je naponska razina visoka predstavlja logičku 1, a signal čija je naponska razina niska predstavlja logičku 0. Logička funkcija invertora je invertiranje signala. Uz ulazni signal u logičkoj 0, izlazni signal invertora je u logičkoj 1 i obrnuto.



Slika 1.31 – Logički simbol invertora s priključenim naponom napajanja, te ulaznim i izlaznim signalima.

### 1.4.1. Prijenosna karakteristika i granice smetnji

Rad invertora opisuje prijenosna karakteristika, koja predstavlja promjenu izlaznog napona  $u_{IZ}$  s ulaznim naponom  $u_{UL}$ . Iz tipične prijenosne karakteristike na slici 1.32, vidljivo je da uz nisku razinu ulaznog napona izlazni napon poprima iznos visoke razine  $U_{IZV}$ , a uz visoku razinu ulaznog napona izlazni je napon niske razine  $U_{IZN}$ . Napon  $U_{IZV}$  je napon logičke 1, a napon  $U_{IZN}$  je napon logičke 0. U elektroničkim realizacijama nastoji se postići da napon  $U_{IZV}$  bude blizu naponu napajanja  $U_{PP}$ , a napon  $U_{IZN}$  blizu naponu od 0 V.



Slika 1.32 – Prijenosna karakteristika invertora s označenim granicama smetnji.

Postoji sličnost između prijenosnih karakteristika invertora sa slike 1.32 i pojačala sa slike 1.9. Prijenosna karakteristika invertora sa slike 1.32 može odgovarati prijenosnoj karakteristici pojačala s negativnim naponskim pojačanjem  $A_V = \partial u_{IZ} / \partial u_{UL}$ . Razlika između invertora i pojačala je u području primjene, a ne u obliku prijenosne karakteristike. Pojačalo se primjenjuje u dijelu prijenosne karakteristike u kojem se izlazni napon mijenja s promjenom ulaznog napona, a invertor se primjenjuje u područjima zasićenja izlaznog napona, tj. u područjima u kojima se izlazni napon ne mijenja s ulaznim naponom.

Prednosti digitalnih sklopova je njihova manja osjetljivost na smetnje u odnosu na analogne sklopove. Izlazni napon invertora zadržava iznos visoke ili niske razine za širi opseg promjene ulaznog napona. Prema slici 1.32 izlazni napon visoke razine  $U_{IZV}$  počinje se smanjivati pri ulaznom naponu koji je dosta veći od napona niske razine  $U_{IZN}$ . Kao početak promjene izlaznog napona najčešće se odabire točka prijenosne karakteristike u kojoj je naponsko pojačanje  $A_V = \partial u_{IZ} / \partial u_{UL} = -1$ . Pri toj vrijednosti pojačanja ulazni je napon  $u_{UL} = U_{ULN}$ . Na sličan se način pri smanjivanju ulaznog napona, s vrijednosti napona visoke razine  $U_{IZV}$ , kao početak porasta izlaznog napona odabire točka uz koju je pojačanje  $A_V = -1$ , a pripadajući ulazni napon je  $u_{UL} = U_{ULV}$ .

Ulaz invertora priključen je redovito na izlaz prethodnog digitalnog sklopa. U stacionarnom stanju na ulaz je priključen ili napon niske razine  $U_{IZN}$  ili napon visoke razine  $U_{IZV}$ . Pri radu digitalnog sustava na ulazu invertora može se pojaviti smetnja uslijed koje se napon niske razine može povećati iznad  $U_{IZN}$  ili se napon visoke razine može smanjiti ispod  $U_{IZV}$ . Smetnja neće izazvati neželjenu promjenu izlaznog stanja ako je ulazni napon niske razine manji od  $U_{ULN}$ , odnosno ako je ulazni napon visoke razine veći od  $U_{ULV}$ . Napon  $U_{ULN}$  predstavlja maksimalnu vrijednost ulaznog napona logičke 0, a  $U_{ULV}$  je minimalna vrijednost



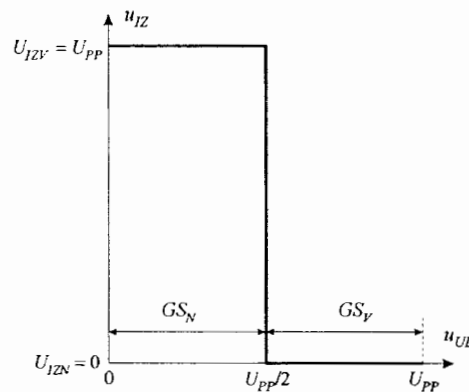
ulaznog napona logičke 1. Dozvoljene promjene ulaznog napona uz koji izlazni napon ne mijenja stanje nazivaju se granicama smetnji. Za nisku i visoku razinu ulaznog napona granice smetnji su

$$GS_N = U_{ULN} - U_{IZN}, \quad (1.85)$$

$$GS_V = U_{IZV} - U_{ULV}. \quad (1.86)$$

Smetnje na ulazu ne smiju biti takve da ulazni napon poprima vrijednost iz intervala  $U_{ULN} < u_{UL} < U_{ULV}$ , koji predstavlja zabranjeno područje digitalnog signala. Ulazni napon prolazi kroz to područje samo kada se ulaz mijenja s niske u visoku razinu i obrnuto.

Da bi inverter bio manje osjetljiv na smetnje, granice smetnji  $GS_N$  i  $GS_V$  moraju biti što veće. Najveće granice smetnji imao bi idealni inverter s prijenosnom karakteristikom prema slici 1.33. Za idealni inverter napon visoke razine odgovara naponu napajanja,  $U_{IZV} = U_{PP}$ , napon niske razine je  $U_{IZN} = 0$  V, a stanje izlaza skokovito se mijenja uz  $u_{UL} = U_{PP}/2$ . Prema tome  $U_{ULN} = U_{ULV} = U_{PP}/2$ , te su granice smetnji  $GS_N = GS_V = U_{PP}/2$ .



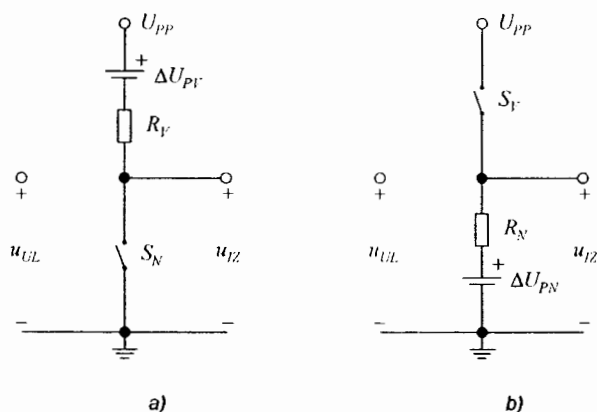
Slika 1.33 – Prijenosna karakteristika idealnog invertora.

#### 1.4.2. Model invertora

Inverter se elektronički realizira na različite načine. Jedan od primjera je izvedba s dvije naponski upravljane sklopke prema modelu na slici 1.34. Sklopke su spojene serijski između napona napajanja i mase, pri čemu je sklopka  $S_N$  spojena između izlaza i mase, a sklopka  $S_V$  između izlaza i napona napajanja. Obje sklopke upravljane su ulaznim naponom  $u_{UL}$ .

Za ulazni napon niske razine  $u_{UL} = U_{IZN}$ , ili napon logičke 0, sklopka,  $S_N$  je isključena i predstavlja prekid. Sklopka  $S_V$  je uključena i nadomještava se konačnim otporom  $R_V$  i naponom pomaka visoke razine  $\Delta U_{PV} = U_{PP} - U_{IZV}$ . Uz pretpostavku da izlaz nije otporno opterećen kroz otpor  $R_V$  ne teče struja i izlazni napon je  $u_{IZ} = U_{PP} - \Delta U_{PV} = U_{IZV}$ .

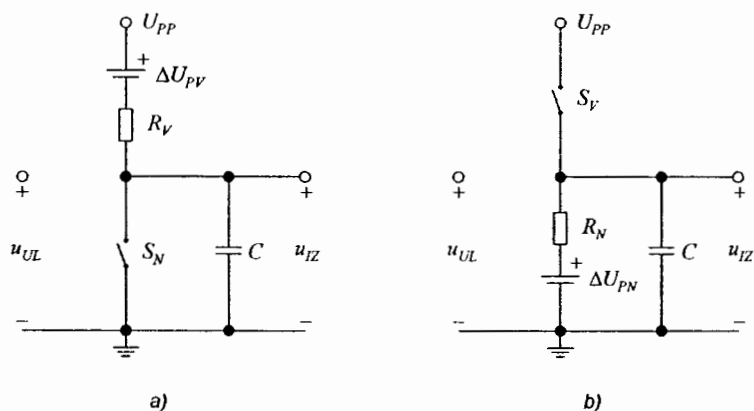
Ulazni napon visoke razine  $u_{UL} = U_{IZV}$ , ili napon logičke 1, isključuje sklopku  $S_V$ , te odspaja izlaz od napona napajanja. Sklopka  $S_N$  je pri tome uključena i nadomještena je konačnim otporom  $R_N$  i naponom pomaka niske razine  $\Delta U_{PN} = U_{IZN}$ . Ako sklopka nije otporno opterećena, kroz  $R_N$  ne teče struja i izlazni napon je  $u_{IZ} = \Delta U_{PN} = U_{IZN}$ .



**Slika 1.34** – Model invertora sa sklopkama: a) za ulazni napon logičke 0, b) za ulazni napon logičke 1.

### 1.4.3. Vremenski odziv

Prijenosna karakteristika sa slike 1.32 i model sa slike 1.34 opisuju statičko ponašanje invertora. Pri radu invertora kao digitalnog sklopa bitna je njegova brzina. Konačna brzina promjene izlaznog napona uslijed promjene ulaznog napona posljedica je kapacitivnog opterećenja invertora. Kapacitivno opterećenje  $C$  dodano u izlazu modela invertora na slici 1.35. To opterećenje sadržava parazitne kapacitete elemenata od kojih je sklopka građena, ulazne kapacitete sklopova koji se spajaju na izlaz invertora, te parazitne kapacitete prospoynih linija.



**Slika 1.35** – Model invertora sa sklopkama i kapacitivnim opterećenjem: a) za ulazni napon logičke 0, b) za ulazni napon logičke 1.

Promjenom stanja na ulazu mijenja se stanje na izlazu. Promjena izlaznog napona iz stanja niske u stanje visoke razine i obrnuto praćena je nabijanjem i izbijanjem kapaciteta  $C$ . Izlazni napon ne može trenutačno slijediti promjenu ulaznog napona zato što je npr. pri porastu izlaznog napona na kapacitet potrebno dovesti naboj, a to traje neko vrijeme ovisno o struji kojom se kapacitet nabija. Slično vrijedi za pad izlaznog napona i izbijanje kapaciteta.

Nakon što se ulazni napon invertora  $u_{UL}$  trenutačno promijeni s napona visoke razine  $U_{IZV}$  na napon niske razine  $U_{IZN}$  sklopka  $S_N$  se isključuje i model poprima oblik prema slici 1.35a. Budući da je prije promjene izlazni napon bio u niskoj razini  $U_{IZN}$ , kapacitet  $C$  bio je praktički prazan. Nakon promjene ulaznog napona, kapacitet  $C$  nabija se preko otpora  $R_V$  na napon visoke razine  $U_{IZV}$ . Pri slijedećoj promjeni ulaznog napona iz niske u visoku razinu isključuje se sklopka  $S_V$  (slika 1.35b) i kapacitet  $C$  izbija se preko otpora  $R_N$  s napona visoke na napon niske razine.

Brzina promjene izlaznog napona ovisi o iznosima kapaciteta  $C$ , te otpora  $R_N$  i  $R_V$ . Uz iste otpore, veći kapacitet  $C$  sporije se nabija i izbija i izlazni napon se sporije mijenja. S druge strane isti kapacitet  $C$  brže se nabija i izbija većom strujom, odnosno preko manjih otpora  $R_N$  i  $R_V$ . Otpori  $R_N$  i  $R_V$  mogu biti različiti, što rezultira u različitim vremenima porasta i pada izlaznog napona.

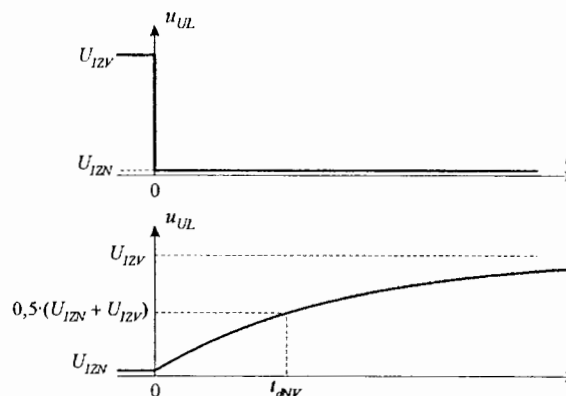
Ukoliko su pri promjeni stanja invertora kapacitet  $C$  i otpori  $R_N$  i  $R_V$  konstantni, izlazni se napon, uz skokovitu promjenu ulaznog napona, mijenja eksponencijalno prema slikama 1.19 i 1.25.

### Primjer 1.7

Invertor, spojen na napon napajanja  $U_{PP} = 2,5 \text{ V}$ , kapacitivno je opterećen s  $C = 10 \text{ fF}$ . Naponi pomaka visoke i niske razine invertora su  $\Delta U_{PV} = \Delta U_{PN} = 0,1 \text{ V}$ , a nadomjesni otpori uključenih sklopki  $R_V = R_N = 1 \text{ k}\Omega$ . Ulazni napon invertora skokovito se mijenja s visoke u nisku razinu. Izračunati vrijeme kašnjenja izlaznog napona invertora.

Rješenje:

Valni oblici ulaznog i izlaznog napona prikazani su na slici 1.36.



Slika 1.36 – Izračunavanje vremena kašnjenja invertora.

Naponi visoke i niske razine su

$$U_{IZV} = U_{PP} - \Delta U_{PV} = 2,5 - 0,1 = 2,4 \text{ V} ,$$

$$U_{IZN} = \Delta U_{PN} = 0,1 \text{ V} .$$

Invertor se opisuje modelom sa slike 1.35. Promjenom ulaznog napona, prema slici 1.36, u trenutku  $t = 0$  isključuje se sklopka  $S_N$ , a uključuje sklopka  $S_V$  i kapacitet  $C$  nabija se preko nadomjesnog otpora  $R_V$ . Izlazni napon eksponencijalno raste s niske razine  $U_{IZN}$  prema visokoj razini  $U_{IZV}$

$$u_{IZ}(t) = U_{IZV} + (U_{IZN} - U_{IZV}) \exp(-t/\tau),$$

uz vremensku konstantu

$$\tau = R_V C = 10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-15} = 100 \text{ ps},$$

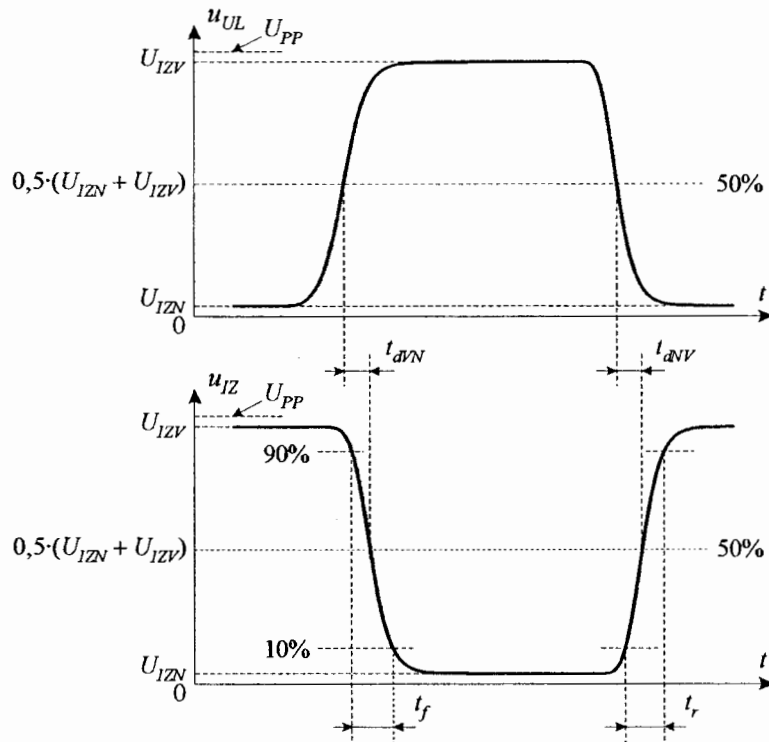
Uz porast izlaznog napona računa se vrijeme kašnjenja  $t_{dNV}$ . Uz skokovitu promjenu ulaznog napona, vrijeme kašnjenja je vrijeme kada izlazni napon postiže 50% konačne vrijednosti

$$u_{IZ}(t_{dNV}) = \frac{U_{IZN} + U_{IZV}}{2} = U_{IZV} + (U_{IZN} - U_{IZV}) \exp(-t_{dNV}/\tau).$$

Iz gornjeg izraza slijedi

$$t_{dNV} = \ln(2) \cdot \tau = 0,69 \cdot 100 = 69 \text{ ps},$$

Često se u realnom invertoru vrijednosti kapaciteta  $C$  i otpora  $R_N$  i  $R_V$  mijenjaju s promjenom stanja. Također se realni ulazni napon ne mijenja skokovito. U tim se slučajevima porast i pad izlaznog napona ne mogu opisati jednostavnom eksponencijalnom funkcijom.



Slika 1.37 – Definicija vremena kašnjenja, vremena porasta i pada invertora.

Na slici 1.37 prikazani su valni oblici realnog ulaznog i izlaznog napona invertora. Ulazni napon  $u_{UL}$ , izlazni je napon prethodnog realnog sklopa i ima konačna vremena porasta i pada. Napon logičke 0 je  $U_{IZN}$ , a napon logičke 1 je  $U_{IZV}$ . Izlazni napon  $u_{IZ}$  invertiran je, pri čemu promjena izlaznog napona kasni za promjenom ulaznog napona. Vrijeme kašnjenja je vrijeme od trenutka kada ulazni napon postigne polovicu konačne promjene  $0,5 \cdot (U_{IZN} + U_{IZV})$  pa do trenutka kada izlazni napon postigne tu razinu. Općenito su vremena kašnjenja različita pri promjeni izlaznog napona iz visoke u nisku razinu  $t_{dVN}$  i pri promjeni izlaznog napona iz niske u visoku razinu  $t_{dNV}$ . Kao vrijeme kašnjenja  $t_d$  definira se srednja vrijednost vremena kašnjenja za oba prijelaza

$$t_d = \frac{t_{dVN} + t_{dNV}}{2}. \quad (1.87)$$

U valnom obliku izlaznog napona označeni su vrijeme pada  $t_f$  i vrijeme porasta  $t_r$  kao vremena potrebna da se izlazni napon smanji s 90% na 10% konačne vrijednosti, odnosno da poraste s 10% na 90% konačne vrijednosti.

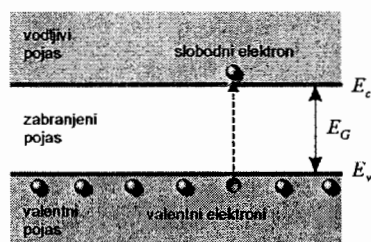
## 2. Električka svojstva poluvodiča

U realizaciji elektroničkih sklopova i sustava prvenstveno se koriste poluvodički elektronički elementi, čiji se rad temelji na protjecanju struje kroz poluvodiče. Poluvodiči su skupina materijala sa specifičnom vodljivošću manjom od specifične vodljivosti vodiča i većom od specifične vodljivosti izolatora. Specifična vodljivost poluvodiča kreće se približno u rasponu  $10^{-6} \text{ S/cm} < \sigma < 10^3 \text{ S/cm}$ . Osnovno električko svojstvo poluvodiča, na kome se zasniva njihova primjena u elektronici, mogućnost je podešavanja specifične vodljivosti u širokim granicama, bilo promjenom sastava materijala, bilo primjenom vanjskih utjecaja.

### 2.1. Električka svojstva materijala

Svojstva čvrstih tijela definirana su rasporedom atoma ili grupa atoma. Uz pravilan raspored atoma materijal je *kristalan*, a ako je raspored nepravilan govorimo o *amorfnom* materijalu. Kristalni materijali mogu biti ili *monokristali*, s pravilnim rasporedom atoma u cijelom volumenu ili *polikristali*, koji se sastoje od velikog broja monokristalnih zrna. Pravilnost rasporeda atoma unutar zrna prekida se na granicama zrna. Dalje će se obrađivati, za elektroniku najinteresantniji, monokristalni materijali s dobro definiranim električkim svojstvima.

Električka svojstva materijala određuje njihova atomska struktura. Atomi se sastoje od jezgre i elektrona koji kruže oko jezgre. Elektron je električki negativno nabijena čestica s elementarnim nabojem iznosa  $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ . U atomu koji nije ioniziran negativni naboj elektrona kompenziran je pozitivnim nabojem jezgre, tako da je atom električki neutralan. Elektroni atoma poprimaju diskretne energije. Formiranjem kristala, sastavljenog od velikog broja bliskih atoma, diskretna energetska stanja pojedinih atoma stapaju se u *energetske pojaseve* s dozvoljenim energijama elektrona. Vodljivost materijala određuju elektroni najslabije vezani uz jezgre atoma koji se zovu *valentni elektroni*. Prema slici 2.1, valentnim elektronima odgovaraju energije *valentnog pojasa*, odnosno najviše energije elektrona vezanih uz jezgre atoma.



Slika 2.1 – Prikaz energetske pojaseve poluvodiča.

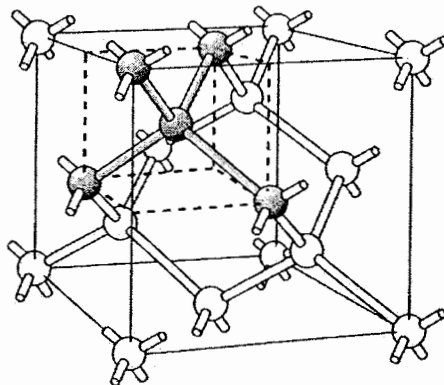
Na temperaturi apsolutne nule ( $T = 0 \text{ K} = -273^\circ\text{C}$ ) svi su elektroni vezani uz jezgre atoma. Zbog nedostatka pokretnih elektrona, kao nosilaca naboja, nema vođenja struje.

Porastom temperature raste termička energija elektrona. Na temperaturi  $T > 0 \text{ K}$  dio valentnih elektrona poprima dovoljnu energiju i oslobađa se od jezgre atoma. Energije slobodnih elektrona odgovaraju energijama *vodljivog pojasa*. Energije vodljivog pojasa više su od energija

valentnog pojasa. Minimalna energija potrebna za oslobađanje elektrona je razlika između najviše energije valentnog pojasa  $E_v$  i najniže energije vodljivog pojasa  $E_c$ . Razlika odgovara širini *zabranjenog pojasa*  $E_G = E_c - E_v$ . Elektroni ne mogu poprimati energije unutar zabranjenog pojasa. Slobodni elektroni iz vodljivog pojasa mogu se kretati kroz kristalnu strukturu i sudjelovati u vođenju struje.

Razlika u električkoj vodljivosti materijala određena je energijom potrebnom za oslobađanje elektrona iz valentnog pojasa, odnosno koncentracijom slobodnih elektrona u vodljivom pojasu. U vodiču se valentni i vodljivi pojas preklapaju i na temperaturi  $T > 0$  K praktički su svi valentni elektroni slobodni. Zbog velike koncentracije slobodnih elektrona specifična vodljivost vodiča je velika. U poluvodičima i izolatorima vodljivi i valentni pojas odvojeni su zabranjenim pojasom širine  $E_G$ . Širina zabranjenog pojasa izolatora je velika ( $E_G > 5$  eV)<sup>1</sup>. Na sobnoj temperaturi termička energija elektrona nedovoljna je za njihov prijelaz iz valentnog u vodljivi pojas, te nedostatak slobodnih elektrona u vodljivom pojasu onemogućuje protok struje. U poluvodičima širina zabranjenog pojasa iznosi nekoliko elektronvolti. Pri sobnoj temperaturi mali dio valentnih elektrona, termičke energije veće od  $E_G$ , oslobađa se i sudjeluje u vođenju struje. Kako je koncentracija slobodnih elektrona u ovom slučaju znatno manja nego kod vodiča, poluvodič slabije vodi struju.

## 2.2. Struktura silicija



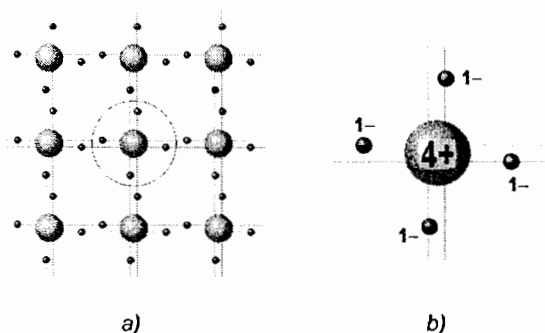
Slika 2.2 – Kristalna struktura silicija

Najčešće korišteni poluvodički materijal u elektronici je silicij (Si). Kao četverovalentni element silicij ima četiri valentna elektrona. Atomi silicija vežu se međusobno u kristalnu strukturu, koja se naziva *dijamantnom strukturom*, s rasporedom u kojem se svaki atom nalazi u središtu tetraedra, a četiri susjedna atoma leže u njegovim vrhovima. Osnovna ćelija, koja se u kristalu periodički ponavlja, prikazana je na slici 2.2. Međusobni razmak atoma je konstantan i za silicij iznosi 0,24 nm. Koncentracija atoma silicija u kristalnoj strukturi je  $5 \cdot 10^{22}$  atoma/cm<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Radi vrlo malih iznosa energija, u poluvodičkoj se elektronici energije umjesto u joulima (J) izražavaju u elektronvoltima (eV). Jedan eV je kinetička energija koju poprima elektron ubrzan potencijalnom razlikom od 1 V. Vrijedi odnos  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

Među atomima uspostavlja se *kovalentna veza* u kojoj svaki atom dijeli svoja četiri valentna elektrona sa susjednim atomima, udružujući ih u parove.

Radi jednostavnosti često se koristi plošni prikaz kristalne strukture, prema slici 2.3a. Središnji dio svakog atoma uključuje jezgru i sve elektrone osim četiri valentna. Valentni elektroni, označeni punim kružićima, formiraju parove na mjestu veze među atomima. Na slici 2.3b označeni su naboji valentnih elektrona i jezgre s preostalim elektronima.



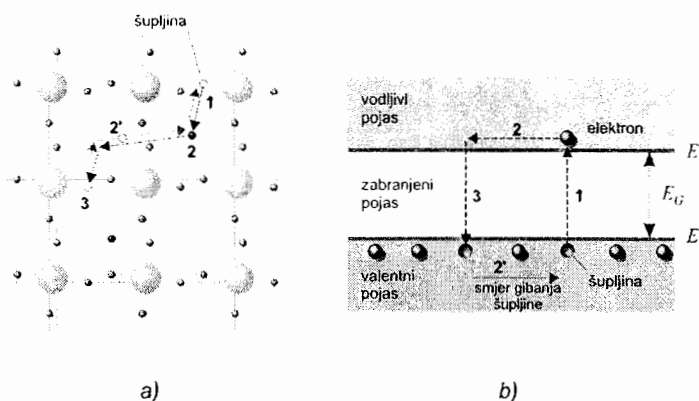
Slika 2.3 – a) Dvodimenzionalni prikaz kristalne strukture silicija, b) atom silicija s četiri valentna elektrona

### 2.2.1. Čisti silicij

Na temperaturi  $T > 0$  K dio valentnih elektrona postiže dovoljnu energiju za prekid valentne veze i oslobađa se od matičnog atoma, što odgovara skoku iz valentnog u vodljivi pojas u energetsom dijagramu. Na mjestu razbijene valentne veze javlja se manjak elektrona, odnosno praznina. Prazninu lako popunjava elektron iz susjedne valentne veze, čime se praznina seli na njegovo mjesto i postupak se ponavlja. Uz kretanje slobodnih elektrona, u kristalu silicija uspostavlja se i kretanje valentnih elektrona preko praznina razbijenih valentnih veza. Niz prelazaka elektrona po mjestima praznine može se jednostavnije promatrati kao kretanje praznine u suprotnom smjeru. Praznine se pri tome nazivaju *šupljina* (engl. hole). Kako na mjestu praznine postoji manjak električki negativnog elektrona, naboj šupljine je pozitivan, a po iznosu odgovara naboju elektrona  $q$ . Električnu struju u poluvodiču vode dva tipa nosilaca - slobodni elektroni vodljivog pojasa i šupljine valentnog pojasa. Koncentracija slobodnih elektrona označava se s  $n$ , a slobodnih šupljina s  $p$ .

Proces kidanja valentne veze i stvaranje para elektron-šupljina naziva se *generacija* nosilaca. Na temperaturi  $T > 0$  K taj se proces stalno ponavlja. Istodobno pojedini slobodni elektroni, prolaskom kroz kristal, dolaze u blizinu prekinute kovalentne veze i popunjavaju je, čime gube energiju i postaju valentni elektroni. Ovaj proces naziva se *rekombinacija* nosilaca i suprotan je procesu generacije, jer ukida par elektron-šupljina. Procesi generacije i rekombinacije nosilaca prikazani su na slici 2.4, pri čemu je prelazak elektrona pri generaciji označen s 1, a pri rekombinaciji s 3. Kao posljedica stalnog ponavljanja ta dva procesa, pojedini je elektron u poluvodiču slobodan u vremenskom intervalu između generacije i rekombinacije. To se vrijeme naziva *vrijeme života*. Prosječno vrijeme života  $\tau$  slobodnih nosilaca u siliciju različito je i poprima vrijednosti reda veličine ns do  $\mu$ s.





**Slika 2.4** – Generacija i rekombinacija nosilaca: a) kristalna struktura, b) energetski dijagram.

U stanju ravnoteže, u kojem na poluvodič ne djeluje vanjska sila, procesi generacije i rekombinacije uravnoteženi su i održavaju konstantan umnožak koncentracija elektrona i šupljina. Ukoliko se, iz bilo kojeg razloga, umnožak koncentracija nosilaca promijeni u usporedbi s ravnotežnim iznosom, pojačava se onaj od procesa generacije ili rekombinacije koji vraća poluvodič u ravnotežu.

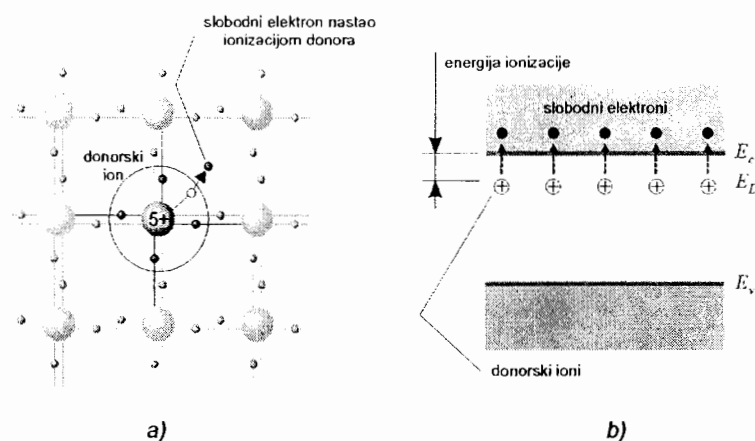
U čistom siliciju broj slobodnih elektrona u vodljivom pojasu jednak je broju šupljina u valentnom pojasu, tj.  $n = p$ . Čist silicij naziva se *intrinzični silicij*, a pripadna koncentracija nosilaca *intrinzična koncentracija*  $n_i$ . Na sobnoj temperaturi intrinzična koncentracija je izuzetno mala u usporedbi s koncentracijom atoma silicija, te je specifična vodljivost čistog silicija mala i graniči s vodljivošću izolatora.

Vodljivost čistog silicija bitno se mijenja s promjenom temperature. Porastom temperature povećava se broj elektrona s termičkom energijom dovoljno velikom za prekid valentne veze, čime koncentracije nosilaca i vodljivost čistog silicija rastu s temperaturom. Vodljivost čistog silicija može povećati i neki drugi vanjski utjecaj, koji svojom energijom oslobađa parove slobodnih elektrona i šupljina. To npr. može biti elektromagnetsko zračenje.

### 2.2.2. Dopirani silicij

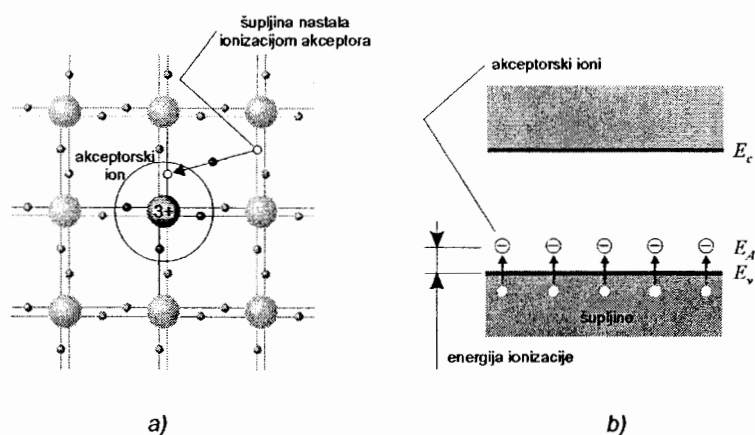
U izvedbi poluvodičkih elementa specifična vodljivost poluvodiča kontrolirano se podešava dopiranjem, odnosno dodavanjem atoma određenih primjesnih elemenata u strukturu materijala. *Primjese* koje mijenjaju vodljivost poluvodiča su elementi čija je valentnost za jedan veća ili manja od valentnosti atoma poluvodiča. U siliciju primjese su peterovalentni ili trovalentni elementi, tj. elementi s pet ili tri valentna elektrona.

Kao peterovalentne primjese upotrebljavaju se fosfor (P), arsen (As) ili antimon (Sb). Slika 2.5a prikazuje kristalnu strukturu silicija s ugrađenim peterovalnim atomom. Četiri valentna elektrona tog atoma (označenog s 5+) uspostavljaju vezu sa četiri susjedna atoma silicija. Peti elektron slabo je vezan za svoj atom. Energija potrebna za raskid veze atoma i petog elektrona mala je i na sobnoj temperaturi praktički su svi peti elektroni slobodni. Oslobađanjem, peti se elektron može kretati kroz materijal. Otpuštanjem jednog elektrona u vodljivi pojas atomi peterovalentnog atoma postaju pozitivni ioni. Peterovalentni atom daje slobodni elektron i naziva se *donor*.



Slika 2.5 – Silicij  $n$ -tipa: a) kristalna struktura, b) energetski dijagram.

Na slici 2.5b prikazan je energetski dijagram silicija dopiranog donorima. Pozitivno ionizirani donori označeni sa znakom "+" u kružiću. Njihova energija  $E_D$  niža je od dna vodljivog pojasa  $E_c$  za energiju ionizacije petog elektrona (za fosfor ta je energija 0,045 eV). Uz realne iznose koncentracija donora  $N_D$  od  $10^{14}$  do  $10^{21}$  atoma/cm<sup>3</sup>, na sobnoj temperaturi, praktički svi slobodni elektroni potječu od ioniziranih donora i njihova koncentracija je znatno veća od koncentracije elektrona u intrinzičnom siliciju. Budući da procesi generacije i rekombinacije održavaju stalan umnožak koncentracija nosilaca kao i u čistom siliciju u valentnom pojasu prisutna je znatno manja koncentracija šupljina. Silicij dopiran donorskim primjesama ima znatno veću koncentraciju slobodnih elektrona od koncentracije šupljina  $n \gg p$ . Elektroni su *većinski*, a šupljine *manjinski nosioci*. Kako struju pretežno čine većinski negativno nabijeni elektroni ovakav se silicij naziva silicij  $n$ -tipa.



Slika 2.6 – Silicij  $p$ -tipa: a) kristalna struktura, b) energetski dijagram.

Dodavanjem trovalentnog atoma (najčešće bor - B) kristalna struktura silicija poprima oblik prema slici 2.6a. Tri valentna elektrona trovalentnog atoma (označenog s 3+) uspostavljaju vezu s tri susjedna atoma silicija. Veza s jednim atomom silicija ostaje nepopunjena. Na tom mjestu prisutna je šupljina. U nepopunjenu vezu lako se prebacuje valentni elektron iz susjedne

veze, čime stvara šupljinu na svom prvobitnom položaju. Time dolazi do kretanja šupljine preko valentnih elektrona. Primajući elektron, atom bora se ionizira, postajući negativno nabijen. Trovalentni atom naziva se *akceptor*.

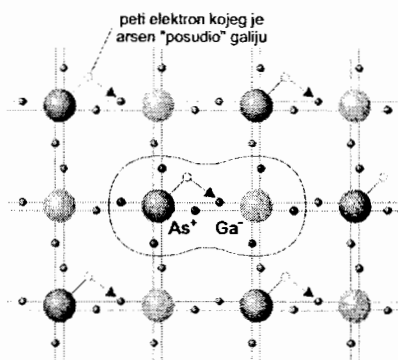
Energija ionizacije atoma bora u kristalu silicija ista je kao i energija ionizacije atoma fosfora (0,045 eV). Za toliki je iznos, prema dijagramu na slici 2.6b, energija akceptora  $E_A$  viša od vrha valentnog pojasa  $E_v$ . Na slici su ionizirani akceptorski atomi prikazani znakom "-" u kružiću. Velika koncentracija šupljina u valentnom pojasu odgovara koncentraciji ioniziranih akceptora, a koncentracija elektrona u vodljivom pojasu je, zbog konstantnosti umnoška nosilaca, mala, tj.  $n \ll p$ . U ovom slučaju šupljine su većinski, a elektroni manjinski nosioci. Materijal je karakteriziran većinskim pozitivnim šupljinama i naziva se silicij *p*-tipa.

Poluvodič dopiran donorima ili akceptorima naziva se još *primjesni ili ekstrinzični poluvodič*.

### 2.3. Ostali poluvodički materijali

Silicij je *elementarni poluvodički materijal* građen od jednog elementa. Kao elementarni poluvodički materijal koristi se i germanij (Ge). Germanij je također četverovalentni element, čija je kristalna struktura ista kao i kod silicija. Dopira se peterovalentnim i trovalentnim primjesama. Kao donori upotrebljavaju se fosfor (P), arsen (As) ili antimon (Sb), a kao akseptori bor (B), aluminij (Al), galij (Ga) i indij (In).

U izradi elektroničkih elemenata upotrebljavaju se i *složeni poluvodički materijali* građeni najčešće od spojeva trovalentnih i peterovalentnih elemenata (III-V poluvodiči), odnosno dvovalentnih i šesterovalentnih elemenata (II-VI poluvodiči). Primjeri III-V poluvodiča su galij-arsenid (GaAs), indij-fosfid (InP), galij-fosfid (GaP), indij-antimonid (InSb), a II-VI poluvodiča su kadmij-sulfid (CdS), cink-sulfid (ZnS). Specifični složeni poluvodički materijali su silicij-karbid (SiC), te silicijgermanij (SiGe) koji su spojevi dva četverovalentna elementa. Osim binarnih poluvodiča, sastavljenih od dva elementa, primjenjuju se i ternarni (npr. aluminij-galij-arsenid -AlGaAs) i kvaternarni (npr. galij-indij-arsen-fosfor -GaInAsP) složeni poluvodički materijali.



Slika 2.7 – Dvodimenzionalni prikaz kristalne strukture galij-arsenida.

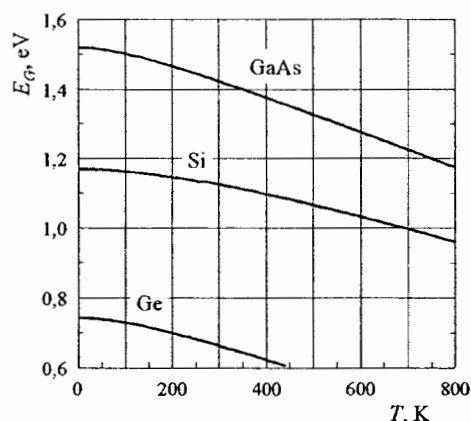
Atomi složenih poluvodiča vežu se u kristalnu strukturu pri čemu atom elementa s većim brojem elektrona u valentnoj ljuski ustupa višak valentnih elektrona elementu s nižom

valentnošću. Na slici 2.7 prikazana je pojednostavljena dvodimenzionalna kristalna struktura najčešće korištenog složenog poluvodičkog materijala - galij-arsenida. Pri formiranju veze atom arsena, kao peterovalentni element, predaje jedan elektron trovalentnom atomu galija, čime se uspostavlja kristalna struktura slična silicijskoj sa slike 2.3a.

Donorske primjese u složenim poluvodičima su elementi čiji je valentni broj za jedan veći od valentnog broja osnovnog elementa kojeg nadomještava u kristalnoj rešetki. Tako se npr. kao donorske primjese u galij-arsenidu upotrebljavaju silicij (Si) ili selen (Se), pri čemu četverovalentni silicij zamjenjuje u kristalnoj strukturi atom galija, a šesterovalentni selen nadomještava atom arsena. Akceptorske primjese imaju broj valentnih elektrona za jedan manji od valentnog broja osnovnog elementa iz kristalne rešetke. Primjer akceptora u GaAs su divalentni berilij (Be) ili mangan (Mg) koji zamjenjuju u kristalnoj strukturi atom galija.

## 2.4. Širina zabranjenog pojasa

Poluvodiči se međusobno razlikuju u širinama zabranjenog pojasa  $E_G$ . Osim toga širina zabranjenog pojasa poluvodiča mijenja se s temperaturom. Na slici 2.8 prikazana je temperaturna promjena širina zabranjenih pojasa silicija, germanija i galij-arsenida. Za sva tri poluvodiča zabranjeni pojas sužava se porastom temperature. U tablici 2.1 navedene su širine zabranjenog pojasa tih poluvodiča na temperaturi apsolutne nule  $T = 0 \text{ K}$  i na sobnoj temperaturi  $T = 300 \text{ K}$ .



Slika 2.8 – Temperaturna ovisnost širine zabranjenog pojasa.

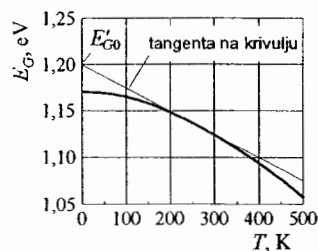
Tablica 2.1 – Širine zabranjenog pojasa za silicij, germanij i galij-arsenid.

Poluvodič	$E_G (0 \text{ K}), \text{eV}$	$E_G (300 \text{ K}), \text{eV}$
Si	1,17	1,12
Ge	0,74	0,66
GaAs	1,52	1,42

Prema slici 2.8, širina zabranjenog pojasa nelinearna je funkcija temperature. U užem temperaturnom području oko sobne temperature može se međutim koristiti jednostavnija aproksimacija linearne promjene širine zabranjenog pojasa s temperaturom prema

$$E_G(T) = E'_{G0} + a T, \quad (2.1)$$

gdje je  $T$  temperatura u kelvinima (K). U linearnoj aproksimaciji  $E'_{G0}$  i  $a$  su parametri pravca koji predstavlja tangentu povučenu na krivulju nelinearne temperature promjene širine zabranjenog pojasa pri sobnoj temperaturi  $T = 300$  K, prema slici 2.9. Parametri  $E'_{G0}$  i  $a$  za silicij, germanij i galij-arsenid navedeni su u tablici 2.2. Treba uočiti razliku između stvarne širine zabranjenog pojasa  $E_G(0$  K) na temperaturi  $T = 0$  K iz tablice 2.1 i parametara  $E'_{G0}$  iz tablice 2.2, koji predstavlja ekstrapoliranu vrijednost linearne aproksimacije za  $T = 0$  K.



Slika 2.9 – Linearna aproksimacija temperaturene ovisnosti širine zabranjenog pojasa.

Tablica 2.2 –Parametri linearnih aproksimacija širina zabranjenog pojasa za silicij, germanij i galij-arsenid.

poluvodič	$E'_{G0}$ , eV	$a$ , eV/K
Si	1,196	$-2,55 \cdot 10^{-4}$
Ge	0,776	$-3,85 \cdot 10^{-4}$
GaAs	1,556	$-4,52 \cdot 10^{-4}$

### Primjer 2.1

Izračunati promjenu širina zabranjenog pojasa silicija, germanija i galij-arsenida ako se temperatura poveća s  $T_1 = 300$  K na  $T_2 = 360$  K.

Rješenje:

Primjenom izraza (2.1)

$$\Delta E_G = E_G(T_2) - E_G(T_1) = a(T_2 - T_1) = a \Delta T$$

gdje je

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 360 - 300 = 60 \text{ K}.$$

Uvrštenjem podataka iz tablice 2.2 dobiva se

$$\text{za silicij} \quad \Delta E_G = -2,55 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = -15,3 \text{ meV}$$

$$\text{za germanij} \quad \Delta E_G = -3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = -23,1 \text{ meV}$$

$$\text{za galij-arsenid} \quad \Delta E_G = -4,52 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = -27,1 \text{ meV}$$

Povećanjem temperature za 60K širine zabranjenog pojasa sva tri poluvodiča suzile su se za  $a \Delta T$ .

---

## 2.5. Intrinzična koncentracija

Intrinzična koncentracija, tj. koncentracija nosilaca čistog poluvodiča, posljedica je kidanja valentne veze uslijed termičke energije, odnosno prelaska elektrona iz valentnog u vodljivi pojas. Iznosi intrinzičnih koncentracija ovise o poluvodičkom materijalu, te o temperaturi. Atomi poluvodiča sa širim zabranjenim pojasom teže će na određenoj temperaturi otpuštati elektrone od atoma poluvodiča s užim temperaturnim pojasom, te je njihova intrinzična koncentracija manja. Porastom temperature raste termička energija elektrona, čime se sve više valentnih elektrona oslobađa od matičnih atoma i intrinzična koncentracija raste. Za proračun intrinzične koncentracije koristi se empirijska jednačba

$$n_i = C T^{3/2} \exp \left[ -\frac{E_G(T)}{2 E_T} \right], \quad (2.2)$$

$C$  je konstanta poluvodičkog materijala, a  $E_T$  energetski ekvivalent temperature definiran kao

$$E_T = k T, \quad (2.3)$$

gdje je  $k$  Boltzmannova konstanta ( $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,620 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ ). Energija  $E_T$  u elektronvoltima računa se prema izrazu

$$E_T = \frac{T}{11600}, \text{ eV}, \quad (2.4)$$

pri čemu se temperatura  $T$  uvrštava u kelvinima (K). Prema (2.2) intrinzična koncentracija raste eksponencijalno s temperaturom.

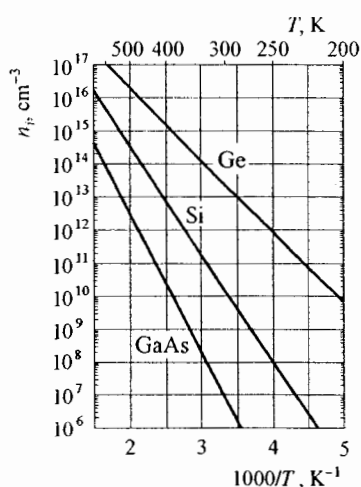
U jednačbi (2.2)  $E_G(T)$  je širina zabranjenog pojasa na temperaturi  $T$ . Ukoliko se za  $E_G(T)$  primijeni izraz (2.1), intrinzična koncentracija je

$$n_i = C_1 T^{3/2} \exp \left( -\frac{E'_{G0}}{2 E_T} \right). \quad (2.5)$$

Parametri  $C$  i  $C_1$  koji se koriste za proračun intrinzičnih koncentracije navedeni su u tablici 2.3, dok su parametri  $E'_{G0}$  dani u tablici 2.2. U tablici 2.3 također su uvrštene vrijednosti intrinzičnih koncentracija pojedinih poluvodiča na sobnoj temperaturi.

**Tablica 2.3** –Parametri za proračun intrinzične koncentracije, te intrinzične koncentracije silicija, germanija i galij-arsenida.

poluvodič	$C, \text{K}^{-3} \cdot \text{cm}^{-3}$	$C_1, \text{K}^{-3} \cdot \text{cm}^{-3}$	$n_i (300 \text{ K}), \text{cm}^{-3}$
Si	$7,07 \cdot 10^{15}$	$3,07 \cdot 10^{16}$	$1,45 \cdot 10^{10}$
Ge	$1,61 \cdot 10^{15}$	$1,51 \cdot 10^{16}$	$2,40 \cdot 10^{13}$
GaAs	$2,88 \cdot 10^{14}$	$4,00 \cdot 10^{15}$	$1,79 \cdot 10^6$



**Slika 2.10** – Temperaturna ovisnost intrinzične koncentracije.

Na slici 2.10 prikazane su temperaturne promjene intrinzičnih koncentracija germanija, silicija i galij-arsenida. Uspoređujući intrinzične koncentracije pojedinih poluvodiča iz tablice 2.3 i sa slike 2.10 sa širinama zabranjenog pojasa tih poluvodiča iz tablice 2.1 i sa slike 2.8 vidljivo je da je intrinzična koncentracija veća kod poluvodiča s manjom širinom zabranjenog pojasa. Tako npr. zbog manje širine zabranjenog pojasa od galij-arsenida, silicij ima veću intrinzičnu koncentraciju. Germanij se, nasuprot tome, odlikuje manjom širinom zabranjenog pojasa i većom intrinzičnom koncentracijom od silicija. Razlike u iznosima intrinzičnih koncentracija pojedinih poluvodiča velike su, zbog eksponencijalne ovisnosti intrinzične koncentracije o širini zabranjenog pojasa, prema (2.2) odnosno prema (2.5). Iz slike 2.10 vidljiv je eksponencijalni porast intrinzične koncentracije s porastom temperature. Pri tome je nagib temperaturne promjene proporcionalan širini zabranjenog pojasa pojedinog poluvodiča. Temperaturna promjena najveća je kod galij-arsenida, a najmanja kod germanija.

### Primjer 2.2

Izračunati promjenu intrinzičnih koncentracija u siliciju, germaniju i galij-arsenidu ako se temperatura promijeni s  $T_1 = 300 \text{ K}$  na  $T_2 = 360 \text{ K}$ .

Rješenje:

Primjenom izraza (2.3), intrinzična koncentracija se, prema (2.5), može pisati

$$n_i(T) = C_1 T^{3/2} \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2kT}\right).$$

Omjer intrinzičnih koncentracija na različitim temperaturama je

$$\frac{n_i(T_2)}{n_i(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} \exp\left[\frac{E'_{G0}}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Za pojedine poluvodiče energija  $E'_{G0}$  uvrštava se iz tablice 2.2. Za silicij vrijedi

$$\text{za silicij} \quad \frac{n_i(360)}{n_i(300)} = \left(\frac{360}{300}\right)^{3/2} \exp\left[\frac{1,196}{2 \cdot 8,620 \cdot 10^{-5}} \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{360}\right)\right] = 62$$

Budući da je energija  $E'_{G0}$  dana u elektronvoltima, konstanta  $k$  uvrštava se u eV/K. Na isti se način, uz odgovarajuće energije  $E'_{G0}$ , određuje omjer intrinzičnih koncentracija za ostale poluvodiče

$$\text{za germanij} \quad \frac{n_i(360)}{n_i(300)} = 16$$

$$\text{za galij-arsenid} \quad \frac{n_i(360)}{n_i(300)} = 198$$

Zbog eksponencijalnog porasta intrinzične koncentracije s temperaturom, porast temperature od 20% uzrokovao je znatnu promjenu intrinzičnih koncentracija. Tako je npr. intrinzična koncentracija silicija porasla za 6100%. Dobiveni rezultati također potvrđuju najveći porast intrinzične koncentracije s temperaturom kod poluvodiča s najvećom širinom zabranjenog pojasa.

## 2.6. Određivanje koncentracija nosilaca

Koncentracije nosilaca naboja u poluvodičima, tj. koncentracije elektrona i šupljina ovise o tipu poluvodiča, temperaturi i dopiranju. Kada poluvodič nije podvrgnut djelovanju vanjskih sila koncentracije nosilaca određuju se primjenom *zakona termodinamičke ravnoteže* i *zakona električke neutralnosti*.

### 2.6.1. Zakon termodinamičke ravnoteže

Koncentracije nosilaca određuju procesi generacije i rekombinacije. U ravnoteži, bez prisutnosti vanjskih sila, ta su dva procesa međusobno jednaka, te uspostavljaju konstantan umnožak nosilaca  $n_0 \cdot p_0$  na određenoj temperaturi. Prema zakonu termodinamičke ravnoteže

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2. \quad (2.6)$$



S indeksom 0 u koncentracijama  $n_0$  i  $p_0$  označuju se *ravnotežne koncentracije nosilaca*.

### 2.6.2. Zakon električke neutralnosti

Uz negativno nabijene elektrone i pozitivno nabijene šupljine, električkom naboju u poluvodiču doprinose i ionizirani atomi primjese, tj. donori i akceptori. Ionizacijom donori otpuštaju elektron, čime postaju pozitivni ioni, a akceptori preuzimaju elektron i postaju negativni ioni. Kada je poluvodič u ravnoteži električki neutralan suma pozitivnog naboja odgovara sumi negativnog naboja

$$q(p_0 + N_D^+) = q(n_0 + N_A^-). \quad (2.7)$$

S  $N_D^+$  i  $N_A^-$  označene su koncentracije ioniziranih donora i akceptora. Budući da su na temperaturama od interesa praktički svi primjesni atomi ionizirani, koncentracije ioniziranih primjese najčešće se izjednačuju s koncentracijama donora  $N_D$  i akceptora  $N_A$  ugrađenim u strukturu poluvodiča.

### 2.6.3. Čisti poluvodič

U ravnoteži se koncentracije nosilaca određuju rješavanjem jednadžbi (2.6) i (2.7). Čisti poluvodič ne sadrži primjese ( $N_D = N_A = 0$ ), te su koncentracije elektrona i šupljina međusobno jednake i vrijedi

$$n_0 = p_0 = n_i. \quad (2.8)$$

Budući da prema (2.2) ili (2.5) intrinzična koncentracija  $n_i$  raste s temperaturom, na isti način s temperaturom rastu i ravnotežne koncentracije  $n_0$  i  $p_0$ .

### 2.6.4. Poluvodič *n*-tipa

U dopiranom poluvodiču ugrađuju se primjese. Često su prisutne obje vrste primjese i donorske i akceptorske, a tip poluvodiča određuju primjese veće koncentracije.

Za  $N_D > N_A$  poluvodič je *n*-tipa. Rješavanjem (2.6) i (2.7) koncentracija većinskih elektrona  $n_{0n}$  je

$$n_{0n} = \frac{N_D - N_A + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2}}{2}. \quad (2.8)$$

U koncentraciji  $n_{0n}$  indeks *n* upućuje da se radi o koncentraciji *n*-tipa poluvodiča. Razlika koncentracija  $N_D - N_A$  je neto koncentracija donora. Primjenom (2.6) koncentracija manjinskih šupljina  $p_{0n}$  je

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{n_{0n}}. \quad (2.9)$$

Ravnotežne koncentracije nosilaca mijenjaju se s temperaturom. S temperaturom raste intrinzična koncentracija, a time i koncentracije elektrona i šupljina. Budući se generacijom stvaraju parovi elektron-šupljina, oba tipa nosilaca rastu za isti iznos. Promjenom temperature

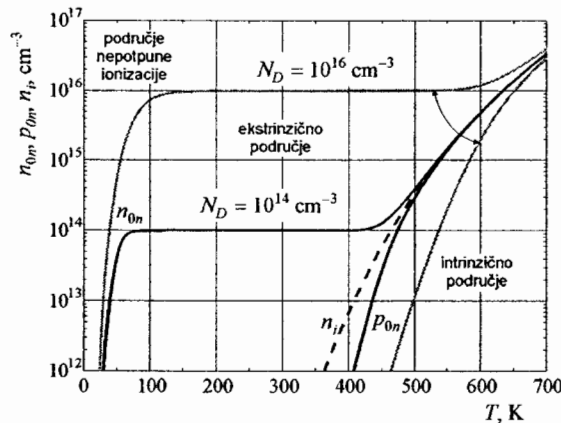
razlika koncentracija nosilaca održava se konstantnom, što proizlazi iz zakona električke neutralnosti

$$n_{0n} - p_{0n} = N_D - N_A. \quad (2.10)$$

Iako obje koncentracije nosilaca rastu s temperaturom jednako, relativne promjene koncentracija su različite. Na nižim temperaturama za koje je intrinzična koncentracija dovoljno mala u usporedbi s neto koncentracijom primjesa, prirast koncentracije termički generiranih nosilaca je zanemariv u odnosu na koncentraciju većinskih nosilaca nastalih ionizacijom primjesa. Time je koncentracija većinskih elektrona gotovo konstantna i jednaka je neto koncentraciji primjesa. To proizlazi iz (2.8) uz  $(N_D - N_A) \gg 2n_i$ . Porast temperature uzrokuje međutim nagli rast koncentracije manjinskih šupljina, budući da one nastaju isključivo termičkom generacijom. Temperaturno područje u kojem je koncentracija većinskih nosilaca određena neto koncentracijom primjesa naziva se *ekstrinzično temperaturno područje*. U tom je području  $n_{0n} \gg n_i \gg p_{0n}$  i koncentracija većinskih nosilaca može se računati prema

$$n_{0n} \approx N_D - N_A. \quad (2.11)$$

Zbog nepromjenjivosti koncentracije elektrona i porasta koncentracije šupljina u ekstrinzičnom temperaturnom području, porastom temperature njihov se omjer smanjuje. Situacija se kvalitativno ne mijenja sve dok, zbog porasta temperature, intrinzična koncentracija ne dosegne po svom iznosu neto koncentraciju donora  $N_D - N_A$ . Tada s porastom temperature počinje rasti i koncentracija većinskih elektrona. Prema (2.8) uz  $2n_i \gg (N_D - N_A)$ , slijedi  $n_{0n} \approx n_i$ , što znači da koncentracije većinskih elektrona i manjinskih šupljina sve više teže intrinzičnoj koncentraciji, a poluvodič po svojim svojstvima intrinzičnom poluvodiču. Temperaturno područje u kojem obje koncentracije nosilaca dopiranog poluvodiča rastu s porastom intrinzične koncentracije naziva se *intrinzično temperaturno područje*.



Slika 2.11 – Temperaturna ovisnost ravnotežnih koncentracija nosilaca u *n*-tipu silicija.

Temperaturne promjene ravnotežnih koncentracija nosilaca *n*-tipa silicija prikazane su na slici 2.11. Raspodjele su crtane za dvije koncentracije donora, uz  $N_A = 0$ . Iako je sa slike vidljiv postupni prijelaz iz ekstrinzičnog u intrinzično temperaturno područje, kao granica između ta dva

područja odabire se *intrinzična temperatura*  $T_i$  na kojoj je  $n_i = N_D - N_A$ . Očigledno je da se  $T_i$  znatno mijenja s koncentracijom primjesa i prema slici 2.11 iznosi oko 440 K za  $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , odnosno oko 640 K za  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Zaključak je da jače dopiran poluvodič postaje intrinzičan na višim temperaturama.

Na slici 2.11 primjetno je znatno smanjenje koncentracije većinskih elektrona pri temperaturama nižim od 150 K. To je *područje nepotpune ionizacije*. Na tako niskim temperaturama dodatni peti elektroni donorskih atoma, koji nisu vezani kovalentnom vezom, nemaju dovoljnu energiju za oslobođenje od matičnih atoma. Zbog toga nisu ionizirani donorski atomi i ne pridonose povećanju koncentracije slobodnih elektrona.

Područje primjene poluvodičkih elektroničkih elemenata je ekstrinzično temperaturno područje u kojem su koncentracije nosilaca kontrolirane koncentracijama ioniziranih primjesa. Silicijski elementi koriste se u temperaturnom području od  $-50^\circ\text{C}$  do otprilike  $200^\circ\text{C}$ . Opseg ekstrinzičnog temperaturnog područja ovisi o razini dopiranja, te o vrsti poluvodiča. Zbog veće intrinzične koncentracije dopirani germanij prelazi u intrinzično temperaturno područje na nižoj temperaturi od silicija. Galij-arsenid s druge strane ima manju intrinzičnu koncentraciju od silicija, što znači da mu je intrinzična temperatura  $T_i$  viša nego kod silicija.

#### 2.6.5. Poluvodič p-tipa

U poluvodiču p-tipa prevladava koncentracija akceptora,  $N_A > N_D$ . Prema (2.6) i (2.7) koncentracija većinskih šupljina je

$$p_{0p} = \frac{N_A - N_D + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2}}{2}. \quad (2.12)$$

Koncentracija manjinskih elektrona računa se, prema (2.6), kao

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{p_{0p}}. \quad (2.13)$$

Koncentracije većinskih i manjinskih nosilaca mijenjaju se s temperaturom na isti način kao i kod n-tipa poluvodiča. Tako se u ekstrinzičnom temperaturnom području, uz neto koncentraciju akceptora  $(N_A - N_D) \gg 2n_i$ , izraz (2.12) pojednostavljuje i koncentracija većinskih šupljina može se računati prema

$$p_{0p} \approx N_A - N_D, \quad (2.14)$$

što znači da koncentraciju većinskih šupljina određuje neto koncentracija akceptora.

#### 2.6.6. Kompenzirani poluvodič

U specijalnom slučaju poluvodič u nekom svom dijelu može biti dopiran jednakim koncentracijama donora i akceptora. Uz  $N_D = N_A$ , prema (2.7), slijedi da je  $n_0 = p_0$ , odnosno  $n_0 = p_0 = n_i$ . Poluvodič se naziva kompenzirani, jer jedan tip primjesa kompenzira drugi, a koncentracije nosilaca pri tome odgovaraju intrinzičnoj koncentraciji. U intrinzičnom i kompenziranom poluvodiču ne postoji ekstrinzično temperaturno područje.

### Primjer 2.3

Odrediti tip poluvodiča i koncentracije slobodnih nosilaca u siliciju na temperaturi  $T = 300 \text{ K}$  za:

- a)  $N_D = 0$  i  $N_A = 0$ ,
- b)  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,
- c)  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,
- d)  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Rješenje:

Pri proračunu koncentracija nosilaca primjenom zakona termodinamičke ravnoteže (2.6) i zakona električne neutralnosti (2.7) potrebno je poznavati intrinzičnu koncentraciju. Za silicija na temperaturi  $T = 300 \text{ K}$  vrijedi

$$n_i = C_1 T^{3/2} \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 E_T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot 300^{3/2} \exp\left(-\frac{1,196 \cdot 11600}{2 \cdot 300}\right) = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

- a) Za  $N_D = 0$  i  $N_A = 0$  silicij je intrinzičan i vrijedi

$$n_0 = p_0 = n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}.$$

- b) U slučaju  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  koncentracije primjesa su međusobno jednake i radi se o kompenziranom siliciju. Koncentracije nosilaca jednake su kao i u intrinzičnom siliciju

$$n_0 = p_0 = n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}.$$

- c) Za  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  koncentracija akceptora veća je od koncentracije donora i silicij je  $p$ -tipa. Budući je neto koncentracija akceptora

$$N_A - N_D = 1,5 \cdot 10^{16} - 1 \cdot 10^{16} = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} \gg n_i,$$

radi se o ekstrinzičnom temperaturnom području, te su koncentracije većinskih šupljina i manjinskih elektrona

$$p_{0p} = N_A - N_D = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{p_{0p}} = \frac{1,45^2 \cdot 10^{20}}{5 \cdot 10^{15}} = 4,21 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

- d) Za  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  koncentracija donora veća je od koncentracije akceptora i silicij je  $n$ -tipa. Neto koncentracija donora je

$$N_D - N_A = 1 \cdot 10^{16} - 1 \cdot 10^{15} = 9 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} \gg n_i,$$

i koncentracije većinski elektrona i manjinskih šupljina su

$$n_{0n} = N_D - N_A = 9 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{n_{0n}} = \frac{1,45^2 \cdot 10^{20}}{9 \cdot 10^{15}} = 2,34 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

#### Primjer 2.4

Siliciju su dodane koncentracije donorskih i akceptorskih primjesa  $N_D = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 1,55 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Odrediti koncentracije slobodnih nosilaca na temperaturama:

- $T = 0^\circ \text{ C}$ ,
- $T = 100^\circ \text{ C}$ ,
- $T = 150^\circ \text{ C}$ .

Rješenje:

Na svim zadanim temperaturama dodane primjese su ionizirane. S obzirom da je koncentracija akceptorskih primjesa veća od donorskih primjesa, poluvodič je  $p$ -tipa. Neto koncentracija akceptora je

$$N_A - N_D = 1,55 \cdot 10^{16} - 1,5 \cdot 10^{16} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3},$$

Prije određivanja koncentracija nosilaca na svakoj je temperaturi potrebno odrediti intrinzičnu koncentraciju.

- Na  $T = 0^\circ \text{ C} = 273 \text{ K}$  intrinzična je koncentracija

$$n_i = C_1 T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_{G0}}{2 E_T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot 273^{3/2} \exp\left(-\frac{1,196 \cdot 11600}{2 \cdot 273}\right) = 1,28 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}.$$

Kako je  $N_A - N_D \gg n_i$  silicij je u ekstrinzičnom temperaturnom području i koncentraciju većinskih šupljina određuju dodane primjese

$$p_{0p} = N_A - N_D = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{p_{0p}} = \frac{1,28^2 \cdot 10^{18}}{5 \cdot 10^{14}} = 3,28 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

- Na  $T = 100^\circ \text{ C} = 373 \text{ K}$  intrinzična je koncentracija

$$n_i = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot 373^{3/2} \exp\left(-\frac{1,196 \cdot 11600}{2 \cdot 373}\right) = 1,85 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}.$$

Iako se intrinzična koncentracija povećala, još uvijek je  $N_A - N_D \gg n_i$  i silicij je i dalje u ekstrinzičnom temperaturnom području. Koncentraciju nosilaca su

$$p_{0p} = N_A - N_D = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{p_{0p}} = \frac{1,85^2 \cdot 10^{24}}{5 \cdot 10^{14}} = 6,85 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$$

- Na  $T = 200^\circ \text{ C} = 473 \text{ K}$  intrinzična je koncentracija

$$n_i = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot 473^{3/2} \exp\left(-\frac{1,196 \cdot 11600}{2 \cdot 473}\right) = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

Intrinzična koncentracija istog je reda veličine kao i neto koncentracija akceptora, te se većinske šupljine određuju pomoću (2.12)

$$\begin{aligned} p_{0p} &= \frac{N_A - N_D + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4 n_i^2}}{2} = \\ &= \frac{5 \cdot 10^{14} + \sqrt{(5 \cdot 10^{14})^2 + 4 \cdot (1,35 \cdot 10^{14})^2}}{2} = 5,34 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3} \\ n_{0p} &= \frac{n_i^2}{p_{0p}} = \frac{(1,35 \cdot 10^{14})^2}{5,34 \cdot 10^{14}} = 3,41 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

Iz rezultata je vidljivo kako porastom temperature raste koncentracija manjinskih elektrona. Na nižim temperaturama te su koncentracije znatno manje od neto koncentracija primjesa i koncentracija većinskih šupljina se ne mijenja. Na temperaturi od 200° C koncentracije manjinskih elektrona dostižu neto koncentraciju primjesa uslijed čega počinje rasti koncentracija većinskih šupljina. Postupno se prelazi u intrinzično temperaturno područje i silicij teži intrinzičnom siliciju.

## 2.7. Raspodjele energija nosilaca

Za objašnjenje rada poluvodičkih elemenata potrebno je, uz koncentracije nosilaca, poznavati i raspodjelu njihovih energija. Slobodni elektroni posjeduju energije u vodljivom pojasu, a šupljine energije u valentnom pojasu. Svi elektroni unutar vodljivog pojasa nemaju iste energije, već su njihove energije statistički raspoređene. Slično vrijedi i za energije šupljina u valentnom pojasu.

### 2.7.1. Raspodjela energija elektrona u vodljivom pojasu

Broj elektrona  $dn(E)$  u vodljivom pojasu ( $E > E_c$  prema slici 2.1) u jediničnom volumenu i u intervalu energija  $dE$  određuje se jednadžbom

$$dn(E) = S_n(E) f_n(E) dE. \quad (2.15)$$

$S_n(E)$  je *gustoća dozvoljenih kvantnih stanja*, odnosno raspodjela dozvoljenih energija elektrona u vodljivom pojasu. Teoretski se gustoća  $S_n(E)$  opisuje izrazom

$$S_n(E) = \frac{8 \sqrt{2} \pi (m_c^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c}, \quad (2.16)$$

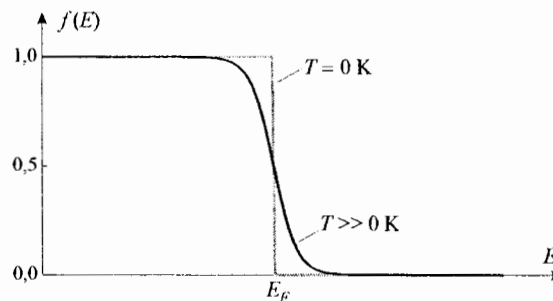
gdje su  $m_c^*$  *efektivna masa* elektrona u vodljivom pojasu, a  $h$  je Planckova konstanta ( $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js). Efektivnom masom opisuje se kretanje elektrona u kristalnoj strukturi poluvodiča. Prema tom fizikalnom modelu utjecaj kristalne rešetke na elektrone modelira se promjenom njegove mase u odnosu na masu slobodnog elektrona u vakuumu  $m_0$

( $m_0 = 9,107 \cdot 10^{-31}$  kg). Pri tome za elektron u poluvodiču vrijede svi zakoni gibanja kao i za elektron u vakuumu.

Da bi se odredilo zauzeće energije  $E$  vodljivog pojasa elektronom, raspodjelu  $S_n(E)$  dozvoljenih energija treba pomnožiti funkcijom vjerojatnosti  $f_n(E)$  da elektron ima energiju  $E$ . Funkcija  $f_n(E)$  je *Fermi-Diracova funkcija vjerojatnosti* oblika

$$f_n(E) = f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{E_T}\right)}. \quad (2.17)$$

$E_F$  je *Fermijeva energija* definirana kao energija za koju je vjerojatnost popunjenosti jednaka 0,5. Prikaz funkcije vjerojatnosti dan je na slici 2.12.



Slika 2.12 – Fermi-Diracova funkcija vjerojatnosti.

Prema Fermi-Diracovoj funkciji za  $T = 0$  K sva energetska stanja niža od  $E_F$  zauzeta su elektronima, a sva stanja iznad  $E_F$  su prazna. To znači da na temperaturi apsolutne nule elektroni poprimaju energije do  $E_F$ . Porastom temperature raste energija elektrona, te za  $T \gg 0$  K dio elektrona poprima energije više od  $E_F$ , čime su neka energetska stanja niža od  $E_F$  prazna.

U poluvodičima koji nisu dopirani prevelikim koncentracijama primjesa (manjim od  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ) Fermijeva je energija  $E_F$  unutar zabranjenog pojasa. Ako je pri tome  $E_F$  niža od  $E_c$  za barem nekoliko  $E_T$ , tada je, za sve energije vodljivog pojasa  $E > E_c$  eksponencijalni član u nazivniku (2.17) znatno veći od 1 i Fermi-Diracova funkcija vjerojatnosti (2.17) može se aproksimirati Maxwell-Boltzmannovom funkcijom vjerojatnosti

$$f_n(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{E_T}\right). \quad (2.18)$$

Ukupan broj ili koncentracija elektrona u vodljivom pojasu određuje se integracijom raspodjele (2.15) po energijama vodljivog pojasa

$$n = \int_{E_c}^{\infty} S_n(E) f_n(E) dE. \quad (2.19)$$

Zbog eksponencijalnog karaktera, funkcija vjerojatnosti  $f_n(E)$  za energije više od  $E_c$  vrlo brzo teži prema nuli te se za gornju granicu integracije uzima energija  $E \rightarrow \infty$ . Uvrštenjem (2.16) i (2.18) i integriranjem (2.19) dobiva se

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{E_T}\right), \quad (2.20)$$

gdje je

$$N_c = 2 \left( \frac{2 \pi m_c^* k T}{h^2} \right)^{3/2} \quad (2.21)$$

efektivna gustoća kvantnih stanja u vodljivom pojasu.

### 2.7.2. Raspodjela energija šupljina u valentnom pojasu

Analogno jednadžbi (2.15) broj šupljina  $dp(E)$  u valentnom pojasu (za  $E < E_v$ ) u jediničnom volumenu i intervalu energija  $dE$  određuje se prema

$$dp(E) = S_p(E) f_p(E) dE. \quad (2.22)$$

$S_p(E)$  je gustoća dozvoljenih kvantnih stanja za šupljine, odnosno raspodjela dozvoljenih energija šupljina u valentnom pojasu, koja je dana izrazom

$$S_p(E) = \frac{8 \sqrt{2} \pi (m_v^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_v - E}, \quad (2.23)$$

gdje je  $m_v^*$  efektivna masa šupljina u valentnom pojasu, koja je različita od  $m_c^*$ .

Budući da šupljina predstavlja izostanak elektrona u valentnom pojasu, vjerojatnost  $f_p(E)$  zauzeća energije  $E$  šupljinom jednaka je vjerojatnosti da ta energetska razina nije popunjena elektronom, odnosno vjerojatnosti  $1 - f_n(E)$ . Uz primjenu Fermi-Diracove funkcije vjerojatnosti vrijedi

$$f_p(E) = 1 - f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{E_T}\right)}. \quad (2.24)$$

Ako je Fermijeva energija  $E_F$  unutar zabranjenog pojasa i ako je pri tome viša od  $E_v$  za barem nekoliko  $E_T$ , tada Fermi-Diracova funkcija vjerojatnosti (2.24) prelazi u Maxwell-Boltzmannovu funkciju vjerojatnosti

$$f_p(E) \approx \exp\left(-\frac{E_F - E}{E_T}\right). \quad (2.25)$$

Koncentracija šupljina u valentnom pojasu dobiva se integriranjem raspodjele (2.22) po energijama valentnog pojasa



$$p = \int_{-\infty}^{E_F} S_p(E) f_p(E) dE. \quad (2.26)$$

Primjenom (2.23) i (2.25), integriranje (2.26) daje

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{E_T}\right), \quad (2.27)$$

gdje je

$$N_v = 2 \left( \frac{2 \pi m_v^* k T}{h^2} \right)^{3/2} \quad (2.28)$$

efektivna gustoća kvantnih stanja u valentnom pojasu.

### 2.7.3. Umnožak koncentracija nosilaca

U ravnoteži Fermijeva je energija konstantna, te se množenjem (2.20) i (2.27) dobiva

$$n_0 \cdot p_0 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{E_T}\right). \quad (2.29)$$

Za razliku od pojedinačnih koncentracija nosilaca, umnožak ravnotežnih koncentracija, prema (2.29), ne ovisi o položaju Fermijeve energije. Primjenom (2.6) i (2.2) umnožak ravnotežnih koncentracija je

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2 = C^2 T^3 \exp\left(-\frac{E_G}{E_T}\right). \quad (2.30)$$

Usporedbom gornjih izraza, uz  $E_G = E_c - E_v$ , slijedi da je  $N_c \cdot N_v = C^2 T^3$ . Budući da je umnožak  $N_c \cdot N_v$ , prema (2.21) i (2.28), proporcionalan s  $T^3$ , jednadžba (2.29) teoretski potvrđuje empirijsku jednadžbu (2.2), tj. ovisnost intrinzične koncentracije o temperaturi i širini zabranjenog pojasa.

Efektivne gustoće kvantnih stanja  $N_c$  i  $N_v$  razlikuju se u efektivnim masama  $m_c^*$  i  $m_v^*$ . Često se, bez znatnijeg gubitka točnosti proračuna položaja Fermijeve energije, zanemaruju razlike efektivnih masa  $m_c^*$  i  $m_v^*$  u (2.21) i (2.28). U tom se slučaju pretpostavljaju međusobno jednake efektivne gustoće  $N_c$  i  $N_v$  i primjenom (2.29) i (2.30) može se pisati

$$N_c \approx N_v \approx C T^{3/2}. \quad (2.31)$$

Korištenjem parametra  $C$  iz tablice 2.3 za silicij na sobnoj temperaturi,  $T = 300$  K, gustoće su  $N_c \approx N_v \approx 3,7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

## 2.8. Određivanje položaja Fermijeve energije

Iz poznatih koncentracija nosilaca u ravnoteži, određuje se položaj Fermijeve energije poluvodiča.

### 2.8.1. Intrinzični poluvodič

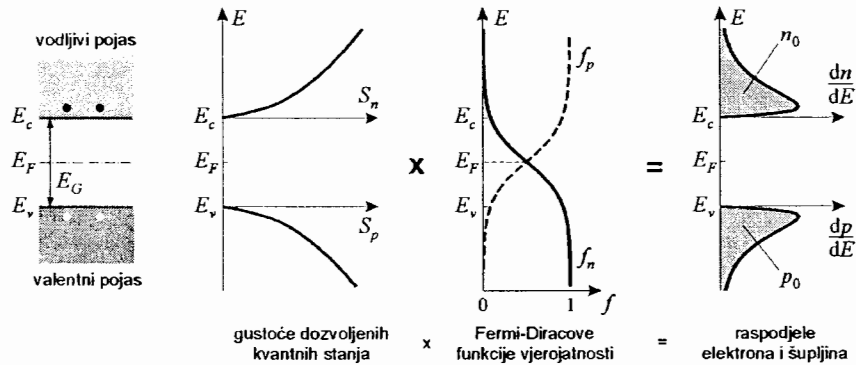
U intrinzičnom poluvodiču koncentracije nosilaca su jednake,  $n_0 = p_0$ , te se primjenom (2.20) i (2.27) dobiva

$$N_c \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_c}{E_T}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_{Fi}}{E_T}\right), \quad (2.32)$$

gdje je s  $E_{Fi}$  označena Fermijeva energija intrinzičnog poluvodiča. Uz jednake gustoće kvantnih stanja  $N_c \approx N_v$ , iz (2.32) slijedi

$$E_{Fi} = \frac{E_v + E_c}{2}, \quad (2.33)$$

odnosno Fermijeva energija  $E_{Fi}$  nalazi se u sredini zabranjenog pojasa. Rezultat (2.33) vrijedi i za kompenzirani poluvodič.



Slika 2.13 – Fermijeva energija i raspodjele koncentracija nosilaca intrinzičnog poluvodiča.

Grafički prikaz položaja Fermijeve energije i raspodjela nosilaca intrinzičnog poluvodiča dan je na slici 2.13. Lijeva slika prikazuje Fermijevu energiju  $E_F = E_{Fi}$  u sredini zabranjenog pojasa. Puni kružići u vodljivom i prazni u valentnom pojasu simboliziraju jednak broj slobodnih elektrona i šupljina. Na sljedećoj slici ucrтана je parabolična ovisnost gustoća dozvoljenih kvantnih stanja elektrona  $S_n$  i šupljina  $S_p$  o energiji. Uz zanemarenje razlika efektivnih masa nosilaca, raspodjela  $S_n$  u vodljivom pojasu jednaka je raspodjeli  $S_p$  u vodljivom pojasu. Slijedeća slika prikazuje Fermi-Diracove funkcije vjerojatnosti elektrona  $f_n$  i šupljina  $f_p$ . Vidljivo je da su te funkcije komplementarne,  $f_p = 1 - f_n$ , te da se u vodljivom, odnosno valentnom pojasu mogu nadomjestiti eksponencijalnim Maxwell-Boltzmannovim raspodjelama. Zadnja desna slika prikazuje umnoške  $S_n \cdot f_n$  i  $S_p \cdot f_p$ , odnosno raspodjele nosilaca  $dn/dE$  i  $dp/dE$ . Raspodjela elektrona u vodljivom pojasu jednaka je raspodjeli šupljina u valentnom

pojasu. Budući da su koncentracije slobodnih elektrona i šupljina određene površinama ispod raspodjela  $dn/dE$  i  $dp/dE$ , te su koncentracije međusobno jednake.

Uz jednake gustoće kvantnih stanja  $N_c \approx N_v$ , omjer ravnotežnih koncentracija nosilaca je, primjenom (2.20) i (2.27), jednak

$$\frac{n_0}{p_0} = \exp\left(2 \frac{E_F - E_{Fi}}{E_T}\right). \quad (2.34)$$

Kombinacijom (2.34) s (2.6) dobivaju se ravnotežne koncentracije nosilaca u ovisnosti o energijama  $E_F$  i  $E_{Fi}$

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{E_T}\right), \quad (2.35)$$

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{E_T}\right). \quad (2.36)$$

Za intrinzični poluvodič, uz  $E_F = E_{Fi}$ , koncentracije su  $n_0 = p_0 = n_i$ .

### 2.8.2. Poluvodič n-tipa

Ravnotežna koncentracija većinskih elektrona  $n_{0n}$  je, prema (2.20) i (2.35)

$$n_{0n} = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{E_T}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{E_T}\right), \quad (2.37)$$

odakle je

$$E_F = E_c - E_T \ln\left(\frac{N_c}{n_{0n}}\right) = E_{Fi} + E_T \ln\left(\frac{n_{0n}}{n_i}\right). \quad (2.38)$$

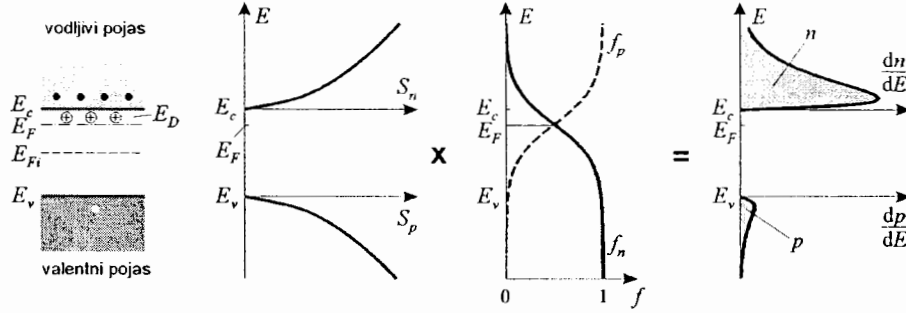
U ekstrinzičnom temperaturnom području  $n_{0n} \approx N_D - N_A$ , te se (2.38) može pisati u obliku

$$E_F \approx E_c - E_T \ln\left(\frac{N_c}{N_D - N_A}\right) \approx E_{Fi} + E_T \ln\left(\frac{N_D - N_A}{n_i}\right). \quad (2.39)$$

Prema (2.38) i (2.39) Fermijeva energija  $E_F$  n-tipa poluvodiča je iznad  $E_{Fi}$ , odnosno u gornjoj polovici zabranjenog pojasa. Porastom neto koncentracije donora  $N_D - N_A$  energija  $E_F$  sve se više udaljava od sredine zabranjenog pojasa  $E_{Fi}$ . Pri tome je energija  $E_F$  niža od  $E_c$  ako su neto koncentracije donora  $N_D - N_A$  manje od gustoće kvantnih stanja  $N_c$ . Za  $N_D - N_A > N_c$  energija  $E_F$  prelazi u vodljivi pojas. Takav se poluvodič naziva *degeneriran poluvodič* i po svojim se svojstvima približava svojstvima metala.

Slika 2.14 je grafički prikaz položaja Fermijeve energije i raspodjela nosilaca n-tipa poluvodiča. Fermijeva energija  $E_F$  je u gornjoj polovici zabranjenog pojasa. U odnosu na intrinzični poluvodič sa slike 2.13, funkcije vjerojatnosti  $f_n$  i  $f_p$  pomaknute su prema višim energijama, tj. prema vodljivom pojasu. Time je povećana vjerojatnost popunjenja energija

vodljivog pojasa elektronima, a smanjena vjerojatnosti popunjenja energija valentnog pojasa šupljinama, što rezultira povećanom raspodjelom  $dn/dE$  u odnosu na  $dp/dE$ , odnosno povećanom većinskom koncentracijom  $n_{0n}$  u odnosu na manjinsku koncentraciju  $p_{0n}$ . Iz slike 2.14 očigledno je da veći pomak Fermijeve energije prema vodljivom pojasu uzrokuje daljnje povećanje  $n_{0n}$  i smanjenje  $p_{0n}$ .



Slika 2.14 – Fermijeva energija i raspodjele koncentracija nosilaca  $n$ -tipa poluvodiča.

### 2.8.3. Poluvodič $p$ -tipa

Primjenom (2.27) i (2.36), ravnotežna koncentracija većinskih šupljina  $p_{0p}$  je

$$p_{0p} = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{E_T}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{E_T}\right), \quad (2.40)$$

te je

$$E_F = E_v + E_T \ln\left(\frac{N_v}{p_{0p}}\right) = E_{Fi} - E_T \ln\left(\frac{p_{0p}}{n_i}\right). \quad (2.41)$$

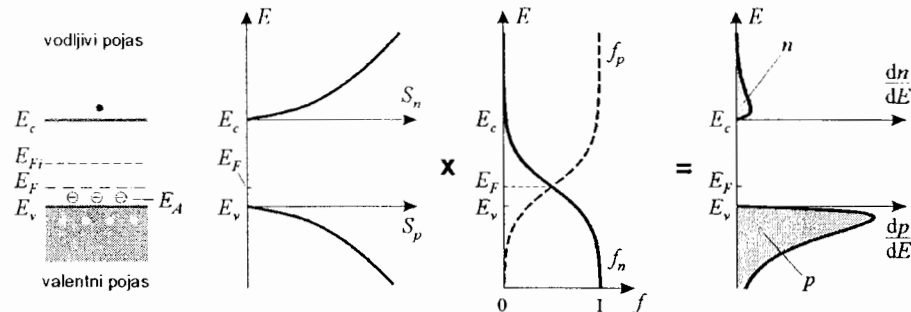
U ekstrinzičnom temperaturnom području, uz  $p_{0p} \approx N_A - N_D$ , vrijedi

$$E_F \approx E_v + E_T \ln\left(\frac{N_v}{N_A - N_D}\right) \approx E_{Fi} - E_T \ln\left(\frac{N_A - N_D}{n_i}\right). \quad (2.42)$$

U  $p$ -tipu poluvodiča Fermijeva energija  $E_F$  je ispod  $E_{Fi}$ , tj. u donjoj polovici zabranjenog pojasa. Porastom neto koncentracije akceptora  $N_A - N_D$  energija  $E_F$  sve se više udaljava od sredine zabranjenog pojasa  $E_{Fi}$ . Energija  $E_F$  je unutar zabranjenog pojasa, odnosno viša od  $E_v$  ako je koncentracije akceptora  $N_A - N_D$  manja od gustoće kvantnih stanja  $N_v$ . Uz  $N_A - N_D > N_v$  energija  $E_F$  ulazi u valentni pojas i poluvodič postaje degeneriran.

Na slici 2.15 dan je grafički prikaz položaja Fermijeve energije i raspodjela nosilaca  $p$ -tipa poluvodiča. Budući je Fermijeva energija  $E_F$  u donjoj polovici zabranjenog pojasa, funkcije vjerojatnosti  $f_n$  i  $f_p$  pomaknute su prema nižim energijama, tj. prema valentnom pojasu. Rezultat je porast vjerojatnosti popunjenja energija valentnog pojasa šupljinama i smanjenje vjerojatnosti popunjenja energija vodljivog pojasa elektronima, te rast  $dp/dE$  u odnosu

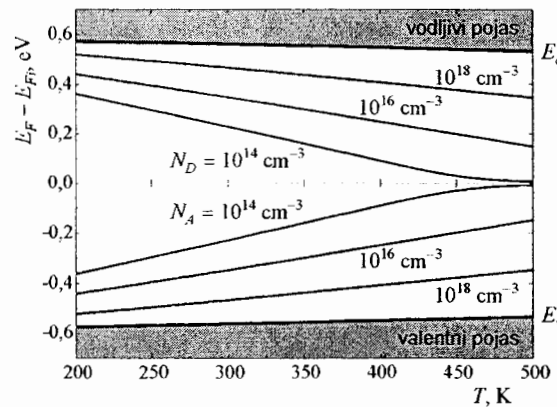
na  $dn/dE$ , odnosno povećanje većinske koncentracije  $p_{0p}$  u odnosu na manjinsku koncentraciju  $n_{0p}$ . Odnos  $p_{0p}/n_{0p}$  povećava se pomakom Fermijeve energije prema valentnom pojasu.



Slika 2.15 – Fermijeva energija i raspodjele koncentracija nosilaca  $p$ -tipa poluvodiča.

#### 2.8.4. Temperaturna ovisnost

Prema (2.38) i (2.41) položaj Fermijeve energije  $E_F$  mijenja se s koncentracijama nosilaca i s temperaturom. Temperaturna promjena  $E_F$  za različite koncentracije primjesa u siliciju prikazana je na slici 2.16. Kao referentna razina odabrana je Fermijeva energija intrinzičnog silicija  $E_{Fi}$ .



Slika 2.16 – Ovisnost Fermijeve energije silicija o temperaturi za različite koncentracije primjesa.

Za odabrane koncentracije primjesa Fermijeva je energija unutar zabranjenog pojasa. U  $n$ -tipu silicija, dopiranom s donorima, Fermijeva je energija u gornjoj polovici zabranjenog pojasa i za više koncentracije donora  $N_D$  bliže je granici zabranjenog i vodljivog pojasa. Porastom temperature Fermijeva se energija približava sredini zabranjenog pojasa. Razlog tome je porast intrinzične koncentracije  $n_i$ , čime se smanjuje omjer većinskih i manjinskih nosilaca  $n_{0n}/p_{0n}$ . Na taj se način gubi utjecaj dopiranja i silicij teži intrinzičnom stanju. Slično ponašanje vidljivo je kod  $p$ -tipa silicija dopiranog akceptorima. Jedina je razlika položaj Fermijeve energije u donjoj polovici zabranjenog pojasa.

Osim temperaturne promjene Fermijeve energije, na slici 2.16 treba uočiti i suženje zabranjenog pojasa  $E_G = E_c - E_v$  s porastom temperature. Prema (2.33) granice zabranjenog pojasa su

$$E_c = E_{Fi} + E_G / 2, \quad (2.43)$$

$$E_v = E_{Fi} - E_G / 2. \quad (2.44)$$

Uz referentnu energiju  $E_{Fi} = 0$  vrijedi  $E_c = -E_v = E_G / 2$ . Prema (2.1) i podacima iz tablice 2.2  $E_c = -E_v = 0,574 \text{ eV}$  za  $T = 150 \text{ K}$ , odnosno  $E_c = -E_v = 0,533 \text{ eV}$  za  $T = 500 \text{ K}$ .

### Primjer 2.5

Za temperature  $T_1 = 300 \text{ K}$  i  $T_2 = 420 \text{ K}$  izračunati položaj Fermijeve energije silicija koji je:

- intrinzičan,
- dopiran s  $N_D = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,
- dopiran s  $N_A = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Pretpostaviti da su efektivne gustoće  $N_c \approx N_v$ .

Rješenje:

Pri proračunu položaja Fermijeve energije potrebno je odrediti intrinzičnu koncentraciju  $n_i$ , efektivne gustoće kvantnih stanja  $N_c$  i  $N_v$  i širinu zabranjenog pojasa  $E_G$ .

Na temperaturi  $T_1 = 300 \text{ K}$  vrijedi

$$n_{i1} = C_1 T_1^{3/2} \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 E_{T1}}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot 300^{3/2} \exp\left(-\frac{1,196 \cdot 11600}{2 \cdot 300}\right) = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}.$$

$$N_{c1} = N_{v1} = C T_1^{3/2} = 7,07 \cdot 10^{15} \cdot 300^{3/2} = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3},$$

$$E_{G1} = E'_{G0} + a T_1 = 1,196 - 2,55 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 1,12 \text{ eV},$$

Za temperaturu  $T_2 = 420 \text{ K}$  na isti se način dobiva

$$n_{i2} = 1,77 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}.$$

$$N_{c2} = N_{v2} = 6,09 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}.$$

$$E_{G2} = 1,09 \text{ eV},$$

- Za intrinzičan silicij Fermijeva je energija na sredini zabranjenog pojasa i može se pisati

$$E_{Fi} = \frac{E_v + E_c}{2} = E_c - \frac{E_G}{2} = E_v + \frac{E_G}{2},$$

Za temperaturu  $T_1 = 300 \text{ K}$  uz  $E_G = E_{G1}$  vrijedi

$$E_{Fi1} = E_c - 0,56 \text{ eV} = E_v + 0,56 \text{ eV},$$

a za temperaturu  $T_2 = 420 \text{ K}$  uz  $E_G = E_{G1}$  slijedi

$$E_{F12} = E_c - 0,54 \text{ eV} = E_v + 0,54 \text{ eV} ,$$

Različita udaljenost Fermijeve energije od granica zabranjenog pojasa posljedica je suženja zabranjenog pojasa s porastom temperature.

- b) U  $n$ -tipu silicija uz  $N_D = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  za obje temperature vrijedi  $N_D \gg n_i$  i Fermijeva je energija

$$E_F = E_c - E_T \ln \left( \frac{N_c}{N_D} \right) = E_{Fi} + E_T \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right). \quad (2.39)$$

Za temperaturu  $T_1 = 300 \text{ K}$  slijedi

$$\begin{aligned} E_{F1} &= E_c - E_{T1} \ln \left( \frac{N_c}{N_D} \right) = E_c - \frac{300}{11600} \ln \left( \frac{3,67 \cdot 10^{19}}{5 \cdot 10^{15}} \right) = E_c - 0,23 \text{ eV} \\ &= E_{Fi} + E_{T1} \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right) = E_{Fi} + \frac{300}{11600} \ln \left( \frac{5 \cdot 10^{15}}{1,45 \cdot 10^{10}} \right) = E_{Fi} + 0,33 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Za temperaturu  $T_2 = 420 \text{ K}$  na isti se način dobiva

$$E_{F2} = E_c - 0,34 \text{ eV} = E_{Fi} + 0,20 \text{ eV} .$$

Fermijeva energija je u gornjoj polovici zabranjenog pojasa, stime da se na višoj temperaturi udaljava od vodljivog pojasa i približava sredini zabranjenog pojasa.

- c) Ako je u  $p$ -tipu silicija  $N_A = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  za obje temperature vrijedi  $N_A \gg n_i$  i Fermijeva energija računa se prema

$$E_F = E_v + E_T \ln \left( \frac{N_v}{N_A} \right) = E_{Fi} - E_T \ln \left( \frac{N_A}{n_i} \right).$$

Za temperaturu  $T_1 = 300 \text{ K}$  dobiva se

$$E_{F1} = E_v + 0,23 \text{ eV} = E_{Fi} - 0,33 \text{ eV} ,$$

a za temperaturu  $T_2 = 420 \text{ K}$  vrijedi

$$E_{F2} = E_v + 0,34 \text{ eV} = E_{Fi} - 0,20 \text{ eV} .$$

Rezultati su slični kao i za silicij  $n$ -tipa, ali je Fermijeva energija u donjoj polovici zabranjenog pojasa.

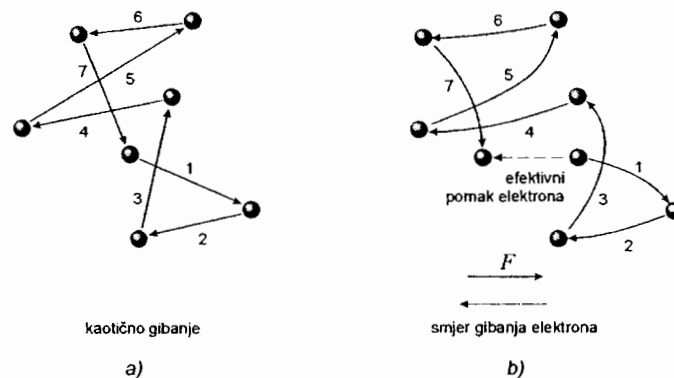
## 2.9. Vođenje struje u poluvodiču

Vođenje struje kroz materijal posljedica je usmjerenog kretanja naboja. U poluvodičima struji doprinosi gibanje pokretnih naboja, koje čine slobodni elektroni i šupljine. U ekstrinzičnom

temperaturnom području ionizirane primjese su nepokretne i ne doprinose struji. Na  $T > 0$  K slobodni elektroni se, uslijed termičke energije, gibaju unutar kristalne strukture. Slobodno gibanje je isprekidano sudarima s atomima kristalne rešetke, pri čemu elektroni gube energiju. Brzine koje elektroni poprimaju između dva sudara su konačne i statistički su raspoređene. Srednja brzina naziva se *termička brzina* elektrona i na  $T = 300$  K iznosi oko  $10^7$  cm/s.

### 2.9.1. Driftna brzina i pokretljivost nosilaca

Na poluvodiču u ravnoteži izvana nije doveden napon niti na njega djeluje električno ili magnetsko polje. Elektroni se u ravnoteži gibaju kaotično, bez preferiranog smjera (slika 2.17a). Budući da u tim uvjetima nema efektivnog pomaka naboja, kroz poluvodič ne teče struja.



Slika 2.17 – Prikaz gibanja elektrona u poluvodiču, a) kaotično gibanje u ravnoteži, b) usmjereno gibanje pod djelovanjem električnog polja.

Kada u poluvodiču djeluje električno polje  $\vec{F}$ , na termičku komponentu gibanja elektrona superponira se između svaka dva sudara dodatna komponenta u smjeru suprotnom djelovanju polja  $\vec{F}$  (slika 2.17b). Rezultat je ukupno usmjereno gibanje naboja. Dodatno gibanje elektrona pod utjecajem električnog polja naziva se *drift*, a srednja brzina elektrona uvjetovana poljem je *driftna brzina*  $\vec{v}_{dn}$ . Pri manjim iznosima polja  $\vec{F}$  brzina  $\vec{v}_{dn}$  proporcionalna je polju

$$\vec{v}_{dn} = -\mu_n \vec{F}, \quad (2.45)$$

pri čemu se faktor proporcionalnosti  $\mu_n$  naziva *pokretljivost* elektrona.

Na sličan način opisuje se driftno gibanje šupljina. Zbog pozitivnog naboja, driftno gibanje šupljina je u smjeru polja  $\vec{F}$ , te je njihova driftna brzina

$$\vec{v}_{dp} = \mu_p \vec{F}, \quad (2.46)$$

a  $\mu_p$  je pokretljivost šupljina.

Pokretljivost opisuje razinu utjecaja električnog polja na driftno gibanje nosilaca i ovisi o svojstvima poluvodiča, te o temperaturi. Na određenoj temperaturi pokretljivost nosilaca najveća je u čistom poluvodiču. Prema podacima iz tablice 2.4, u kojoj su navedene pokretljivosti nosilaca čistog silicija, germanija i galij-arsenida, pokretljivosti elektrona veće su od pokretljivosti šupljina. Kod silicija i germanija elektroni su pokretljiviji od šupljina 2-3 puta, pri

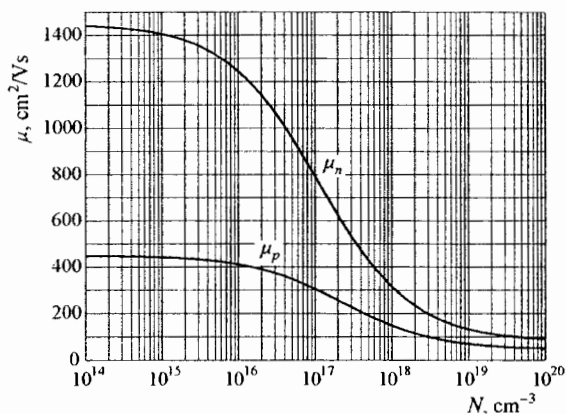


čemu su pokretljivosti nosilaca germanija veće od pokretljivosti silicija. Galij-arsenid se odlikuje izrazito visokom pokretljivošću elektrona i relativno malom pokretljivošću šupljina.

Tablica 2.4 – Pokretljivosti nosilaca čistog poluvodiča na  $T = 300\text{ K}$ .

Poluvodič	$\mu_n, \text{cm}^2/\text{Vs}$	$\mu_p, \text{cm}^2/\text{Vs}$
Si	1450	450
Ge	3900	1900
GaAs	8500	400

Dodavanjem primjesa pokretljivosti nosilaca se smanjuju. Primjese narušavaju pravilnost kristalne strukture poluvodiča i svojim nabojem utječu na gibanje nosilaca. Time se povećava vjerojatnost sudara elektrona s atomima kristalne rešetke, te uz isto električno polje nosioci postižu manju driftnu brzinu. Ovisnost pokretljivosti nosilaca silicija o ukupnoj koncentraciji primjesa prikazana je na slici 2.18. Slične ovisnosti vrijede za germanij i za galij-arsenid. Budući da se pokretljivosti nosilaca smanjuju s ukupnom koncentracijom primjesa, pokretljivosti kompenziranog poluvodiča manje su od pokretljivosti čistog poluvodiča.

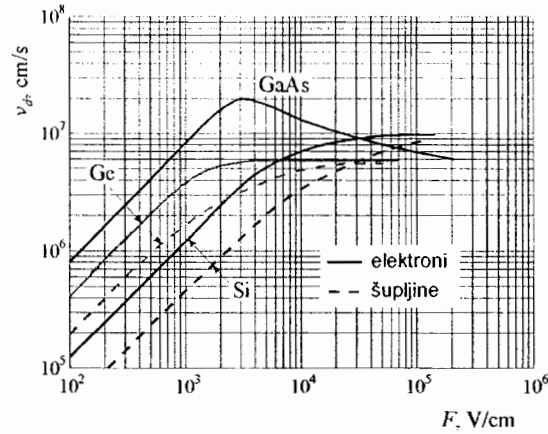


Slika 2.18 – Ovisnost pokretljivosti elektrona i šupljina silicija o ukupnoj koncentraciji primjesa  $N = N_D + N_A$  na  $T = 300\text{ K}$ .

Iako se porastom temperature povećava termička brzina nosilaca, njihove pokretljivosti se smanjuju. Na višim temperaturama vibracije kristalne rešetke postaju intenzivnije čime se povećava vjerojatnost sudara elektrona s atomima i driftna brzina se smanjuje.

Konstantan omjer između driftne brzine nosilaca i električnog polja  $|v_d / F| = \mu$  vrijedi za polja za koja su driftne brzine znatno manje od termičkih brzina. To se vidi na slici 2.19, gdje pri manjim poljima driftna brzina  $v_d$  raste proporcionalno s električnim poljem  $F$ . Ukupna brzina nosilaca ograničena je međutim termičkim brzinama. Pri poljima  $F$  većim od  $10^3\text{ V/cm}$  driftne brzine nosilaca počinju se približavati termičkim brzinama i prestaju rasti s električnim poljem. Pri tome postižu maksimalni iznos koji se naziva driftna brzina zasićenja. U području driftnih brzina zasićenja pokretljivosti nosilaca definirane izrazima (2.45) i (2.46) obrnuto su

proporcionalne polju  $F$ . Činjenica da srednja brzina gibanja nosilaca u poluvodiču ne može prijeći termičku brzinu predstavlja temeljno fizikalno ograničenje u brzini rada poluvodičkih elemenata.



Slika 2.19 – Ovisnost driftne brzine  $v_d$  o jakosti električnog polja  $F$  na  $T = 300\text{ K}$ .

Prema slici 2.19 u siliciju i u germaniju driftna brzina nosilaca monotono raste s električnim poljem. Pri tome je pri manjim poljima driftna brzina veća u germaniju, zbog veće pokretljivosti nosilaca, dok je pri većim poljima driftna brzina zasićenja veća u siliciju. Za galij-arsenid prikazana je samo driftna brzina elektrona  $v_{dn}$ , koja ne raste s poljem monotono, već pri manjim poljima, prije ulaska u zasićenje, poprima vrijednost koja je 2 puta veća od maksimalne driftne brzine elektrona u siliciju.

### 2.9.2. Driftna struja i specifična vodljivost

Struja uzrokovana električnim poljem, odnosno driftnim gibanjem nosilaca je *driftna struja*. Gustoća driftne struje  $\vec{J}_F$  po jedinici površine, proporcionalna je jakosti električnog polja  $\vec{F}$

$$\vec{J}_F = \sigma \vec{F}, \quad (2.47)$$

gdje je  $\sigma$  *specifična vodljivost*. Kako je s druge strane gustoća struje jednaka količini naboja koja u jedinici vremena prođe kroz jedinični presjek, za driftnu struju elektrona može se pisati

$$\vec{J}_{Fn} = -q n \vec{v}_{dn}. \quad (2.48)$$

Budući da dogovorno smjer struje odgovara smjeru kretanja pozitivnog naboja, smjer elektronske struje suprotan je smjeru kretanja negativnih elektrona. Ukupni naboj u (2.48) dobiven je množenjem koncentracije elektrona  $n$  s jediničnim nabojem elektrona  $q$ . Primjenom (2.45), (2.48) prelazi u

$$\vec{J}_{Fn} = q n \mu_n \vec{F}. \quad (2.49)$$

Na sličan način za driftnu struju šupljina vrijedi

$$\vec{J}_{F:p} = q p \mu_p \vec{F}. \quad (2.50)$$

Ukupna driftna struja poluvodiča posljedica je kretanja i elektrona i šupljina

$$\vec{J}_F = \vec{J}_{F:n} + \vec{J}_{F:p} = q (n \mu_n + p \mu_p) \vec{F}, \quad (2.51)$$

pa je prema (2.47) specifična vodljivost poluvodiča

$$\sigma = q (n \mu_n + p \mu_p), \quad (2.52)$$

U čistom poluvodiču obje su koncentracije jednake,  $n = p = n_i$  i specifična vodljivost je

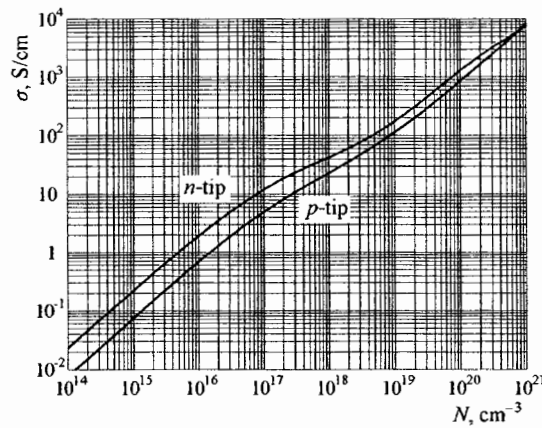
$$\sigma_i = q n_i (\mu_n + \mu_p). \quad (2.53)$$

Gornja jednadžba vrijedi i za kompenzirani poluvodič. Specifična vodljivosti kompenziranog poluvodiča manja je od vodljivosti čistog poluvodiča, zbog manjih pokretljivosti nosilaca.

U ekstrinzičnom poluvodiču prevladava jedna od koncentracija primjesa. U ekstrinzičnom temperaturnom području koncentracije većinskih nosilaca jednake su neto koncentraciji primjesa i znatno su veće od koncentracija manjinskih nosilaca. Zbog toga u izrazu (2.52) prevladava član s većinskim nosiocima, te su specifične vodljivosti  $n$ - i  $p$ -tipa poluvodiča

$$\sigma_n = q (N_D - N_A) \mu_n, \quad (2.54)$$

$$\sigma_p = q (N_A - N_D) \mu_p. \quad (2.55)$$

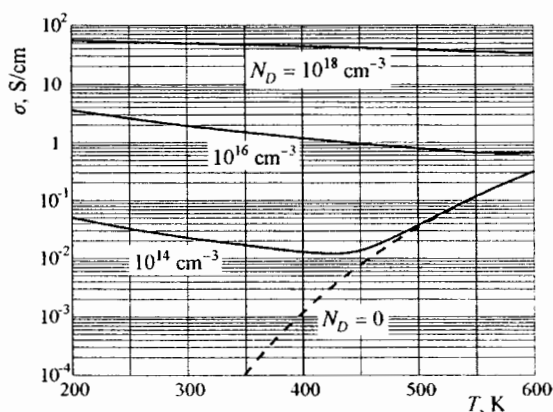


**Slika 2.20** – Ovisnost specifične vodljivosti silicija  $\sigma$  o koncentracijama primjesa  $N$  na  $T = 300 \text{ K}$ .

Prema (2.54) i (2.55) specifične vodljivosti ekstrinzičnog poluvodiča podešavaju se koncentracijama primjesa. Na slici 2.20 prikazana je promjena specifične vodljivosti  $\sigma$  za  $n$ - i  $p$ -tip silicija s koncentracijama primjesa  $N$  (donora  $N_D$  u  $n$ -tipu i akceptora  $N_A$  u  $p$ -tipu). Uz realne promjene koncentracija primjesa, specifična vodljivost mijenja se u širokim granicama (za

6 redova veličina). Zbog veće pokretljivosti elektrona, za iste koncentracije primjesa,  $n$ -tip silicija je vodljiviji. Specifična vodljivost raste nešto sporije od porasta koncentracija primjesa, jer se s porastom koncentracija primjesa smanjuje pokretljivost nosilaca (prema slici 2.18).

Na slici 2.21 prikazana je promjena specifične vodljivosti  $\sigma$   $n$ -tipa silicija s temperaturom  $T$ , za 3 različite koncentracije donora  $N_D$ , te crtkano za intrinzični silicij ( $N_D = 0$ ). Dopirani poluvodički materijal posjeduje oba predznaka temperaturnog koeficijenta specifične vodljivosti. Temperaturni koeficijent je negativan pri nižim i pozitivan pri višim temperaturama. Pri nižim temperaturama, u ekstrinzičnom temperaturnom području, koncentracije većinskih nosilaca su konstantne i jednake su koncentracijama primjesa. Uzrok smanjenja vodljivosti s porastom temperature je, kao i kod vodiča, smanjenje pokretljivosti nosilaca. Povećanjem temperature raste intrinzična koncentracija i u intrinzičnom temperaturnom području postaje veća od koncentracije primjesa. Rezultat je porast koncentracije nosilaca, a time i vodljivosti s porastom temperature. Vodljivost dopiranog silicija izjednačuje se u tom slučaju s vodljivosti intrinzičnog silicija.



Slika 2.21 – Ovisnost specifične vodljivosti silicija  $\sigma$  o temperaturi  $T$ .

### Primjer 2.6

Izračunati specifičnu vodljivost silicija na temperaturama  $T_1 = 300$  K i  $T_2 = 450$  K ako je:

- dopiran s  $N_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,
- dopiran s  $N_A = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,
- dopiran s  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Na temperaturi  $T_1 = 300$  K pokretljivosti nosilaca su  $1360 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  i  $447 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , a na temperaturi  $T_2 = 450$  K pokretljivosti su  $625 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  i  $190 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ .

Rješenje:

Intrinzične koncentracije računaju se pomoću (2.5) kao u prethodnim primjerima. Na svakoj temperaturi pokretljivosti elektrona veće su od pokretljivosti šupljina. Za temperaturu  $T_1 = 300$  K vrijedi

$$n_{i1} = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \quad \mu_{n1} = 1360 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad \mu_{p1} = 447 \text{ cm}^2/\text{Vs},$$

a za temperaturu  $T_2 = 450 \text{ K}$

$$n_{i2} = 5,92 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \quad \mu_{n2} = 625 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad \mu_{p2} = 190 \text{ cm}^2/\text{Vs}.$$

a) Za silicij  $n$ -tipa dopiran s  $N_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  na obje je temperature  $N_D \gg n_i$  i vodljivost je

$$\sigma_n = q N_D \mu_n.$$

Vodljivosti su

$$\text{za } T_1 = 300 \text{ K} \quad \sigma_{n1} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{15} \cdot 1360 = 435 \text{ mS/cm},$$

•

$$\text{za } T_2 = 450 \text{ K} \quad \sigma_{n2} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{15} \cdot 625 = 200 \text{ mS/cm},$$

b) Na obje temperature silicij  $p$ -tipa dopiran s  $N_A = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  radi u ekstrinzičnom temperaturnom području i vodljivost je

$$\sigma_p = q N_A \mu_p.$$

Vodljivosti su

$$\text{za } T_1 = 300 \text{ K} \quad \sigma_{p1} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{15} \cdot 447 = 143 \text{ mS/cm},$$

$$\text{za } T_2 = 450 \text{ K} \quad \sigma_{p2} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{15} \cdot 190 = 61 \text{ mS/cm},$$

c) Uz koncentracije primjesa  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  radi se o kompenziranom siliciju. Koncentracije nosilaca su

$$n_0 = p_0 = n_i,$$

a vodljivost je

$$\sigma_i = q n_i (\mu_n + \mu_p).$$

Na zadanim temperaturama vrijedi

$$\text{za } T_1 = 300 \text{ K} \quad \sigma_{i1} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,45 \cdot 10^{10} \cdot (1360 + 447) = 4,19 \mu\text{S/cm},$$

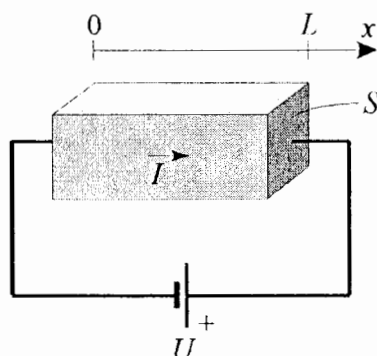
$$\text{za } T_2 = 450 \text{ K} \quad \sigma_{i2} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,92 \cdot 10^{13} \cdot (625 + 190) = 7,72 \text{ mS/cm},$$

U ekstrinzičnom siliciju i  $n$ - i  $p$ -tipa vodljivosti se smanjuju s temperaturom zbog smanjenja pokretljivosti. Pri tome je, zbog većih pokretljivosti elektrona, vodljivost  $n$ -tipa silicija veća od vodljivosti  $p$ -tipa silicija. U kompenziranom siliciju vodljivost raste zbog porasta intrinzične koncentracije. Sličan bi se rezultat dobio za intrinzični silicij, koji bi međutim imao nešto veću vodljivost zbog većih pokretljivosti.

### Primjer 2.7

Na silicijski otpornik  $p$ -tipa oblika kvadra, dopiranog s  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  priključen je napon  $U = 5 \text{ V}$ , prema slici 2.22. Pokretljivosti elektrona i šupljina su  $\mu_n = 1228 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  i  $\mu_p = 420 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Duljina kvadra  $L = 50 \mu\text{m}$ , a površina njegovog presjeka  $S = 10 \mu\text{m}^2$ . Temperatura  $T = 300 \text{ K}$ . Izračunati:

- struju koja teče kroz otpornik,
- specifični otpor silicija i otpor kvadra.



Slika 2.22 – Primjer silicijskog otpornika.

Rješenje:

- Budući je koncentracija akceptora  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  znatno veća od intrinzične koncentracije, koja na temperaturi  $T = 300 \text{ K}$  iznosi  $n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , koncentracije nosilaca su

$$p = N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}.$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{16}} = 2,10 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}.$$

Vanjski priključeni napon stvara u siliciju električno polje u smjeru negativne osi  $x$ . Jakost polja je

$$F = -\frac{U}{L} = -1 \text{ kV/cm}.$$

Polje uzrokuje driftne struje nosilaca. Elektroni se pod utjecajem polja kreću kroz silicij u smjeru pozitivne osi  $x$ , a šupljine u smjeru negativne osi  $x$ . Struje oba tipa nosilaca teku u istom smjeru, u smjeru negativne osi  $x$ . Kako su driftne struje proporcionalne s koncentracijama nosilaca driftna struja manjinskih elektrona može se zanemariti u odnosu na driftnu struju većinskih šupljina. Struja kroz otpornik je

$$I_F = I_{Fp} = q S p \mu_p F = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{16} \cdot 420 \cdot (-10^3) = -67,2 \mu\text{A}.$$

Iznos struje nije velik, ali je velika gustoća struje

$$J_F = J_{fp} = \frac{I_{fp}}{S} = \frac{-67,2 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-8}} = -672 \text{ A/cm}^2.$$

b) Specifična vodljivost silicija je

$$\sigma_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{16} \cdot 420 = 672 \text{ mS/cm},$$

a specifični otpor

$$\rho_p = \frac{1}{\sigma_p} = \frac{1}{0,672} = 1,5 \text{ } \Omega\text{cm},$$

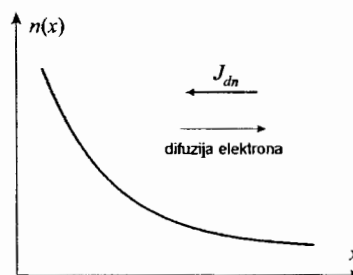
Otpor kvadra je

$$R = \rho_n \frac{L}{S} = 1,5 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-8}} = 75 \text{ k}\Omega,$$

### 2.9.3. Difuzijska struja

Budući da koncentracije nosilaca u poluvodiču poprimaju različite vrijednosti, u pojedinim se dijelovima poluvodiča može pojaviti nejednolika raspodjela elektrona ili šupljina. U tom slučaju dolazi do difuzije nosilaca, odnosno njihovog gibanja s mjesta više prema mjestu niže koncentracije, s tendencijom izjednačavanja koncentracija. Usmjereno gibanje naboja uslijed difuzije predstavlja *difuzijsku struju*.

Primjer nejednolike raspodjele elektrona  $n(x)$  duž koordinate  $x$  prikazan je na slici 2.23. Uslijed difuzije elektroni se kreću u smjeru pozitivne osi  $x$ , a pripadna struja, zbog negativnog naboja elektrona, teče u suprotnom smjeru. Gustoća difuzijske struje elektrona  $J_{Dn}$  proporcionalna je gradijentu koncentracije elektrona



Slika 2.23 – Difuzijsko gibanje i difuzijska struja elektrona.

$$J_{Dn} = q D_n \frac{dn(x)}{dx}. \quad (2.56)$$

Kako prema slici 2.23 struja teče u smjeru pozitivnog gradijenta elektrona, difuzijska struja i gradijent koncentracije elektrona su istog predznaka. Koeficijent  $D_n$  u (2.56) naziva se *difuzijska konstanta* elektrona.

Nejednolika raspodjela šupljina  $p(x)$  duž koordinate  $x$ , uzrokuje difuziju šupljina i pripadnu difuzijsku struju

$$J_{Dp} = -q D_p \frac{dp(x)}{dx}, \quad (2.57)$$

gdje je  $D_p$  difuzijska konstanta šupljina. U gornjoj se jednadžbi javlja negativni predznak, jer šupljine difundiraju u smjeru negativnog gradijenta, a smjer struje odgovara smjeru kretanja pozitivnih šupljina.

Izrazi (2.56) i (2.57) vrijede za poseban, jednodimenzionalan slučaj nejednolike raspodjele nosilaca u smjeru samo jedne koordinate. Za općeniti slučaj trodimenzionalne prostorne raspodjele nosilaca difuzijske se struje opisuju izrazima

$$\bar{J}_{Dn} = q D_n \text{grad } n, \quad (2.58)$$

$$\bar{J}_{Dp} = -q D_p \text{grad } p, \quad (2.59)$$

gdje operator grad označava smjer najbrže promjene koncentracije nosilaca.

Difuzijske konstante opisuju razinu utjecaja gradijenta koncentracija nosilaca na difuziju nosilaca, te na difuzijske struje. U nedegeneriranom poluvodiču te su konstante povezane s pokretljivostima nosilaca *Einsteinovim jednadžbama*

$$D_n = U_T \mu_n, \quad (2.60)$$

$$D_p = U_T \mu_p. \quad (2.61)$$

$U_T$  je naponski ekvivalent temperature definiran kao

$$U_T = \frac{k T}{q}. \quad (2.62)$$

Uvrštenjem konstanti  $k$  i  $q$ , ekvivalent  $U_T$  računa se u voltima prema

$$U_T = \frac{T}{11600}, \text{ V} \quad (2.63)$$

pri čemu se temperatura uvrštava u kelvinima (K). Na temperaturi  $T$  iznosu naponskog ekvivalenta  $U_T$  u voltima odgovara vrijednost energetske ekvivalenta  $E_T$  u elektronvoltima.

Budući su pokretljivosti nosilaca ovisne o vrsti poluvodiča, koncentracijama primjesa i temperaturi, o istim su faktorima, prema (2.60) i (2.61), ovisne i difuzijske konstante.

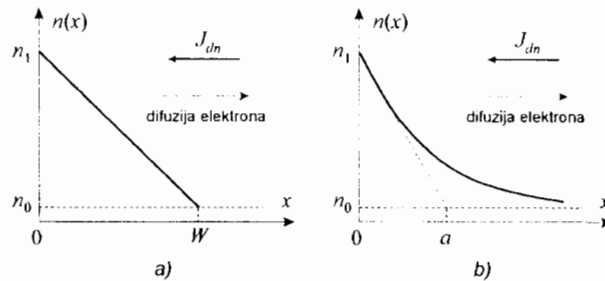
### Primjer 2.8

Izračunati gustoću difuzijske struje elektrona, na mjestima  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 5 \mu\text{m}$  i  $x_2 = 10 \mu\text{m}$ , ako se raspodjela elektrona mijenja:

- linearno prema slici 2.24a,
- eksponencijalno prema slici 2.24b.



Zadano je:  $n_1 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_0 = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $W = 10 \mu\text{m}$ ,  $a = 5 \mu\text{m}$ ,  $\mu_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  i  $T = 300 \text{ K}$ .



**Slika 2.24** – Raspodjele koncentracija elektrona pri proračunu difuzijske struje.

Rješenje:

Difuzijska konstanta određena je Einsteinovom relacijom (2.60)

$$D_n = U_T \mu_n = \frac{300}{11600} \cdot 1200 = 31 \text{ cm}^2/\text{s}.$$

a) Uz linearnu raspodjelu prema slici 2.24a gradijent koncentracije elektrona je konstantan

$$\frac{dn(x)}{dx} = \frac{\Delta n}{\Delta x} = -\frac{n_1 - n_0}{W} \approx -\frac{n_1}{W} = -\frac{10^{12}}{10 \cdot 10^{-4}} = -10^{15} \text{ cm}^{-4}.$$

Uz konstantan gradijent koncentracija konstantna je i difuzijska struja koja na svakom mjestu iznosi

$$J_{Dn} = q D_n \frac{dn(x)}{dx} = -q D_n \frac{n_1}{W} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 31 \cdot 10^{15} = -4,96 \text{ mA/cm}^2.$$

b) Eksponencijalna raspodjela elektrona je prema slici 2.24b

$$n(x) = n_1 \exp\left(-\frac{x}{a}\right) - n_0 \approx n_1 \exp\left(-\frac{x}{a}\right),$$

te je gradijent koncentracija

$$\frac{dn(x)}{dx} = -\frac{n_1}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}\right).$$

Difuzijska struja se može pisati u obliku

$$J_{Dn}(x) = q D_n \frac{dn(x)}{dx} = -q D_n \frac{n_1}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}\right).$$

Difuzijske struje na zadanim mjestima su

$$J_{Dn}(x_0) = -q D_n \frac{n_1}{a} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 31 \cdot \frac{10^{12}}{5 \cdot 10^{-4}} = -9,92 \text{ mA/cm}^2.$$

$$J_{Dn}(x_1) = -9,92 \cdot \exp\left(-\frac{5}{5}\right) = -3,64 \text{ mA/cm}^2.$$

$$J_{Dn}(x_2) = -9,92 \cdot \exp\left(-\frac{10}{5}\right) = -1,34 \text{ mA/cm}^2.$$

Zbog smanjenja gradijenta koncentracija nosilaca iznos difuzijske struje postupno se smanjuje s koordinatom  $x$ .

#### 2.9.4. Ukupna struja poluvodiča

Vođenje struje u poluvodiču složenije je od vođenja struje u vodiču (metal). U poluvodiču se javljaju dva tipa pokretnih nosilaca - elektroni i šupljine, a time i dvije vrste struja - struja elektrona i struja šupljina. Usmjereno gibanje pokretnih nosilaca može izazvati električno polje, ali i nejednolika raspodjela koncentracije nosilaca, uslijed čega za svaki tip nosilaca može postojati driftna i difuzijska struja. Općenito je gustoća ukupne struje poluvodiča

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p, \quad (2.64)$$

a gustoće struja elektrona  $\vec{J}_n$  i šupljina  $\vec{J}_p$  su

$$\vec{J}_n = \vec{J}_{Fn} + \vec{J}_{Dn} = q n \mu_n \vec{E} + q D_n \text{grad } n, \quad (2.65)$$

$$\vec{J}_p = \vec{J}_{Fp} + \vec{J}_{Dp} = q p \mu_p \vec{E} - q D_p \text{grad } p. \quad (2.66)$$

Za razliku od poluvodiča, u vodiču je struja posljedica kretanja samo elektrona. Zbog visoke koncentracije elektrona, koja odgovara koncentraciji atoma, u vodiču ne može doći do nejednolike raspodjele koncentracije elektrona, a time ni do difuzije nosilaca. Zbog tih razloga u vodiču se javlja samo driftna struja elektrona.

### 2.10. Poluvodički materijali u elektronici

Od pojave prvog bipolarnog tranzistora (1948. godine) do ranih 70-tih godina 20. stoljeća temeljni poluvodički materijal u izradi poluvodičkih elektroničkih elemenata bio je germanij. Nakon toga, pa sve do današnjih dana, osnovni je poluvodički materijal silicij. Germanij se danas koristi u specijalnim primjenama kao što je npr. realizacija optoelektroničkih elemenata, tj. elektroničkih elemenata na kojima se temelji pretvorba optičke u električnu energiju i obrnuto.

U odnosu na germanij, silicij se zbog veće širine zabranjenog pojasa odlikuje manjom intrinzičnom koncentracijom nosilaca, a time i širim ekstrinzičnim temperaturnim područjem. Drugi, ali ne i manje važan razlog usvajanja silicija kao vodećeg poluvodičkog materijala su bolje tehnološke mogućnosti realizacije silicijskih elemenata u usporedbi s drugim poluvodičkim materijalima. Temeljna prednost silicija je laka oksidacija silicijske površine i realizacija silicijskog dioksida ( $\text{SiO}_2$ ), na čijoj je primjeni razvijena planarna tehnologija kao temelj izrade

poluvodičkih elemenata i integriranih sklopova. Osim kao ključan dio u tehnološkom procesu izrade, silicijski dioksid koristi se i kao dio strukture silicijskih poluvodičkih elemenata.

Od složenih poluvodičkih materijala najviše se koristi galij-arsenid. U odnosu na silicij, glavna mu je prednost znatno veća pokretljivost elektrona, koja pogoduje izradi brzih poluvodičkih elemenata. Također je pogodan za realizaciju optoelektroničkih elemenata. U odnosu na silicij, galij-arsenid se manje koristi, jer je skuplji materijal, s znatno skromnijim tehnološkim mogućnostima realizacije elemenata i integriranih sklopova.

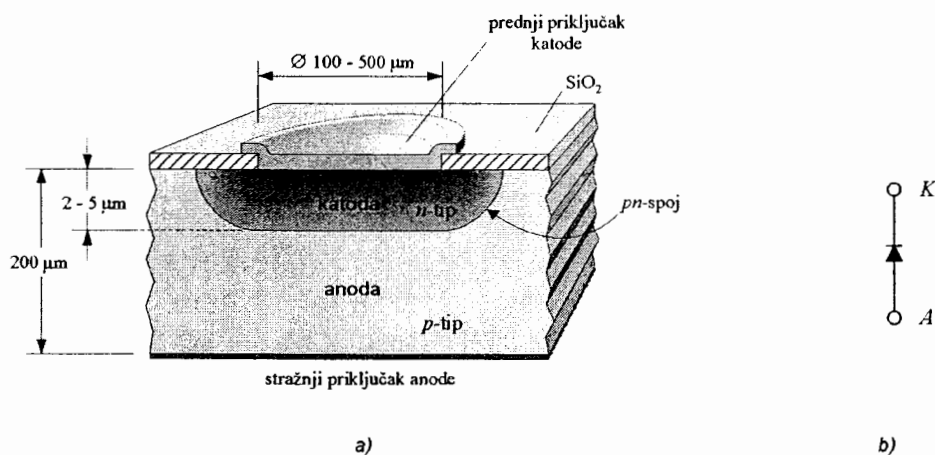
Zbog najveće zastupljenosti silicija u poluvodičkoj elektronici, u daljnjem će se tekstu najviše pažnje posvetiti svojstvima silicijskih poluvodičkih elemenata.

### 3. Poluvodičke diode

U prethodnom dijelu razmatrana su osnovna električka svojstva poluvodiča  $p$ - ili  $n$ -tipa. Međutim, najvažnije primjene poluvodiča u elektronici zasnivaju se na svojstvima spoja poluvodiča različitih tipova vodljivosti, te spojevima poluvodiča s drugim materijalima. Tako se spajanjem  $p$ - i  $n$ -tipa poluvodiča realizira  $pn$ -spoj koji predstavlja jednostavni poluvodički element - *poluvodičku  $pn$ -diodu*. Karakteristike  $pn$ -spoja izravno određuju svojstva  $pn$ -diode. Osim  $pn$ -diode, na svojstvima  $pn$ -spoja temelji se rad i složenijih poluvodičkih elemenata, u prvom redu bipolarnog tranzistora i spojnog unipolarnog tranzistora s efektom polja. Stoga je razumijevanje fizikalnih pojava  $pn$ -spoja neophodno za razumijevanje rada tih elemenata.

#### 3.1 Struktura $pn$ -diode

Na slici 3.1a prikazan je tehnološki presjek poluvodičke  $pn$ -diode. U podlozi poluvodiča  $p$ -tipa tehnološki je formiran sloj  $n$ -tipa poluvodiča. Dioda se može realizirati i formiranjem sloja  $p$ -tipa poluvodiča u podlozi  $n$ -tipa. Granica  $p$ - i  $n$ -tipa poluvodiča predstavlja  $pn$ -spoj. Na slici su označene tipične dimenzije, koje variraju shodno namjeni i željenim svojstvima diode. Poluvodič  $p$ -tipa na slici 3.1a predstavlja *anodu*, a poluvodič  $n$ -tipa *katodu* diode. Površina  $n$ -tipa prekrivena je metalom čime je formiran priključak. Ostali dio površine prekriven je slojem silicijskog-dioksida ( $\text{SiO}_2$ ) koji je izolator. Priključak anode izveden je metalizacijom dna podloge. Na slici 3.1b prikazan je električki simbol diode, gdje je kontakt katode označen s "K", a anode s "A".

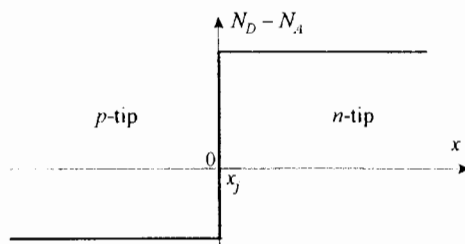


Slika 3.1 –  $pn$ -dioda: a) tehnološki presjek; b) električki simbol.

U realnim je strukturama promjena koncentracije primjesa, s koncentracije  $N_A$  na  $p$ -strani na koncentraciju  $N_D$ <sup>1</sup> na  $n$ -strani, nelinearna. Radi jednostavnosti analitičkog proračuna najčešće se pretpostavlja skokovita raspodjela koncentracija primjesa prikazana na slici 3.2. Kako

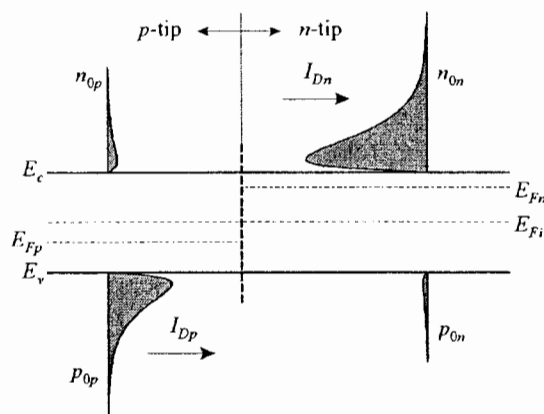
<sup>1</sup> Podrazumjeva se da se radi o neto koncentracijama primjesa, jer su u realnim strukturama barem na jednoj strani  $pn$ -spoja prisutna oba tipa primjesa.

struja  $pn$ -diode teče od površine prema dnu podloge, u analizi se, prema slici 3.2, promatra jednodimenzionalna raspodjela primjesa duž osi  $x$  postavljene okomito na pločicu silicija sa slike 3.1a. Pri skokovitoj raspodjeli koncentracije primjesa su konstantne na pojedinim stranama spoja, a mijenjaju se skokovito s koncentracije  $N_A$  na  $p$ -strani na  $N_D$  na  $n$ -strani. S  $x_j$  označena je mjesto  $pn$ -spoja, na kojem su koncentracije međusobno jednake,  $N_D = N_A$ .



Slika 3.2 – Skokovita raspodjela primjesa kod  $pn$ -spoja.

### 3.2 Ravnoteža $pn$ -spoja i kontaktni potencijal



Slika 3.3 – Energetski dijagram  $p$ - i  $n$ -tipa poluvodiča neposredno nakon uspostavljanja kontakta.

Spajanjem poluvodiča  $p$ -tipa i poluvodiča  $n$ -tipa dobiva se struktura u kojoj je na jednoj strani mnoštvo šupljina, a malo elektrona, dok je na drugoj strani spoja situacija suprotna. Na slici 3.3 prikazani su energetski dijagrami  $p$ - i  $n$ -tipa poluvodiča neposredno nakon uspostavljanja kontakta. Ravnotežne koncentracije nosilaca predložene su funkcijama raspodjela nosilaca po energijama, pri čemu sjenčane površine kvalitativno ukazuju na odnos koncentracija<sup>2</sup>. Fermijeve energije  $p$ - i  $n$ -strane, označene s  $E_{Fp}$  i  $E_{Fn}$ , različite su i međusobno razmaknute. U primjeru na slici 3.3 Fermijeva energija  $E_{Fp}$  na  $p$ -strani bliža je sredini zabranjenog pojasa, označenog s

<sup>2</sup> Na slikama na kojima je u energetskom dijagramu prikazana raspodjela nosilaca omjer površina koje prikazuju koncentracije većinskih i manjinskih nosilaca, radi preglednosti, nije nacrtan proporcionalno.

energijom  $E_{Fi}$ , od Fermijeve energije  $E_{Fn}$  na  $n$ -strani. To znači da je  $p$ -strana slabije dopirana akceptorima nego što je  $n$ -strana dopirana donorima. Tome kvalitativno odgovaraju i površine u funkcijama raspodjela nosilaca po energijama.

Zbog velike razlike koncentracija nosilaca istog tipa na jednoj i drugoj strani spoja, u trenutku kontakta dolazi do difuzije nosilaca. Šupljine prelaze s  $p$ - na  $n$ -stranu, a elektroni s  $n$ - na  $p$ -stranu. Rezultat su difuzijske struje  $I_{Dp}$  i  $I_{Dn}$  prikazane na slici. Šupljine koje prelaze na  $n$ -stranu rekombiniraju s elektronima, a elektroni koji dolaze na  $p$ -stranu rekombiniraju sa šupljinama. Time u okolišu  $pn$ -spoja nastaje usko područje bez pokretnih nosilaca naboja koje se zove *osiromašeni sloj* (engl. depletion layer). To je ujedno područje prostornog naboja. Budući da su u osiromašenom sloju na  $n$ -strani elektroni rekombinirali sa šupljinama, zaostao je prostorni naboj pozitivno ioniziranih donorskih primjesa. Iz istog razloga na  $p$ -strani osiromašenog sloja postoji prostorni naboj negativno ioniziranih akceptorskih primjesa. Prostorni naboj uspostavlja električno polje  $F$  čiji je smjer od  $n$ - prema  $p$ -strani spoja. Polje uzrokuje driftne struje  $I_{Fn}$  i  $I_{Fp}$  suprotnog smjera od difuzijskih. Driftne struje vraćaju elektrone i s  $p$ - na  $n$ -stranu, a šupljine s  $n$ - na  $p$ -stranu.

Izjednačavanjem difuzijskih i driftnih struja uspostavlja se ravnoteža. Postojanje električnog polja unutar osiromašenog sloja ukazuje na razliku potencijala na rubovima osiromašenog sloja. Razlika potencijala posljedica je prostornog naboja u osiromašenom sloju.

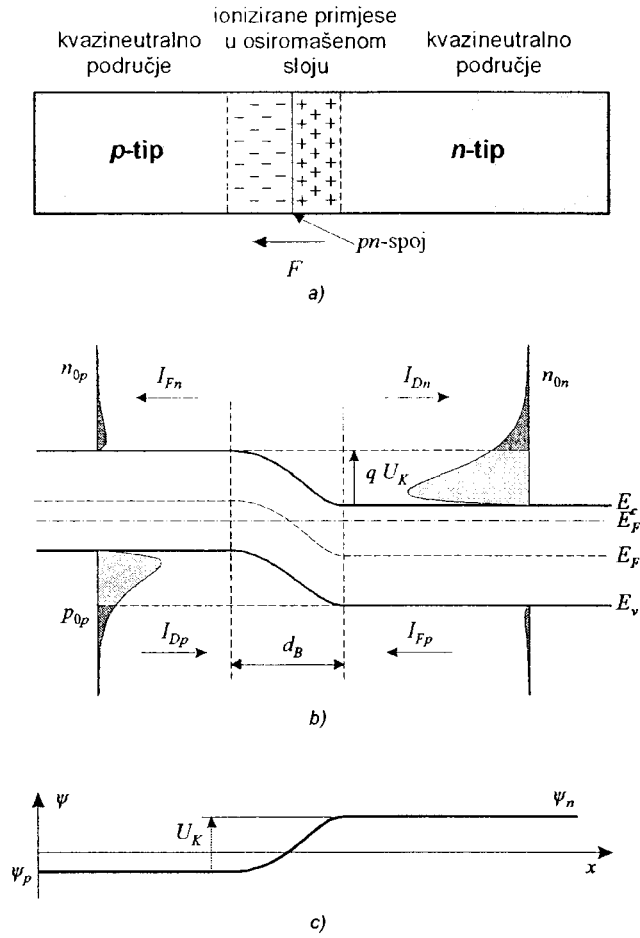
Slika 3.4 prikazuje  $pn$ -spoj u ravnoteži. Pri analizi  $pn$ -spoj se dijeli na različita područja prema slici 3.4a. To su:

1. osiromašeni sloj i
2. kvazineutralna područja  $p$ - i  $n$ -strane.

Promjena potencijala postoji samo u osiromašenom sloju s prostornim nabojem. Izvan osiromašenog sloja, u kvazineutralnim područjima s obje strane spoja, promjena potencijala je zanemarivo mala.

Energetski dijagram  $pn$ -spoja u stanju ravnoteže prikazan je na slici 3.4b. Budući da postoji veza energije  $E$  i potencijala  $\psi$ ,  $E = -q\psi$ , gdje je  $q$  iznos naboja elektrona, razlika potencijala unutar osiromašenog sloja popraćena je razlikom energija  $p$ - i  $n$ -strane spoja. Kako je u ravnoteži  $p$ -strana negativnija od  $n$ -strane, energije  $p$ -strane više su od energija  $n$ -strane. Savijanje energetskog dijagrama prisutno je u osiromašenom sloju, čija je širina označena s  $d_B$ . U kvazineutralnim područjima izvan osiromašenog sloja energije su konstantne. Prema slici 3.3 vidljivo je da se porastom energija  $p$ -stane i smanjenjem energija  $n$ -strane Fermijeve energije  $E_{Fp}$  i  $E_{Fn}$ , približavaju i u stanju ravnoteže se prema slici 3.4b izjednačuju. Vrijedi  $E_{Fp} = E_{Fn} = E_F$ , odnosno Fermijeva energija je konstantna. Pri tome su energije rubova zabranjenog pojasa  $p$ -strane više su od energija  $n$ -strane za  $qU_K$ , gdje je  $U_K$  *kontaktni potencijal* (engl. built-in potential).

Pomak energija prema slici 3.4b uspostavlja u stanju ravnoteže energetska barijeru iznosa  $qU_K$  koja se suprotstavlja toku većinskih nosilaca na stranu gdje su manjinski. Samo mali dio većinskih nosilaca, s kinetičkom energijom većom od barijere  $qU_K$ , uspijeva savladati barijeru, te difundira na drugu stranu spoja. Ti su nosioci označeni tamnije sjenčanom površinom ispod funkcija raspodjela. Prema slici 3.4b energetska barijera ne postoji za manjinske nosioce i oni uslijed polja  $F$  slobodno prelaze na drugu stranu spoja. U uvjetima ravnoteže, bez priključenog vanjskog napona, difuzijske struje većinskih nosilaca,  $I_{Dn}$  i  $I_{Dp}$  poništene su driftnim strujama manjinskih nosilaca  $I_{Fn}$  i  $I_{Fp}$ , te se može pisati



Slika 3.4 – pn-spoj u ravnoteži: a) podjela na kvazineutralna i osiromašeno područje, b) energetski dijagram, c) raspodjela potencijala.

$$I_n = I_{Dn} - I_{Fn} = 0 \quad (3.1)$$

$$I_p = I_{Dp} - I_{Fp} = 0 \quad (3.2)$$

$$I = I_n + I_p = 0 \quad (3.3)$$

Slika 3.4c prikazuje raspodjelu potencijala  $\psi$ . U ravnotežnim uvjetima razlika potencijala između  $n$ - i  $p$ -strane diode  $\psi_n - \psi_p$  jednaka je kontaktnom potencijalu  $U_K$ . Slično energijama, razlika potencijala javlja se u osiromašenom sloju, a izvan njega u kvazineutralnim područjima potencijal je konstantan. Usporedbom slika 3.3 i 3.4b lako je uočiti da je kontaktni potencijal određen razlikom Fermijevih energija neutralnih područja poluvodiča na obje strane spoja. Korištenjem izraza (2.38) za Fermijevu energiju  $E_{Fn}$  na  $n$ -strani i (2.41) za Fermijevu energiju  $E_{Fp}$  na  $p$ -strani spoja dobiva se

$$E_{Fn} - E_{Fp} = E_T \ln \left( \frac{n_{0n}}{n_i} \right) + E_T \ln \left( \frac{p_{0p}}{n_i} \right) \quad (3.4)$$

i kontaktni potencijal je

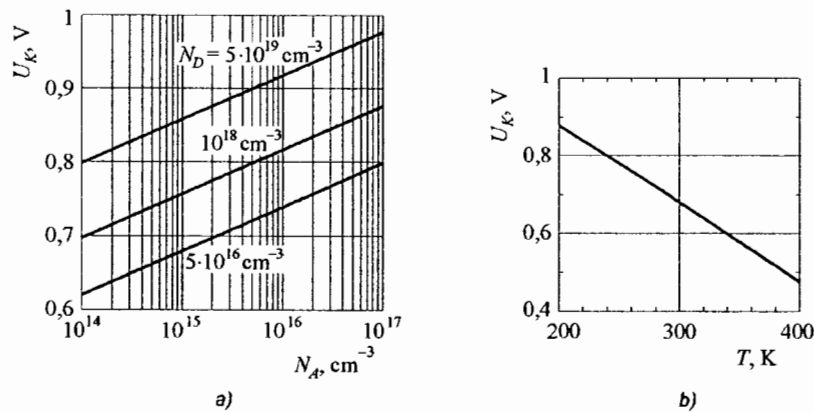
$$U_K = \frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{q} = U_T \ln \left( \frac{n_{0n} p_{0p}}{n_i^2} \right). \quad (3.5)$$

Prema (2.11) i (2.14) u ekstrinzičnom temperaturnom području ravnotežne koncentracije većinskih nosilaca određene su neto koncentracijama primjesa. Tako za  $n$ -stranu  $pn$ -spoja vrijedi  $n_{0n} = N_D - N_A \approx N_D$ , a za  $p$ -stranu  $p_{0p} = N_A - N_D \approx N_A$ . Primjenom tih relacija u (3.5) kontaktni potencijal može se izraziti i uz pomoć koncentracija primjesa

$$U_K = U_T \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right). \quad (3.6)$$

Radi preglednosti u izrazu (3.6) uvrštene su samo koncentracije  $N_D$  i  $N_A$ . Ako na pojedinoj strani postoje primjese oba tipa tada se za tu stranu uvrštavaju neto koncentracije primjesa. Budući da je u ekstrinzičnom temperaturnom području  $n_{0n} \gg n_i$  i  $p_{0p} \gg n_i$ , prema (3.5), kontaktni potencijal je pozitivan. Pozitivni predznak odgovara slici 3.4c na kojoj je kontaktni potencijal definiran kao razliku potencijala  $n$ - prema  $p$ -strani.

Prema slici 3.4b kontaktni potencijal rezultat je savijanja rubova zabranjenog pojasa za iznos jednak razlici Fermijeve energije  $E_{Fn} - E_{Fp}$ . Kako će Fermijeve energije biti to bliže rubu zabranjenog pojasa što su koncentracije primjesa više, s porastom koncentracija primjesa raste razlika energija  $E_{Fn} - E_{Fp}$ , a time i kontaktni potencijal. Porast kontaktnog potencijala s koncentracijama primjesa slijedi i iz izraza (3.6). U nedegeneriranim poluvodičima Fermijeve energije nalaze se unutar zabranjenog pojasa, te je za  $pn$ -spojeve formirane spajanjem nedegeneriranih poluvodiča  $p$ - i  $n$ -tipa kontaktni potencijal manji od naponskog ekvivalenta širine zabranjenog pojasa,  $U_K < U_G = E_G / q$ . Promjena kontaktnog potencijala silicijskog  $pn$ -spoja s koncentracijama primjesa prikazan je na slici 3.5a. Uz umjerene koncentracije primjesa tipični iznosi kontaktnog potencijala su od 0,7 do 0,9 V.



**Slika 3.5** – Ovisnost kontaktnog potencijala: a) o koncentracijama primjesa na  $T = 300 \text{ K}$ , b) o temperaturi za  $N_D = 5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .



Prema slici 2.16, na višim se temperaturama Fermijeve energije ekstrinzičnih poluvodiča približavaju sredini zabranjenog pojasa. Time opada njihova razlika  $E_{Fn} - E_{Fp}$  i kontaktni potencijal smanjuje se s porastom temperature. Temperaturna promjena kontaktnog potencijala prikazane je na slici 3.5b.

### Primjer 3.1

Koncentracije primjesa silicijskog  $pn$ -spoja sa skokovitom raspodjelom primjesa na  $pn$ -spoju su  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  na  $p$ -strani i  $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  na  $n$ -strani. Izračunati kontaktni potencijal na temperaturama  $T_1 = 300 \text{ K}$  i  $T_2 = 350 \text{ K}$ .

Rješenje:

Kontaktni potencijal računa se pomoću izraza (3.5)

$$U_K = U_T \ln \left( \frac{n_{0n} p_{0p}}{n_i^2} \right)$$

Intrinzična koncentracija na zadanim temperaturama računaju se korištenjem jednadžbe (2.5) uz uvrštenje parametra iz tablica 2.2 i 2.3. Dobiva se:

$$\text{za } T_1 = 300 \text{ K} \quad n_{i1} = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3},$$

$$\text{za } T_1 = 350 \text{ K} \quad n_{i1} = 4,96 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3},$$

Na obje temperature i za obje koncentracije silicij je u ekstrinzičnom temperaturnom području te se za proračun kontaktnog potencijala može koristiti jednadžba

$$U_K = U_T \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

Uvrštenjem koncentracija primjesa slijedi

$$\text{za } T_1 = 300 \text{ K} \quad U_{K1} = U_{T1} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_{i1}^2} \right) U_K = \frac{300}{11600} \cdot \ln \left( \frac{10^{17} \cdot 10^{15}}{1,45^2 \cdot 10^{20}} \right) = 0,695 \text{ V},$$

$$\text{za } T_1 = 350 \text{ K} \quad U_{K2} = U_{T2} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_{i2}^2} \right) U_K = \frac{350}{11600} \cdot \ln \left( \frac{10^{17} \cdot 10^{15}}{4,96^2 \cdot 10^{22}} \right) = 0,598 \text{ V},$$

Dobiveni rezultat pokazuje smanjenje kontaktnog potencijala s porastom temperature.

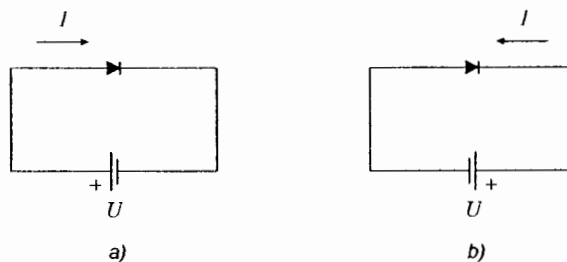
### 3.3 Polarizacija $pn$ -spoja

U stanju ravnoteže na  $pn$ -spoj nije priključen napon i kroz njega prema (3.1)-(3.3) ne teče struja.

### 3.3.1 Propusna polarizacija

Ako se između  $p$ - i  $n$ -strane  $pn$ -spoja ili između anode i katode  $pn$ -diode priključi pozitivni napon  $U = U_{AK}$  prema slici 3.6a, vanjski napon  $U$  suprotnog je predznaka od kontaktnog potencijala  $U_K$  sa slike 3.4a i smanjuje njegovo djelovanje. Razlika potencijala u osiromašenom sloju smanjit će se na ukupni napon

$$U_{TOT} = U_K - U_{AK} . \quad (3.7)$$



Slika 3.6 – Polarizacija  $pn$ -diode: a) propusna polarizacija  $U_{AK} > 0$ ,  
b) zaporna polarizacija  $U_{AK} < 0$ .

Smanjena potencijalna razlika rezultira sniženjem energetske barijere. To je prikazano u energetskom dijagramu na slici 3.7b koji je uspoređen s energetskim dijagramom u stanju ravnoteže na slici 3.7a.

Sniženjem energetske barijere povećava se broj većinskih nosilaca koji mogu prijeći s jedne na drugu stranu  $pn$ -spoja. To je na slici 3.6.b vidljivo u povećanju tamnije sjenčane površine ispod funkcije raspodjele većinskih nosilaca. U odnosu na stanje ravnoteže povećana je struja većinskih nosilaca, a struja manjinskih nosilaca, za koje ionako ne postoji barijera, ostaje nepromijenjena. Difuzijske struje većinskih nosilaca veće su od driftnih struja manjinskih nosilaca i kroz  $pn$ -spoj teče struja

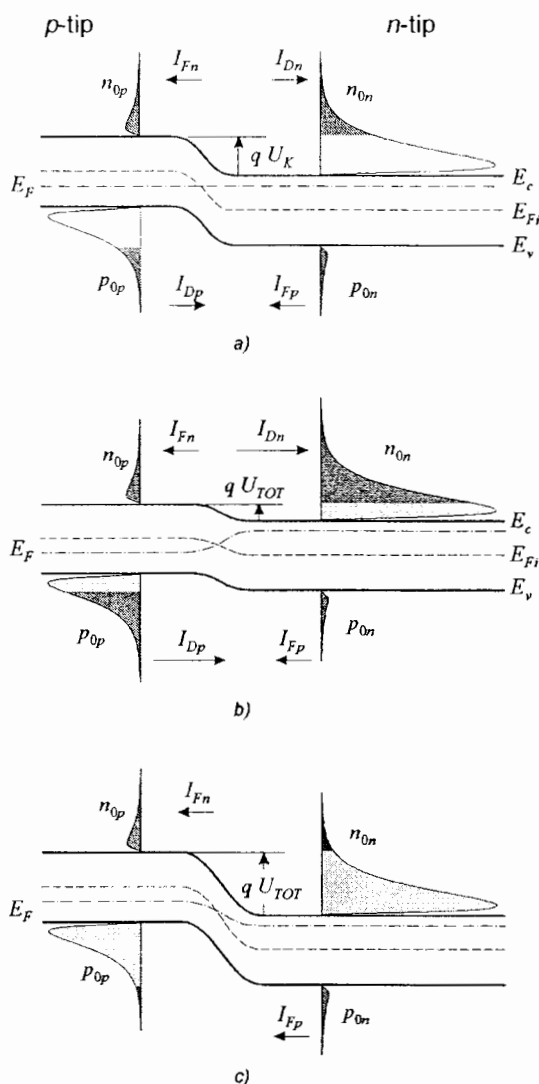
$$I_n = I_{Dn} - I_{Fn} \approx I_{Dn} \quad (3.8)$$

$$I_p = I_{Dp} - I_{Fp} \approx I_{Dp} \quad (3.9)$$

$$I = I_n + I_p \approx I_{Dn} + I_{Dp} . \quad (3.10)$$

Ukupna struja  $I$  teče kroz  $pn$ -spoj od  $p$ - prema  $n$ -strani. Smjer struje odgovara polaritetu vanjskog napona. U ekstrinzičnom temperaturnom području koncentracije manjinskih nosilaca zanemarivo su male u odnosu na koncentracije većinskih nosilaca. U skladu s tim uz propusnu polarizaciju veću od  $\sim 100$  mV ukupna struja praktički je jednaka difuzijskoj struji većinskih nosilaca.

Daljnje povećanje pozitivnog napona  $U_{AK}$  dodatno snižava energetska barijeru. Time se povećava broj većinskih nosilaca koji difundiraju preko  $pn$ -spoja i struja raste. Pozitivnim naponom  $U_{AK}$  osigurava se dobro vođenje  $pn$ -spoja i ta se polarizacija naziva *propusna polarizacija*.



Slika 3.7 – Energetski dijagram  $pn$ -spoja: a) u stanju ravnoteže, b) uz propusnu polarizaciju  $U_{AK} > 0$ , c) uz zapornu polarizaciju  $U_{AK} < 0$ .

Iako bi se iz jednadžbe  $U_{TOT} = U_K - U_{AK}$  moglo zaključiti da napon propusne polarizacije može u potpunosti ukloniti energetska barijera (uz  $U_{AK} = U_K$ ), to se nikada ne može dogoditi. Naime kada se povećanjem propusne polarizacije  $U_{AK}$  približi iznosu kontaktnog potencijala  $U_K$ , zbog male energetske barijere struja  $pn$ -spoja postaje toliko velika da se dio napona  $U_{AK}$  troši kao omski pad napona u kvazineutralnim područjima  $p$ - i  $n$ -strane.

### 3.3.2 Zaporna polarizacija

Ako se na  $pn$ -spoj priključi vanjski napon  $U$  takav da je anoda ( $p$ -strana) spojena na niži potencijal od katode ( $n$ -strane), prema slici 3.6b, negativni vanjski napon  $U = U_{AK}$  istog je predznaka kao i kontaktni potencijal  $U_K$ . Time se povećava ukupni napon  $U_{TOT} = U_K - U_{AK}$  u osiromašenom sloju.

Povećavanjem potencijalne razlike  $U_{TOT}$  povisuje se, prema slici 3.7c, energetska barijera i smanjuje se broj većinskih nosilaca koji difuzijom prelaze na drugu stranu spoja. Budući da se difuzijske struje većinskih nosilaca smanjuju, u struji  $pn$ -spoja prevladavaju driftne struje manjinskih nosilaca koje se ne mijenjaju s priključenim naponom,

$$I_n = I_{Dn} - I_{Fn} \approx -I_{Fn}, \quad (3.11)$$

$$I_p = I_{Dp} - I_{Fp} \approx -I_{Fp}, \quad (3.12)$$

$$I = I_n + I_p \approx -I_{Fn} - I_{Fp}. \quad (3.13)$$

Ukupna struja teče od  $n$ - prema  $p$ -strani, kako je to prikazano na slici 3.6b. Već pri relativno malim negativnim naponima  $U_{AK}$ , većim po iznosu od  $\sim 100$  mV, barijera je dovoljno visoka da potpuno sprječava prijelaz većinskih nosilaca, pa preko  $pn$ -spoja teče vrlo mala struja manjinskih nosilaca. Budući da se ta struja ne mijenja s naponom, naziva se strujom zasićenja (engl. *saturation current*) i označava se s  $I_s$ . Negativni napon  $U_{AK}$  praktički sprječava tok struje  $pn$ -spoja i naziva se napon *zaporne polarizacije*. Uz naziv zaporne polarizacije koristi se i naziv *reverzne polarizacije*.

### 3.4 Osiromašeni sloj

U osiromašenom sloju koncentracija slobodnih nosilaca (elektrona i šupljina) zanemariva je u odnosu na koncentracije primjesa. Postoji samo relativno mala koncentracija nosilaca koji prolaze kroz osiromašeni sloj. U osiromašenom sloju prisutan je prostorni naboj određen nepokretnim ioniziranim atomima primjesa. Na  $p$ -strani prevladavaju negativno ionizirani atomi akceptora, a na  $n$ -strani pozitivno ionizirani atomi donora. Kao posljedica prostornog naboja u osiromašenom sloju formira se električno polje i javlja se promjena potencijala.

Raspodjela potencijala i električnog polja unutar osiromašenog sloja određuje se rješavanjem Poissonove jednačbe, koja u jednodimenzionalnom obliku duž koordinate  $x$  poprima oblik

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon}, \quad (3.14)$$

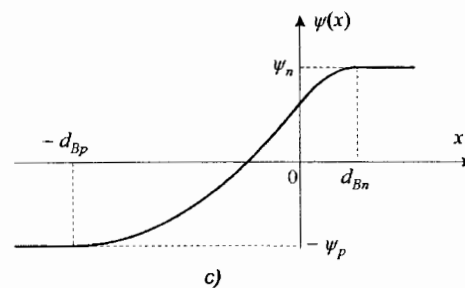
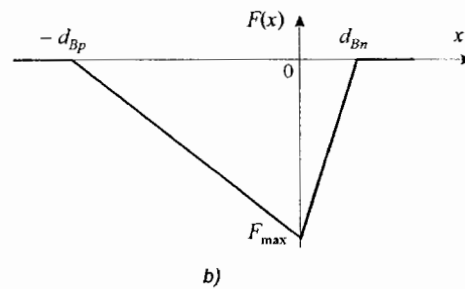
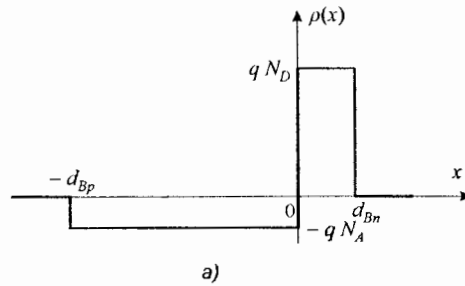
gdje je  $\psi$  potencijal,  $\rho$  je prostorni naboj, a  $\varepsilon$  je dielektrička konstanta poluvodiča. Dielektrička konstanta je  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r'$ , tj. računa se kao umnožak apsolutne dielektričke konstante  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m i relativne dielektričke konstante  $\varepsilon_r'$ . Za silicij relativna dielektrička konstanta  $\varepsilon_{Si}' = 11,7$ . Prema (3.14) promjena potencijala povezana je s postojanjem prostornog naboja. Izostankom prostornog naboja potencijal postaje stalan.

Pri analitičkom rješavanju Poissonove jednačbe u  $pn$ -spoju najčešće se pretpostavlja skokovita raspodjela primjesa prema slici 3.2. Ako se ishodište koordinate  $x$  postavi na mjesto  $pn$ -spoja  $x = x_j = 0$ , te ako je lijevo od ishodišta poluvodič  $p$ -tipa, a desno poluvodič  $n$ -tipa za raspodjelu koncentracija primjesa vrijedi

$$N(x) = \begin{cases} -N_A & \text{za } x < 0 \\ N_D & \text{za } x > 0 \end{cases}. \quad (3.15)$$

Uz pretpostavku da su unutar osiromašenog sloja sve primjese ionizirane i da je koncentracija slobodnih nosilaca zanemariva, za raspodjelu gustoće prostornog naboja osiromašenog sloja može se, prema slici 3.8a, pisati

$$\rho(x) = \begin{cases} -q N_A & \text{za } -d_{Bp} \leq x < 0 \\ q N_D & \text{za } 0 < x \leq d_{Bn} \end{cases} \quad (3.16)$$



**Slika 3.8** – Osiromašeni sloj  $pn$ -spoja: a) prostorni naboj, b) električno polje, c) potencijal.

$S - d_{Bp}$  i  $d_{Bn}$  označene su koordinate rubova osiromašenog sloja na  $p$ - odnosno  $n$ -strani, a to su ujedno i širine osiromašenog sloja na tim stranama. Izvan osiromašenog sloja, u kvazineutralnim područjima za  $x < -d_{Bp}$  i  $x > d_{Bn}$ , naboj ioniziranih primjesa kompenziran je nabojem slobodnih nosilaca i prostorni naboj  $\rho = 0$ .

Radi jednostavnosti rješavanja Poissonove jednadžbe, pretpostavlja se da su prijelazi iz osiromašenog sloja u kvazineutralna područja poluvodiča oštri, tj. da unutar osiromašenog sloja

nema slobodnih nosilaca, a da se na rubovima osiromašenog sloja javlja skokovita promjena koncentracije nosilaca.

Korištenjem relacije koja povezuje električno polje s gradijentom potencijala

$$F = -\frac{d\psi}{dx}, \quad (3.17)$$

Poissonova jednačba (3.14) može se pisati u obliku

$$\frac{dF}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}. \quad (3.18)$$

Raspodjela električnog polja u osiromašenom sloju određuje se integriranjem (3.18)

$$F(x) = -\frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \int \rho(x) dx. \quad (3.19)$$

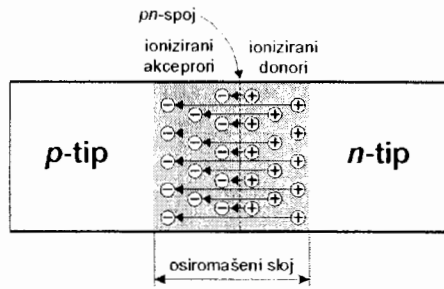
Kako raspodjela prostornog naboja  $\rho(x)$  nije jedinstvena analitička funkcija, integriranje se provodi posebno za svaku stranu osiromašenog sloja, uvrštavanjem raspodjele  $\rho(x)$  iz (3.16). Uzevši pri tome u obzir da je izvan osiromašenog sloja prostorni naboj  $\rho = 0$ , zbog čega je i električno polje  $F = 0$ , pri integriranju se koriste rubni uvjeti  $F(-d_{Bp}) = F(d_{Bn}) = 0$ . Integriranjem se dobiva

$$F(x) = \begin{cases} -\frac{q N_A}{\epsilon} (x + d_{Bp}) & \text{za } -d_{Bp} \leq x \leq 0 \\ \frac{q N_D}{\epsilon} (x - d_{Bn}) & \text{za } 0 \leq x \leq d_{Bn} \end{cases}. \quad (3.20)$$

Linearna raspodjela električnog polja prema (3.20) prikazana je na slici 3.8b. Budući da raspodjela električnog polja u osiromašenom sloju mora biti kontinuirana funkcija, na mjestu  $pn$ -spoja za  $x = 0$ , jakost električnog polja dobivena integracijom prostornog naboja ioniziranih akceptora na  $p$ -strani mora biti jednaka jakosti električnog polja dobivenog integracijom prostornog naboja ioniziranih donora na  $n$ -strani

$$F(0_-) = -\frac{q N_A}{\epsilon} d_{Bp} = F(0_+) = -\frac{q N_D}{\epsilon} d_{Bn} = F_{\max}. \quad (3.21)$$

Električno polje na mjestu  $pn$ -spoja ima najveću vrijednost, što je fizikalno jasno, jer sve silnice električnog polja koje izviru na pozitivnom naboju ioniziranih donora na  $n$ -strani osiromašenog sloja moraju proći kroz plohu  $pn$ -spoja da bi mogle ponirati na negativnom naboju ioniziranih akceptora na  $p$ -strani osiromašenog sloja. Smjer silnica je, prema slici 3.9, od  $n$ -prema  $p$ -strani osiromašenog sloja. Električno polje je negativno, jer polje ide u suprotnom smjeru od osi  $x$ .



Slika 3.9 – Ionizirane primjese i električno polje u osiromašenom sloju.

Izraz (3.21) može se pisati kao

$$q N_A d_{Bp} = q N_D d_{Bn}, \quad (3.22)$$

odakle proizlazi da je prostorni negativni naboj akceptora u osiromašenom sloju  $p$ -strane jednak prostornom pozitivnom naboju donora u osiromašenom sloju  $n$ -strane, odnosno da je osiromašeni sloj kao cjelina neutralan.

Pisanjem izraza (3.22) u obliku

$$\frac{d_{Bn}}{d_{Bp}} = \frac{N_D}{N_A} \quad (3.23)$$

dobiva se omjer širina osiromašenog sloja na  $n$ - i  $p$ -strani. Primjenom (3.23) i činjenice da je ukupna širina osiromašenog sloja

$$d_B = d_{Bp} + d_{Bn}, \quad (3.24)$$

određuju se širine osiromašenog sloja na pojedinim stranama spoja

$$d_{Bp} = d_B \frac{N_D}{N_A + N_D}, \quad (3.25)$$

$$d_{Bn} = d_B \frac{N_A}{N_A + N_D}. \quad (3.26)$$

Osiromašeno područje širi se jače na slabije dopiranu stranu  $pn$ -spoja. Ukoliko su koncentracije primjese s obje strane spoja međusobno jednake,  $N_A = N_D$ , radi se o *simetričnom*  $pn$ -spoju. U tom se slučaju osiromašeni sloj širi jednako na obje strane spoja,  $d_{Bp} = d_{Bn} = d_B / 2$ . Ako je jedna strana spoja znatno jače dopirana govori se o *asimetričnom*  $pn$ -spoju. Tako su npr. za  $N_A \gg N_D$  širine  $d_{Bp} \ll d_{Bn} \approx d_B$ , a za  $N_D \gg N_A$  širine su  $d_{Bn} \ll d_{Bp} \approx d_B$ .

Raspodjela potencijala u osiromašenom sloju određuje se integracijom izraza (3.19). Uz korištenje rubnih vrijednosti potencijala  $\psi(-d_{Bp}) = \psi_p$  i  $\psi(d_{Bn}) = \psi_n$  integracijom se dobiva

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_p + \frac{q N_A}{2\epsilon} (x + d_{Bp})^2 & \text{za } -d_{Bp} \leq x \leq 0 \\ \psi_n - \frac{q N_D}{2\epsilon} (x - d_{Bn})^2 & \text{za } 0 \leq x \leq d_{Bn} \end{cases} \quad (3.27)$$

Raspodjela potencijala prema (3.27) prikazana je na slici 3.8c. Potencijal na mjestu  $pn$ -spoja za  $x = 0$  je

$$\psi(0_-) = \psi_p + \frac{q N_A}{2\epsilon} d_{Bp}^2 = \psi(0_+) = \psi_n - \frac{q N_D}{2\epsilon} d_{Bn}^2 = \psi_0. \quad (3.28)$$

Ukupni napon  $U_{TOT}$  na osiromašenom sloju jednak je razlici potencijala između  $n$ - i  $p$ -strane spoja,  $\psi_n - \psi_p$ . Iz (3.28) slijedi

$$U_{TOT} = \psi_n - \psi_p = \frac{q}{2\epsilon} (N_A d_{Bp}^2 + N_D d_{Bn}^2). \quad (3.29)$$

Uvrštenjem (3.24)-(3.26) dobiva se

$$U_{TOT} = \frac{q}{2\epsilon} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} d_B^2, \quad (3.30)$$

odakle se izražava širina osiromašenog sloja

$$d_B = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} U_{TOT}} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) U_{TOT}}. \quad (3.31)$$

Širina osiromašenog sloja ovisi o koncentracijama primjesa i naponu polariziranog  $pn$ -spoja. Tipične širine osiromašenih slojeva silicijskih  $pn$ -spojeva su reda veličine mikrometra za slabije dopirane spojeve i smanjuju se s povećanjem koncentracija primjesa. Za asimetrične  $pn$ -spojeve širinu osiromašenog sloja određuje koncentracija slabije dopirane strane. Tako je npr. za  $N_A \gg N_D$  širina

$$d_B \approx d_{Bn} \approx \sqrt{\frac{2\epsilon}{q N_D} U_{TOT}}. \quad (3.32)$$

Kombinacijom (3.21), (3.25) i (3.30) slijedi relacija za maksimalno električno polje

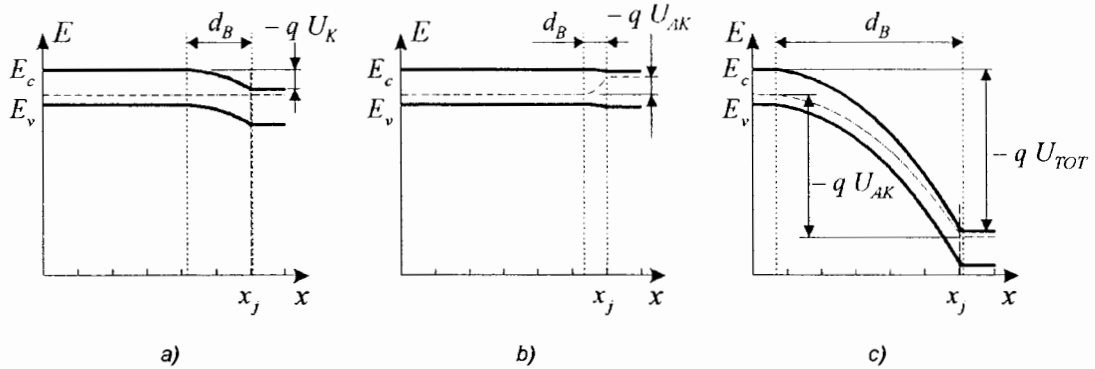
$$F_{\max} = -\frac{2U_{TOT}}{d_B}. \quad (3.33)$$

Izrazi (3.31) i (3.33) uključuju naponsku ovisnost polariziranog  $pn$ -spoja. I širina osiromašenog sloja  $d_B$  i iznos maksimalnog električnog polja  $F_{\max}$  rastu s drugim korijenom iz ukupnog napona  $U_{TOT}$ . U stanju ravnoteže vanjski napon  $U_{AK} = 0$  i  $U_{TOT} = U_K$ . Uz propusnu polarizaciju  $pn$ -spoja, za koji su naponi  $U_{AK} > 0$  i  $U_{TOT} < U_K$ , širina osiromašenog sloja  $d_B$  i



iznos maksimalnog električnog polja  $F_{\max}$  smanjuju se. Pri zapornoj polarizaciji, za koju vrijedi  $U_{AK} < 0$  i  $U_{TOT} > U_K$ , širina  $d_B$  i iznos  $F_{\max}$  rastu.

Utjecaj polarizacije na širinu osiromašenog sloja ilustriran je na slici 3.10 gdje su prikazani energetske dijagrami  $pn$ -spoja u stanju ravnoteže, te uz propusnu i zapornu polarizaciju. Pri propusnoj polarizaciji energetska barijera se smanjuje, a osiromašeni sloj se sužava, a pri zapornoj polarizaciji barijera se povećava, a osiromašeni sloj se širi.



Slika 3.10 – Energetski dijagram  $pn$ -spoja: a) stanje ravnoteže, b) propusna polarizacija, c) zaporna polarizacija.

### Primjer 3.2

Koncentracije primjesa silicijskog  $pn$ -spoja sa skokovitom raspodjelom primjesa su  $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  na  $p$ -strani i  $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  na  $n$ -strani. Izračunati ukupnu širinu osiromašenog sloja, širine osiromašenog sloja na pojedinim stranama  $pn$ -spoja, te maksimalno električno polje u osiromašenom sloju za napone spojene između anode i katode  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = 0,5 \text{ V}$  i  $U_3 = -5 \text{ V}$ . Temperatura je sobna,  $T = 300 \text{ K}$ .

Rješenje:

Ukupna širina osiromašenog sloja određena je s

$$d_B = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) U_{TOT}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 11,7}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{1}{10^{15}} + \frac{1}{10^{17}} \right) U_{TOT}}.$$

Za dielektričku konstantu korišten je izraz  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  gdje je apsolutna dielektrička konstanta  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm}$ , a relativna  $\varepsilon_r = \varepsilon'_{Si} = 11,7$ . Širine osiromašenog sloja na pojedinim stranama izrazima određene se pomoću

$$d_{Bp} = d_B \frac{N_D}{N_A + N_D} = d_B \cdot \frac{10^{17}}{10^{15} + 10^{17}},$$

$$d_{Bn} = d_B \frac{N_A}{N_A + N_D} = d_B \cdot \frac{10^{15}}{10^{15} + 10^{17}},$$

a maksimalno električno polje je

$$F_{\max} = -\frac{2U_{TOT}}{d_B}.$$

Ukupni napon na  $pn$ -spoju je

$$U_{TOT} = U_K - U_{AK} = U_K - U.$$

Za zadane podatke kontaktni potencijal izračunat je u primjeru 3.1 i iznosi  $U_K = 0,695 \text{ V}$ .

Rezultati proračuna prikazani su u tablici 3.1.

Tablica 3.1 – Rezultati primjera 3.2.

$U, \text{V}$	$U_{TOT}, \text{V}$	$d_B, \mu\text{m}$	$d_{Bp}, \mu\text{m}$	$d_{Bn}, \mu\text{m}$	$F_{\max}, \text{kV/cm}$
0	0,695	0,953	0,944	$9,44 \cdot 10^{-3}$	- 14,6
0,5	0,195	0,505	0,500	$5,00 \cdot 10^{-3}$	- 7,73
- 5	5,695	2,73	2,70	$2,70 \cdot 10^{-2}$	- 41,8

Zbog različitih koncentracija primjesa spoj je jednostrani, osiromašeni sloj širi se znatno više na slabije dopiranu  $p$ -stranu. Uz propusnu polarizaciju širina osiromašenog sloja i iznos električnog polja smanjuju se, a uz zapornu se polarizaciju povećavaju.

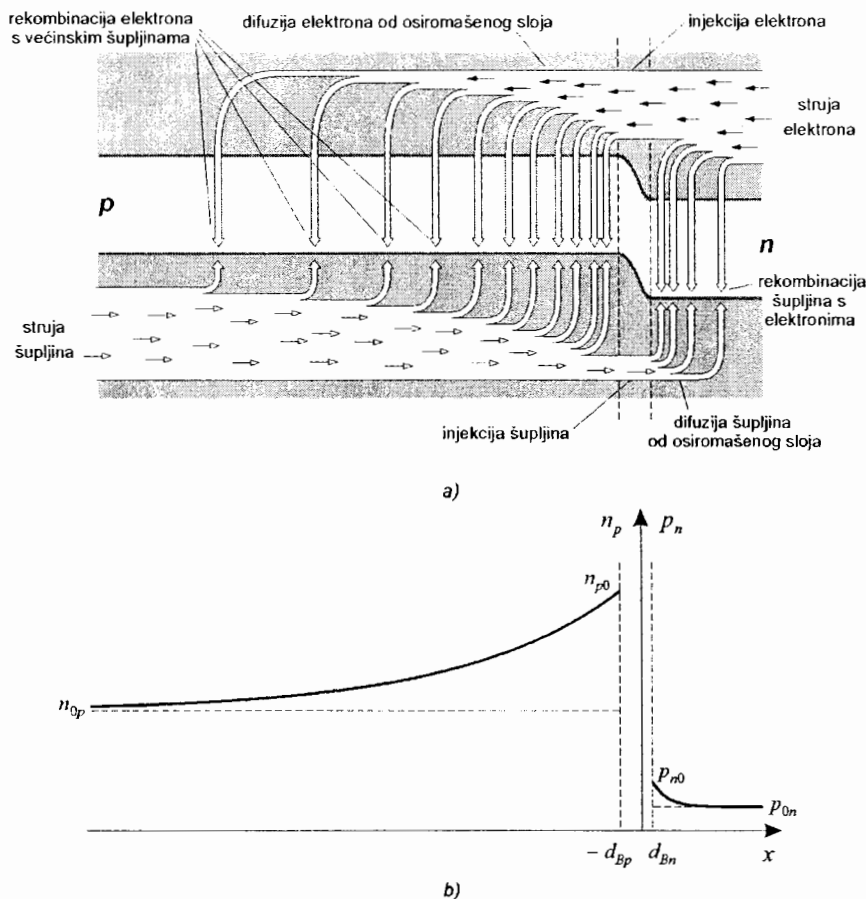
### 3.5 Strujno-naponska karakteristika $pn$ -spoja

U stanju ravnoteže energetska barijera u osiromašenom sloju suprotstavlja se difuziji većinskih nosilaca i kroz  $pn$ -spoj ne teče struja. Pri propusnoj polarizaciji  $pn$ -spoja energetska barijera se snižava, te raste broj većinskih nosilaca koji difuzijom prelaze na drugu stranu spoja. Nosioци koji prođu preko  $pn$ -spoja, dolaze na suprotnu stranu gdje su manjinski nosioci. Taj se prijelaz nosilaca, prikazan na slici 3.11a, naziva *injekcija manjinskih nosilaca*.

Injektirani nosioci povećavaju koncentracije manjinskih nosilaca uz rub osiromašenog sloja. Povećane koncentracije označene su na slici 3.11b kao  $n_{p0}$  i  $p_{n0}$ . Porastom rubnih koncentracija  $n_{p0}$  i  $p_{n0}$  iznad ravnotežnih vrijednosti  $n_{0p}$  i  $p_{0n}$  narušava se ravnoteža, te se pojačava mehanizam rekombinacije nosilaca, uslijed čega se, prema slici 3.11b, injektirane koncentracije manjinskih nosilaca postupno smanjuju od rubova osiromašenog sloja prema unutrašnjosti  $p$ - i  $n$ -strane težeći prema ravnotežnim vrijednostima  $n_{0p}$  i  $p_{0n}$ . Posljedica smanjenja je nejednolika raspodjela manjinskih nosilaca koja uzrokuje difuzijsku struju.

Pri zapornoj polarizaciji povećana energetska barijera smanjuje broj većinskih nosilaca koji difuzijom prelaze na suprotnu stranu spoja. Već kod relativno malih napona zaporne polarizacije broj većinskih nosilaca koji uspijevaju savladati barijeru postaje zanemariv, pa kroz  $pn$ -spoj, prema slici 3.12a, prolaze samo manjinski nosioci koje je zahvatilo električno polje

unutar osiromašenog sloja. Prelaskom na drugu stranu spoja ti se nosioci "gube" u visokoj koncentraciji istovrsnih većinskih nosilaca.

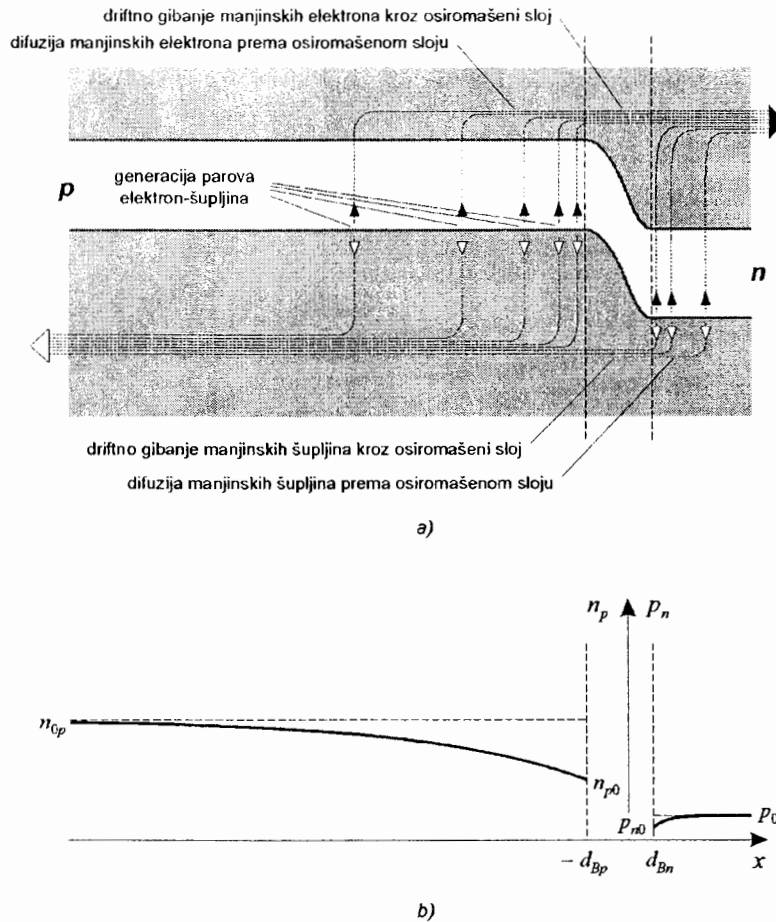


Slika 3.11 – Propusno polarizirani pn-spoj: a) prikaz injekcije nosilaca, b) raspodjele manjinskih nosilaca.

Budući da električno polje u osiromašenom sloju izvlači manjinske nosioce iz kvazineutralnih područja, uz rubove osiromašenog sloja nastaje manjak manjinskih nosilaca, tj. njihova se koncentracija smanjuje ispod ravnotežne, prema slici 3.12b. Manjak nosilaca uz rubove barijere nadoknađuje se pojačanom generacijom parova elektron-šupljina, te difuzijom iz volumena pripadajućih strana, gdje su koncentracije manjinskih nosilaca jednake ravnotežnim vrijednostima.

Pri obje polarizacije pn-spoja nosioci, koji svojim gibanjem uzrokuju protjecanje struje, dolaze iz vanjskog izvora, preko metalnih priključaka koji se nalaze na rubovima kvazineutralnih područja. Energetska barijera regulira njihov protok i na taj način određuje iznos struje. Smjer struje određen je polaritetom vanjskog napona.

Za izvod strujno-naponske karakteristike pn-spoja potrebno je poznavati raspodjelu nosilaca iz slika 3.11b i 3.12b koja određuje difuzijske struje. Za raspodjelu nosilaca bitne su rubne koncentracije na granicama osiromašenog sloja s kvazineutralnim područjima (u točkama  $-d_{Bp}$  i  $d_{Bn}$ ), ta na mjestima vanjskih metalnih priključaka.



Slika 3.12 – Zaporno polarizirani  $pn$ -spoj: a) izvlačenje manjinskih nosilaca, b) raspodjele manjinskih nosilaca.

### 3.5.1 Koncentracije većinskih nosilaca

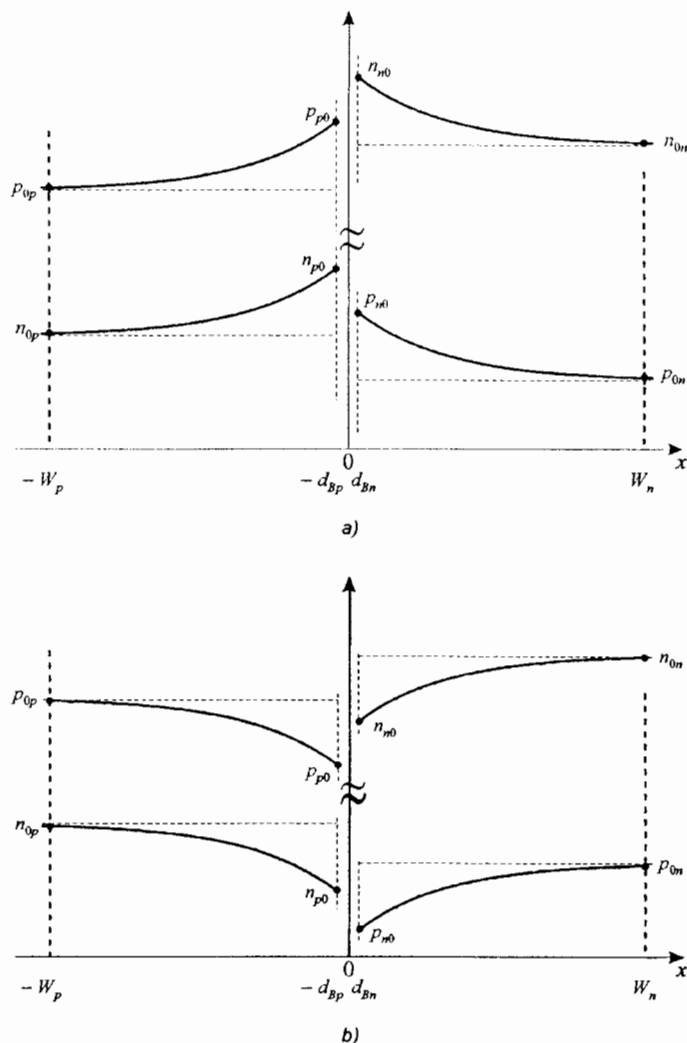
Prema 3.11b i 3.12b, uz propusnu polarizaciju  $pn$ -spoja koncentracije nosilaca uz rub osiromašenog sloja postaju veće od ravnotežnih, a uz zapornu polarizaciju manje od ravnotežnih. S obzirom da u kvazineutralnim područjima vrijedi zakon električke neutralnosti, promjene manjinskih nosilaca popraćene su istim promjenama većinskih nosilaca, kao što je to prikazano na slici 3.13.

Uz rub osiromašenog sloja na  $n$ -strani  $pn$ -spoja vrijedi

$$p_{n0} - p_{0n} = n_{n0} - n_{0n}, \quad (3.34)$$

odnosno rubna koncentracija većinskih elektrona jednaka je

$$n_{n0} = n_{0n} + p_{n0} - p_{0n}. \quad (3.35)$$



Slika 3.13 – Koncentracije većinskih i manjinskih nosilaca u kvazineutralnim područjima: a) pri propusnoj polarizaciji, b) pri zapornoj polarizaciji.

Pri propusnoj polarizaciji rastu rubne koncentracije manjinskih šupljina  $p_{n0}$  i većinskih elektrona  $n_{n0}$ . Budući da je ravnotežna koncentracije većinskih elektrona znatno veća od ravnotežne koncentracije manjinskih šupljina, tj.  $n_{0n} \gg p_{0n}$ , u (3.35) može se zanemariti koncentracija  $p_{0n}$ . Relativni porast koncentracije  $n_{n0}$  ovisi o odnosu koncentracija  $p_{n0}$  i  $n_{0n}$ . Tako dugo dok je  $p_{n0} \ll n_{0n}$  rubna koncentracija većinskih elektrona  $n_{n0}$  praktički se ne mijenja. Propusna polarizacija kod koje porast rubne koncentracije manjinskih nosilaca ne mijenja rubnu koncentraciju većinskih nosilaca zove se *niska injekcija*. U slučaju kada *pn*-spoj radi u režimu niske injekcije sav izvana priključeni napon troši se na osiromašenom sloju i nema pada napona u kvazineutralnim područjima.

Kada međutim rubna koncentracija  $p_{n0}$  postane sumjerljiva ravnotežnoj koncentraciji  $n_{0n}$ , rubna koncentracija  $n_{n0}$  postaje veća od ravnotežne koncentracije  $n_{0n}$ . U ovom slučaju *pn*-spoj radi u režimu *visoke injekcije*, kod koje se dio vanjskog napona troši i na kvazineutralnim područjima.

Pri zapornoj polarizaciji koncentracija  $p_{n0}$  manja je od  $p_{0n}$  i obje se koncentracije u (3.35) mogu zanemariti u odnosu na koncentraciju  $n_{0n}$ . U tom se slučaju rubna koncentracija većinskih elektrona  $n_{n0}$  ne mijenja s promjenom koncentracije manjinskih šupljina  $p_{n0}$ , tj. vrijedi  $n_{n0} = n_{0n}$ .

Slično razmatranje vrijedi za rubnu koncentraciju većinskih šupljina na  $p$ -strani za koju se može pisati

$$p_{p0} = p_{0p} + n_{p0} - n_{0p}. \quad (3.36)$$

Pri propusnoj polarizaciji rubna koncentracija  $p_{p0}$  neće se mijenjati tako dugo dok je  $n_{p0} \ll p_{0p}$ . U tom slučaju radi se o niskoj injekciji. Visoka injekcija nastupa kada koncentracija  $n_{p0}$  dosegne po iznosu koncentraciju  $p_{0p}$ . Tada raste i koncentracija većinskih šupljina  $p_{p0}$ . Koncentracija  $p_{p0}$  ne mijenja se pri zapornoj polarizaciji  $pn$ -spoja.

Uz priključeni vanjski napon ne vrijedi više zakon termodinamičke ravnoteže. Pri propusnoj polarizaciji koncentracije elektrona i šupljina uz rub osiromašenog sloja veće su od ravnotežnih te vrijedi

$$n_{n0} p_{n0} > n_i^2 \quad (3.37)$$

$$p_{p0} n_{p0} > n_i^2. \quad (3.38)$$

Zbog povećanog umnoška koncentracija nosilaca rekombinacija nosilaca postaje intenzivnija od njihove generacije, te se koncentracije nosilaca, idući od osiromašenog sloja prema vanjskim priključcima, smanjuju težeći prema ravnotežnim vrijednostima.

Pri zapornoj polarizaciji koncentracije elektrona i šupljina uz rub osiromašenog sloja manje su od ravnotežnih te se može pisati

$$n_{n0} p_{n0} < n_i^2 \quad (3.39)$$

$$p_{p0} n_{p0} < n_i^2. \quad (3.40)$$

Uz smanjeni umnožak koncentracija nosilaca generacija je intenzivnija od rekombinacije, te koncentracije nosilaca od osiromašenog sloja prema volumenu pojedinih strana postupno rastu prema ravnotežnim koncentracijama.

### 3.5.2 Rubni uvjeti - Boltzmannove jednadžbe

Koncentracije manjinskih nosilaca uz rub osiromašenog sloja ovise o priključenom naponu. Za slučaj niske injekcije tu ovisnost određuju *Boltzmannove jednadžbe* koje se mogu pisati u obliku

$$n_{p0} = n_{0p} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) \quad (3.41)$$

$$p_{n0} = p_{0n} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right). \quad (3.42)$$

$U$  je vanjski napon priključen između anode i katode. Pozitivni napon  $U$  propusno polarizira  $pn$ -spoj i rubne koncentracije  $n_{p0}$  i  $p_{n0}$  veće su od ravnotežnih  $n_{0p}$  i  $p_{0n}$ . Pri zapornoj polarizaciji napon  $U$  je negativan i rubne su koncentracije manje od ravnotežnih.

Na drugim krajevima kvazineutralnih područja, u točkama  $-W_p$  i  $W_n$  prema slici 3.13, spajaju se metalni priključci anode na  $p$ - i katode na  $n$ -strani. Na tim mjestima koncentracije nosilaca jednake su ravnotežnim koncentracijama, tj.  $p_p(-W_p) = p_{0p}$  i  $n_p(-W_p) = n_{0p}$  na  $p$ -strani i  $n_n(W_n) = n_{0n}$  i  $p_n(W_n) = p_{0n}$  na  $n$ -strani. Veličine  $W_p$  i  $W_n$  su širine  $p$ - i  $n$ -stane  $pn$ -spoja.

### 3.5.3 Raspodjele nosilaca u kvazineutralnim područjima

Raspodjele manjinskih nosilaca u kvazineutralnim područjima određuju se rješavanjem *jednadžbi kontinuiteta*. Za manjinske šupljine na  $n$ -strani u jednodimenzionalnom slučaju duž osi  $x$  jednadžba kontinuiteta glasi

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{0n}}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x}. \quad (3.43)$$

Jednadžba kontinuiteta izriče tvrdnju o očuvanju materije. Do promjene koncentracije šupljina u vremenu  $\partial p_n / \partial t$  može doći iz dva razloga. Prvi razlog opisuje član  $-(p_n - p_{0n}) / \tau_n$  koji predstavlja razliku između generiranih i rekombiniranih nosilaca. Ukoliko je na nekom mjestu koncentracija šupljina  $p_n$  različita od ravnotežne  $p_{0n}$ , pojačava se rekombinacija ako je  $p_n > p_{0n}$  ili generacija, ako je  $p_n < p_{0n}$  i koncentracija  $p_n$  se mijenja. Brzina rekombinacije ili generacije obrnuto je proporcionalna vremenu života šupljina  $\tau_p$ . Drugi član na desnoj strani opisuje promjenu koncentracije  $p_n$  uslijed protjecanja struje. Koncentracija  $p_n$  mijenja se ako postoji promjena struje, odnosno razlika broja šupljina koje na nekom mjestu sa strujom uđu, prema broju šupljina koje s tog mjesta izađu.

Pri izvodu istosmjerne strujno-naponske karakteristike promatra se stacionarno stanje, u kojem je na diodu priključen samo istosmjerni napon. U tom slučaju nema vremenske promjene raspodjele nosilaca i član  $\partial p_n / \partial t$  u (3.43) jednak je nuli. Nadalje u režimu niske injekcije u kvazineutralnim područjima zanemarivo je električno polje i struja šupljina  $J_p$  u (3.43) sastoji se samo od difuzijske komponente,  $J_p = J_{Dp}$ . Uvrštenjem difuzijske struje (2.56), izraz (3.43) prelazi u oblik

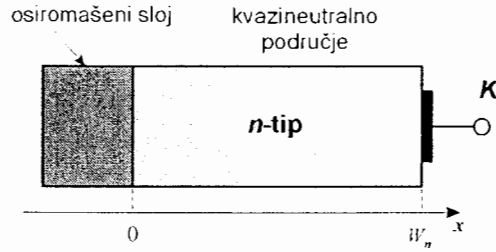
$$\frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{0n}}{D_p \tau_p} = 0. \quad (3.44)$$

Prilikom rješavanja diferencijalne jednadžbe (3.44) ishodište koordinate  $x$  postavlja se na granicu osiromašenog sloja i  $n$ -strane kvazineutralnog područja prema slici 3.14. Primjenom rubnih uvjeta

$$p_n(0) = p_{n0} \quad (3.45)$$

$$p_n(W_n) = p_{0n}, \quad (3.46)$$

rješenje jednadžbe (3.44) je raspodjela manjinskih šupljina



Slika 3.14 – Kvazineutralno područje n-strane pn-spoja.

$$p_n(x) = p_{0n} + (p_{n0} - p_{0n}) \frac{\text{sh}\left(\frac{W_n - x}{L_p}\right)}{\text{sh}\left(\frac{W_n}{L_p}\right)}. \quad (3.47)$$

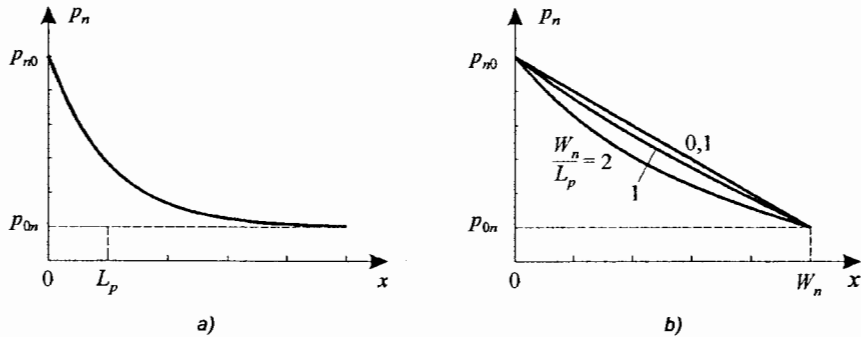
Veličina  $L_p$  naziva se difuzijska duljina manjinskih šupljina za koju vrijedi

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}. \quad (3.48)$$

Opća raspodjela (3.47) pojednostavljuje se u graničnim slučajevima. Ako je širina  $n$ -strane  $W_n$  znatno veća od difuzijske dužine  $L_p$ , radi se o širokoj  $n$ -strani i uz  $W_n \gg L_p$  raspodjela (3.48) poprima oblik

$$p_n(x) = p_{0n} + (p_{n0} - p_{0n}) \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right). \quad (3.49)$$

Raspodjela (3.49) za propusnu polarizaciju pn-spoja prikazana je na slici 3.15a. Koncentraciju šupljina  $p_{n0}$  uz rub osiromašenog održava, prema (3.42), napon propusne polarizacije. Zbog pojačane rekombinacije, raspodjela prema dubini  $n$ -strane eksponencijalno pada prema ravnotežnoj koncentraciji  $p_{0n}$  prije dolaska na priključak katode na  $n$ -strani.



Slika 3.15 – Raspodjela manjinskih šupljina propusno polariziranog pn-spoja na  $n$ -strani: a) za široku  $n$ -stranu, b) za usku  $n$ -stranu.



U slučaju uske  $n$ -strane, čija je širina  $W_n$  znatno manja od difuzijske dužine  $L_p$ , primjenom  $W_n \ll L_p$  raspodjela (3.48) prelazi u oblik

$$p_n(x) = p_{0n} + (p_{n0} - p_{0n}) \frac{W_n - x}{W_n}. \quad (3.50)$$

Koncentracija šupljina linearno opada s vrijednosti  $p_{n0}$  uz rub osiromašenog sloja prema ravnotežnoj koncentraciji  $p_{0n}$  na mjestu priključka u točki  $x = W_n$ . Slika 3.14b prikazuje opći oblik raspodjele manjinskih šupljina  $p_n(x)$  crtan prema (3.48) za različite omjere  $W_n / L_p$  širina  $n$ -strane i difuzijske duljine šupljina. Za mali omjer  $W_n / L_p$  raspodjela je linearna, a povećanjem  $W_n / L_p$  teži eksponencijalnoj raspodjeli. Međutim već i u slučaju  $W_n \approx L_p$  raspodjela je skoro linearna.

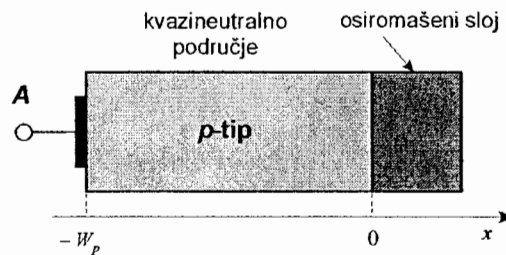
Slično jednadžbi (3.43), može se pisati jednadžba kontinuiteta za manjinske elektrone na  $p$ -strani

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = -\frac{n_p - n_{0p}}{\tau_n} + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}. \quad (3.51)$$

U stacionarnim uvjetima i u režimu niske injekcije u kojem se struja elektrona sastoji samo od difuzijske struje  $J_n = J_{Dn}$  (3.51) prelazi u oblik

$$\frac{d^2 n_p}{dx^2} - \frac{n_p - n_{0p}}{D_p \tau_p} = 0. \quad (3.52)$$

Diferencijalna jednadžba (3.52) rješava se u kvazineutralnom području  $p$ -strane. Odabiranjem ishodišta koordinate  $x$  na granicu kvazineutralnog područja  $p$ -strane i osiromašenog sloja vrijede rubni uvjeti



Slika 3.16 – Kvazineutralno područje  $n$ -stane pn-spoja.

$$n_p(0) = n_{p0} \quad (3.53)$$

$$n_p(-W_p) = n_{0p}, \quad (3.54)$$

uz koje rješenje jednadžbe (3.52) daje raspodjelu manjinskih elektrona

$$n_p(x) = n_{0p} + (n_{p0} - n_{0p}) \frac{\text{sh}\left(\frac{W_p + x}{L_n}\right)}{\text{sh}\left(\frac{W_p}{L_n}\right)}. \quad (3.55)$$

$L_n$  je difuzijska duljina manjinskih elektrona oblika

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}. \quad (3.56)$$

Ovisno o odnosu širine  $p$ -strane  $W_p$  i difuzijske duljine elektrona  $L_n$  opća raspodjela (3.55) prelazi u dva granična slučaja. Za široku  $p$ -stranu za koju vrijedi  $W_p \gg L_n$  raspodjela je eksponencijalna

$$n_p(x) = n_{0p} + (n_{p0} - n_{0p}) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right), \quad (3.57)$$

a za usku  $p$ -stranu za koju je  $W_p \ll L_n$  raspodjela je linearna

$$n_p(x) = n_{0p} + (n_{p0} - n_{0p}) \frac{W_p + x}{W_p}. \quad (3.58)$$

Prema slici 3.16 koordinata  $x$  poprima u kvazineutralnom području  $p$ -stane negativne vrijednosti i u obje raspodjele (3.57) i (3.58) koncentracija manjinskih elektrona smanjuje se od granice osiromašenog sloja prema dubini kvazineutralnog područja.

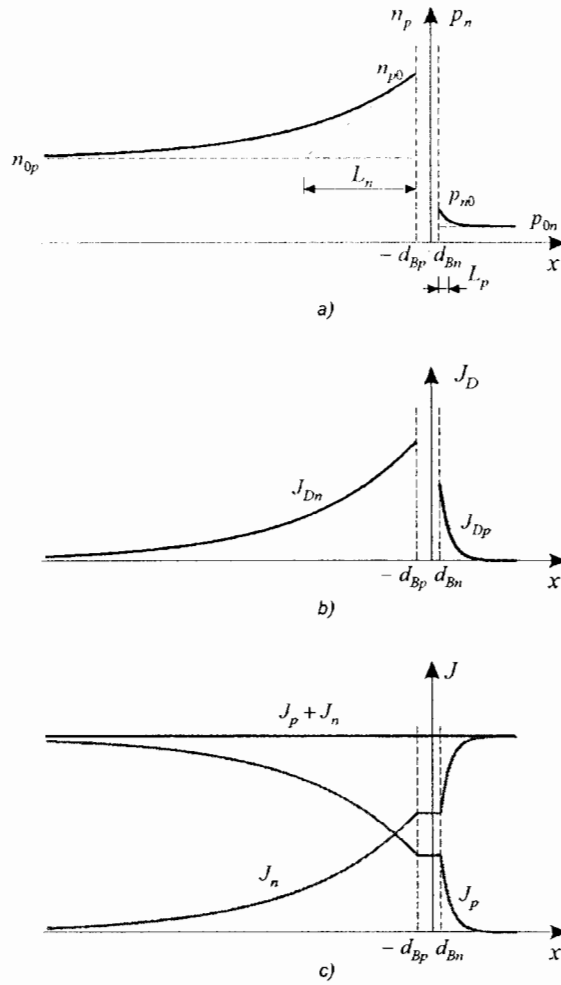
#### 3.5.4. Shockleyeva jednadžba

Pri izvodu strujno-naponske karakteristike  $pn$ -spoja zanemaruju se rekombinacija i generacija nosilaca u osiromašenom sloju. U tom slučaju u osiromašenom sloju ne mijenjaju se ni struje pojedinih nosilaca. To znači da će struja elektrona uz rub osiromašenog sloja na  $p$ -strani biti jednaka struji istih nosilaca uz rub osiromašenog sloja na  $n$ -strani. Isto vrijedi i za struju šupljina na oba ruba osiromašenog sloja.

Na slici 3.17a prikazane su raspodjele manjinskih nosilaca propusno polariziranog  $pn$ -spoja sa širokim stranama. U širokim kvazineutralnim područjima koncentracije nosilaca mijenjaju se eksponencijalno s udaljenošću od osiromašenog sloja i zbog gradijenata koncentracija nosilaca teku difuzijske struje manjinskih nosilaca. Gustoće tih struja,  $J_{Dn}$  na  $p$ -strani i  $J_{Dp}$  na  $n$ -strani, prikazane na slici 3.17b. Uz eksponencijalne raspodjele koncentracija difuzijske struje također se eksponencijalno smanjuju idući od osiromašenog sloja.

Na svakom mjestu ukupna struja jednaka je zbroju struja elektrona i struja šupljina i konstantna je uzduž cijele strukture. Uz konstantnu površinu presjeka strukture konstantna je i gustoće struje. Ta činjenica omogućuje da se ukupna struja  $pn$ -spoja odredi zbrajanjem struja obaju tipova nosilaca na bilo kojem mjestu. Struje se zbrajaju neposredno uz rub osiromašenih slojeva. Na granici  $-d_{Bp}$  određuje se struja manjinskih elektrona

$$J_{Dn}(-d_{Bp}) = q D_n \left. \frac{dn_p(x)}{dx} \right|_{-d_{Bp}}, \quad (3.59)$$



Slika 3.17 – Propusno polarizirani  $pn$ -spoj: a) raspodjele manjinskih nosilaca, b) raspodjele difuzijskih struja manjinskih nosilaca, c) raspodjele ukupnih struja.

a na granici  $d_{Bn}$  struja manjinskih šupljina

$$J_{Dp}(d_{Bn}) = -q D_p \left. \frac{dp_n(x)}{dx} \right|_{d_{Bn}}. \quad (3.60)$$

Određivanjem gradijenata koncentracija iz eksponencijalnih raspodjela (3.57) i (3.50) dobivaju se struje

$$J_{Dn}(-d_{Bp}) = q D_n \frac{n_{p0} - n_{0p}}{L_n}, \quad (3.61)$$

$$J_{Dp}(d_{Bn}) = q D_p \frac{p_{n0} - p_{0n}}{L_p}. \quad (3.62)$$

Slika 3.17c prikazuje raspodjele ukupnih struja. Struje manjinskih nosilaca s obje strane  $pn$ -spoja difuzijske su struje. Te su struje najveće uz rub osiromašenog sloja i smanjuju se

udaljavanjem od osiromašenog sloja. Budući da je ukupna struja konstantna smanjivanjem difuzijskih struja manjinskih nosilaca raste struja većinskih nosilaca i na metalnim priključcima svu struju čine većinski nosioci. Iz raspodjela struja većinskih nosilaca očito je da se u neravnotežnim uvjetima uspostavlja određeni pad napona i u kvazineutralnim stranama. U režimu niske injekcije taj je pad napona međutim vrlo mali. S obzirom da je driftna struja, uzrokovana padom napona, proporcionalna umnošku koncentracije i električnog polja, mali pad napona odnosno malo polje utjecat će na driftne struje većinskih nosilaca dok će driftne struje manjinskih nosilaca biti zanemarive. U režimu niske injekcije pad napona u kvazineutralnim područjima znatno je manji od pada napona na osiromašenom sloju te je praktički sav izvana priključen napon prisutan na osiromašenom sloju.

Zbog konstantnosti struja u siromašenom sloju ukupna struja  $pn$ -spoja je prema slici 3.17c zbroj struja (3.61) i (3.62). Primjenom Boltzmannovih jednadžbi (3.41) i (3.42) slijedi

$$J = J_{Dn}(-d_{Bp}) + J_{Dn}(d_{Bn}) = q \left( D_n \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \frac{p_{0n}}{L_p} \right) \left[ \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right]. \quad (3.63)$$

Jednadžba (3.63) predstavlja strujno-naponsku karakteristiku  $pn$ -spoja i naziva se *Shockleyeva jednadžba* i piše se u obliku

$$J = J_S \left[ \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right], \quad (3.64)$$

gdje je

$$J_S = q \left( D_n \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \frac{p_{0n}}{L_p} \right). \quad (3.65)$$

Umjesto gustoća struja mogu se pisati struje, pri čemu je

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right], \quad (3.66)$$

uz

$$I_S = S J_S = q S \left( D_n \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \frac{p_{0n}}{L_p} \right). \quad (3.67)$$

$S$  je površina presjeka  $pn$ -spoja.

Strujno-naponska karakteristika opisana s (3.64)-(3.67) dobivena je za široke strane kvazineutralnih područja. Ako su kvazineutralna područja uska, koncentracije manjinskih nosilaca opisane su jednadžbama (3.58) i (3.50) te su, prema (3.59) i (3.60), difuzijske struje uz rub osiromašenog sloja jednake

$$J_{Dn}(-d_{Bp}) = q D_n \frac{n_{p0} - n_{0p}}{W_p} \quad (3.68)$$

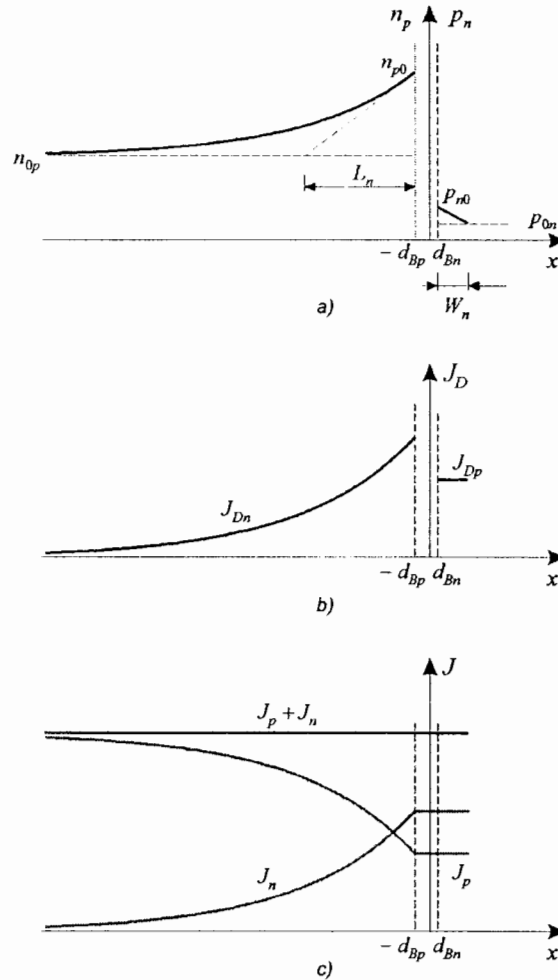
$$J_{Dp}(d_{Bn}) = q D_p \frac{p_{n0} - p_{0n}}{W_n} \quad (3.69)$$

i ukupna struja  $pn$ -spoja je

$$J = J_{Dn}(-d_{Bp}) + J_{Dn}(d_{Bn}) = q \left( D_n \frac{n_{0p}}{W_p} + D_p \frac{p_{0n}}{W_n} \right) \left[ \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right]. \quad (3.70)$$

Usporedbom s (3.63) vidi se da je i u ovom slučaju vrijedi Shockleyeva jednačba (3.64) ili (3.66), ali uz različitu struju

$$J_S = q \left( D_n \frac{n_{0p}}{W_p} + D_p \frac{p_{0n}}{W_n} \right). \quad (3.71)$$



**Slika 3.18** – Propusno polarizirani  $pn$ -spoj sa širokom  $p$ -stranom i uskom  $n$ -stranom:  
a) raspodjele manjinskih nosilaca, b) raspodjele difuzijskih struja manjinskih nosilaca,  
c) raspodjele ukupnih struja.

U oba izraza (3.65) i (3.71) za struje  $J_S$  prvi pribrojnik se odnosi na manjinske elektrone  $p$ -strane, a drugi na manjinske šupljine  $n$ -strane. Usporedbom (3.65) i (3.71) vidi se da se kod širokih strana ravnotežna koncentracija pojedinih nosilaca dijeli s difuzijskom duljinom tih nosilaca, a kod uskih strana sa širinom te strane.

Realni  $pn$ -spojevi često imaju jednu stranu usku, a drugu široku u odnosu na difuzijsku duljinu manjinskih nosilaca. Na slici 3.18 prikazan je primjer takvog  $pn$ -spoja sa širokom  $p$ - i uskom  $n$ -stranom. Za taj slučaj struja  $J_S$  poprima oblik

$$J_S = q \left( D_n \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \frac{p_{0n}}{W_n} \right). \quad (3.72)$$

Prema slici 3.18 u uskom kvazineutralnom području koncentracija manjinskih nosilaca mijenja se linearno s udaljenošću od  $pn$ -spoja i difuzijska struja tih nosilaca je konstantna. U tom području nosioci se ne stignu rekombinirati, već svi nosioci koji prođu kroz  $pn$ -spoj stižu do vanjskog priključka.

U svim izrazima (3.65), (3.71) i (3.72) struja  $J_S$  je struja manjinskih nosilaca  $J_S = J_{Sn} + J_{Sp}$ , tj. struja manjinskih elektrona na  $p$ -strani i manjinskih šupljina na  $n$ -strani. Kako su ravnotežne koncentracije manjinskih nosilaca obrnuto proporcionalne koncentracijama primjesa, u slučaju asimetričnog  $pn$ -spoja u struji  $J_S$  dominirat će član s koncentracijom manjinskih nosilaca slabije dopirane strane. Tako će npr. u  $pn$ -spoju s koncentracijama  $N_A \gg N_D$  vrijediti  $n_{0p} \ll p_{0n}$  i struju  $J_S$  određivat će manjinske šupljine  $n$ -strane,  $J_S \approx J_{Sp}$ .

Shockleyeva jednadžba koja predstavlja strujno-naponsku karakteristiku  $pn$ -spoja ujedno je i karakteristika  $pn$ -diode. Budući je uobičajeno je da se napon diode označava s  $U_D$ , a struja diode s  $I_D$  jednadžba (3.66) može se pisati kao:

$$I_D = I_S \left[ \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right) - 1 \right], \quad (3.73)$$

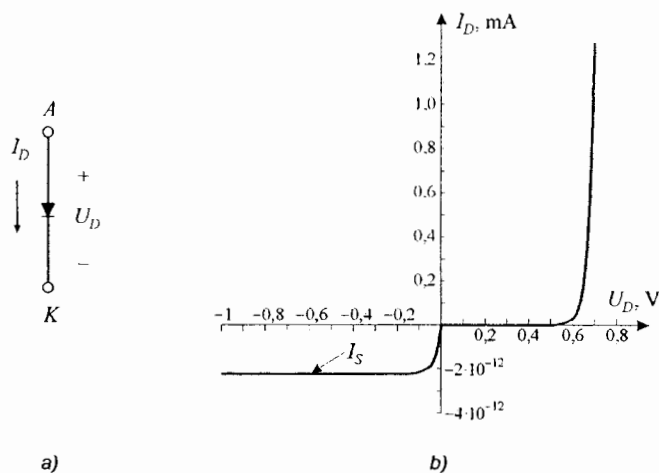
Prema slici 3.19a napon  $U_D$  iz (3.73) je napon između anode i katode, a struja  $I_D$  teče od anode prema katodi. Slika 3.19b prikazuje strujno-naponsku karakteristiku  $pn$ -diode.

Pozitivni napon  $U_D$  propusno polarizira diodu. Prema (3.73) uz napone  $U_D$  veće nekoliko puta od  $U_T$  eksponencijalni član u uglatoj zagradi znatno je veći od jedinice i struja raste eksponencijalno s naponom

$$I_D = I_S \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right), \quad (3.74)$$

Prema slici 3.19b za male napone propusne polarizacije struja je zanemarivo mala. Kod napona od 0,6 do 0,7 volti struja naglo raste pri čemu se napon diode malo mijenja s porastom struje. Napon kod kojeg struja počinje naglo rasti zove se napon koljena  $U_\gamma$ . Za silicijske  $pn$ -diode i tipične miliamperske struje napon koljena je oko 0,7 V.

Negativni napon  $U_D$  zaporno polarizira diodu. Ako je taj iznos negativnog napona  $U_D$  nekoliko puta veći od napona  $U_T$  eksponencijalni član u uglatoj zagradi Shockleyeve jednadžbe (3.73) znatno je manji od jedinice i struja diode je



Slika 3.19 –  $pn$ -dioda: a) referentni smjer struje  $I_D$  i napona  $U_D$ ,  
b) strujno-naponska karakteristika.

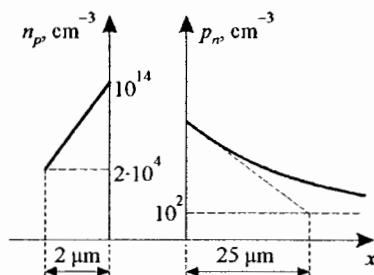
$$I_D = -I_S, \quad (3.75)$$

Pri zapornoj polarizaciji struja diode se ne mijenja i jednaka je struji  $I_S$  koja se naziva *struja zasićenja* ili *reverzna struja zasićenja*. Treba uočiti različita mjerila na osi ordinata za struju propusne i zaporne polarizacije, kako bi se uopće mogla prikazati vrlo mala struja  $I_S$ . Prema (3.67) i (3.72) struja zasićenja  $I_S$  je struja manjinskih nosilaca i vrlo je mala.

Karakteristika diode opisana jednačom (3.73) i slikom 3.19b dobro se slaže za fizikalnim opisom polariziranog  $pn$ -spoja temeljenim na energetske dijagramima na slici 3.7. Dioda pokazuje ispravljačko svojstvo. Pri propusnoj polarizaciji dobro vodi struju, a pri zapornoj polarizaciji struja diode praktički je zanemariva, pa najčešće uzimamo da je jednaka nuli.

### Primjer 3.3

Na slici 3.20 prikazane su raspodjele manjinskih nosilaca na  $p$ - i  $n$ -strani silicijske  $pn$ -diode. Pokretljivosti nosilaca su  $\mu_n = 1300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 150 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , površina  $pn$ -diode je  $S = 0,25 \text{ mm}^2$ , a temperature je  $T = 300 \text{ K}$ . Odrediti:



Slika 3.20 – Raspodjele manjinskih nosilaca u  $pn$ -diodi iz primjera 3.3.

- napon  $U_D$  priključen na  $pn$ -diodu,
- struju šupljina koje s  $p$ -strane prelaze na  $n$ -stranu,

- c) struju elektrona koji s  $n$ -strane prelaze na  $p$ -stranu,  
d) struju zasićenja.

Rješenje:

Sa slike se očitavaju slijedeće koncentracije:

$$p_{0n} = 10^2 \text{ cm}^{-3}, \quad n_{0p} = 2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}, \quad n_{p0} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

Dioda ima usku  $p$ -stranu,  $W_p = 2 \text{ } \mu\text{m} \ll L_n$  i široku  $n$ -stranu,  $W_n \gg L_p = 25 \text{ } \mu\text{m}$ .

- a) S obzirom da su rubne koncentracije manjinskih nosilaca veće su od ravnotežnih  $pn$ -dioda je propusno polarizirana. Napon diode određuje se korištenjem Boltzmannove relacije (3.41)

$$U_D = U_T \ln \frac{n_{p0}}{n_{0p}} = \frac{300}{11600} \ln \frac{10^{14}}{2 \cdot 10^4} = 0,578 \text{ V}$$

- b) Struja šupljina koje s  $p$ -strane prelaze na  $n$ -stranu je difuzijska struja uz rub osiromašenog sloja. Za široku  $n$ -stranu pomoću (3.60) i (3.62) dobiva se

$$I_{Dp}(d_{Bn}) = -S q D_p \left. \frac{dp_n}{dx} \right|_{d_{Bn}} = S q D_p \frac{p_{n0} - p_{0n}}{L_p}.$$

$$p_{n0} = p_{0n} \exp \frac{U_D}{U_T} = p_{0n} \frac{n_{p0}}{n_{0p}} = 10^2 \cdot \frac{10^{14}}{2 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}.$$

$$D_p = U_T \mu_p = \frac{300}{11600} \cdot 150 = 3,88 \text{ cm}^2 / \text{s}.$$

$$I_{Dp}(d_{Bn}) = 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,88 \cdot \frac{5 \cdot 10^{11} - 10^2}{25 \cdot 10^{-4}} = 0,310 \text{ } \mu\text{A}.$$

- c) Struja elektrona koji s  $n$ -strane prelaze na  $p$ -stranu je difuzijska struja uz rub osiromašenog sloja. Za usku  $p$ -stranu primjenom (3.59) i (3.68) slijedi

$$I_{Dn}(-d_{Bp}) = S q D_n \left. \frac{dn_p}{dx} \right|_{d_{Bn}} = S q D_n \frac{n_{p0} - n_{0p}}{W_p}.$$

$$D_n = U_T \mu_n = \frac{300}{11600} \cdot 1300 = 33,6 \text{ cm}^2 / \text{s}.$$

$$I_{Dn}(-d_{Bn}) = 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 33,6 \cdot \frac{10^{14} - 2 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-4}} = 6,72 \text{ mA}.$$

- d) Za diodu s uskom  $p$ -stranom i širokom  $n$ -stranom struja zasićenja je



$$I_S = I_{Sn} + I_{Sp} = S \cdot q \cdot \left( \frac{n_{0p} \cdot D_n}{W_p} + \frac{p_{0n} \cdot D_p}{L_p} \right) =$$

$$= 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 33,6}{2 \cdot 10^{-4}} + \frac{10^2 \cdot 3,88}{25 \cdot 10^{-4}} \right) = 1,34 \cdot 10^{-12} + 6,21 \cdot 10^{-17} = 1,34 \text{ pA}.$$

U ukupnoj struji zasićenja znatno je veća elektronska komponenta, tj. struja manjinskih nosilaca slabije dopirane  $p$ -strane.

### Primjer 3.4

Za  $pn$ -diodu iz zadatka 3.3 izračunati:

- struju diode za napone  $U_D = -5 \text{ V}, -1 \text{ V}, 0,2 \text{ V}, 0,4 \text{ V}$  i  $0,6 \text{ V}$ .
  - napon pri kojemu struja u zapornom smjeru dosegne 90% vrijednosti struje zasićenja  $I_S$
- Korištenjem rezultata iz a) dijela zadatka nacrtati strujno-naponsku karakteristiku diode.

Rješenje:

- Ukoliko dioda radi u području niske injekcije struja se računa primjenom Shockleyeve jednadžbe

$$I_D = I_S \left[ \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right) - 1 \right].$$

Ravnotežna koncentracija  $n_{0p}$  veća je od koncentracije  $p_{0n}$ , što znači da je  $N_A < N_D$ . Pri porastu napona propusne polarizacije manjinski elektroni koncentracije  $n_p$  prije će doseći ravnotežnu koncentraciju  $p_{0p}$ , nego što će manjinske šupljine koncentracije  $p_n$  doseći ravnotežnu koncentraciju  $n_{0n}$ . To znači da će slabije dopirana strana prije ući u područje visoke injekcije. Budući da su podaci u zadatku 3.3 zadani na sobnoj temperaturi, intrinzična koncentracija  $n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  i koncentracija većinskih šupljina na  $p$ -strani je:

$$p_{0p} = \frac{n_i^2}{n_{0p}} = \frac{1,45^2 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 10^4} = 1,1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}.$$

Za najveći zadani napon propusne polarizacije  $U_D = 0,6 \text{ V}$  rubna koncentracija manjinskih elektrona na  $p$ -strani je

$$n_{p0} = n_{0p} \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right) = 2 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(\frac{0,6 \cdot 11600}{300}\right) = 2,4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

To je znatno manja vrijednost od koncentracije  $p_{0p}$ , te uz napon  $U_D = 0,6 \text{ V}$  dioda još uvijek radi u području niske injekcije. Uvrštenjem struje zasićenja  $I_S = 1,34 \text{ pA}$  u Shockleyevu jednadžbu za zadane su napone izračunate struje i prikazane su u tablici 3.2.

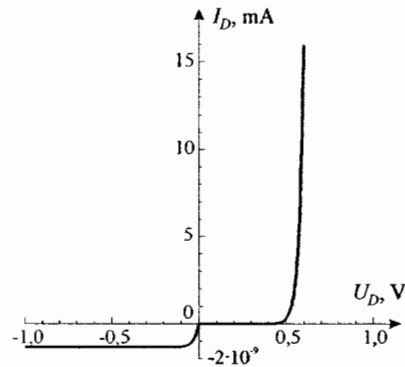
Tablica 3.2 – Rezultati primjera 3.4.

$U_D, \text{V}$	-5	-1	0,2	0,4	0,6
$I_D, \text{A}$	$-1,34 \cdot 10^{-12}$	$-1,34 \cdot 10^{-12}$	$3,06 \cdot 10^{-9}$	$6,99 \cdot 10^{-6}$	$15,9 \cdot 10^{-3}$

- b) Napon pri kojemu struja u zapornom smjeru poprima 90% vrijednosti struje zasićenja određuje se uz pomoć Shockleyeve jednadžbe iz koje se izlučuje napon  $U_D$

$$U_D = U_T \ln \left( 1 + \frac{I_D}{I_S} \right) = \frac{300}{11600} \cdot \ln \left( 1 + \frac{-0,9 \cdot I_S}{I_S} \right) = -59,6 \text{ mV}.$$

Pri zapornoj polarizaciji većoj od oko -1 V kroz diodu teče struja zasićenja  $I_S$ .



Slika 3.21 – Strujno-naponska karakteristika iz primjera 3.4.

Na slici 3.21 nacrtana je strujno-naponska karakteristika prema rezultatima i a) dijela zadatka. Može se uočiti da pri propusnoj polarizaciji struja do napona ~0,4 V ima zanemarivo malu vrijednost, a kod napona od oko 0,6 V naglo raste uz vrlo malu promjenu napona. U zapornoj polarizaciji struja vrlo brzo postaje jednaka struji zasićenja.

### 3.6 Strujno-naponske karakteristike realnih *pn*-dioda

Mjerene strujno-naponske karakteristike realnih dioda pokazuju dobro kvalitativno slaganje s idealnom karakteristikom opisanom sa Shockleyevom jednadžbom. Postoje međutim kvantitativna odstupanja, koja su posljedica zanemarenja korištenih u izvodu Shockleyeve jednadžbe.

#### 3.6.1 Odstupanje pri propusnoj polarizaciji

Pri većim propusnim naponima dioda prelazi u režim visoke injekcije u kojem pad napona u kvazineutralnim područjima više nije zanemariv. Trošenjem dijela napona u kvazineutralnim područjima, manji dio vanjskog napona prisutan je u osiromašenom sloju. Kako samo napon u osiromašenom sloju sudjeluje u snižavanju energetske barijere, a time i porastu

struje, struja diode u režimu visoke injekcije raste sporije s vanjskim naponom nego u režimu niske injekcije.

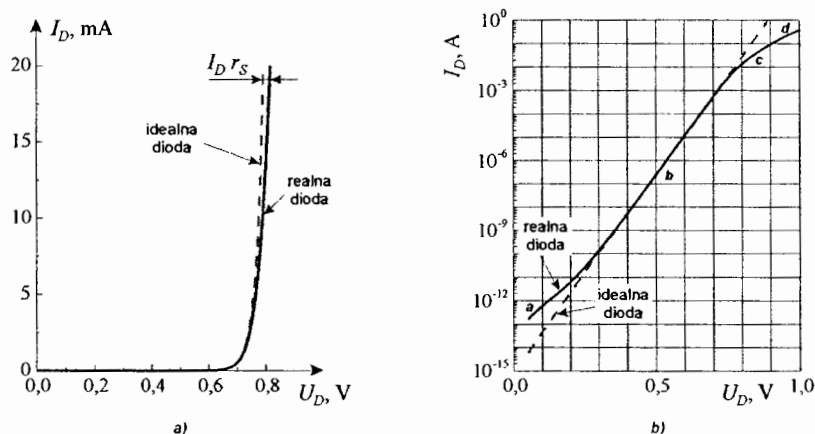
Strujno-naponska karakteristika diode u režimu visoke injekcije može se i dalje opisivati poopćenom Shockleyevom jednačbom, u kojoj se napon diode  $U_D$  dijeli s *faktorom injekcije*  $m$  prema

$$I_D = I_S \left[ \exp\left(\frac{U_D}{mU_T}\right) - 1 \right], \quad (3.76)$$

$U_D/m$  dio je vanjskog napona koji se javlja u osiromašenom sloju. U uvjetima niske injekcije  $m=1$  i ukupan izvana priključeni napon  $U_D$  je u osiromašenom sloju. U uvjetima visoke injekcije  $m \rightarrow 2$ , pri čemu je polovica vanjskog napona  $U_D$  u osiromašenom sloju, a polovica se troši u kvazineutralnim područjima. U primjeni, karakteristika diode opisuje se jednačbom (3.76), pri čemu, ovisno o korištenom strujnom području, faktor  $m$  poprima vrijednosti između 1 i 2.

Sa svojim dimenzijama i koncentracijama primjesa, kvazineutralna područja  $p$ - i  $n$ -strane predstavljaju otpore na kojima se pri većim strujama javlja dodatni pad napona. Ovi padovi napona dodatno smanjuju porast struje diode s naponom propusne polarizacije. Utjecaj pada napona zbog otpora kvazineutralnih područja opisuje se dodavanjem otpora  $r_S$  u seriju s idealnom diodom.

Utjecaj serijskog otpora diode vidljiv je na slici 3.22a kao dodatni pad napona  $\Delta U_D = I_D r_S$  u odnosu na karakteristiku idealne diode. Odstupanje strujno-naponske karakteristike realne diode od karakteristike idealne diode opisane Shockleyevom jednačbom (3.73) najbolje se vidi ako se u strujno-naponskoj karakteristici struja crta u logaritamskom mjerilu prema slici 3.22b. Zbog eksponencijalnog porasta napona sa strujom, Shockleyeva jednačba predstavlja na slici 3.22b pravac. Logaritmiranjem (3.73) dobiva se



Slika 3.22 – Strujno-naponska karakteristika propusno polarizirane  $pn$ -dioda:

- a) karakteristika sa strujom u linearnom mjerilu,
- b) karakteristika sa strujom u logaritamskom mjerilu.

$$\log(I_D) = \log(I_S) + \log(e) \frac{U_D}{U_T}, \quad (3.77)$$

gdje je konstanta  $e = \exp(1)$ . Odsječak pravca na osi ordinata je struja zasićenja  $I_S$ , a nagib pravca određen je naponom  $U_T$ . Pri umjerenim strujama karakteristika realne diode jednaka je karakteristici idealne diode. To je područje označeno na slici 3.22 slovom *b*. Pri većim strujama, ulaskom u režim visoke injekcije, struja sporije raste s naponom i nagib realne karakteristike smanjuje se. Kada u (3.76) faktor  $m$  teži prema 2 nagib postaje upola manji od nagiba karakteristike idealne diode. To je područje označeno na slici 3.22b slovom *c*. Utjecaj serijskog otpora diode dodatno, u području označenom slovom *d*, smanjuje nagib karakteristike realne diode.

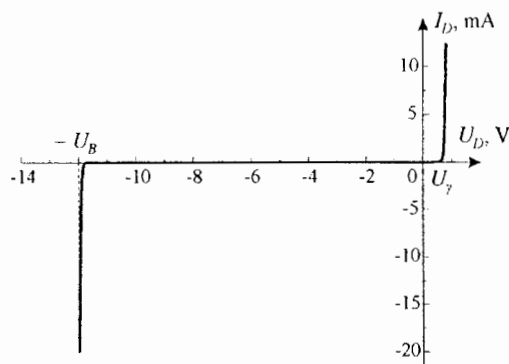
Na slici 3.22b vidljivo je, u području označenom slovom *a*, odstupanje karakteristike realne diode pri malim naponima i strujama. To je posljedica rekombinacijske struje u osiromašenom sloju. U realnoj diodi postoji u osiromašenom sloju mala ali konačna koncentracija nosilaca. Njihova pojačana rekombinacija, zbog povećane koncentracije nosilaca pri propusnoj polarizaciji, uzrokuje dodatnu rekombinacijsku struju. Ta je struja vrlo mala i utječe na karakteristiku diode samo pri malim naponima. Promjena rekombinacijske struje s naponom proporcionalna je s  $\exp(U_D/2U_T)$  i raste sporije s naponom od struje idealne diode. Pri vrlo malim naponima rekombinacijska struja veća je od struje idealne diode.

### 3.6.2 Odstupanje pri zapornoj polarizaciji

Karakteristika realne diode razlikuje se od karakteristike idealne diode i pri zapornoj polarizaciji. Prema Shockleyevoj jednadžbi pri zapornoj polarizaciji kroz diodu teče samo mala struja zasićenja  $I_S$ . Kod realne diode uz tu struju kroz diodu teče dodatna generacijska struja  $I_G$ , uzrokovana generacijom nosilaca u osiromašenom sloju. Kod silicijskih dioda generacijska struja redovito je znatno veća od struje  $I_S$ . Zbog toga se pri mjerenju struje zaporno polarizirane diode ne mjeri struja  $I_S$ , već struja  $I_G$ . Zbog širenja osiromašenog sloja s povećanjem napona zaporne polarizacije struja  $I_G$  lagano raste s naponom. Ovisno o konstrukciji, struje zaporno polariziranih *pn*-dioda poprimaju iznose u intervalu od pA do  $\mu$ A.

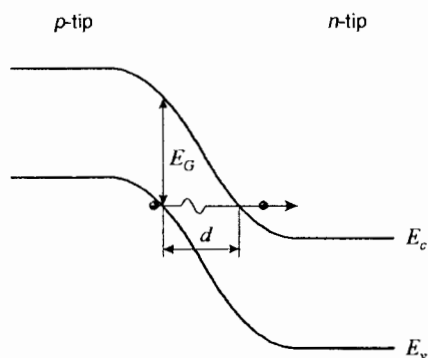
Porastom napona zaporne polarizacije dolazi do *proboja pn-spoja*, koji se očituje u naglom porastu struje. Iznos napona pri kojem se javlja proboj naziva se *probojni napon* (engl. breakdown voltage) i označava se sa  $U_B$ . To se vidi na slici 3.23 koja prikazuje strujno-naponsku karakteristiku *pn*-dioda uz obje polarizacije. Područje proboja karakterizirano je velikim porastom struje uz vrlo malu primjenu napona.

Najčešći razlog proboja *pn-spoja* je ionizacija atoma poluvodiča u osiromašenom sloju. Električno polje ubrzava u tom području slobodne elektrone. Porastom napona zaporne polarizacije raste iznos polja i energija elektrona. Pri probojnom naponu elektroni postiču dovoljno veliku energiju, kojom pri sudaru ioniziraju atome poluvodiča. Na taj način prekidom valentnih veza stvaraju nove parove elektron-šupljina. Pojava se ponavlja poput lavine, te koncentracija slobodnih nosilaca, a time i struja, naglo raste. Ova vrst proboja naziva se *lavinski proboj* (engl. avalanche breakdown).



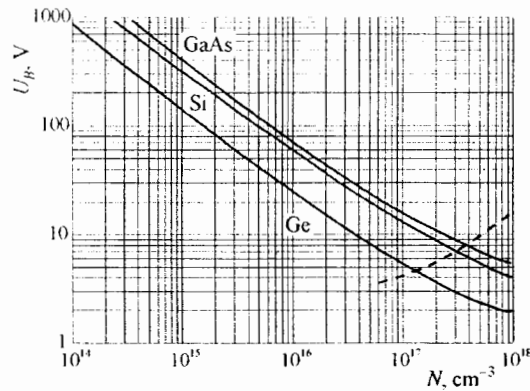
Slika 3.23 – Strujno-naponska karakteristika *pn*-diode uz uključen proboj.

Drugi uzrok proboja karakterističan je za diode s jako dopiranim *p*- i *n*-stranama. Porastom koncentracija primjesa raste kontaktni potencijal i već pri malom naponu zaporne polarizacije uspostavlja se energetski dijagram *pn*-spoja prema slici 3.24. Energijama valentnih elektrona s *p*-strane spoja odgovaraju slobodne energije vodljivog pojasa na *n*-strani. Kako je uz visoke koncentracije primjesa širina energetske barijere *d* vrlo mala, dio valentnih elektroni prelazi s *p*- na *n*-stranu *tuneliranjem*. Tuneliranje je kvantno-mehanički efekt pri kojem za prolaz elektrona kroz barijeru nije bitna samo energija elektrona već i širina barijere. Efekt je tim izraženiji što je barijera uža. Zbog velikog broja valentnih elektrona struja naglo raste. Ovaj proboj naziva se *Zenerov proboj* (engl. Zener breakdown).



Slika 3.24 – Energetski dijagram *pn*-diode pri Zenerovom probou.

Zenerov proboj javlja se pri nižim naponima  $U_B$ , manjim od 5 V. Probojni naponi veći od 8 V posljedica su lavinskog proboja. Kod dioda s probojnim naponima iz intervala  $5\text{ V} \leq U_B \leq 8\text{ V}$  zastupljena su oba tipa proboja. Napon proboja kreće se u vrlo širokim granicama, od približno 0,2V do nekoliko kilovolti. Probojni napon  $U_B$  ovisi o koncentraciji primjesa slabije dopirane strane *pn*-spoja. Ta je ovisnost za različite poluvodičke materijale prikazana na slici 3.25. Za koncentracije *N* lijevo od crtkane linije proboj je lavinski, a desno od nje je Zenerov.



Slika 3.25 – Ovisnost probojnog napona  $U_B$  o koncentraciji primjesa  $N$ .

### 3.6.3 Temperaturna ovisnost

Strujno-naponska karakteristika diode temperaturno je ovisna. Pri tome je ključna temperaturna promjena struje zasićenja  $I_S$ . U ekstrinzičnom temperaturnom području ravnotežne koncentracije manjinskih nosilaca pojedinih strana mogu se izraziti pomoću odgovarajućih koncentracija primjesa

$$n_{0p} = n_i^2 / N_A \quad (3.78)$$

$$p_{0n} = n_i^2 / N_D. \quad (3.79)$$

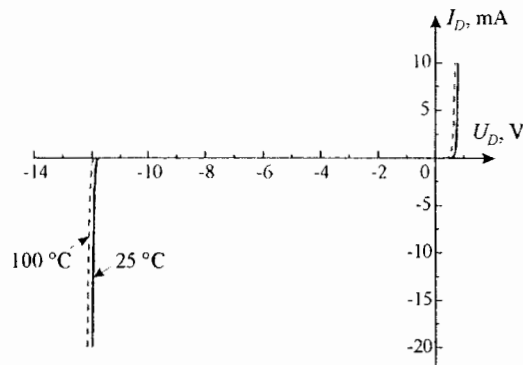
Ako se te jednadžbe uvrste u izraz (3.67) za struju  $I_S$  dobiva se

$$I_S = q n_i^2 S \left( \frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right). \quad (3.80)$$

Sličan izraz vrijedi i za  $pn$ -diodu s uskim kvazineutralnim stranama. Iako se u (3.67) s temperaturom mijenjaju i difuzijske konstante i difuzijske dužine, temperaturno je najizraženija promjena intrinzične koncentracije. Zbog eksponencijalnog porasta intrinzične koncentracije s temperaturom, na isti način s temperaturom raste i struja zasićenja  $I_S$ .

U Shockleyevoj jednadžbi (3.73) temperaturno se mijenjaju struja zasićenja  $I_S$  i naponski ekvivalent temperature  $U_T$ . Zbog prvog utjecaja struja bi s temperaturom trebala rasti, a zbog drugog se smanjivati. Prevladava međutim porast struje zasićenja  $I_S$  i struja propusno polarizirane  $pn$ -diode  $I_D$  raste s temperaturom uz stalan napon  $U_D$ . Istovremeno se uz stalnu struju  $I_D$  s porastom temperature napon propusne polarizacije  $U_D$  smanjuje. To je ilustrirano na slici 3.26 na kojoj je punom crtom prikazana strujno-naponska karakteristika  $pn$ -diode na temperaturi od 25 °C, a crtkano na temperaturi od 100 °C. Uz stalnu struju  $I_D$  napon propusne polarizacije smanjuje se praktički linearno s temperaturom prema

$$\Delta U_D / \Delta T = -1,5 \text{ do } -2,5 \text{ mV/}^\circ\text{C}. \quad (3.81)$$



Slika 3.26 – Temperature promjena strujno-naponske karakteristike *pn*-diode.

Struja zaporno polarizirane diode raste eksponencijalno s temperaturom. To je bitan podatak za praktičnu primjenu dioda, jer mala zaporna struja na sobnoj temperaturi raste na znatno veće iznose pri višim radnim temperaturama.

Temperaturno je ovisan i probojni napon diode. U slučaju lavinskog proboja probojni napon  $U_B$  raste s temperaturom, kako je to prikazano na slici 3.26, a kod Zenerovog se proboja iznos probojnog napona smanjuje. U slučaju lavinskog proboja porastom temperature raste broj sudara elektrona s atomima, pa je potrebno veće električno polje, odnosno veći zaporni napon da bi elektroni, unatoč češćem gubitku energije u sudarima, sakupili dovoljnu energiju za ionizaciju atoma. Pri Zenerovom probu bitno je suženje zabranjenog pojasa s porastom temperature, čime se smanjuje širina energetske barijere kroz koju elektroni tuneliraju; te je za isti prolaz kroz suženu barijeru potreban manji zaporni napon.

### Primjer 3.5

Silicijska *pn*-dioda radi na temperaturi  $T = 25^\circ\text{C}$  i pri naponu  $U_{D1} = 0,7\text{ V}$  vodi struju  $I_{D1} = 2\text{ mA}$ . Pri toj struji koeficijent injekcije  $m = 1,2$ . Koliko će se promijeniti napon diode  $U_D$  pri istoj struji diode  $I_{D1}$  ako se temperatura poveća za  $5^\circ\text{C}$ ? Koliko se pri tome promjeni struja zasićenja diode  $I_S$ ?

Rješenje:

Struja propusno polarizirane diode može se pisati u obliku

$$I_D = I_S \exp\left(\frac{U_D}{mU_T}\right),$$

odakle je struja zasićenja na nižoj temperaturi  $T_1 = 25 + 273 = 298\text{ K}$

$$I_{S1} = I_{D1} \exp\left(-\frac{U_{D1}}{mU_{T1}}\right) = 2 \cdot 10^{-3} \exp\left(-\frac{0,7 \cdot 11600}{1,2 \cdot 298}\right) = 0,28\text{ pA}.$$

Porastom temperature na  $T_2 = T_1 + 5 = 289 + 5 = 303\text{ K}$  zbog povećanja intrinzične koncentracije, povećava se struja zasićenja. Pri tome se zanemaruje promjena struje zasićenja zbog temperature promjene difuzijskih konstanti i difuzijskih duljina. Za intrinzičnu koncentraciju može se pisati

$$n_i(T) = C_1 T^{3/2} \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2kT}\right).$$

Kako struja zasićenja raste s kvadratom intrinzične koncentracije

$$I_S(T) \sim n_i^2(T)$$

omjer struja zasićenja na različitim temperaturama je

$$\begin{aligned} \frac{I_{S2}}{I_{S1}} &= \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^3 \exp\left[\frac{E'_{G0}}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] = \\ &= \left(\frac{303}{298}\right)^{3/2} \exp\left[\frac{1,196}{8,620 \cdot 10^{-5}} \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{303}\right)\right] = 2,27. \end{aligned}$$

Na temperaturi  $T_2$  vrijedi

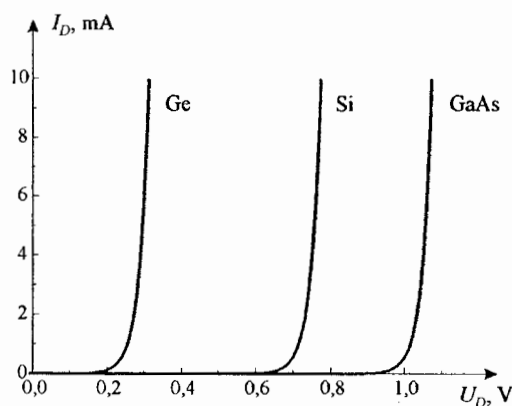
$$I_{S2} = \frac{I_{S2}}{I_{S1}} I_{S1} = 2,27 \cdot 0,28 = 0,64 \text{ pA},$$

$$U_{D2} = m U_T \ln\left(\frac{I_{D1}}{I_{S2}}\right) = 1,2 \cdot \frac{303}{11600} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,64 \cdot 10^{-12}}\right) = 0,685 \text{ V},$$

Pri povećanju temperature od  $5^\circ\text{C}$  napon  $U_D$  smanjio se za 15 mV, a struja zasićenja povećala se 2,27 puta.

### 3.6.4 Karakteristike pn-dioda različitih poluvodiča

Na tipičnim karakteristikama silicijskih pn-dioda, prikazanim na slikama 3.22 i 3.23, pri propusnoj je polarizaciji uočljiv nagli porast struje pri naponu koljena  $U_\gamma \approx 0,7 \text{ V}$ . Strujno-naponske karakteristike pn-dioda realiziranih s drugim poluvodičkim materijalima kvalitativno su iste, ali se razlikuju u iznosu napona koljena. To je ilustrirano na slici 3.27 na kojoj su uspoređene propusne karakteristike germanijske, silicijske i galij-arsenidske pn-diode.



Slika 3.27 – Usporedba karakteristika propusno polariziranih pn-dioda različitih poluvodiča.



Germanij ima manju širinu zabranjenog pojasa i veću intrinzičnu koncentraciju u odnosu na silicij. Zbog toga je veća i struja zasićenja  $I_S$  te se, prema (3.73) ista struja  $I_D$  propusno polarizirane  $pn$ -diode postiže uz manji napon  $U_D$ . Galij-arsenid s druge strane ima širi zabranjeni pojas i manju intrinzičnu koncentraciju od silicija te mu je za postizanje iste propusne struje  $I_D$  potreban veći napon  $U_D$ . Tipične vrijednosti napona koljena su 0,25 V za germanij, 0,7 V za silicij i 1 V za galij-arsenid. Razlike napona koljena  $pn$ -dioda različitih poluvodiča odgovaraju razlikama naponskih ekvivalenata njihovih zabranjenih pojasa  $U_G = E_G / q$ .

Pri zapornoj polarizaciji struje  $pn$ -dioda manje su kod poluvodiča s manjom intrinzičnom koncentracijom. Od navedenih poluvodičkih materijala najmanju zapornu struju imaju galij-arsenidske diode, veću silicijske, a najveću germanijske diode.

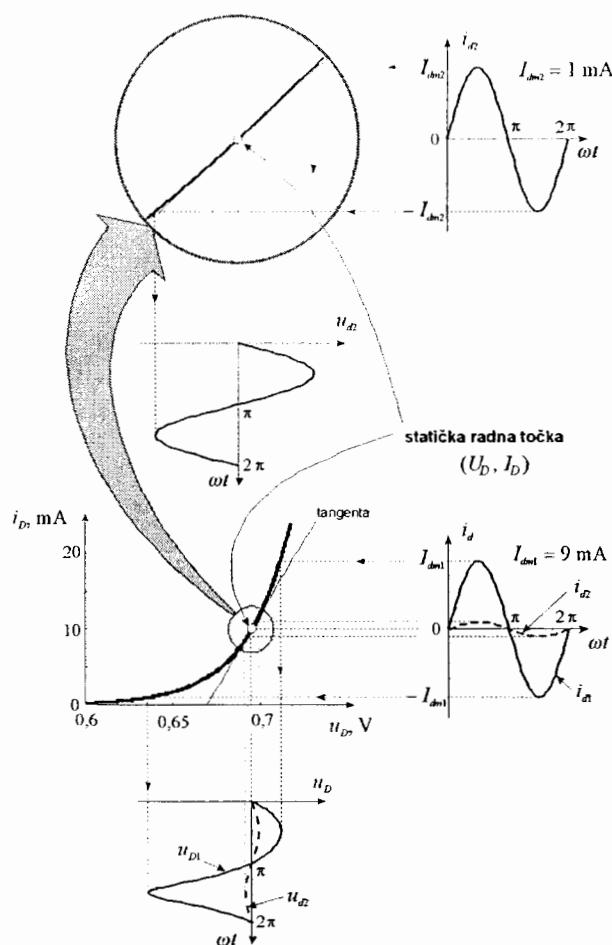
### 3.7 Dinamička svojstva $pn$ -diode

U primjeni se na diodu, uz istosmjerni napon ili struju, priključuju i vremenski promjenjivi signali. Zbog nelinearne strujno-naponske karakteristike izmjenične komponente napona na diodi i struje kroz diodu mogu biti manje ili više izobličene u odnosu na pobudu. Ukoliko se na diodu dovede struja oblika

$$i_D(t) = I_D + i_d(t), \quad (3.82)$$

tada se valni oblik napona može dobiti tako da se za svaki trenutak izračuna trenutna vrijednost ukupne struje kroz diodu, kao zbroj istosmjerne vrijednosti  $I_D$  i trenutne vrijednosti izmjenične struje  $i_d(t)$  te se odredi iznos ukupnog napona na diodi  $u_D$ , koji sadrži istosmjernu i izmjeničnu komponentu. Takav složen postupak nastoji se zamijeniti jednostavnijim analitičkim pristupom. Mogućnost pojednostavljenja analize sklopova s diodom, i općenito s nelinearnim elementima, ovisi o načinu rada sklopa.

Istosmjerne vrijednosti struje i napona određuju *statičku radnu točku* diode. U primjeru na slici 3.28 statička radna točka diode određena je istosmjernom strujom  $I_D = 10 \text{ mA}$  i istosmjernim naponom  $U_D = 0,6 \text{ V}$ . Pretpostavljeno je da se na istosmjernu struju  $I_D$  superponiraju izmjenične struje sinusnog oblika  $i_d(t) = I_{dm} \sin \omega t$ . U prvom slučaju odabrana je amplituda sinusne struje  $I_{dm1} = 9 \text{ mA}$ , koja je približno iste vrijednosti kao i istosmjerna struja u statičkoj radnoj točki, a u drugom slučaju amplituda  $I_{dm2} = 1 \text{ mA}$ , puno manja od istosmjerne struje. Koristeći se strujno-naponskom karakteristikom diode grafički su određeni valni oblici napona na diodi za oba slučaja. U prvom slučaju, kada je amplituda izmjenične struje velika, radna točka se dolaskom struje pomiče po nelinearnom dijelu karakteristike diode i valni oblik napona  $u_{D1}$  izrazito je izobličen u odnosu na valni oblik struje. Dioda u ovom slučaju radi u režimu *velikog signala*. U drugom slučaju kada je amplituda izmjenične struje mala, radna točka se dolaskom struje pomiče po malom linearnom dijelu karakteristike diode i valni oblik napona praktički je jednak sinusnom valnom obliku struje. Dioda radi u režimu *malog signala*.



Slika 3.28 – Valni oblici napona i struje diode u režimu velikog i malog signala.

### 3.7.2 Dinamički otpor

U režimu malog signala, kada su amplitude izmjeničnih napona i struja na diodi dovoljno male, prema uvećanom dijelu slike 3.28, ne dolazi do izražaja nelinearnost strujno-naponske karakteristike. Karakteristika diode oko statičke radne točke može se aproksimirati pravcem, koji je tangenta na karakteristiku u statičkoj radnoj točki. Izmjenična struja i izmjenični napon istog su valnog oblika, a budući da su u fazi za izmjenični se signal dioda ponaša kao otpor. Kako je taj otpor posljedica malih promjena napona i struje oko radne točke, on se naziva *dinamičkim otporom*  $r_d$ :

$$r_d = \frac{\Delta u_D}{\Delta i_D}. \quad (3.83)$$

Dinamički otpor može se na temelju definicije (3.83) odrediti grafičkim putem kao nagib tangente na strujno-naponsku karakteristiku diode u statičkoj radnoj točki. Očito se otpor mijenja s promjenom nagiba krivulje. Pri većim istosmjernim strujama nagib krivulje je veći, što predstavlja veću promjenu struje za istu promjenu napona i dinamički otpor je manji.

Ukoliko je strujno-naponska karakteristika diode poznata u analitičkom obliku, dinamički se otpor može odrediti analitički prema

$$r_d = \frac{du_D}{di_D}. \quad (3.84)$$

Shockleyeva jednadžba, pisana za istosmjernu struju i napon, vrijedi i za vremenski promjenjive signale nižih frekvencija. Deriviranjem struje  $i_D$  po naponu  $u_D$  u Shockleyevoj jednadžbi određuje se dinamička vodljivost, koja je recipročna vrijednost dinamičkog otpora

$$g_d = \frac{1}{r_d} = \frac{di_D}{du_D} = \frac{I_S \exp(U_D/U_T)}{U_T} = \frac{I_D + I_S}{U_T}. \quad (3.85)$$

Dinamički otpor i dinamička vodljivosti određeni su istosmjernom strujom  $I_D$  u statičkoj radnoj točki. Uz propusnu polarizaciju diode, struja diode  $I_D$  znatno je veća od struje zasićenja  $I_S$  i dinamički otpor je pojednostavljeno

$$r_d = \frac{U_T}{I_D}. \quad (3.86)$$

Pri zapornoj polarizaciji struja diode  $I_D = -I_S$  i dinamički otpor teži beskonačnom iznosu,  $r_d \rightarrow \infty$ .

Kod realnih *pn*-dioda pri višim naponima propusne polarizacije, pri kojima se faktor injektorije mijenja s 1 prema 2 dinamički otpor računa se prema

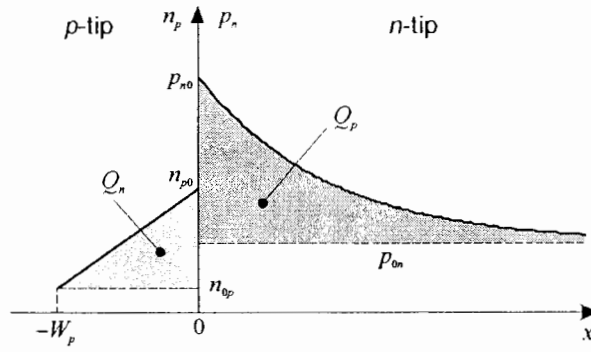
$$r_d = \frac{mU_T}{I_D}. \quad (3.87)$$

Budući da se struja realne zaporno polarizirane diode, kao posljedica generacijske struje, vrlo malo mijenja s naponom, dinamički otpor zaporno polarizirane diode je konačan, ali vrlo velik. Tipične vrijednosti dinamičkog otpora su reda veličine  $M\Omega$ .

### 3.7.2 Difuzijski kapacitet

Dioda se u dinamičkim prilikama u režimu malog signala nadomješta dinamičkim otporom  $r_d$ . Taj model diode vrijedi samo na niskim frekvencijama. Na višim frekvencijama treba uzeti u obzir kapacitivne efekte koji su posljedica promjene akumuliranih naboja s naponom u pojedinim dijelovima *pn*-dioda.

Propusna polarizacija *pn*-spoja uzrokuje injektorije većinskih nosilaca na drugu stranu spoja čime rastu koncentracije manjinskih nosilaca u odnosu na njihove ravnotežne vrijednosti. Na slici 3.29 prikazana je raspodjela manjinskih nosilaca propusno polariziranog *pn*-spoja s uskom *p*- i širokom *n*-stranom. Nakrcani naboji manjinskih nosilaca, označeni sjenčanim površinama, proporcionalni su površinama ispod funkcija raspodjela manjinskih nosilaca, a iznad ravnotežnih koncentracija. Radi jednostavnosti analize na slici 3.29 izostavljen je osiromašeni sloj i ishodište koordinate *x* postavljeno je na granice kvazineutralnih strana s osiromašenim slojem.



Slika 3.29 – Nakrcani naboj manjinskih nosilaca u propusno polariziranoj  $pn$ -diodi.

U širokoj  $n$ -strani koncentracija manjinskih šupljina  $p_n(x)$  smanjuje se eksponencijalno od ruba osiromašenog sloja prema (3.49). Nakrcani naboj šupljina određuje se integracijom u  $n$ -strani kvazineutrnog područja

$$Q_p = q S \int_0^{\infty} [p_n(x) - p_{0n}] dx = q S (p_{n0} - p_{0n}) L_p. \quad (3.88)$$

Kako zbog široke  $n$ -strane, koncentracija šupljina  $p_n(x)$  pada na ravnotežnu koncentraciju prije dosega ruba  $n$ -strane na mjestu  $x = W_n$  za gornju granicu integracije korišteno je  $\infty$ . Prema (3.62) difuzijska struja manjinskih šupljina uz rub osiromašenog sloja, koja je ujedno i šupljinska struja diode je

$$I_{Dp}(0) = I_p = q S D_p \frac{p_{n0} - p_{0n}}{L_p}. \quad (3.89)$$

Nakrcani naboj nastaje kao posljedica injekcije nosilaca i njegov je iznos povezan s istosmjernom strujom kroz diodu. Prema (3.88) i (3.89) određuje se proporcionalnost struje  $I_p$  i naboja  $Q_p$

$$I_p = Q_p \frac{D_p}{L_p^2} = \frac{Q_p}{\tau_p}, \quad (3.90)$$

gdje je konstanta proporcionalnosti vrijeme života  $\tau_p$ .

U uskoj  $p$ -strani koncentracija manjinskih elektrona linearno pada od ruba osiromašenog sloja prema (3.58) i nakrcani naboj elektrona je

$$Q_n = q S \int_{-W_p}^0 [n_p(x) - n_{0p}] dx = q S \frac{(n_{p0} - n_{0p}) W_p}{2}. \quad (3.91)$$

Elektronska struja diode  $I_n$  je difuzijska struja manjinskih elektrona uz rub osiromašenog sloja i prema (3.68) iznosi

$$I_{Dn}(0) = I_n = q S D_n \frac{n_{p0} - n_{0p}}{W_p}, \quad (3.92)$$

Slično kao i na  $n$ -strani struja manjinskih elektrona  $I_n$  proporcionalna je nakrcanom naboju  $Q_n$  tih nosilaca

$$I_n = Q_n \frac{2 D_n}{W_p^2} = \frac{Q_p}{t_n}, \quad (3.93)$$

gdje je konstanta proporcionalnosti *vrijeme proleta* elektrona kroz  $p$ -stanu

$$t_n = \frac{W_p^2}{2 D_n}. \quad (3.94)$$

### Primjer 3.6

Za  $pn$ -diodu iz zadatka 3.3 izračunati nakrcani naboj manjinskih nosilaca na  $p$ - i  $n$ -strani spoja.

Rješenje:

Na uskoj  $p$ -strani nakrcani naboj manjinskih elektrona je

$$Q_n = q S \frac{(n_{p0} - n_{0p}) W_p}{2} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{(10^{14} - 2 \cdot 10^4) \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2} = 4 \text{ pAS},$$

a vrijeme proleta elektrona kroz  $p$ -stranu je

$$t_n = \frac{W_p^2}{2 D_n} = \frac{(2 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 33,6} = 0,60 \text{ ns},$$

Na širokoj  $n$ -strani nakrcani naboj manjinskih šupljina je

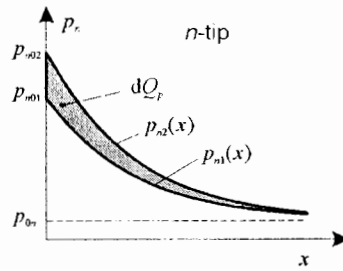
$$Q_p = q S (p_{n0} - p_{0n}) L_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot (5 \cdot 10^{11} - 10^2) \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 0,5 \text{ pAS}$$

Vrijeme života šupljina računa se prema

$$\tau_p = \frac{L_p^2}{D_p} = \frac{(25 \cdot 10^{-4})^2}{3,88} = 1,6 \text{ } \mu\text{s}.$$

Nakrcani naboj manjinskih nosilaca povezan je s difuzijskim strujama tih nosilaca uz rubove osiromašenog sloja. Vrijedi  $Q_n = I_{Dn}(-d_{Bp})t_n$  i  $Q_p = I_{Dp}(d_{Bn})\tau_p$ , gdje su  $I_{Dn}(-d_{Bp})$  i  $I_{Dp}(d_{Bn})$  struje izračunate u primjeru 3.3.

Pri promjeni napona propusne polarizacije mijenjaju se, prema Boltzmannovim jednačbama (3.41) i (3.42), rubne koncentracije manjinskih nosilaca, a s njima i raspodjela nosilaca. To je prikazano na slici 3.30 za manjinske šupljine  $p_n(x)$  na širokoj  $n$ -strani. Promjena raspodjela koncentracija s  $p_{n1}(x)$  na  $p_{n2}(x)$  dovodi do promjene nakrcanog naboja  $dQ_p$ .



Slika 3.30 – Promjena nakrcanog naboja manjinskih nosilaca pri promjeni napona.

Promjena nakrcanog naboja manjinskih nosilaca s naponom određuje *difuzijski kapacitet*  $pn$ -spoja  $C_d$ . Za difuzijski kapacitet može se pisati

$$C_d = \frac{dQ}{dU_D} = \frac{dQ}{dI_D} \frac{dI_D}{dU_D}. \quad (3.95)$$

Najčešće je  $pn$ -spoj asimetričan. Ako je nakrcani naboj manjinskih šupljina znatno veći od nakrcanog naboja manjinskih elektrona,  $Q_p \gg Q_n$ , te ako je struja manjinskih šupljina znatno veća od struje manjinskih elektrona  $I_p \gg I_n$ , tada je struja diode  $I_D \approx I_p$  i difuzijski kapacitet je

$$C_d = \frac{dQ_p}{dU_D} = \frac{dQ_p}{dI_p} \frac{dI_D}{dU_D} = \tau_p g_d. \quad (3.96)$$

U (3.96) pretpostavljena je široka  $n$ -strana spoja. Jednadžba (3.96) vrijedi za asimetrične  $pn$ -spojewe pri čemu se dinamička vodljivost  $g_d$  množi s vremenom života  $\tau$  manje dopirane strane  $pn$ -spoja.

Difuzijski kapacitet (3.96) određen je iz odnosa struje i nakrcanog naboja manjinskih nosilaca. Točno se difuzijski kapacitet određuje rješavanjem vremenski promjenjivih jednadžbi kontinuiteta. Na taj se način dobiva frekvencijski ovisna difuzijska admitancija, kao paralelna kombinacija vodljivosti i difuzijskog kapaciteta. Na nižim frekvencijama difuzijski kapacitet je

$$C_d = g_d \frac{\tau}{2}. \quad (3.97)$$

Točan izraz (3.97) primjenjuje se za asimetrične  $pn$ -spojewe pri čemu se za  $\tau$  uvrštava vrijeme života manjinskih nosilaca slabije dopirane strane  $pn$ -spoja.

### Primjer 3.7

Silicijska  $pn$ -dioda ima  $n$ -stranu mnogo veće specifične vodljivosti od  $p$ -strane. Vrijeme života elektrona na  $p$ -strani iznosi  $\tau_n = 2 \mu s$ . Izračunati dinamički otpor i difuzijski kapacitet ako je istosmjerna struja diode  $I_D = 1 \text{ mA}$ . Naponski ekvivalent temperature  $U_T = 25 \text{ mV}$ . Pretpostaviti da je  $p$ -strana nekoliko puta šira od difuzijske duljine elektrona.

Rješenje:

Dinamički otpor diode je

$$r_d = \frac{U_T}{I_D} = \frac{25}{1} = 25 \Omega.$$

Iz podatka da  $n$ -strana ima mnogo veću specifičnu vodljivosti od  $p$ -strane, slijedi da je  $n$ -strana znatno jače dopirana. Difuzijski kapacitet određuje vrijeme života manjinskih elektrona slabije dopirane  $p$ -strane.

$$C_d = g_d \frac{\tau_n}{2} = \frac{\tau_n}{2r_d} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 25} = 40 \text{ nF}.$$

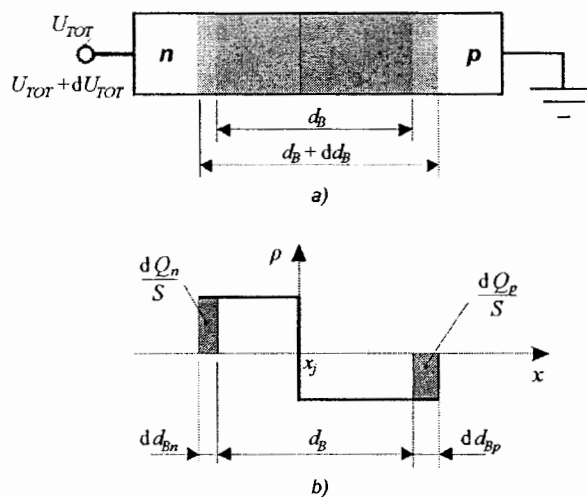
### 3.7.3 Kapacitet osiromašenog sloja

Osiromašeni sloj je područje prostornog naboja u kojem se na jednoj strani nalaze pozitivno ionizirani atomi akceptora, a na drugoj strani negativno ionizirani atomi donora. Pri promjeni napona na  $pn$ -spoju mijenja se i širina osiromašenog sloja, pa zbog toga dolazi i do promjene prostornog naboja ioniziranih primjesa. Te su promjene za skokovitu raspodjelu primjesa prikazane na slici 3.31.

Kada je na  $pn$ -spoj priključen napon  $U_D$  između anode i katode, totalni napon je  $U_{TOT} = U_K - U_D$ , a širina osiromašenog područja  $d_B$ . Povećanjem napona  $U_{TOT}$  na  $U_{TOT} + dU_{TOT}$ , osiromašeni sloj se širi na  $d_B + dd_B$ . S povećanjem širine osiromašenog sloja na obje strane  $pn$ -spoja povećava se obuhvaćeni naboj ioniziranih donora na  $n$ -strani osiromašenog sloja za iznos  $dQ_n$  i obuhvaćeni naboj ioniziranih akceptora  $dQ_p$  na  $p$ -strani osiromašenog sloja.

Kapacitet osiromašenog sloja definira se kao omjer promjene naboja ioniziranih atoma primjesa u osiromašenom području  $dQ = dQ_n = dQ_p$  s promjenom napona na  $pn$ -spoju  $dU_D$

$$C_B = \frac{dQ}{dU_D} = \frac{dQ}{dU_{TOT}}. \quad (3.98)$$



Slika 3.31 – Promjena: a) širine osiromašenog sloja, b) prostornog naboja u osiromašenom sloju.

Budući da su u osiromašenom sloju koncentracije nosilaca male, taj sloj praktički predstavlja dielektrik između vodljivih  $p$ - i  $n$ -strana. Zbog toga se kapacitet osiromašenog sloja može računati primjenom formule za kapacitet pločastog kondenzatora

$$C_B = \varepsilon \frac{S}{d_B}, \quad (3.99)$$

gdje je  $S$  površina  $pn$ -spoja,  $d_B$  je širina osiromašenog područja, a  $\varepsilon$  je dielektrička konstanta poluvodiča. Kapacitet osiromašenog sloja opada s porastom širine  $d_B$ . Uvrštenjem izraza (3.31) za širinu osiromašenog sloja kapacitet  $C_B$  može se pisati u obliku

$$C_B = \frac{C_{B0}}{\sqrt{1 - U_D / U_K}}. \quad (3.100)$$

$C_{B0}$  je kapacitet  $C_B$  u stanju ravnoteže uz  $U_D = 0$ ,  $U_K$  je kontaktni potencijal, a  $U$  vanjski napon priključen između anode i katode.

### Primjer 3.8

Za  $pn$ -spoj iz zadatka 3.2 izračunati kapacitet osiromašenog sloja za zadane napone, ako je površina spoja  $0,25 \text{ mm}^2$ .

Rješenje:

Kapacitet osiromašenog sloja određuje se primjenom izraza

$$C_B = \varepsilon \frac{S}{d_B} = 8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 11,7 \cdot \frac{0,25 \cdot 10^{-2}}{d_B} \text{ F},$$

pri čemu širinu osiromašenog sloja treba uvrstiti u cm. U tablici 3.3 navedeni su kapaciteti osiromašenog sloja izračunati za širine osiromašenog sloja iz tablice 3.1.

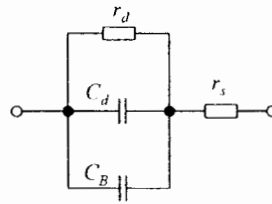
**Tablica 3.3 – Rezultati primjera 3.7.**

$U, \text{ V}$	$d_B, \mu\text{m}$	$C_B, \text{ pF}$
0	0,953	27,2
0,5	0,505	51,3
- 5	2,73	9,5

Kapacitet  $C_B$  veći je pri propusnoj nego pri zapornoj polarizaciji.



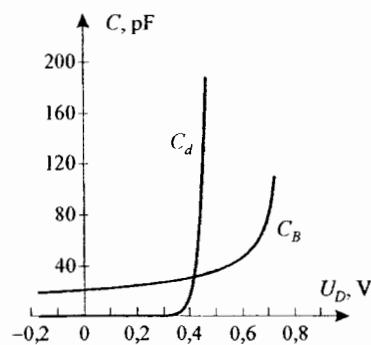
### 3.7.4 Model diode za mali signal



Slika 3.32 – Model  $pn$ -diode za mali signal.

Pri analizi u režimu malog signala dioda se za izmjenične struje i napone nadomještava modelom ili nadomjesnim sklopom za mali signal prikazanim na slici 3.32. Osnovna komponenta modela je dinamički otpor diode  $r_d$ . Na višim frekvencijama signala rad diode opisuju još i difuzijski kapacitet  $C_d$  i kapacitet osiromašenog sloja  $C_B$ . Pri višim strujama u model se uključuje i serijski otpor kvazineutralnih strana  $r_s$ . Osim serijskog otpora sve komponente modela određuju se u statičkoj radnoj točki. Tako se  $r_d$  određuje primjenom izraza (3.86),  $C_d$  primjenom pomoću (3.97), a  $C_B$  primjenom (3.99) ili (3.100). Budući da je model linearan, svejedno je koji se priključak spaja na anodu, a koji na katodu.

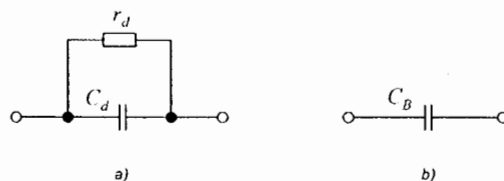
Sve komponente modela nisu jednako važne pri propusnoj odnosno zapornoj polarizaciji diode. U propusno polariziranoj diodi u model treba uključiti dinamički otpor  $r_d$ . Iako je zbog suženja osiromašenog sloja kapacitet  $C_B$  veći u propusno nego u zaporno polariziranoj diodi, u propusno polariziranoj diodi kapacitet  $C_B$  može se zanemariti u odnosu na znatno veći kapacitet  $C_d$ . Promjene ta dva kapaciteta s naponom propusno polarizirane diode prikazane su na slici 3.33.



Slika 3.33 – Ovisnost difuzijskog kapaciteta  $C_d$  i kapaciteta osiromašenog sloja  $C_B$  o naponu  $pn$ -diode.

Kapacitet  $C_B$  lagano raste s povećanjem napona propusne polarizacije  $U_D$ , jer se s porastom napona  $U_D$  sužava širina osiromašenog sloja  $d_B$ . Širina  $d_B$  mijenja se s drugim korijenom iz napona  $U_D$  i promjena  $C_B$  je mala. Do veće promjene dolazi kada se napon propusne polarizacije približava iznosu kontaktnog potencijala  $U_K$ . Kapacitet  $C_d$  proporcionalan je dinamičkoj vodljivosti  $g_d$ . Vodljivost  $g_d$  raste linearno s porastom struje diode  $I_D$ , što znači da raste eksponencijalno s naponom  $U_D$ . Na isti način s naponom  $U_D$  raste i kapacitet  $C_d$  i porastom napona propusne polarizacije znatno nadmašuje kapacitet  $C_B$ .

U zaporno polariziranoj diodi dinamički otpor  $r_d$  teži beskonačnoj vrijednosti, a vodljivost  $g_d$  teži nuli. Time se obje komponente mogu zanemariti i model diode za zaporno polariziranu diodu svodi se samo na kapacitet  $C_B$ . Modeli diode za propusno i zaporno polariziranu diodu prikazani su na slici 3.34.



Slika 3.34 – Model  $pn$ -dioda za mali signal: a) za propusno polariziranu diodu, b) za zaporno polariziranu diodu.

### Primjer 3.9

U  $pn$ -diodi koncentracija donora na  $n$ -strani znatno je veća od koncentracije akceptora na  $p$ -strani, pri čemu je  $p$ -strana znatno šira od difuzijske duljine manjinskih nosilaca. Kontaktni potencijal diode  $U_K = 0,7$  V, površina presjeka  $S = 0,2$  mm<sup>2</sup>. Dinamički parametri diode pri istosmjernom naponu  $U_D = 0$  V su:  $r_{d0} = 1,5 \cdot 10^{11}$  Ω,  $C_{d0} = 6,5 \cdot 10^{-18}$  F i  $C_{B0} = 20$  pF. Izračunati struju  $I_D$ , dinamički otpor  $r_d$ , difuzijski kapacitet  $C_d$  i kapacitet osiromašenog sloja  $C_B$  za napone diode  $U_D = -5$  V,  $-1$  V,  $0,2$  V,  $0,4$  V i  $0,6$  V. Naponski ekvivalent temperature  $U_T = 25$  mV.

Rješenje:

Struju  $I_D$  i dinamičke parametre  $r_d$ ,  $C_d$  i  $C_B$  treba izraziti u ovisnosti o naponu  $U_D$ . Vrijedi

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right) - 1 \right],$$

$$r_d = \frac{U_T}{I_D + I_S} = \frac{U_T}{I_S \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right)} = r_{d0} \exp\left(-\frac{U_D}{U_T}\right),$$

$$C_d = g_d \frac{\tau_n}{2} = \frac{\tau_n}{2r_d} = C_{d0} \exp\left(\frac{U_D}{U_T}\right),$$

$$C_B = \varepsilon \frac{S}{d_B} = \frac{C_{B0}}{\sqrt{1 - U_D/U_K}},$$

S  $r_{d0}$ ,  $C_{d0}$  i  $C_{B0}$  označeni su dinamički parametri  $r_d$ ,  $C_d$  i  $C_B$  uz napon  $U_D = 0$ . Iz izraza za dinamički otpor izračunava se struja zasićenja

$$I_S = \frac{U_T}{r_{d0}} = \frac{0,025}{1,5 \cdot 10^{11}} = 0,167 \text{ pA}.$$

Izračunate vrijednosti struje  $I_D$  i dinamičkih parametra  $r_d$ ,  $C_d$  i  $C_B$  za zadane napone uvrštene su u tablici 3.4.

Tablica 3.1 – Rezultati primjera 3.2.

$U_D, V$	$I_D, A$	$r_d, \Omega$	$C_d, F$	$C_B, F$
- 5	$- 0,17 \cdot 10^{-12}$	$> 10^{12}$	$< 10^{-18}$	$7 \cdot 10^{-12}$
- 1	$- 0,17 \cdot 10^{-12}$	$> 10^{12}$	$< 10^{-18}$	$13 \cdot 10^{-12}$
0,2	$0,50 \cdot 10^{-9}$	$50 \cdot 10^6$	$19 \cdot 10^{-15}$	$24 \cdot 10^{-12}$
0,4	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$17 \cdot 10^3$	$58 \cdot 10^{-12}$	$31 \cdot 10^{-12}$
0,6	$4,4 \cdot 10^{-3}$	5,7	$0,17 \cdot 10^{-6}$	$53 \cdot 10^{-12}$

Dinamički otpor  $r_d$  pri zapornoj polarizaciji praktički je beskonačan, a pri propusnoj polarizaciji eksponencijalno se smanjuje s naponom  $U_D$ . Kapacitet  $C_d$  zanemarivo je mali pri zapornoj i pri maloj propusnoj polarizaciji. Povećanjem napona propusne polarizacije eksponencijalno raste i postaje znatno veći od kapaciteta  $C_B$ . Kapacitet  $C_B$  lagano raste s naponom  $U_D$ .

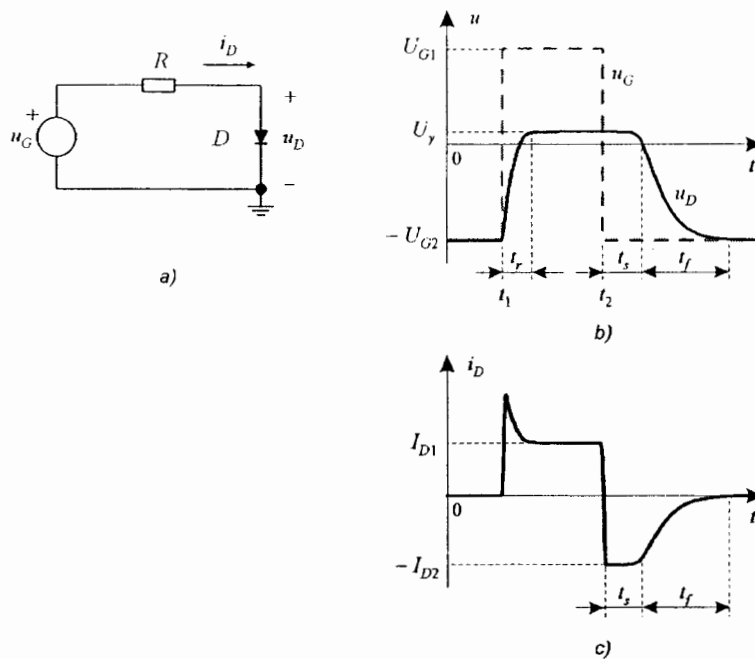
### 3.8 Impulsni rad *pn*-diode

U impulsnim elektroničkim sklopovima na *pn*-diodu se priključuje veliki signal koji praktički trenutačno mijenja polaritet. Time se dioda prebacuje iz stanja propusne u stanje zaporne polarizacije i obrnuto. Pri propusnoj polarizaciji dioda dobro vodi struju i predstavlja mali otpor, dok pri zapornoj polarizaciji praktički prekida strujni krug u kojem je spojena. Dioda se u tim prilikama ponaša kao sklopka – uključena sklopka pri propusnoj i isključena sklopka pri zapornoj polarizaciji. Zbog naboja ioniziranih primjesa unutar osiromašenog sloja, te zbog nakrcanog naboja manjinskih nosilaca u kvazineutralnim područjima, odziv diode na skokovite promjene napona nije trenutačan.

Prikaz rada *pn*-diode kao sklopke dan je na slici 3.35. Na ulaz sklopa sa slike 3.35a priključen je pravokutni impuls  $u_G(t)$  prikazan crtkano na slici 3.35b. Ulazni napon  $u_G(t)$  uzrokuje padove napona na otporu  $R$  i diodi  $D$

$$u_G(t) = i_D(t) R + u_D(t). \quad (3.101)$$

Za vrijeme  $t < t_1$  negativan ulazni napon  $u_G = -U_{G2}$  zaporno polarizira diodu. Kroz nju teče mala struja zasićenja  $i_D = -I_S$  koja stvara zanemarivo mali pad napona na otporniku  $R$ , te je napon na diodi jednak ulaznom naponu  $u_D = -U_{G2}$ .



Slika 3.35 – Rad *pn*-diode kao sklopke: a) sklop s diodom, b) valni oblici napona, c) struja diode.

U trenutku  $t = t_1$  ulazni se napon skokovito mijenja s vrijednosti  $-U_{G2}$  na vrijednost  $U_{G1}$ . Napon  $U_{G1}$  trebao bi propusno polarizirati diodu. Zbog naboja uspostavljenog u diodi pri zapornoj polarizaciji, napon diode ne može se trenutno promijeniti. Da bi se napon zaporne polarizacije najprije postupno smanjio te nakon toga promijenio polaritet u napon propusne polarizacije potrebno je smanjiti naboj ioniziranih primjesa u osiromašenom sloju. Kada dioda provede, počinje rasti nakrcani naboj manjinskih nosilaca uz rubove osiromašenog sloja. Smanjenje naboja osiromašenog sloja, te povećanje nakrcanog naboja manjinskih nosilaca odgovara izbijanju kapaciteta osiromašenog sloja  $C_B$  i nabijanju difuzijskog kapaciteta  $C_d$ . Iako se naboj kapaciteta mijenja strujom diode ograničenom serijskim otpornikom  $R$ , promjena napona diode složenija je od promjene napona  $RC$ -mreže zbog nelinearnih kapaciteta  $C_B$  i  $C_d$ . Za vrijeme izbijanja kapaciteta  $C_B$  i nabijanja kapaciteta  $C_d$  u strujnom krugu teče povećana struja diode. Vrijeme od promjene polariteta ulaznog napona u  $t = t_1$  do uspostave napona propusno polarizirane diode je *vrijeme porasta* (engl. *rise-time*) označeno na slici 3.35b s  $t_r$ .

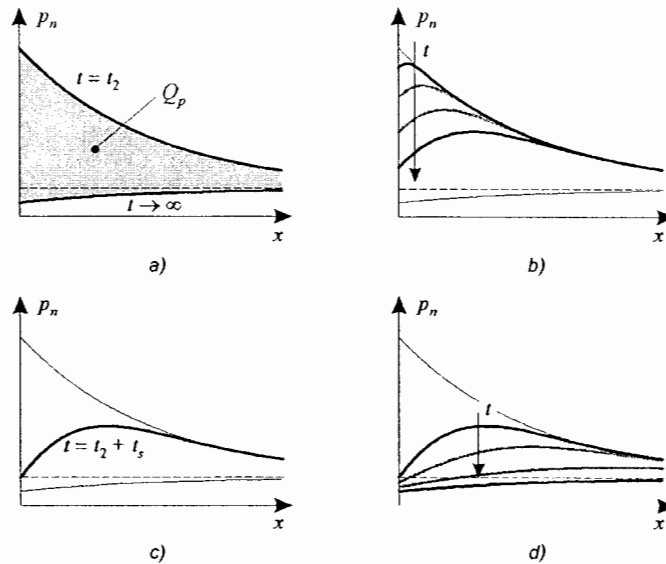
Nakon vremena porasta za  $t \geq t_1 + t_r$  dioda je propusno polarizirana naponom približno jednakim naponu koljena  $u_D = U_\gamma$ , a struja kroz diodu jednaka je:

$$i_D = I_{D1} = \frac{U_{G1} - U_\gamma}{R}. \quad (3.102)$$

Uz ulazni napon  $U_{G1}$  znatno veći od napona diode  $U_\gamma$ , struja diode je  $I_{D1} \approx U_{G1} / R$ .

Kada se u trenutku  $t = t_2$  ulazni napon ponovo skokovito promijeni, ovaj puta s vrijednosti  $U_{G1}$  na vrijednost  $-U_{G2}$ , dioda neće trenutno postati zaporno polarizirana. Razlog je nakrcan naboj manjinskih nosilaca uspostavljen pri propusnoj polarizaciji diode. Na slici 3.36a prikazane su granične raspodjele manjinskih šupljina na  $n$ -strani kvazineutralnog područja. S

$t = t_2$  označena je raspodjela propusno polarizirane diode prije promjene polariteta ulaznog napona, a s  $t \rightarrow \infty$  raspodjela koja se mora uspostaviti pri stacionarnoj zapornoj polarizaciji. Za prijelaz iz propusne u zapornu polarizaciju treba odstraniti naboj šupljina  $Q_p$  omeđen s dvije granične raspodjele. Odstranjenje tog naboja, označenog na slici 3.36a sjenčanom površinom, odvija se postupno prema slikama 3.36b do 3.36d.



**Slika 3.36** – Raspodjele manjinskih nosilaca pri isključenju  $pn$ -dioda:  
a) početna i konačna raspodjela, b) raspodjele za vrijeme konstantne struje,  
c) raspodjela u trenutku  $t = t_2 + t_s$ , d) raspodjele za vrijeme smanjenja struje kroz diodu.

U trenutku  $t = t_2$  ulazni napon  $u_G$  postaje negativan, te se mijenja smjer struje diode. Zbog nakrcanog naboja manjinskih nosilaca napon propusno polarizirane diode  $u_D = U_\gamma$  ne mijenja se trenutačno i u trenutku  $t = t_2$ , neposredno nakon promjene ulaznog napona struja poprima vrijednost

$$i_D = -I_{D2} = \frac{-U_{G2} - U_\gamma}{R}. \quad (3.102)$$

Struja  $pn$ -dioda određena je difuzijskom strujom manjinskih nosilaca, te promjena smjera struje mora biti popraćena promjenom predznaka gradijenta nosilaca uz rub osiromašenog sloja. Za promjenu predznaka gradijenta potrebno je odstraniti malu količinu naboja neposredno uz rub osiromašenog sloja prema slici 3.36b. Pri tome je, u početku promjene, rubna koncentracija manjinskih nosilaca veća od ravnotežne, što znači da je dioda i dalje propusno polarizirana.

Ako je napon izvora  $u_G = -U_{G2}$  po iznosu puno veći od napona na diodi, struja kroz diodu je konstantna i iznosi  $-I_{D2} = -U_{G2}/R$ . Negativna struja diode izvlači nakrcani naboj manjinskih nosilaca. Naboj manjinskih nosilaca postupno se smanjuje, pri čemu se ne mijenja gradijent koncentracije nosilaca uz rub osiromašenog sloja održavajući konstantnu struju.

U trenutku  $t = t_2 + t_s$  koncentracija manjinskih nosilaca uz rub osiromašenog sloja postaje jednaka ravnotežnoj koncentraciji prema slici 3.36c. Od tog trenutka dioda postaje zaporno polarizirana. Daljnjim smanjenjem naboja manjinskih nosilaca više se ne može održavati stalni gradijent koncentracija nosilaca uz rub osiromašenog sloja. Smanjenjem koncentracija

smanjuje se i gradijent njihove raspodjele te struja diode počinje opadati. Kroz vrijeme  $t_f$  raspodjela nosilaca postupno teži konačnoj stacionarnoj raspodjeli prema slici 3.36d. Struja u strujnom krugu poprima struju zasićenja diode  $i_D = -I_S$ , pad napona na otporniku  $R$  postaje zanemariv i dioda preuzima ukupni ulazni napon  $u_D = -U_{G2}$ .

Pri isključenju diode struja kroz diodu ne pada trenutno na struju zasićenja. Za vrijeme odstranjenja nakrcanog naboja manjinskih nosilaca najprije kroz strujni krug teče konstantna struja  $-I_{D2}$ , koja se nakon nekog vremena počinje postupno smanjivati. Vrijeme tijekom kojeg je struja konstantna je *vrijeme zadržavanja*  $t_s$  (engl. *storage-time*), dok je vrijeme tijekom kojeg struja kroz diodu pada prema struji zasićenja *vrijeme pada*  $t_f$  (engl. *fall-time*). Zbroj vremena zadržavanja i vremena pada je *vrijeme oporavka* diode (engl. *recovery-time*).

Dioda se u impulsnim sklopovima ne ponaša kao idealna sklopka, prvenstveno zato što joj je prilikom isključenja potrebno vrijeme  $t_s + t_f$  za uspostavu stacionarnog stanja. To je vrijeme potrebno za odstranjenje nakrcanog naboja manjinskih nosilaca. Da bi nakrcani naboj bio manji, a time i njegovo odstranjenje brže, impulsne diode su diode s manjom površinom presjeka. Realizacija diode s uskim stranama također doprinosi smanjenju naboja i kraćem isključenju diode. Budući se da se naboj odstranjuje negativnom strujom  $-I_{D2} = -U_{G2}/R$ , isključenje diode može se ubrzati primjenom većeg negativnog napona  $-U_{G2}$ . Naboj se osim strujom odstranjuje i rekombinacijom te se u impulsnim diodama prilikom tehnološke realizacije posebnim postupcima smanjuju vremena života, čime se ubrzava rekombinacija nosilaca.

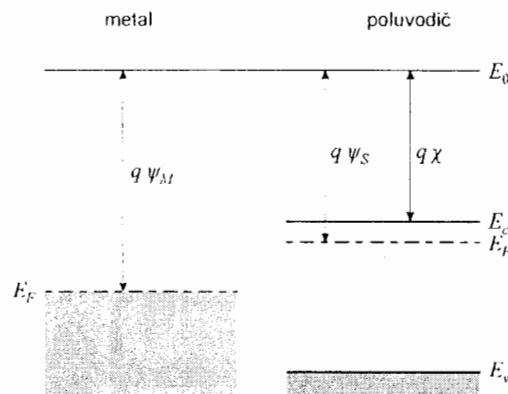
### 3.9 Spoj metal-poluvodič

Uz *pn*-spoj, ispravljačko svojstvo posjeduje i spoj metal-poluvodič. Prvi poluvodički ispravljački elementi (npr. selenski ispravljači) bili su realizirani na temelju spoja metal-poluvodič. Za razliku od *pn*-spoja koji je uvijek ispravljački, spoj metal-poluvodič može biti ili ispravljački ili omski. Omski spoj provodi struju podjednako dobro u oba smjera uz zanemarivi otpor.

#### 3.9.1 Ispravljački spoj metal-poluvodič

Slika 3.37 prikazuje je energetska dijagram metala i *n*-tipa poluvodiča prije uspostavljanja kontakta. Za razliku od poluvodiča, u metalu se valentni i vodljivi pojas prekrivaju i nema zabranjenog pojasa. Na temperaturi  $T = 0$  K elektroni u metalu poprimaju energije do razine  $E_F$ , što znači da su sva energetska stanja za energije  $E < E_F$  popunjena, odnosno elektroni su vezani za jezgre matičnih atoma. Na temperaturama višim od 0 K termička energija elektrona raste i dio elektrona oslobađa se od matičnih atoma, odnosno poprima energije veće od  $E_F$ . Ti su elektroni slobodni i mogu voditi struju. Budući da nema zabranjenog pojasa, koncentracija slobodnih elektrona je vrlo velika i na sobnoj temperaturi reda je veličine koncentracije atoma od  $10^{22}$  cm<sup>-3</sup>.

Na slici 3.37 u metalu i poluvodiču ucrtane su energije *radova izlaza*  $q\psi_M$  i  $q\psi_S$ . Rad izlaza metala je minimalna energija koju trebaju poprimiti elektroni na temperaturi  $T = 0$  K da bi izašli iz metala. Minimalna energija elektrona koji je napustio metal obilježena je s  $E_0$ . Prema definiciji, rad izlaza metala je



Slika 3.37 – Energetski dijagram metala i poluvodiča n-tipa prije uspostavljanja kontakta.

$$q\psi_M = E_0 - E_F. \quad (3.103)$$

Na isti način definira se i rad izlaza poluvodiča. Za svaki metal rad izlaza je poznati parametar. Tako za aluminij (Al) iznosi 4,1 eV. Rad izlaza poluvodiča ovisi, osim o materijalu, i o načinu njegovog dopiranja. Za poluvodič je poznata veličina *elektronski afinitet*  $\chi$  definirana sa

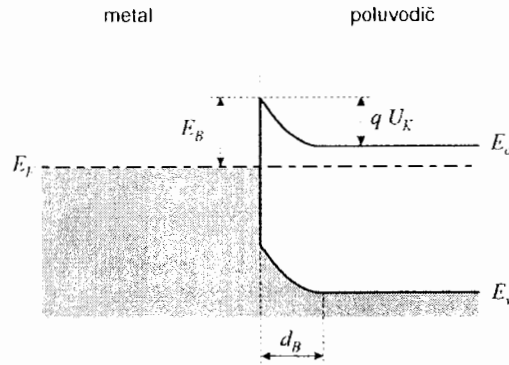
$$q\chi = E_0 - E_c. \quad (3.104)$$

Iznosi elektronskog afiniteta su za silicij 4,05 V, za germanij 4 V, a za galij-arsenid 4,07 V.

Općenito pri spajanju dva materijala dolazi do međusobnog prelaska elektrona iz jednog materijala u drugi. Pri tome prevladava prijelaz elektrona iz materijala s manjim radom izlaza u materijal s većim radom izlaza, te materijal s manjim radom izlaza postaje pozitivniji. Na spoju se uspostavlja razlika potencijala i električno polje, koje se suprotstavlja daljnjem prelasku elektrona. Iznos potencijalne razlike u ravnoteži je kontaktni potencijal  $U_K$ , koji odgovara razlici radova izlaza materijala u spoju.

U spoju metala i poluvodiča n-tipa sa slike 3.37 rad izlaza metala veći je od rada izlaza poluvodiča. Zbog prevladavajućeg prelaska elektrona iz poluvodiča u metal, granični sloj poluvodiča, širine  $d_B$ , osiromašen je nosiocima i na tom mjestu zaostaje nekompenzirani pozitivni naboj donora. Pozitivni prostorni naboj u poluvodiču uravnotežen je viškom negativnog naboja elektrona u metalu. Kako je međutim koncentracija slobodnih elektrona u metalu vrlo visoka, prirast koncentracije elektrona u metalu zanemarivo je mali i javlja se na samoj granici spoja.

Zbog prelaska elektrona u metal poluvodič postaje pozitivniji. U energetskom dijagramu dolazi do spuštanja energija poluvodiča. U osiromašenom sloju formira se električno polje koje sprječava daljnji tok elektrona iz poluvodiča u metal. U ravnotežnom stanju, prikazanom na slici na slici 3.38, izjednačuje se Fermijeva energija metala i poluvodiča se. Na spoju se uspostavljaju dvije energetske barijere. Prijelazu elektrona iz metala u poluvodič suprotstavlja se barijera  $E_B$ , a iz poluvodiča u metal barijera  $qU_K$ . Visina barijere  $E_B$ , koja se naziva *Schottkyeva barijera* je



Slika 3.38 – Ispravljački spoj metal-poluvodič u ravnoteži.

$$E_B = q(\psi_M - \chi), \quad (3.105)$$

a visina barijere  $qU_K$  je

$$qU_K = q(\psi_M - \psi_S). \quad (3.106)$$

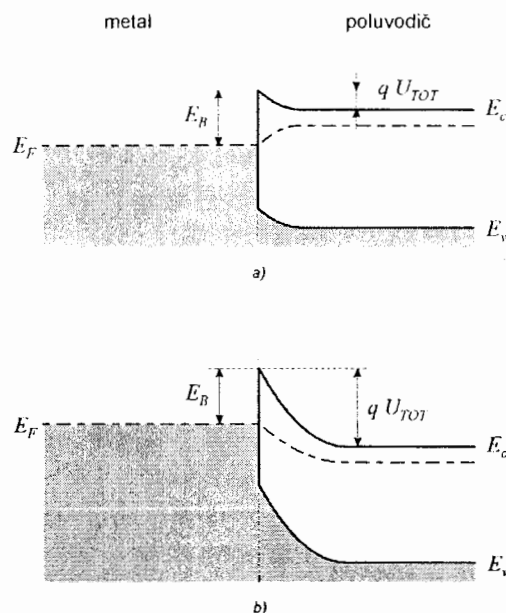
Osiromašeni sloj u poluvodiču sličan je osiromašenom sloju jednostranog  $pn$ -spoja. Tako se širina osiromašenog sloja u stanju ravnoteže određuje pomoću izraza

$$d_B = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN_A} U_K}. \quad (3.107)$$

Na slici 3.39 prikazan je polarizirani spoj metal-poluvodič sa slike 3.38. Slici 3.39a odgovara priključak pozitivnog napona  $U_{MS}$ . Praktički cijeli priključeni napon  $U_{MS}$ , s pozitivnim polom na metalu i s negativnim na poluvodiču javlja se u osiromašenom sloju. Napon  $U_{MS}$  uspostavlja dodatno električno polje suprotnog smjera od polja kontaktnog potencijala i smanjuje energetska barijeru za elektrone iz poluvodiča u metal na  $qU_{TOT} = q(U_K - U_{MS})$ . Visina Schottkyeve barijere  $E_B$  se pri tome praktički ne mijenja. Rezultat je povećano kretanje elektrona iz poluvodiča u metal u usporedbi s prijelazom elektrona iz metala u poluvodič, tj. protok struje  $I$  iz metala u poluvodič. Porast napona  $U_{MS}$  ovog polariteta dodatno smanjuje energetska barijeru  $qU_{TOT}$  i povećava struju  $I$ , te polaritet spoja sa slike 3.39a predstavlja polaritet propusne polarizacije.

Zamjenom polariteta, tj. priključkom pozitivnog pola napona na poluvodič, a negativnog na metal, uspostavljaju se energetska raspodjela sa slike 3.39b. Negativni napon  $U_{MS}$  formira električno polje u osiromašenom sloju istog smjera kao i polje kontaktnog potencijala. Energetska barijera za elektrone iz poluvodiča u metal raste na  $qU_{TOT} = q(U_K - U_{MS})$ , gdje je  $U_{MS}$  negativni napon, te onemogućava prijelaz elektrona u tom smjeru. Dio elektrona iz metala, s energijom većom od Schottkyeve barijere  $E_B$ , prelazi iz metala u poluvodič, te kroz spoj teče struja  $I$  iz poluvodiča u metal. Zbog male koncentracije tih elektrona struja  $I$  je mala. Ova polarizacija je zaporna polarizacija spoja metal-poluvodič. Povećanje iznosa napona  $U_{MS}$  zaporne polarizacije uzrokuje malo sniženje barijere  $E_B$ , koje se naziva *Schottkyev efekt*. Uslijed toga struja  $I$  lagano raste s negativnim naponom  $U_{MS}$ . Porast je znatno manje izražen od porasta struje pri propusnoj polarizaciji.





Slika 3.39 – Polarizirani ispravljački spoj metal-poluvodič: a) propusna polarizacija, b) zaporna polarizacija.

Iako se radi o različitoj strukturi i različitom ponašanju u usporedbi s  $pn$ -spojem, utjecaj priključenog napona  $U$  na struju  $I$  ispravljačkog spoja metal-poluvodič je praktički isti. Strujno-naponska karakteristika ispravljačkog spoja metal-poluvodič može se dobro opisati Shockleyevom jednadžbom (3.64). Napon koljena propusno polariziranog spoja  $U_\gamma$  ovisi o materijalima metala i poluvodiča i u (3.64) podešava se iznosom struje zasićenja  $I_S$ . Kao posljedica Schottkyevog efekta struja zaporno polariziranog spoja mijenja se s naponom zaporne polarizacije, ali se zbog male promjene ta ovisnost često zanemaruje.

Ispravljački spoj metal-poluvodič može se ostvariti i spajanjem metala i poluvodiča  $p$ -tipa. Pri tome je za ispravljačko svojstvo spoja bitno da se na površini poluvodiča formira osiromašeni sloj većinskih nosilaca. Da li se na površini stvara manjak (osiromašeni sloj) ili višak (obogaćeni sloj) većinskih nosilaca ovisi o polaritetu kontaktnog potencijala. Tako je npr. spoj metala s poluvodičem  $n$ -tipa ispravljački ako je  $q\psi_M > q\psi_S$ , odnosno omski ako je  $q\psi_M < q\psi_S$ . Za spoj metala i poluvodiča  $p$ -tipa vrijedi obrnuto.

Kontaktni potencijal spoja metal-poluvodič ovisi o radovima izlaza oba materijala, ali i o svojstvima površine poluvodiča na granici s metalom. Nepravilnost kristalne strukture poluvodiča na površini uvodi dodatna energetska stanja, koja mijenjaju iznos kontaktnog potencijala. Kod nekih spojeva utjecaj površine poluvodiča toliko je velik da kontaktni potencijal praktički ne ovisi o radovima izlaza metala i poluvodiča.

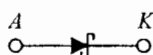
### 3.9.2 Omski spoj metal-poluvodič

Uz ispravljački spoj metal-poluvodič, u elektronici je izuzetno važna realizacija omskog spoja tih materijala. Svi vanjski priključci poluvodičkih elemenata izvode se kao omski spoj metal-poluvodič. Jedna vrsta omskog spoja formira se kombinacijom metala i poluvodiča na čijoj se površini stvara višak većinskih nosilaca. Time na granici izostaje energetska barijera, te se osigurava mali otpor spoja. Primjer takvog spoja je spoj aluminijska i  $p$ -tipa silicija.

Često se omski kontakt realizira, neovisno o polaritetu kontaktnog potencijala, spojem metala i visokodopiranog poluvodiča. Iako se kod takvog spoja na površini poluvodiča može formirati osiromašeni sloj većinskih nosilaca, a time i energetska barijera, zbog visoke koncentracije primjesa u poluvodiču širina barijere je vrlo uska. Tako usku barijeru elektroni prolaze *tuneliranjem*. Primjer ovisnosti tipa spoja metal-poluvodič o koncentraciji primjesa je spoj aluminija i *n*-tipa poluvodiča. Za niske koncentracije donora, manje od  $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ , spoj je ispravljački, a za veće koncentracije je omski.

### 3.9.3 Schottkyjeva dioda

Primjena ispravljačkog spoja metal-poluvodič je poluvodički element koji se naziva Schottkyjeva dioda. Električki simbol Schottkyjeve diode prikazan je na slici 3.40. Strujno-naponska karakteristika Schottkyjeve diode slična je karakteristici *pn*-diode. Razlike je u manjem naponu koljena Schottkyjeve diode. Naponi koljena silicijskih Schottkyjevih dioda su od 0,3 do 0,5 V. Kod galij-arsenidskih Schottkyjevih dioda napon koljena je oko 0,7 V. Schottkyjeve diode imaju veću struju zaporne polarizacije, koja se više mijenja s naponom od struje zaporno polarizirane *pn*-diode.

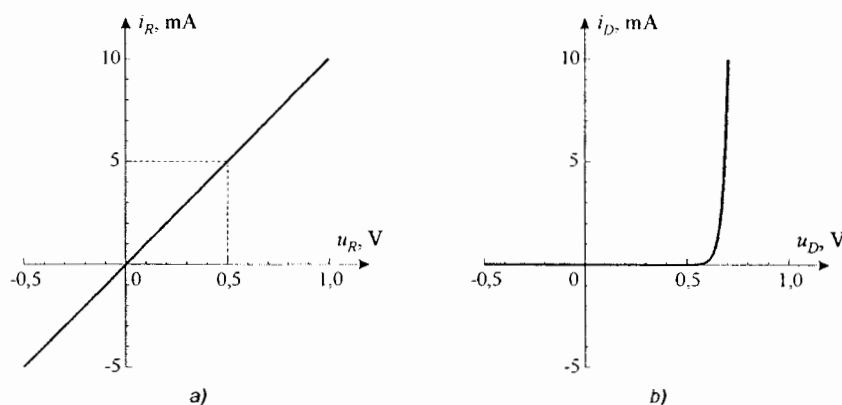


Slika 3.40 – Električki simbol Schottkyjeve diode.

U schottkyevoj diodi struju vode većinski nosioci. Osnovna prednost Schottkyjeve diode u odnosu na *pn*-diodu je izostanak nakrcanog naboja manjinskih nosilaca. Zahvaljujući tome Schottkyjeva dioda znatno se brže prebacuje iz propusne u zapornu polarizaciju, te predstavlja bržu sklopku od *pn*-diode.

## 4. Sklopovi s diodom

Dioda je najjednostavniji poluvodički element. Ima dva priključka, anodu i katodu. U elektroničkim sklopovima spaja se kao dvopol, poput otpornika. Za razliku od otpornika strujno-naponska karakteristika diode je nelinearna. Usporedba linearne karakteristike otpornika i nelinearne karakteristike diode dana je na slici 4.1. Na slici 4.1a prikazana je karakteristika otpora od  $R = 0,5 \text{ V} / 5 \text{ mA} = 100 \Omega$ , a na slici 4.1b tipična karakteristika silicijske *pn*-dioda.



Slika 4.1 – Strujno-naponske karakteristike: a) otpornika, b) diode.

Analiza sklopova koji sadrže elemente s nelinearnim karakteristikama razlikuje se od analize električnih mreža s isključivo linearnim elementima. U ovom se poglavlju na primjerima jednostavnih sklopova s diodom uvodi pristup analizi sklopova s nelinearnim elementima. Takav će se pristup primjenjivati i u sklopovima sa složenijim nelinearnim elementima, poput tranzistora.

U elektronici se koriste dva načina rada sklopova s nelinearnim elementima. U pojedinim primjenama dolaskom signala radna točka pomiče se po malom dijelu karakteristike nelinearnog elementa koji se može smatrati pravcem, te sklop radi linearno. U drugim primjenama koristi se veći dio nelinearne karakteristike elementa, uslijed čega dolazi do izobličenja signala. Izobličenja se koriste za oblikovanje signala u nelinearnim sklopovima.

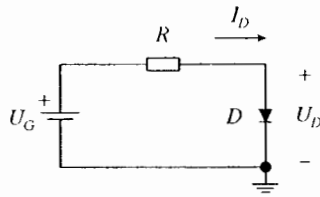
### 4.1. Statička analiza

Statičkom analizom proračunavaju se istosmjerne struje i naponi elektroničkih sklopova koji su rezultat priključenih istosmjernih izvora napona ili struje. Slika 4.2 prikazuje jednostavni sklop s diodom. Napon istosmjernog izvora  $U_G$  je

$$U_G = R I_D + U_D. \quad (4.1)$$

U gornjoj jednadžbi nepoznanice su struja  $I_D$  i napon  $U_D$ . Te dvije veličine povezuje strujno-naponska karakteristika diode  $I_D = f(U_D)$ . Karakteristiku diode opisuje Schokleyeva jednadžba. Budući da napon  $U_D$  propusno polarizira diodu, karakteristika se može pisati u obliku

$$I_D = I_S \exp(U_D / U_T), \quad (4.2)$$



Slika 4.2 – Sklop s diodom.

gdje je  $I_S$  struja zasićenja, a  $U_T$  naponski ekvivalent temperature. Jednadžbe (4.1) i (4.2) određuju nepoznanice  $I_D$  i  $U_D$ , ali nemaju eksplicitno rješenje. Uz poznate parametre, jednadžbe se mogu riješiti numerički.

#### Primjer 4.1

Izračunati struju  $I_D$  i napon  $U_D$  za sklop prema slici 4.2. Napon  $U_G = 3 \text{ V}$ , otpor  $R = 500 \Omega$ , struja zasićenja diode  $I_S = 10 \text{ fA}$  i temperatura je sobna,  $U_T = 25 \text{ mV}$ .

Rješenje:

Uvrštenjem (4.2) u (4.1) dobiva se

$$U_G = R I_S \exp(U_D / U_T) + U_D.$$

Napon  $U_D$  ne može se eksplicitno izraziti. Međutim gornji izraz može se pisati u obliku

$$U_D = U_T \ln \left( \frac{U_G - U_D}{R I_S} \right).$$

Jednadžba se rješava iterativnim putem. Za izračunavanje napona  $U_D$  potrebno je pretpostaviti početnu vrijednost napona. Ako se u prvoj iteraciji pretpostavi napon diode  $U_D = 0,7 \text{ V}$ , uvrštavanjem u gornju jednadžbu slijedi

$$U_D = 0,025 \cdot \ln \left( \frac{3 - 0,7}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,671 \text{ V}.$$

Ponovnim uvrštenjem nove vrijednosti napona  $U_D$  u istu jednadžbu, druga iteracija daje

$$U_D = 0,025 \cdot \ln \left( \frac{3 - 0,671}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,672 \text{ V}.$$

Nova vrijednost napona  $U_D$  malo se razlikuje od vrijednosti iz prve iteracije. U svakoj slijedećoj iteraciji rezultat bi ostao isti, te je postupak proračuna završen. Napon diode  $U_D = 0,672 \text{ V}$ . Uz poznatu vrijednost napona, struja diode određuje se iz (4.1)

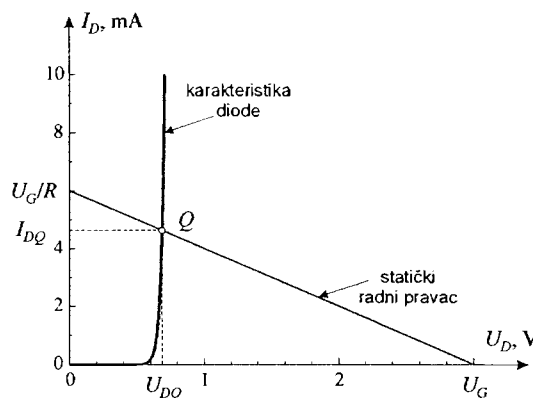
$$I_D = \frac{U_G - U_D}{R} = \frac{3 - 0,672}{0,5} = 4,66 \text{ mA} .$$

U zadnjem izrazu otpor je uvršten u k $\Omega$ , a struja je dobivena u mA.

Iako omogućuje izračunavanje napona i struje sklopa, navedeni postupak neprikladan je za proračun složenijih sklopova. Numerički pristup primjenjuje se u proračunu sklopova primjenom računala.

#### 4.1.1. Grafička analiza

Kao mogući pristup u proračunu sklopa sa slike 4.2 koristi se grafička analiza. Na slici 4.3 prikazana je karakteristika diode. U isti koordinatni sustav ucrтана je jednađžba sklopa (4.1). U koordinatnom sustavu sa slike 4.3 jednađžba (4.1) predstavlja pravac, koji je najlakše ucrтati ako se odrede sjecišta pravca s koordinatnim osima. Ako se u (4.1) uvrsti struja  $I_D = 0$ , dobiva se napon  $U_G = U_D$  i to je sjecište pravca s osi apscisa. Za napon  $U_G = 0$  prema (4.1)  $I_D = U_G / R$  i ta je struja sjecište pravca s osi ordinata. Ucrтani pravac naziva se *statički radni pravac*. Koeficijent nagiba pravca određen je otporom i iznosi  $-1/R$ . Rješenje jednađžbi (4.1) i (4.2) sjecište je karakteristike diode i statičkog radnog pravca. Točka sjecišta, označena s  $Q$ , naziva se *statička radna točka*. Radnom točkom  $Q$  određeni su statička struja diode  $I_{DQ}$  i napon  $U_{DQ}$ .



Slika 4.3 – Grafički pristup statičke analize sklopa s diodom.

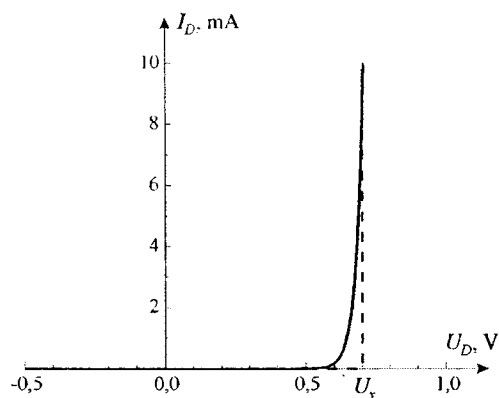
Za primjer na slici 4.3 odabran je napon  $U_G = 3 \text{ V}$ . Budući da je struja  $I_D = U_G / R = 6 \text{ mA}$ , otpor  $R = U_G / I_D = 500 \Omega$ . Statičke vrijednosti napona i struje diode su  $U_{DQ} = 0,68 \text{ V}$  i  $I_{DQ} = 4,6 \text{ mA}$ .

Grafički pristup ilustrativan je način rješavanja sklopova. Pogodan je posebno u slučaju kada su karakteristike elemenata poznate u grafičkoj, a ne i u analitičkoj formi. Primjer su karakteristike dobivene mjerenjem. Nedostaci su složeniji postupak crtanja, te manja točnost očitavanja rezultata. Grafički postupak rješavanja nepodesan je u analizi složenijih sklopova s više nelinearnih elemenata.

#### 4.1.2. Model diode za statičku analizu

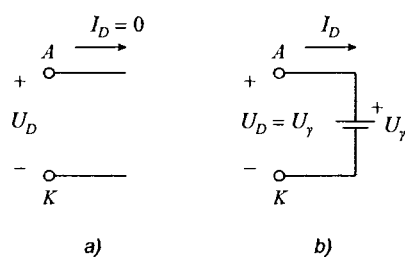
U statičkoj analizi elektroničkih sklopova koriste se modeli poluvodičkih elemenata. Prema slici 4.4 struja diode zanemarivo je mala pri zapornoj polarizaciji. To vrijedi za zeporne

napone po iznosu manje od probojnog napona diode. Porastom napona propusne polarizacije struja je vrlo mala do određene vrijednosti napona, a nakon toga struja naglo raste pri čemu se pad napona na diodi malo mijenja. Napon propusne polarizacije kod kojeg dolazi do naglog porasta struje naziva se napon koljena i označava se s  $U_\gamma$ . Za silicijske diode napon koljena  $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$ .



**Slika 4.4** – Aproksimacija karakteristike diode za statičku analizu.

Karakteristika diode može se aproksimirati s dva segmenta pravca prikazana crtkanom linijom na slici 4.4. Za napone  $U_D < U_\gamma$  struja diode  $I_D = 0$ , odnosno dioda se nadomještava otvorenim krugom prema slici 4.5a. Ako je dioda polarizirana naponom  $U_D > U_\gamma$  pad napona na diodi je konstantan iznosa  $U_\gamma$  i struja diode teče od anode prema katodi. Za te napone dioda se nadomještava istosmjernim naponskim izvorom napona  $U_\gamma$  prema slici 4.5b. U modelima diode na slici 4.5 s  $A$  i  $K$  označeni su priključci anode i katode.



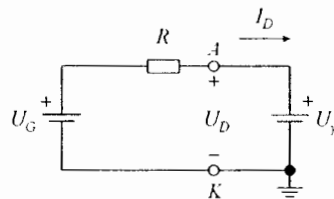
**Slika 4.5** – Model diode za statičku analizu: a) za  $U_D < U_\gamma$ , b) za  $U_D > U_\gamma$ .

U sklopu sa slike 4.2 dioda je propusno polarizirana s naponom  $U_D > U_\gamma$ . Primjenom modela sa slike 4.5b dobiva se shema na slici 4.6. Napon diode je

$$U_D = U_\gamma = U_{DQ}, \quad (4.3)$$

a struja diode

$$I_D = \frac{U_G - U_\gamma}{R} = I_{DQ}, \quad (4.4)$$



Slika 4.6 – Primjena modela diode za statičku analizu u sklopu sa slike 4.2.

Napon i struja diode su veličine u statičkoj radnoj točki  $Q$ .

#### Primjer 4.2

Ponoviti proračun struje i napona diode sklopa iz primjera 4.1 korištenjem modela diode sa slike 4.5. Napon koljena diode  $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$ .

Rješenje:

Napon i struja diode su

$$U_{DQ} = U_\gamma = 0,7 \text{ V},$$

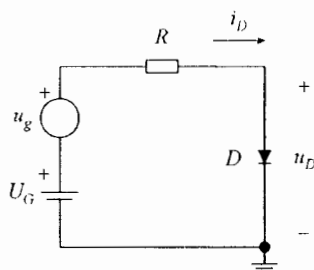
$$I_{DQ} = \frac{U_G - U_\gamma}{R} = \frac{3 - 0,7}{0,5} = 4,6 \text{ mA}.$$

Primjenom modela sa slike 4.5 analiza sklopa znatno je jednostavnija. Zbog jednostavnosti modela rezultat je manje točan u odnosu na proračun s točnom analitičkom karakteristikom diode iz primjera 4.1 ili u odnosu na rezultat grafičke analize sa slike 4.3. Ta činjenica međutim ne predstavlja stvarno ograničenje. Karakteristike poluvodičkih elemenata istoga tipa nisu međusobno potpuno jednake, odnosno međusobno se rasipaju. Nadalje karakteristika svakog pojedinačnog elementa mijenja se s promjenom temperature. Zbog tolerancija u poznavanju karakteristika elemenata mogu se tolerirati tolerancije u točnosti modela poluvodičkih elemenata.

#### 4.2. Analiza uz priključak malog signala

Istosmjerni naponski izvor  $U_G$  u sklopu sa slike 4.2 dovodi diodu u statičku radnu točku  $Q$ . U sklopu na slici 4.7 istosmjernom izvoru  $U_G$  serijski je spojen generator signala, tj. izmjenični naponski izvor  $u_g$ . Uz pretpostavku da je  $u_g$  izvor sinusnog napona, ukupni napon na serijskoj kombinaciji otpora i diode je

$$u_G = U_G + u_g = U_G + U_{gm} \sin \omega t. \quad (4.5)$$



Slika 4.7 – Priključak izmjeničnog napona u sklopu s diodom.

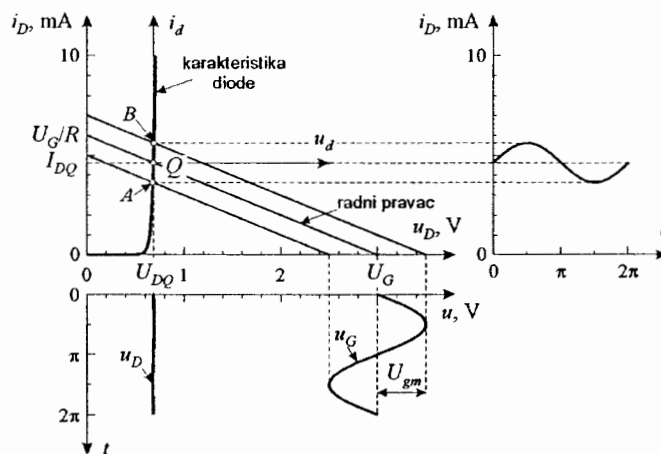
Posljedica priključka vremenski promjenjivog izvora signala su vremenski promjenjivi struja  $i_D$  i napon  $u_D$  diode, te se za sklop sa slike 4.7 može pisati

$$u_G = R i_D + u_D. \quad (4.6)$$

#### 4.2.1. Grafička analiza

Za određivanje nepoznanica  $i_D$  i  $u_D$  potrebno je poznavati strujno-naponsku karakteristiku diode  $i_D = f(u_D)$ . Ukoliko frekvencija signala nije previsoka, odnosno ukoliko se mogu zanemariti kapacitivni efekti diode, statička karakteristika  $I_D = f(U_D)$  može se primijeniti i za izmjenične veličine te se za propusno polariziranu diodu može pisati

$$i_D = I_S \exp(u_D / U_T). \quad (4.7)$$



Slika 4.8 – Grafička analiza sklopa s diodom uz priključak malog signala.

Sustav jednadžbi (4.6) i (4.7) može se analizirati grafički prema slici 4.8. U koordinatni sustav  $i_D - u_D$  ucrtani su karakteristike diode  $i_D = f(u_D)$  i jednadžba sklopa (4.6). Da bi se konstruirali valni oblici struje  $i_D$  napona  $u_D$ , na slici 4.8 ispod koordinatnog sustava  $i_D - u_D$  ucrtani su naponi  $u_G$  i  $u_D$ , a s desne strane struja  $i_D$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . U koordinatnom sustavu  $i_D - u_D$  jednadžba (4.6) predstavlja radni pravac. Promjenom vremena  $t$  mijenja se prema



(4.5) napon  $u_G$ , a s njime sjecišta radnog pravca s osi apscisa ( $u_G$ ) i s osi ordinata ( $u_G/R$ ). Radni pravac pomiče se u ritmu promjene napona  $u_G$ , pri čemu se koeficijent nagiba pravca  $-1/R$  ne mijenja s vremenskom promjenom napona  $u_G$ . Pomakom radnog pravca mijenja se i položaj radne točke određen sjecištem radnog pravca i karakteristike diode. S radnom točkom mijenjaju se i vrijednosti struje  $i_D$  i napona  $u_D$  diode.

U trenutku  $t=0$  izmjenični napon  $u_g=0$  i napon  $u_G=U_G$ . Radni pravac siječe koordinatne osi u točkama  $U_G/R$  i  $U_G$ , a karakteristiku diode u statičkoj radnoj točki  $Q$ . U tom su trenutku struja  $i_D=I_{DQ}$  i napon  $u_D=U_{DQ}$ .

Porastom vremena prema trenutku  $t=\pi/2$  raste sinusni napon  $u_g=U_{gm}\sin\omega t$ , a s njime i napon  $u_G$ . Zbog pomaka radnog pravca, radna točka pomiče se po karakteristici diode prema većim strujama i naponima, te rastu struja  $i_D$  i napon  $u_D$ . U trenutku  $t=\pi/2$  napon  $u_G$  postiže maksimalnu vrijednost  $u_G=U_G+U_{gm}$ . Radna točka dolazi u položaj  $B$  na slici 4.8 i određuje maksimalne vrijednosti  $i_D$  i  $u_D$ .

Daljnijim porastom vremena prema  $t=\pi$  sinusni napon  $u_g$  se smanjuje. Radni pravac vraća se prema prvobitnom položaju, radna točka pomiče se iz položaja  $B$  prema položaju  $Q$ , a veličine  $i_D$  i  $u_D$  smanjuju se. U intervalu  $\pi < t < 3\pi/2$  sinusni napon  $u_g$  postaje negativan, smanjuje se napon  $u_G$  i radni pravac pomiče se na niže prema manjim strujama od onih u položaju pravca sa sjecištem u točki  $Q$ . U trenutku  $t=3\pi/2$  napon  $u_G$  je minimalan,  $u_G=U_G-U_{gm}$ . Radni pravac siječe karakteristiku diode u točki  $A$ , kojom su određene minimalne vrijednosti  $i_D$  i  $u_D$ .

Primjenom signala  $u_g$  radna točka pomiče se po karakteristici diode između točaka  $A$  i  $B$ . Uz mali signal taj dio karakteristike može se aproksimirati pravcem i sklop radi linearno. U tom slučaju struja  $i_D$  i napon  $u_D$  istog su valnog oblika kao i napon  $u_G$  i sastoje se od istosmjerne komponente određene statičkom radnom točkom i izmjenične sinusne komponente

$$i_D = I_{DQ} + i_d = I_{DQ} + I_{dm} \sin \omega t, \quad (4.8)$$

$$u_D = U_{DQ} + u_d = U_{DQ} + U_{dm} \sin \omega t. \quad (4.9)$$

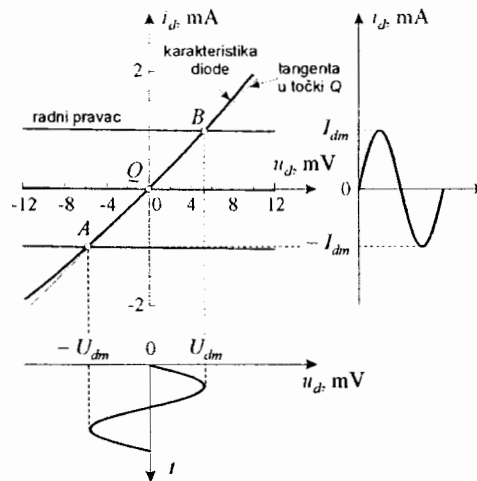
Izmjenične komponente struje i napona diode

$$i_d = i_D - I_{DQ}, \quad (4.10)$$

$$u_d = u_D - U_{DQ}, \quad (4.11)$$

jednake su nuli u statičkoj radnoj točki  $Q$ . Točka  $Q$  ishodište je novog  $i_d-u_d$  koordinatnog sustava.

U primjeru na slici 4.8 napon  $U_G=3\text{ V}$ , a amplituda signala  $U_{gm}=0,5\text{ V}$ . Isto kao i na slici 4.3 otpor  $R=500\ \Omega$ , a statičke vrijednosti napona i struje diode su  $U_{DQ}=0,68\text{ V}$  i  $I_{DQ}=4,6\text{ mA}$ . Amplituda izmjenične struje diode  $I_{dm}$  je oko  $1\text{ mA}$ . U mjerilu sa slike 4.8 amplituda izmjeničnog napona diode  $U_{dm}$  premala je i ne može se očitati. Za točnije očitavanje izmjeničnih veličina i bolji uvid u njihov međusobno odnos na slici 4.9 prikazan je uvećan dio slike 4.8 oko statičke radne točke  $Q$  između točaka  $A$  i  $B$ . Crtan je koordinatni sustav izmjeničnih veličina  $i_d$  i  $u_d$ . Zbog znatnog proširenja osi apscisa radni pravci na slici 4.9 znatno su položajni od radnih pravaca na slici 4.8.



Slika 4.9 – Uvećan dio slike 4.8 oko radne točke  $Q$ .

Prema slici 4.9 karakteristika diode između točaka  $A$  i  $B$  može se nadomjestiti pravcem. Pravac prolazi kroz ishodište, a nagib mu odgovara nagibu tangente na karakteristiku diode u radnoj točki  $Q$ . Ujedno nagib se može očitati grafički te vrijedi

$$\left. \frac{di_D}{du_D} \right|_Q = \frac{\Delta i_D}{\Delta u_D} \Big|_Q = \frac{I_{dm}}{U_{dm}} = \frac{i_d}{u_d} = g_d \quad (4.12)$$

Nagib određuje dinamičku vodljivost diode, odnosno obrnuto je proporcionalan dinamičkom otporu diode  $r_d = 1/g_d$ . Dinamička vodljivost, odnosno dinamički otpor određuju odnos izmjenične struje i napona diode. Sa slike 4.9 mogu se očitati amplituda izmjenične struje  $I_{dm} = 1 \text{ mA}$  i amplituda izmjeničnog napona  $U_{dm} = 5,6 \text{ mV}$ , te je dinamička vodljivost  $g_d = 1/5,6 = 0,18 \text{ S}$ , a dinamički otpor  $r_d = 5,6/1 = 5,6 \Omega$ .

#### 4.2.2. Uvjeti rada diode u režimu malog signala

Uvjet za linearni rad diode može se odrediti analitički. Primjenom Taylor-ovog reda struja diode  $i_D$  oko radne točke  $Q$  može se pisati kao

$$i_D = i_D|_Q + \left. \frac{di_D}{du_D} \right|_Q (u_D - U_{DQ}) + \left. \frac{d^2 i_D}{du_D^2} \right|_Q \frac{(u_D - U_{DQ})^2}{2!} + \dots \quad (4.13)$$

Prvi pribrojnik predstavlja statičku struju diode u radnoj točki  $I_{DQ}$ . Ako je karakteristika diode opisana jednadžbom (4.7) vrijedi

$$\left. \frac{di_D}{du_D} \right|_Q = \frac{I_S}{U_T} \exp\left(\frac{u_D}{U_T}\right) \Big|_Q = \frac{I_{DQ}}{U_T}, \quad (4.14)$$

$$\left. \frac{d^2 i_D}{du_D^2} \right|_Q = \frac{I_S}{U_T^2} \exp\left(\frac{u_D}{U_T}\right) \Big|_Q = \frac{I_{DQ}}{U_T^2}. \quad (4.15)$$

Primjenom (4.9)  $u_D - U_{DQ} = u_d$  i (4.13) može se pisati u obliku

$$i_D = I_{DQ} \left[ 1 + \frac{u_d}{U_T} + \frac{1}{2!} \left( \frac{u_d}{U_T} \right)^2 + \dots \right]. \quad (4.16)$$

Dioda će raditi linearno, odnosno u režimu malog signala, ako se u (4.16) svi članovi reda od kvadratnog navise mogu zanemariti. To vrijedi ako je

$$u_d \ll U_T. \quad (4.17)$$

Uz  $u_d = U_{dm} \sin \omega t$  uvjet za linearni rad diode je  $U_{dm} \ll U_T$ . Amplituda izmjeničnog napona  $U_{dm}$  mora biti znatno manja od naponskog ekvivalenta temperature koji na sobnoj temperaturi iznosi oko 25 mV.

Kako je prema (4.12) i (4.14)

$$\left. \frac{di_D}{du_D} \right|_Q = \frac{I_{DQ}}{U_T} = g_d = \frac{1}{r_d}, \quad (4.18)$$

uz linearni rad diode struja diode vrijedi

$$i_D = I_{DQ} + i_d = I_{DQ} + \frac{u_d}{r_d}. \quad (4.19)$$

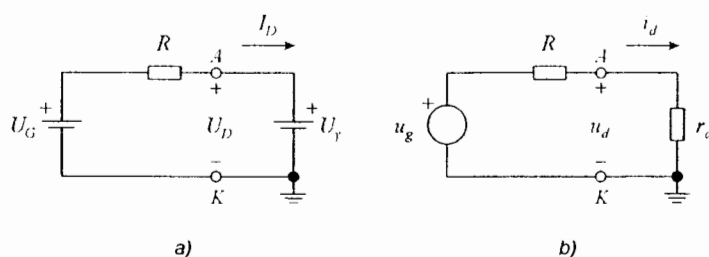
Analitički dobiven rezultat (4.18) isti je kao i (4.12) određen grafičkim postupkom. Dinamički otpor diode  $r_d$  određuje istosmjerna, odnosno statička struja diode  $I_{DQ}$ . Uz veću struju  $I_{DQ}$  karakteristika diode je strmija i otpor  $r_d$ , koji je obrnuto proporcionalan tangenti na karakteristiku diode, je manji.

#### 4.2.3. Rješavanje analitičkim pristupom

Prema (4.5) (4.8) i (4.9), sve veličine sklopa sa slike 4.7 sastoje se od istosmjernih, te izmjeničnih veličina istog valnog oblika. To upućuje na mogućnost da se analitičkim pristupom sklop rješava u dva koraka, korištenjem metode superpozicije. Metoda se može primijeniti ako sklop radi linearno, tj. ako je zadovoljen uvjet (4.17) režima malog signala. Primjenom metode superpozicije najprije se rješava statika, odnosno proračunava rad sklopa u istosmjernim prilikama. Nakon toga provodi se dinamička analiza kojom se određuju odnosi izmjeničnih veličina sklopa.

Na slici 4.10 prikazane su sheme za statičku i dinamičku analizu sklopa sa slike 4.7. Shema za statičku analizu sa slike 4.10a jednaka je shemi sa slike 4.6. Od ukupnog ulaznog napona  $u_G = U_G + u_g$  u statičkoj analizi prisutna je samo istosmjerna komponenta  $U_G$ . Dioda, koja je propusno polarizirana nadomještena je modelom sa slike 4.5b. Napon i struja diode u statičkoj radnoj točki dani su s (4.3) i (4.4).

Nakon statičke analize izračunava se dinamički parametar diode, tj. dinamički otpor



**Slika 4.10** – Primjena metode superpozicije za sklop sa slike 4.7:  
a) shema za statičku analizu, b) shema za dinamičku analizu.

Shema za dinamičke analizu sa slike 4.10b sadrži samo izmjenične veličine. Od ulaznog napona  $u_G = U_G + u_g$  uključena je izmjenična komponenta  $u_g$ . U dinamičkim prilikama dioda je modelirana dinamičkim otporom  $r_d$ . Treba uočiti da se otpornik  $R$  javlja u obje sheme sa slike 4.10 u istom obliku, jer je njegov statički i dinamički otpor jednak. Iz sheme sa slike 4.10b slijedi

$$i_d = \frac{u_g}{R + r_d} \quad (4.20)$$

$$u_d = r_d i_d \quad (4.21)$$

Primjenom metode superpozicije linearni se sklopovi jednostavno rješavaju analitički u dva koraka. Pri tome je nužno najprije provesti statičku analizu, jer se pomoću njenih rezultata određuju dinamički parametri za dinamičku analizu.

### Primjer 4.3

Za sklop sa slike 4.7 analitički proračunati napon  $u_D$  i struju  $i_D$  diode. Napon  $u_G = 3 + 0,5 \sin \omega t$  V, otpor  $R = 500 \Omega$ , napon koljena diode  $U_\gamma = 0,7$  V i temperatura je sobna,  $U_T = 25$  mV.

Rješenje:

Iz sheme za statičku analizu, prema slici 4.10a vrijedi

$$U_{DQ} = U_\gamma = 0,7 \text{ V},$$

$$I_{DQ} = \frac{U_G - U_\gamma}{R} = \frac{3 - 0,7}{0,5} = 4,6 \text{ mA}.$$

Dinamički otpor diode

$$r_d = \frac{U_T}{I_{DQ}} = \frac{25}{4,6} = 5,43 \Omega.$$

Prema slici 4.10b, te (4.20) i (4.21) amplitude sinusne struje i napona diode su

$$I_{dm} = \frac{U_{gm}}{R + r_d} = \frac{500}{500 + 5,43} = 0,989 \text{ mA} ,$$

$$U_{dm} = r_d I_{dm} = 5,43 \cdot 0,989 = 5,37 \text{ mV} .$$

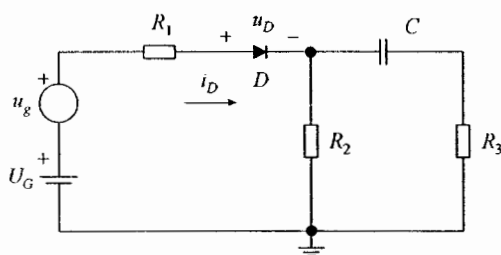
Amplituda  $U_{dm}$  dovoljno je mala da se kvadratni i viši članovi iz (4.16) mogu zanemariti. Sklop radi linearno. Dobiveni rezultati slični su rezultatima grafičke analize sa slika 4.8 i 4.9 koje su crtane za isti primjer. Ukupna struja i napon diode su

$$i_D = 4,6 + 0,989 \sin \omega t \text{ mA} ,$$

$$u_D = 700 + 5,37 \sin \omega t \text{ mV} .$$

#### 4.2.4. Utjecaj reaktivnih elemenata

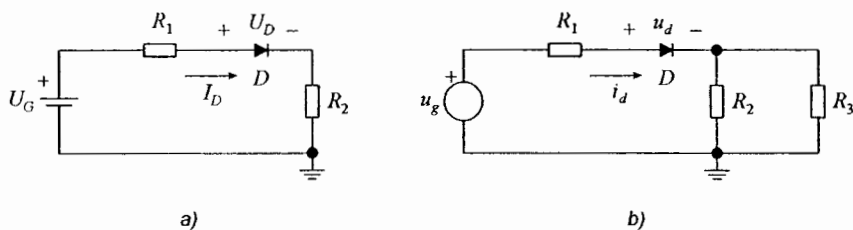
Na slici 4.11 prikazan je primjer sklopa s diodom koji sadrži kondenzator kapaciteta  $C$ . Reaktivne komponente, poput kapaciteta i induktiviteta, različito se ponašaju u statičkim i dinamičkim uvjetima.



Slika 4.11 – Primjer sklopa s diodom i kondenzatorom.

U istosmjernim prilikama sklop 4.11 odgovara sklopu prikazanom na slici 4.12a. Na ulazu djeluje istosmjerna komponenta napona  $U_G$ . Budući da ne vodi istosmjernu struju, kondenzator u statičkim uvjetima predstavlja prekid i odspaja otpornik  $R_3$ . Za sklop sa slike 4.12a vrijedi

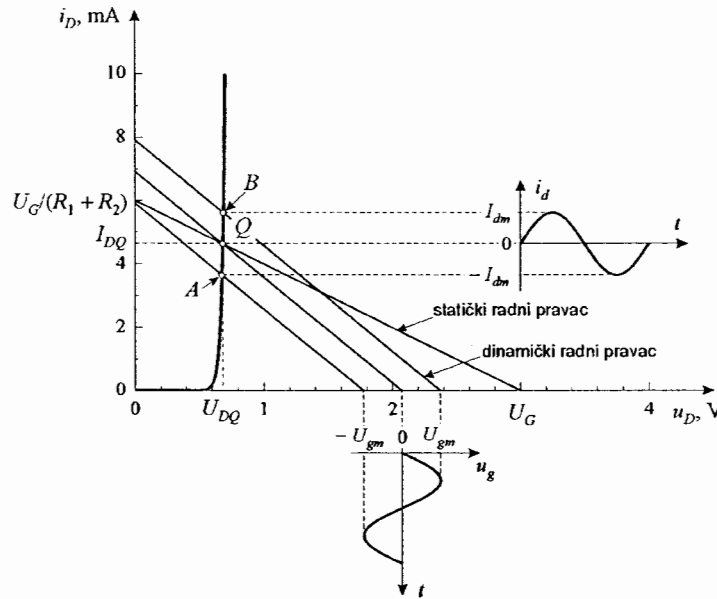
$$U_G = (R_1 + R_2) I_D + U_D . \quad (4.22)$$



Slika 4.12 – Sklop sa slike 4.11: a) za statičku analizu, b) za dinamičku analizu.

Druga jednačba, koja povezuje struju  $I_D$  i napon  $U_D$ , je strujno-naponska karakteristika diode  $I_D = f(U_D)$ .

Na slici 4.13 prikazano je grafičko rješenje sklopa. U koordinatni sustav  $i_D - u_D$  uz karakteristiku diode ucrtana je jednačba (4.22). To je statički radni pravac za koji su sjecišta s osi apscisa napon  $U_G$ , a s osi ordinata struja  $U_G / (R_1 + R_2)$ . Koeficijent nagiba pravca je  $-1/(R_1 + R_2)$ . Sjecište karakteristike diode i statičkog radnog pravca statička je radna točka  $Q$ , koja određuje statičku struju  $I_{DQ}$  i napon  $U_{DQ}$  diode.



Slika 4.13 – Primjer sklopa s diodom i kondenzatorom.

U izmjeničnim prilikama sklop sa slike 4.11 poprima oblik na slici 4.12b i zove se nadomjesnim sklopom za izmjenični signal. Na ulazu djeluje izmjenični izvor signala  $u_g$ . Uz pretpostavku da je na frekvenciji signala impedancija kapaciteta  $C$  mala u odnosu na okolne otpore, kondenzator se može smatrati kratkim spojem i otpornik  $R_3$  paralelno se spaja otporniku  $R_2$ . U dinamičkim prilikama za sklop sa slike 4.12b vrijedi

$$u_g = (R_1 + R_2 \parallel R_3) i_d + u_d \quad (4.23)$$

Izmjenične veličine  $i_d$  i  $u_d$  jednake su nuli u statičkoj radnoj točki  $Q$ , te za  $u_g = 0$  pravac određen jednačbom (4.23) mora proći kroz točku  $Q$ . Drugi podatak, koji omogućuje crtanje pravca u koordinatnom sustavu sa slike 4.13 je njegov koeficijent nagiba iznosa  $-1/(R_1 + R_2 \parallel R_3)$ . Budući da je pravac opisan s (4.23) određen izmjeničnim uvjetima naziva se *dinamički radni pravac*. Zbog manjeg otpora u dinamici, uvjetovanog paralelnim spojem otpora  $R_2$  i  $R_3$ , dinamički radni pravac je strmiji, tj. ima veći nagib od statičkog.

Za  $u_g = 0$  dinamički radni pravac sječe karakteristiku diode u točki  $Q$  i određuje struju diode  $i_d = 0$ . Promjenom izmjeničnog sinusnog signala  $u_g = U_{gm} \sin \omega t$ , koji je prikazan ispod karakteristike diode, dinamički radni pravac pomiče se, zadržavajući isti nagib  $-1/(R_1 + R_2 \parallel R_3)$ . Na slici 4.13 ucrtana su i dva krajnja položaja dinamičkog radnog pravca. Za maksimalnu

vrijednost signala  $+U_{gm}$  dinamički radni pravac siječe karakteristiku diode u točki  $B$ , a za minimalnu vrijednost  $-U_{gm}$  u točki  $A$ . Ta dva položaja određuju maksimalnu i minimalnu struju  $i_d$ , prikazanu desno od karakteristike diode. Ako se dio karakteristike između točaka  $A$  i  $B$  može aproksimirati pravcem uz sinusni signal  $u_g$  struja  $i_d$  također je sinusna. Slično bi vrijedilo i za izmjenični napon diode  $u_d$ .

Za sklop koji sadrži reaktivne elemente nagibi statičkog i dinamičko radnog pravca su različiti. U primjeri sklopa sa slike 4.7, bez reaktivnih elemenata, radni pravci prikazani na slici 4.8 imaju jednaki nagib u statičkim i dinamičkim prilikama. U tom slučaju pravac određen s  $u_g = 0$  statički je radni pravac, a dolaskom signala  $u_g$  pripadni pravci postaju dinamički.

#### Primjer 4.4

Konstruirati statički radni pravac i dinamički radni pravac za napon  $u_g = 0$  za primjer sa slike 4.13. Zadano:  $U_G = 3 \text{ V}$ ,  $R_1 = 100 \Omega$  i  $R_2 = R_3 = 400 \Omega$ .

Rješenje:

Na slici 4.14 u  $i_D - u_D$  koordinatni sustav ucrтана je karakteristika diode. Prema (4.22) sjecište statičkog radnog pravca s osi apscisa je

$$U_G = 3 \text{ V},$$

a s osi ordinata

$$U_G / (R_1 + R_2) = 3 / (0,1 + 0,4) = 6 \text{ mA}.$$

Napon i struja diode u statičkoj radnoj točki  $Q$  su  $U_{DQ} = 0,68 \text{ V}$  i  $I_{DQ} = 4,6 \text{ mA}$

Otpor sklopa koji u dinamičkim prilikama određuje nagib dinamičkog radnog pravca prema (4.23) iznosi

$$R_{din} = R_1 + R_2 \parallel R_3 = 100 + 400 \parallel 400 = 300 \Omega.$$

Za izmjenični signal  $u_g = 0$  dinamički radni pravac prolazi kroz statičku radnu točku  $Q$ . Vodeći računa da je koeficijent nagiba dinamičkog radnog pravca  $-1/R_{din}$  prema slici 4.14 vrijedi

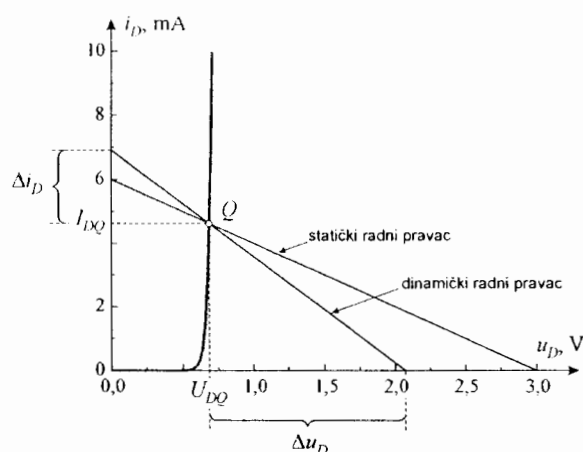
$$R_{din} = \frac{\Delta u_D}{I_{DQ}} = \frac{U_{DQ}}{\Delta i_D}.$$

Sjecište dinamičkog radnog pravca s osi apscisa je

$$U_{DQ} + \Delta u_D = U_{DQ} + R_{din} I_{DQ} = 0,68 + 0,3 \cdot 4,6 = 2,06 \text{ V},$$

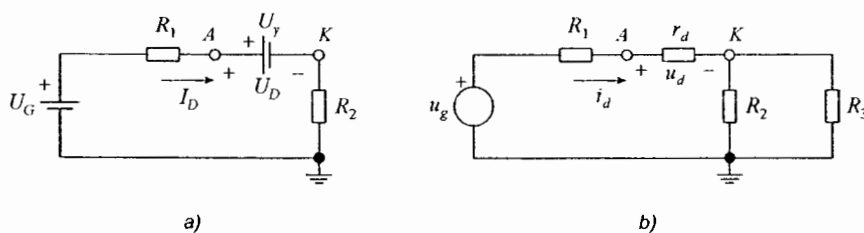
a s osi ordinata

$$I_{DQ} + \Delta i_D = I_{DQ} + U_{DQ} / R_{din} = 4,6 + 0,68 / 0,3 = 6,87 \text{ mA}.$$



Slika 4.14 – Uz konstrukciju statičko i dinamičkog radnog pravca.

Sklop sa slike može se riješiti 4.11 analitički primjenom metode superpozicije. Primjenom modela diode za statičku i dinamičku analizu sklopovi sa slike 4.12 poprimaju oblik na slici 4.15.



Slika 4.15 – Shema sklopa sa slike 4.11 za analitički proračun:

a) za statičku analizu, b) za dinamičku analizu.

U statičkim prilikama na ulazu sklopa sa slike 4.15a spojen je istosmjerni napon  $U_G$ . Propusno polarizirana dioda nadomještена je istosmjernim izvorom  $U_γ$ . Istosmjerne veličine su

$$U_D = U_{DQ} = U_γ \quad (4.24)$$

$$I_D = I_{DQ} = \frac{U_G - U_γ}{R_1 + R_2} \quad (4.25)$$

Za dinamičku analizu koristi se nadomjesna shema sklopa sa slike 4.15b: Na ulazu je priključen izmjenični generator signala  $u_g$ , a dioda je nadomještена dinamičkim otporom  $r_d$ . Dinamičkom analizom dobiva se

$$i_d = \frac{u_g}{R_1 + r_d + R_2 \parallel R_3} \quad (4.26)$$

$$u_d = r_d i_d \quad (4.27)$$



#### Primjer 4.5

Za sklop sa slike 4.11 analitički proračunati napon  $u_D$  i struju  $i_D$  diode. Napon  $u_G = 3 + 0,3 \sin \omega t$  V, otpori  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 400 \Omega$ , napon koljena diode  $U_\gamma = 0,7$  V i temperatura je sobna,  $U_T = 25$  mV.

Rješenje:

Prema slici 4.15a istosmjjerne veličine su

$$U_{DQ} = U_\gamma = 0,7 \text{ V},$$

$$I_{DQ} = \frac{U_G - U_\gamma}{R_1 + R_2} = \frac{3 - 0,7}{0,1 + 0,4} = 4,6 \text{ mA}.$$

Dinamički otpor diode

$$r_d = \frac{U_T}{I_{DQ}} = \frac{25}{4,6} = 5,43 \Omega.$$

Amplitude sinusne struje i napona diode određuju se sa slike 4.15b

$$I_{dm} = \frac{U_{gm}}{R_1 + r_d + R_2 \parallel R_3} = \frac{300}{100 + 5,43 + 400 \parallel 400} = 0,982 \text{ mA},$$

$$U_{dm} = r_d I_{dm} = 5,43 \cdot 0,982 = 5,33 \text{ mV}.$$

Sklop radi linearno. Ukupna struja i napon diode su

$$i_D = 4,6 + 0,982 \sin \omega t \text{ mA},$$

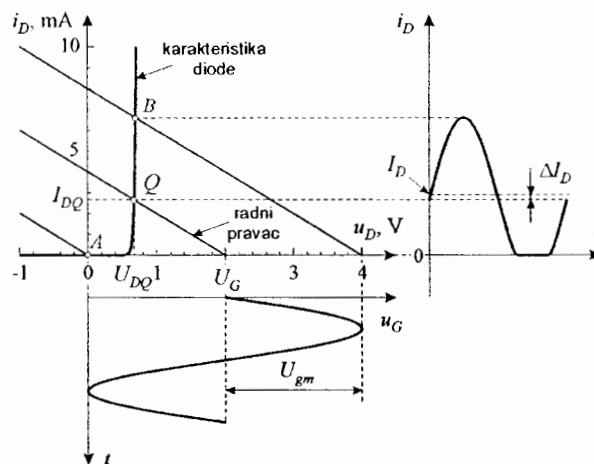
$$u_D = 700 + 5,33 \sin \omega t \text{ mV}.$$

### 4.3. Priključak velikog signala

Ako je priključkom izmjeničnog signala osiguran uvjet 4.17 dioda radi linearno, u režimu malog signala. Povećanjem amplitude signala radna točka pomiče se po sve većem dijelu karakteristike diode. Kada taj dio karakteristike više nije linearan, dioda prelazi u rad u režimu velikog signala.

Na slici 4.16 prikazana je grafička analiza sklopa sa slike 4.7 uz priključen veliki signal  $u_G = U_G + U_{gm} \sin \omega t$ . U koordinatni sustav  $i_D - u_D$  ucrtani su karakteristika diode i radni pravci određeni jednadžbom 4.6. U statičkim prilikama, uz  $u_G = U_G$  radni pravac siječe karakteristiku diode u radnoj točki Q. Signal velike amplitude  $U_{gm}$  uzrokuje hod radne točke po nelinearnom dijelu karakteristike diode između, položaja A i B. Posljedica je izobličena struja diode  $i_D$ , čiji valni oblik više ne odgovara valnom obliku ulaznog sinusnog signala. Uz napone  $u_G$  manje od napona koljena diode  $U_\gamma$  dioda prestaje voditi što uzrokuje rezanje donje poluperiode struje  $i_D$ .

Budući da u režimu velikog signala dioda ne radi linearno, u analizi sklopa ne može se primijeniti metoda superpozicije.



Slika 4.16 – Grafička analiza sklopa s diodom uz priključen veliki signal.

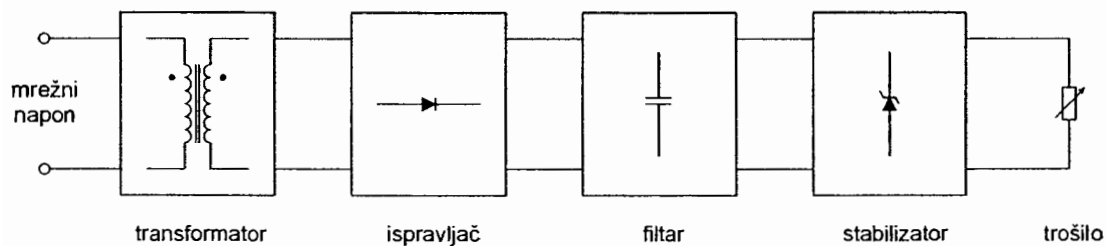
Osim promjene valnog oblika struje diode  $i_D$ , mijenja se i istosmjerna komponenta  $I_D$  u odnosu na struju diode u statičkoj radnoj točki  $I_{DQ}$ . Prema slici 4.16

$$I_D = I_{DQ} + \Delta I_D. \quad (4.28)$$

Dodatna istosmjerna struja  $\Delta I_D$  nije rezultat istosmjerne komponente ulaznog napona  $U_G$ , već je posljedica izobličenja uslijed nelinearne karakteristike diode. Pojava istosmjerne komponente kao posljedica izobličenja koristi se u ispravljačima.

#### 4.4. Ispravljači

Za rad elektroničkih sklopova neophodni su izvori istosmjernog napona. Kao izvori istosmjernog napona koriste se razne vrste baterija, akumulatora i elektroničkih izvora napajanja. U radu elektroničkih sklopova koji se nalaze u stacionarnim uređajima redovito se koriste elektronički izvori napajanja, koji pretvaraju mrežni izmjenični napon u odgovarajući istosmjerni napon. Tipični elektronički izvor napajanja sastoji se od više dijelova prikazanih blok-shemom na slici 4.17.



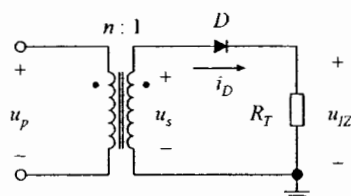
Slika 4.17 – Blok-shema tipičnog izvora napajanja.

Izvor napajanja priključuje se na izmjenični sinusni mrežni napon frekvencije 50 Hz. Efektivna vrijednost mrežnog napona je 220 V, a vršna vrijednost, odnosno amplituda, veća je za  $\sqrt{2}$  i iznosi 310 V. To je preveliki napon za izravnu primjenu u izvoru napajanja, te se mrežni napon priključuje na primar transformatora u kojem se smanjuje na nižu vrijednost (tipično 10 do 20 V). Osim smanjenja napona, transformator električki izolira izvor napajanja spojen u sekundaru od mrežnog napona u primaru. Transformiranjem se mijenja samo amplituda, ali ne i valni oblik napona, te se izmjenični sinusni napon sekundara transformatora ispravlja u ispravljaču. Ispravljeni izmjenični napon je pulsirajući i osim istosmjerne sadrži i izmjenične komponente. Izmjenične komponente smanjuju se u filtru, čija je uloga propuštanje istosmjerne i što veće gušenje izmjeničnih komponenata. Iako se izmjenične komponente još dodatno smanjuju u stabilizatoru, prvenstvena uloga stabilizatora je održavanje stalnog istosmjernog napona neovisnog o radnim uvjetima kao što su promjene ulaznog napona, temperature, opterećenja. Na izlaz izvora napajanja kao trošila priključuju se elektronički sklopovi i uređaji. U blok-shemi sa slike 4.17 predloženi su promjenjivim otporom, koji je omjer istosmjernog izvora napajanja i struje koju izvor daje trošilima.

U ovom poglavlju opisuju se izvedbe ispravljača. Stabilizatori će se obraditi u poglavlju o sklopovima s bipolarnim tranzistorima.

#### 4.4.1. Poluvalni ispravljač

Na slici 4.18 prikazan je sklop *poluvalnog ispravljača*. Primar transformatora spojen je na mrežni sinusni napon  $u_p = U_{pm} \sin \omega t$ . Napon sekundara transformatora istog je valnog oblika,  $u_s = U_{sm} \sin \omega t$ , s amplitudom umanjenom za omjer transformacije  $U_{sm} = U_{pm} / n$ . Točke na istim krajevima primara i sekundara transformatora označuju da su naponi  $u_p$  i  $u_s$  u fazi.

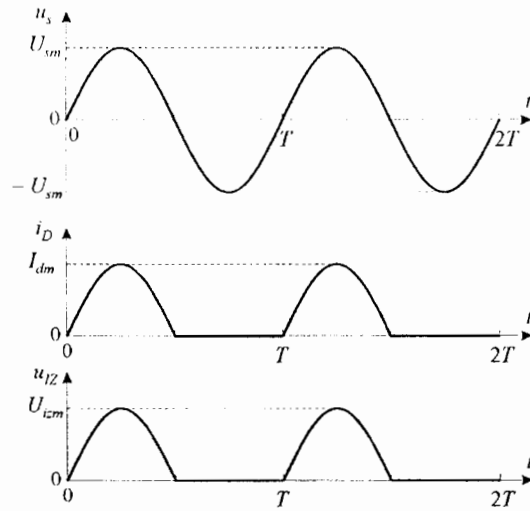


Slika 4.18 – Sklop poluvalnog ispravljača.

Slika 4.19 prikazuje valne oblike poluvalnog ispravljača. Dioda  $D$  vodi struju kada je propusno polarizirana, tj. kada je napon diode  $u_D = u_s - u_{Iz} > U_\gamma$ , gdje je  $U_\gamma$  napon koljena. Kada dioda vodi napon  $u_D \approx U_\gamma$  i izlazni napon trošila  $R_T$  je  $u_{Iz} \approx u_s - U_\gamma$ . Budući da amplituda napona sekundara  $U_{sm}$  iznosi tipično 10 V i više, u analizi ispravljača najčešće se zanemaruje napon  $U_\gamma$ . Time se karakteristika diode nadomještava *modelom idealne diode* opisanom slijedećim svojstvima: uz  $u_D < 0$  struja  $i_D = 0$ , pa je otpor diode beskonačan, a uz  $u_D > 0$  pad napona  $u_D = 0$  i otpor diode je nula.

Uz pretpostavku da je otpor sekundara transformatora znatno manji od otpora trošila  $R_T$  struja diode je

$$i_D = \begin{cases} u_s / R_T & \text{za } u_s > 0 \\ 0 & \text{za } u_s < 0 \end{cases} \quad (4.29)$$



Slika 4.19 – Valni oblici poluvalnog ispravljača.

Budući da je  $u_{IZ} = i_D R_T$ , za izlazni napon vrijedi

$$u_{IZ} = \begin{cases} u_s & \text{za } u_s > 0 \\ 0 & \text{za } u_s < 0 \end{cases} \quad (4.30)$$

Dioda vodi struju samo za vrijeme pozitivne poluperiode napona  $u_s$ , pri čemu je u toj poluperiodi izlazni napon  $u_{IZ}$  jednak naponu sekundara  $u_s$ . Za vrijeme negativne poluperiode napona  $u_s$  dioda je zaporno polarizirana i izlazni napon jednak je nuli.

Poluvalno ispravljeni napon  $u_{IZ}$  sa slike 4.19 je istosmjerni, ali nije stalan. Srednja vrijednost, odnosno istosmjerna komponenta, napona  $u_{IZ}$  je

$$U_{IZ} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{IZ}(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left( U_{sm} \int_0^\pi \sin \omega t d\omega t + \int_\pi^{2\pi} 0 d\omega t \right) = \frac{U_{sm}}{\pi} = 0,318 U_{sm}, \quad (4.31)$$

a efektivna vrijednost je

$$U_{izef} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T u_{IZ}^2(t) dt \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{2\pi} \left( U_{sm}^2 \int_0^\pi \sin^2 \omega t d\omega t + \int_\pi^{2\pi} 0 d\omega t \right) \right]^{1/2} = \frac{U_{sm}}{2}. \quad (4.32)$$

Razvojem u Fourierov red izlazni poluvalno ispravljeni napon može se pisati u obliku

$$u_{IZ} = U_{sm} \left[ \frac{1}{\pi} + \frac{\sin \omega t}{2} - \frac{2}{\pi} \left( \frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right] = U_{IZ} + u_{izv}. \quad (4.33)$$

Uz istosmjernu komponentu, te komponentu s osnovnom frekvencijom  $\omega$ , u izlaznom naponu prisutni su i parni harmonici s frekvencijama  $2\omega$ ,  $4\omega$  i višima. Istosmjerna komponenta i parni

harmonici ne postoje u ulaznom signalu, već su posljedica rada diode u nelinearnom režimu velikog signala, tj. rezultat su izobličenja. U ispravljaču je korisna samo istosmjerna komponenta. Sve izmjenične komponente iz (4.33) predstavljaju *napon valovitosti*  $u_{izv}$  koji predstavlja vremensku promjenjivost ispravljenog napona  $u_{IZ}$ .

Efektivna vrijednost ukupnog izlaznog napona  $u_{IZ}$  jednaka je drugom korijenu sume kvadrata pojedinih komponenta, te vrijedi

$$U_{izef} = \sqrt{U_{IZ}^2 + U_{izvef}^2}. \quad (4.34)$$

Efektivna vrijednost napona valovitosti

$$U_{izvef} = \sqrt{U_{izef}^2 - U_{IZ}^2} = U_{sm} \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} = 0,386 U_{sm}. \quad (4.35)$$

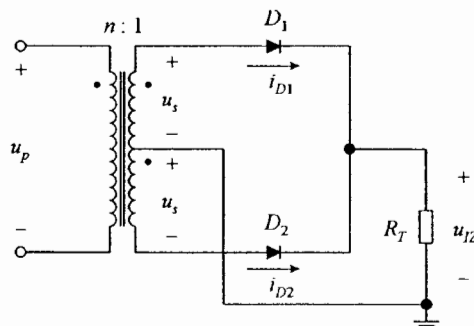
Kvalitetu ispravljenog napona opisuje *faktor valovitosti* (engl. ripple factor) definiran kao omjer efektivne vrijednosti napona valovitosti i srednje vrijednosti napona

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \sqrt{\left(\frac{U_{izef}}{U_{IZ}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1} = 1,21. \quad (4.36)$$

Kao dio izvora napajanja, ispravljači rade s većim strujama i naponima. Maksimalna struja teče kroz diodu u sredini prve poluperiode u trenutku  $t = T/4$  i iznosi  $I_{dm} = U_{sm} / R_T$ . Budući da je napon diode  $u_D = u_s - u_{IZ}$ , prema slici 4.19, maksimalni zaporni napon na diodi je u sredini druge poluperiode u trenutku  $t = (3/4)T$  i iznosi  $U_{sm}$ . Pri projektiranju ispravljača treba odabrati diodu koja pri propusnoj polarizaciji može voditi struju veću od  $I_{dm}$  i čiji je probojni napon veći od  $U_{sm}$ .

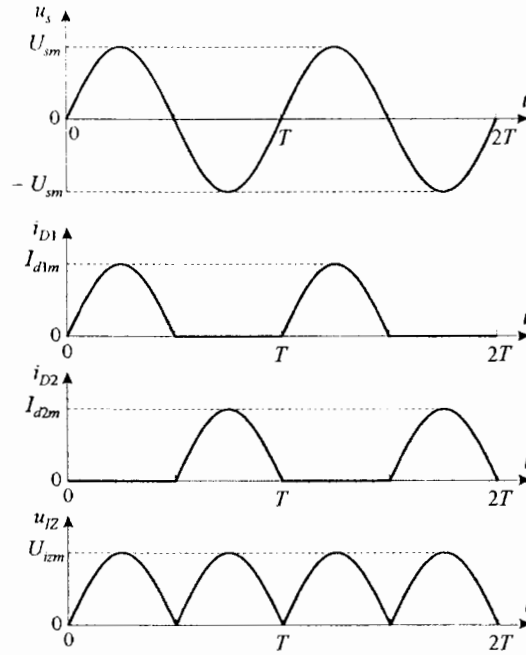
#### 4.4.2. Punovalni ispravljač

Poluvalni ispravljač je nedjelotvoran, jer se za dobivanje istosmjerne komponente napona koristi samo jedna poluperioda izmjeničnog napona  $u_s$ . Djelotvornost se može povećati korištenjem obje poluperiode napona. Jedna od izvedbi koja to omogućuje je sklop punovalnog ispravljača sa slike 4.20. Koristi se sekundar transformatora sa srednjim izvodom, koji osigurava dva ista napona  $u_s$  na svakoj polovici sekundara.



Slika 4.20 – Sklop punovalnog ispravljača.

Valni oblici ispravljača prikazani su na slici 4.21. Pozitivna poluperioda napona  $u_s$  propusno polarizira diodu  $D_1$ , a zaporno diodu  $D_2$ . Uz model idealne diode, struja  $i_{D1} = u_s / R_T$  teče od pozitivnog priključka gornje polovice sekundara transformatora kroz diodu  $D_1$  i trošilo  $R_T$  prema masi, odnosno prema negativnom priključku gornje polovice sekundara transformatora. Struja  $i_{D2} = 0$ , a izlazni napon  $u_{IZ} = (i_{D1} + i_{D2}) R_T = u_s$ .



Slika 4.21 – Valni oblici punovalnog ispravljača sa slike 4.20.

U negativnoj poluperiodi napona sekundara  $u_s < 0$ , dioda  $D_1$  je zaporno, a dioda  $D_2$  propusno polarizirana. Struja  $i_{D1} = 0$ , a struja  $i_{D2} = -u_s / R_T$ , teče od negativnog priključka donje polovice sekundara transformatora kroz diodu  $D_2$  i trošilo  $R_T$  prema masi, odnosno prema pozitivnom priključku donje polovice sekundara transformatora. Izlazni napon  $u_{IZ} = (i_{D1} + i_{D2}) R_T = -u_s$ .

U obje polovice poluperiode napona  $u_s$  struja teče kroz trošilo  $R_T$  u istom smjeru čime se dobiva *punovalno ispravljeni napon*  $u_{IZ}$  prema slici 4.21. Iako se oba ispravljena napona odlikuju valovitošću, usporedbom slika 4.19 i 4.21 vidljivo je da je punovalno ispravljeni napon bliži stalnom naponu od poluvalno ispravljenog napona. Osim toga perioda napona valovitosti punovalno ispravljenog napona upola je manja i iznosi  $T/2$ . Srednja vrijednost punovalno ispravljenog napona je

$$U_{IZ} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u_{IZ}(t) dt = \frac{U_{sm}}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t d\omega t = \frac{2U_{sm}}{\pi} = 0,637 U_{sm}, \quad (4.37)$$

a efektivna vrijednost

$$U_{izef} = \left[ \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u_{IZ}^2(t) dt \right]^{1/2} = \left( \frac{U_{sm}^2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \omega t d\omega t \right)^{1/2} = \frac{U_{sm}}{\sqrt{2}} = 0,707 U_{sm}. \quad (4.38)$$

Srednja i efektivna vrijednost punovalno ispravljenog napona veće su u odnosu na poluvalno ispravljeni napon.

Razvojem u Fourierov red punovalno ispravljenog napona dobiva se

$$u_{IZ} = U_{sm} \left[ \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left( \frac{\cos 2 \omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4 \omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right] = U_{IZ} + u_{izv}. \quad (4.39)$$

Uz dvostruku istosmjernu komponentu u odnosu na poluvalno ispravljen napon, punovalno ispravljeni napon ne sadrži komponentu s osnovnom frekvencijom  $\omega$ , već samo parne harmonike. Najniža frekvencija napona valovitosti  $u_{izv}$  od  $2\omega$  upućuje na dvostruko manju periodu punovalno ispravljenog napona u odnosu na napon sekundara  $u_s$ .

Efektivna vrijednost napona valovitosti je

$$U_{izvef} = \sqrt{U_{izef}^2 - U_{IZ}^2} = U_{sm} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}} = 0,308 U_{sm}, \quad (4.40)$$

a faktor valovitosti

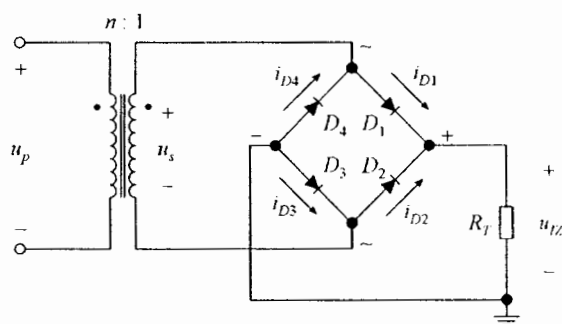
$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \sqrt{\left( \frac{U_{izef}}{U_{IZ}} \right)^2 - 1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0,483, \quad (4.41)$$

Bolja kvaliteta punovalno od poluvalno ispravljenog napona očituje se u 2,5 puta manjem faktoru valovitosti.

Maksimalne struje obje diode u punovalnom ispravljaču sa slike 4.20 su  $I_{d1m} = I_{d2m} = U_{sm} / R_T$ . Naponi dioda su  $u_{D1} = u_s - u_{IZ}$  i  $u_{D2} = -u_s - u_{IZ}$ . Prema slici 4.21 maksimalni zaporni napon na diodi  $D_1$  je u trenutku  $t = (3/4)T$ , a na diodi  $D_2$  u trenutku  $t = T/4$ . U oba slučaja maksimalni zaporni naponi iznose  $2U_{sm}$ , odnosno dvostruko su veći od maksimalnog zapornog napona u poluvalnom ispravljaču sa slike 4.18.

Punovalno ispravljanje može se izvesti primjenom mosnog ili Graetzovog spoja ispravljača prema slici 4.22. Ispravljač koristi četiri diode.

U pozitivnoj poluperiodi napona  $u_s$ , propusno su polarizirane diode  $D_1$  i  $D_3$ , a zaporno polarizirane diode  $D_2$  i  $D_4$ . Struja  $i_{D1}$  teče od pozitivnog priključka sekundara transformatora kroz diodu  $D_1$ , trošilo  $R_T$ , diodu  $D_3$  prema negativnom priključku sekundara transformatora. Pri tome je struja  $i_{D3} = i_{D1}$ . U toj su poluperiodi struje  $i_{D2} = i_{D4} = 0$ . Negativna poluperioda napona  $u_s$  propusno polarizira diode  $D_2$  i  $D_4$ , a zaporno diode  $D_1$  i  $D_3$ . Struja  $i_{D2}$  teče od negativno označenog priključka sekundara transformatora kroz diodu  $D_2$ , trošilo  $R_T$ , diodu  $D_4$  prema pozitivnom priključku sekundara transformatora. Struja  $i_{D4} = i_{D2}$ , a struje  $i_{D1} = i_{D3} = 0$ . U obje poluperiode struja teče kroz trošilo  $R_T$  u istom smjeru, te je izlazni napon punovalno ispravljeni napon. Uz idealne diode, za ispravljač sa slike 4.22 vrijede valni oblici sa slike 4.21, pri čemu su struje  $i_{D3} = i_{D1}$  i  $i_{D4} = i_{D2}$ .

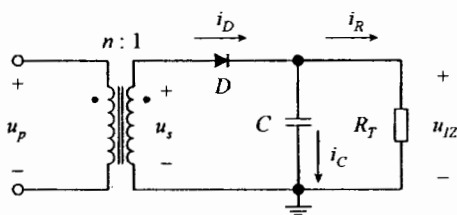


Slika 4.22 – Sklop punovalnog ispravljača u mosnom ili Graetzovom spoju.

Ispravljač sa slike 4.22 daje isti ispravljeni napon kao i spravljač sa slike 4.20. Prednost mu je primjena jednostavnijeg transformatora. Veći broj dioda kao jeftinih poluvodičkih elemenata ne predstavlja praktičko ograničenje. Dioda u mosnom ili Graetzovom spoju redovito se izvode u istom kućištu s četiri priključka. Dva se izmjenična priključka označena s "~" spajaju na sekundar transformatora, a na istosmjernne priključke označene s "+" i "-" spaja se trošilo. Maksimalne struje svih propusno polariziranih dioda su  $I_{dm} = U_{sm} / R_T$ . Po dvije nasuprotno spojene diode,  $D_1$  i  $D_2$ , odnosno  $D_4$  i  $D_3$ , spojene su na sekundar transformatora. Kada je jedna od dioda propusno polarizirana, druga je polarizirana zaporno, uz maksimalni zaporni napon iznosa  $U_{sm}$ . To je upola manje od maksimalnog zapornog napona dioda u ispravljaču sa slike 4.20.

#### 4.4.3. Ispravljač s kapacitivnim opterećenjem

Zbog znatnog napona valovitosti, pulzirajući naponi ispravljača ne odgovaraju uvjetima istosmjernog napona napajanja. Valovitost ispravljenog napona bitno se smanjuje korištenjem filtra, čija je uloga gušenje izmjeničnih komponenti ispravljenih napona (4.33) ili (4.39). Kao filter najčešće se koristi kondenzator spojen paralelno izlazu. Budući je spojen paralelno trošilu kondenzator predstavlja kapacitivno opterećenje. Poluvalni ispravljač s kapacitivnim opterećenjem prikazan je na slici 4.23, a valni oblici sklopa na slici 4.24. Valni oblici crtani su za idealnu diodu i zanemaren otpor sekundara transformatora.

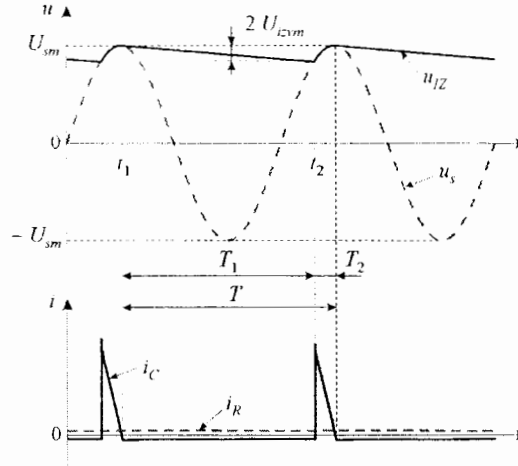


Slika 4.23 – Sklop poluvalnog ispravljača s kapacitivnim opterećenjem.

Dioda vodi struju pri porastu pozitivnog napona sekundara  $u_s$  i kondenzator se nabija. U trenutku  $t = t_1$  napon  $u_s$ , a s njime i izlazni napon  $u_{Iz}$  na kondenzatoru, postiže maksimalnu vrijednost  $U_{sm}$ . Nakon toga napon  $u_s$  počinje se smanjivati. Zbog nakrcanog naboja, napon na kondenzatoru ne može slijediti promjenu napona  $u_s$  i napon  $u_{Iz}$  ostaje pozitivniji od napona  $u_s$ .



Dioda se zaporno polarizira odvajajući paralelni spoj kondenzatora i trošila od sekundara transformatora. Kondenzator se počinje izbijati preko trošila po eksponencijalnom zakonu



Slika 4.24 – Valni oblici poluvalnog ispravljača s kapacitivnim opterećenjem.

$$u_{IZ}(t) = U_{sm} \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right), \quad (4.42)$$

gdje je vremenska konstanta  $\tau = R_T C$ . Izbijanje kondenzatora traje tako dugo dok je dioda zaporno polarizirana, tj. dok je  $u_s < u_{IZ}$ . Nakon dosega minimalne vrijednosti  $-U_{sm}$  napon  $u_s$  počinje rasti. U trenutku  $t = t_2$  postaje jednak naponu kondenzatora,  $u_s = u_{IZ}$  i prema slici 4.24 vrijedi

$$U_{sm} \cos \omega(t_2 - t_1) = U_{sm} \exp\left(-\frac{t_2 - t_1}{\tau}\right). \quad (4.43)$$

Dioda se propusno polarizira i izlazni napon mijenja se s naponom sekundara transformatora

$$u_{IZ}(t) = u_s(t) = U_{sm} \cos \omega(t - t_1). \quad (4.44)$$

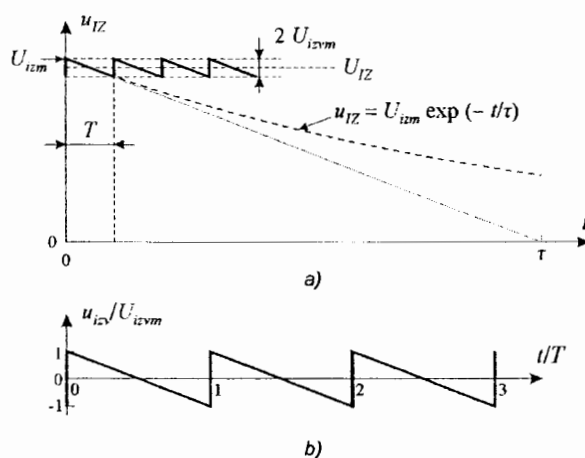
Porastom napona kondenzator se nabija. Nabijanje traje do dosega maksimalne vrijednosti napona  $U_{sm}$  u trenutku  $t = t_1 + T$ , a zatim se proces periodički ponavlja.

Prema slici 4.24 kondenzator se izbijja prema (4.42) kroz vrijeme  $T_1$ , a nabija prema (4.44) kroz vrijeme  $T_2$ , pri čemu zbroj tih vremena odgovara periodu napona  $u_s$ , tj.  $T_1 + T_2 = T$ . Brzina smanjenja izlaznog napona  $u_{IZ}$  za vrijeme  $T_1$  ovisi o vremenskoj konstanti  $\tau$ . Što je vremenska konstanta  $\tau$  veća od periode  $T$  kondenzator se sporije izbijja i  $T_1$  se povećava u odnosu na  $T_2$ . Time se smanjuje valovitost izlaznog napona  $u_{IZv}$  i izlazni napon približava se obliku stalnog istosmjernog napona.

Za vrijeme izbijanja kondenzatora  $T_1$  dioda ne vodi i njena je struja  $i_D = i_C + i_R = 0$ . U trenutku  $t = t_2$ , kada dioda provede, u sklopu poteče veća struja  $i_C$  kojom se nabija kondenzator. Struja  $i_C$  to je veća što je  $\tau$  veći od  $T$ , odnosno što je kraće vrijeme nabijanja kondenzatora  $T_2$ .

Pri projektiranju ispravljača treba odabrati diodu koja može podnijeti impulse struje. Impulse struje realnog ispravljača ograničavaju otpori sekundara transformatora i propusno polarizirane diode. Osim što je opterećenija strujno, u ispravljaču s kapacitivnim opterećenjem dioda je opterećenija i naponski. Budući da je  $u_D = u_s - u_{IZ}$ , u trenutku kada napon  $u_s$  poprima minimalnu vrijednost  $-U_{sm}$  zaporni napon diode iznosi približno  $2U_{sm}$ .

Izrazi (4.42) i (4.44) kojima je opisan napon trošila  $u_{IZ}$ , te jednačba (4.43) koja definira trenutak  $t_2$ , nepraktični su za proračun. Da bi se osiguralo dobro gušenje napona valovitosti redovito se odabire kondenzator dovoljno velikog kapaciteta koji osigurava konstantu  $\tau$  dosta veću od periode  $T$ . U tom slučaju napon  $u_{IZ}$  sa slike 4.24 može se pojednostaviti prema slici 4.25. Uz  $\tau \gg T$  vrijeme nabijanja kondenzatora  $T_2$  znatno je kreće od vremena izbijanja  $T_1$ . Ako se  $T_2$  zanemari u odnosu na  $T_1$ , napon  $u_{IZ}$  poprima oblik pilastog napona na slici 4.25a.



**Slika 4.25** – Pojednostavljeni valni oblik napona trošila ispravljača s kapacitivnim opterećenjem: a) odnosi amplituda, b) izlazni napon valovitosti.

Na početku izbijanja, u trenutku  $t = 0$ , napon  $u_{IZ}$  je maksimalan

$$u_{IZ}(0) = U_{izm} = U_{sm}. \quad (4.45)$$

Na kraju izbijanja, u trenutku  $t = T_2 \approx T$ , napon se smanji na vrijednost

$$u_{IZ}(T) = U_{izm} \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) \approx U_{izm} \left(1 - \frac{T}{\tau}\right). \quad (4.46).$$

Zbog  $T \ll \tau$  eksponencijalna funkcija aproksimirana je redom u kojem su zadržani samo linearni članovi. Razlika napona na početku i kraju izbijanja odgovara dvostrukoj amplitudi napona valovitosti,  $u_{IZ}(0) - u_{IZ}(T) = 2U_{izvm}$ , odakle slijedi

$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{2\tau}. \quad (4.47)$$

Odnos napona iz prethodne jednačbe može se grafički očitati iz sličnih trokuta sa slike 4.25a. Srednja vrijednost izlaznog napona je

$$U_{IZ} = u_{IZ} - u_{izv} = U_{izm} - U_{izvm} = U_{izm} \left( 1 - \frac{T}{2\tau} \right). \quad (4.48)$$

Iz gornjih jednačbi slijedi izraz za izmjenični napon valovitosti

$$u_{izv} = U_{izvm} \left( 1 - \frac{2t}{T} \right). \quad (4.49)$$

Napon  $u_{izv}$  prikazan je na slici 4.25b. Efektivna vrijednost napona valovitosti je

$$U_{izvef} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T u_{izv}^2(t) dt \right]^{1/2} = \left[ \frac{U_{izvm}^2}{T} \int_0^T \left( 1 - \frac{2t}{T} \right)^2 dt \right]^{1/2} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}}, \quad (4.50)$$

a faktor valovitosti

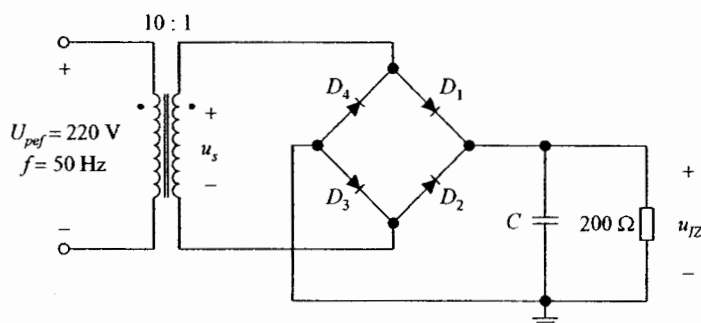
$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{T/(2\tau)}{\sqrt{3}[1 - T/(2\tau)]}. \quad (4.51)$$

Valovitost izlaznog ispravljenog napona bitno se smanjuje primjenom kapacitivnog opterećenja. Valovitost, odnosno faktor valovitosti smanjuje se odabirom kondenzatora većeg kapaciteta  $C$ .

#### Primjer 4.6

Za punovalni ispravljač u Graetzovim spoju s kapacitivnim opterećenjem na slici 4.26 izračunati srednju vrijednost napona trošila i faktor valovitosti uz:

- $C = 0$ ,
- $C = 1000 \mu\text{F}$ .



Slika 4.26 – Primjer punovalnog ispravljača u Graetzovom spoju s kapacitivnim opterećenjem.

Rješenje:

Amplituda ulaznog mrežnog napona na primaru transformatora, sinusnog valnog oblika  $u_p = U_{pm} \sin \omega t$ , je

$$U_{pm} = \sqrt{2} U_{pef} = \sqrt{2} \cdot 220 = 311 \text{ V}.$$

Amplituda sinusnog napona  $u_s = U_{sm} \sin \omega t$  na sekundaru manja je za omjer transformacije

$$U_{sm} = U_{pm} / n = 311 / 10 = 31,1 \text{ V}.$$

a)  $C = 0$

Napon  $u_{IZ}$  je punovalno ispravljeni napon za koji vrijedi

$$U_{IZ} = \frac{2U_{sm}}{\pi} = \frac{2 \cdot 31,1}{\pi} = 19,8 \text{ V},$$

$$U_{izef} = \frac{U_{sm}}{\sqrt{2}} = \frac{31,1}{\sqrt{2}} = 22 \text{ V},$$

$$U_{izvef} = U_{sm} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}} = 31,1 \cdot 0,308 = 9,58 \text{ V},$$

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{9,58}{19,8} = 0,483.$$

b)  $C = 1000 \mu\text{F}$

Proračun izlaznog napona ispravljača s kapacitivnim opterećenjem temelji se na pojednostavljenom valnom obliku sa slike 4.25. Za punovalni ispravljač u Graetsovom spoju perioda napona valovitosti je  $T/2$ , odnosno polovica periode napona sekundara  $u_s$ . Razlog je u činjenici da se u svakoj periodi napona  $u_s$  kondenzator  $C$  nabija dva puta: u pozitivnoj poluperiodi napona  $u_s$  preko diode  $D_1$ , a u negativnoj poluperiodi napona  $u_s$  preko diode  $D_2$ . Zbog toga se u izvedenim izrazima za poluvalni ispravljač s kapacitivnim opterećenjem umjesto  $T$  uvrštava se  $T/2$ . Vrijedi

$$\tau = R_T C = 200 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 200 \text{ ms},$$

$$T = 1/f = 1/50 = 20 \text{ ms}.$$

Uz  $U_{izm} = U_{sm} = 31,1 \text{ V}$

$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{4\tau} = 31,1 \cdot \frac{20}{4 \cdot 200} = 776 \text{ mV},$$

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = 31,1 - 0,776 = 30,3 \text{ V},$$

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{776}{\sqrt{3}} = 448 \text{ mV},$$

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{0,448}{30,3} = 0,015.$$

Usporedbom rezultata vidljivo je da se primjenom kapacitivnog opterećenja istosmjerna komponenta napona trošila povećala 1,5 puta, efektivna vrijednost napona valovitosti smanjila preko 20 puta, čime se faktor valovitosti smanjio preko 30 puta.

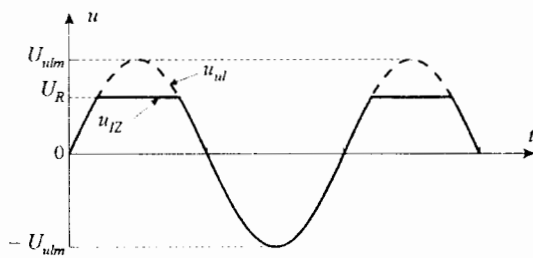
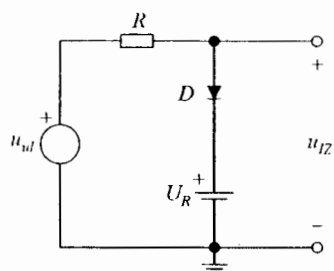
#### 4.5. Ograničavači

U projektiranju elektroničkih sklopova ponekad je potrebno ograničiti hod izlaznog signala unutar željenih naponskih razina. U ograničavanju hoda naponskog signala najčešće se koriste diodni ograničavači, koji temelje svoj rad na nelinearnoj karakteristici diode.

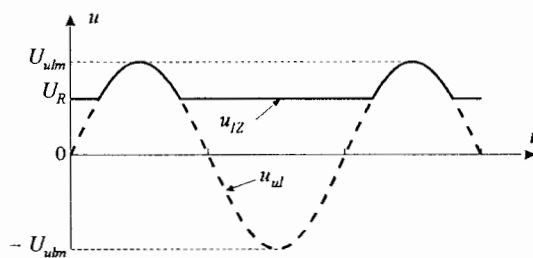
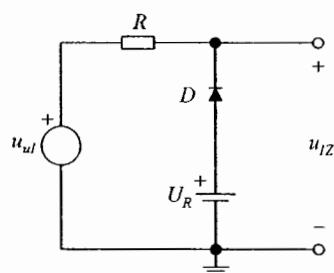
Primjeri diodnih ograničavača prikazani su na slici 4.27. Kao ulazni signal u svim je primjerima odabran sinusni napon  $u_{ul} = U_{ulm} \sin \omega t$ . Za svaki od sklopova izlazni naponi crtani su uz pretpostavku da je amplituda ulaznog napona  $U_{ulm}$  znatno veća od napona koljena diode  $U_Y$ , te je korišten model idealne diode. Također izlazni naponi na slici 4.27 vrijede za neopterećen izlaz ili uz priključen otpor trošila  $R_T \gg R$ .

Istosmjerni izvor  $U_R$  određuje razinu ograničavanja izlaznog napona. Hoće li se ograničiti ulazni napon iznad ili ispod odabrane razine određuje spoj diode  $D$ . Tako će npr. u sklopu na slici 4.27a, u kojem je anoda spojena na izlazni priključak, za svaki ulazni napon  $u_{ul} < U_R$  dioda biti zaporno polarizirana. Time dioda odspaja izvor  $U_R$  s izlaznog priključka i na izlazu je prisutan ulazni napon,  $u_{IZ} = u_{ul}$ . Ulazni naponi  $u_{ul} > U_R$  propusno polariziraju diodu koja kratko spaja izvor  $U_R$  na izlazni priključak i izlazni napon je ograničen na  $u_{IZ} = U_R$ . Naveden spoj diode ograničava izlazni napon iznad razine  $U_R$ . Isto vrijedi za sklop se slike 4.27c uz zamjenu napona  $U_R$  s  $-U_R$ . U sklopu na slici 4.27b katoda diode spojena je na izlazni priključak. Uz  $u_{ul} < U_R$  dioda je propusno polarizirana i  $u_{IZ} = U_R$ . Uz  $u_{ul} > U_R$  dioda je zaporno polarizirana i  $u_{IZ} = u_{ul}$ . Sklop ograničava izlazni napon ispod razine  $U_R$ . Slično radi i sklop sa slike 4.27d, ali ograničava napon ispod razine  $-U_R$ .

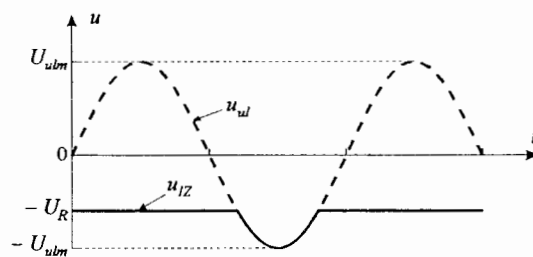
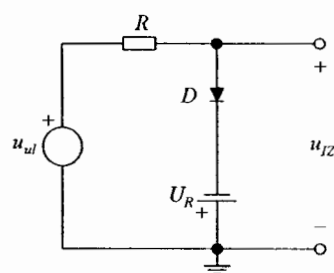
Diodni ograničavači sa slike 4.27 su paralelni ograničavači, jer je dioda spojena paralelno izlaznom naponu. Ako u paralelnom ograničavaču dioda  $D$  i otpornik  $R$  zamijene mjesta, dioda je spojena u seriju između ulaza i izlaza i ograničavač postaje serijski. Primjer serijskog ograničivača prikazan je na slici 4.28. Naponom  $U_R$  podešava se razina ograničavanja izlaznog napona. Za ulazni napon  $u_{ul} < U_R$  dioda je propusno polarizirana i kratko spaja ulaz s izlazom, te je  $u_{IZ} = u_{ul}$ . Naponi  $u_{ul} > U_R$  zaporno polariziraju diodu i odspajaju ulaz od izlaza. Izlazni napon određen je naponom istosmjernog izvora  $u_{IZ} = U_R$ . Ograničavač sa slike 4.28 ograničava izlazni napon iznad razine  $U_R$ .



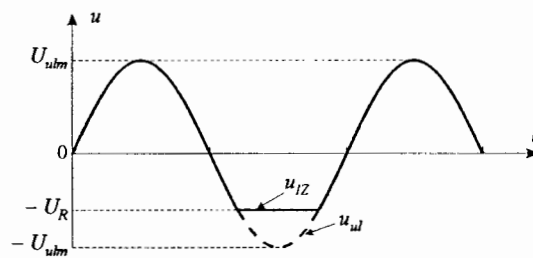
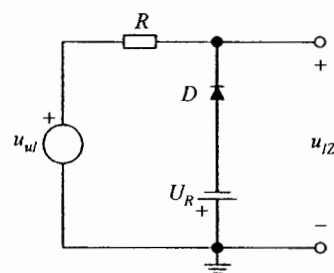
a)



b)

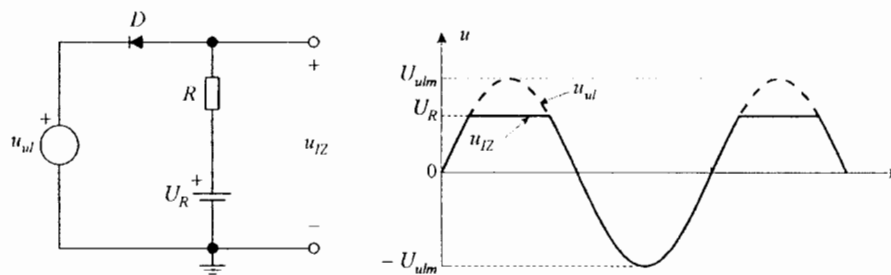


c)



d)

Slika 4.27 – Paralelni diodni ograničavači.



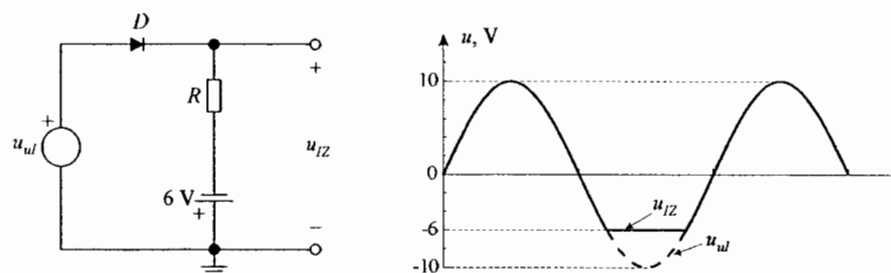
Slika 4.28 – Serijski diodni ograničavači.

#### Primjer 4.7

Nacrtati spoj serijskog diodnog ograničavača koji će ulazni napon  $u_{ul} = 10 \sin \omega t$  V ograničiti ispod razine od  $-6$  V.

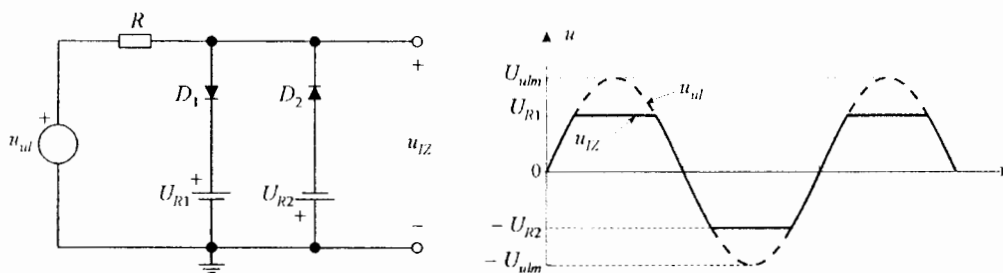
Rješenje:

Osnovna shema sklopa odgovara slici 4.28. Budući da se izlazni napon ograničava na negativnoj razini, pozitivni pol naponskog istosmjernog izvora spaja se na masu, a negativni na otpornik  $R$  prema izlaznom priključku. Dioda treba kratko spojiti ulaz s izlazom za ulazne napone  $u_{ul} > -6$  V, što će se ostvariti ako je dioda propusno polarizirana, odnosno ako joj je anoda spojena na ulazni priključak. Za  $u_{ul} < -6$  V dioda će biti zaporno polarizirana i izlazni će napon biti ograničen na  $u_{Iz} = -6$  V. Slika 4.29 prikazuje traženi sklop, te valne oblike ulaznog i izlaznog napona.



Slika 4.29 – Primjer serijskog diodnog ograničavača za ograničavanje napona negativnijih od  $-6$  V.

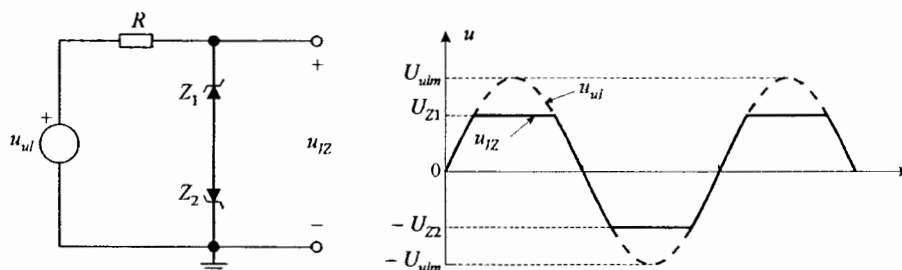
Dosad opisani sklopovi jednostrani su ograničavači koji ograničavaju napon na jednoj razini. Za ograničavanje na dvije razine napona koriste se dvostrani ograničavači. Primjer paralelnog dvostranog ograničavača, prikazan na slici 4.30, predstavlja kombinaciju jednostranih ograničavača sa slike 4.27a i 4.27d. Dioda  $D_1$ , spojena s anodom na izlazni priključak, vodi uz  $u_{ul} > U_{R1}$  i ograničava izlazni napon iznad razine  $U_{R1}$ , a dioda  $D_2$  spojena s katodom na izlazni priključak vodi uz  $u_{ul} < -U_{R2}$  i ograničava izlazni napon ispod razine  $-U_{R2}$ . Za ulazne napone  $-U_{R2} < u_{ul} < U_{R1}$  ne vodi niti jedna dioda i izlazni je napon jednak ulaznom.



Slika 4.30 – Dvostrani paralelni diodni ograničavač.

Razine  $U_{R1}$  i  $U_{R2}$  mogu biti različitog, ali i istog predznaka. Za ispravan rad ograničavača bitno je međutim odabrati iznose i predznake  $U_{R1}$  i  $U_{R2}$  tako da nikada ne vode obje diode. To se osigurava ako je razina na kojoj se uključuje dioda  $D_1$  pozitivnija od razine na kojoj se uključuje dioda  $D_2$ .

Dvostrani ograničavač može se ostvariti jednostavnije primjenom dviju Zenerovih dioda prema slici 4.31. Probodni naponi Zenerovih dioda  $Z_1$  i  $Z_2$  su  $U_{Z1}$  i  $U_{Z2}$ . Za ulazni napon  $u_{ul} > U_{Z1}$  dioda  $Z_1$  je u probiju, a dioda  $Z_2$  je propusno polarizirana. Ako je napon koljena  $U_\gamma$  propusno polarizirane diode znatno manji od probodnog napona  $U_{Z1}$ , maksimalni izlazni napon ograničen je na razinu  $u_{Iz} = U_{Z1}$ . Na sličan je način uz ulazni napon  $u_{ul} < -U_{Z2}$  dioda  $Z_1$  propusno polarizirana, a dioda  $Z_2$  u probiju i minimalni izlazni napon ograničen je na razinu  $u_{Iz} = -U_{Z2}$ . Za ulazne napone  $-U_{Z2} < u_{ul} < U_{Z1}$  jedna od dioda polarizirana je propusno, a druga je polarizirana zaporno, ali nije u probiju. Grana s diodama je odspojena i izlazni napon jednak je ulaznom,  $u_{Iz} = u_{ul}$ .



Slika 4.31 – Dvostrani ograničavač sa Zenerovim diodama.

U svim primjerima ograničavača korištena je pojednostavljena analiza, temeljena na primjeni modela idealne diode. Ukoliko naponi koji ograničavaju razinu izlaznog napona nisu po iznosu znatno veći od napona koljena propusno polarizirane diode  $U_\gamma$ , za pad napona propusno polarizirane diode može se koristiti  $u_D = U_\gamma = 0,7 \text{ V}$ . Da bi vrijedili prikazani valni oblici izlaznih napona ograničavača otpor otpornika  $R$  treba odabrati znatno većim od otpora propusno polarizirane diode, odnosno znatno manjim od otpora trošila  $R_T$  koji se priključuje na izlazne priključke.

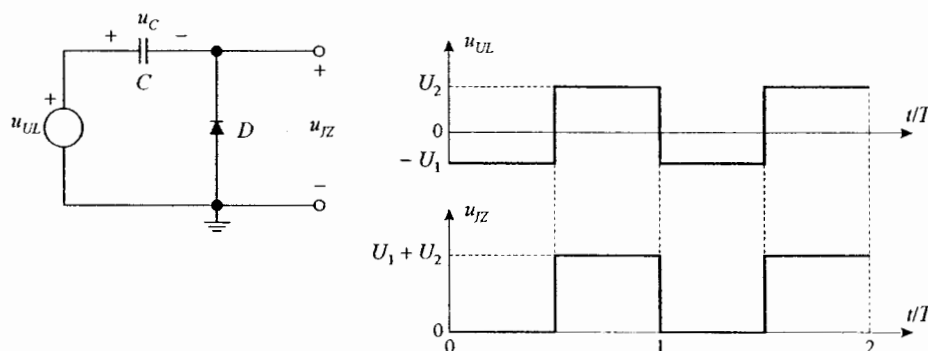


#### 4.6. Restauratori

U prijenosu električkih signala često se zbog prolaska kroz serijski spojene kapacitete gubi istosmjerna komponenta napona. Istosmjernu komponentu obnavljaju ili restauriraju sklopovi koji se nazivaju restauratori. Temelje se na primjeni nelinearne karakteristike diode.

Primjer restauratora prikazan je na slici 4.32. Na ulaz sklopa priključen je pravokutni napon  $u_{UL}$  čija je niska razina napon  $-U_1$ , a visoka napon  $U_2$ . Rad sklopa temelji se na naponu nabijenog kondenzatora

$$u_C = u_{UL} - u_{IZ} \quad (4.52)$$



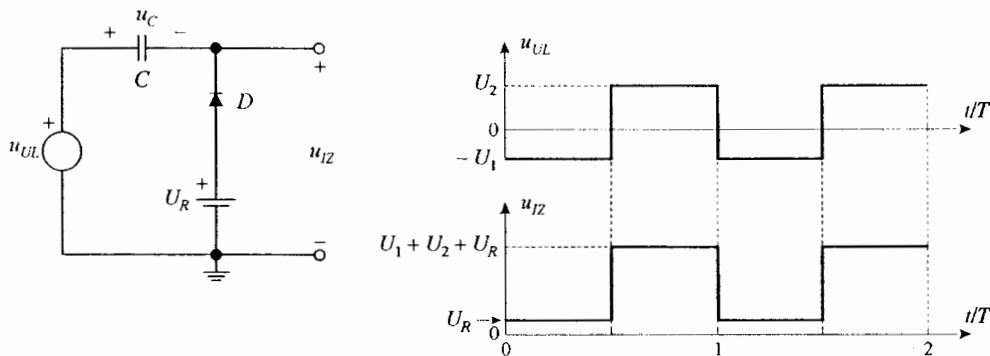
Slika 4.32 – Restaurator za obnavljanje pozitivne istosmjerne komponente.

Pretpostavlja se da je u trenutku  $t = 0$  kondenzator prazan. U prvoj polovici periode  $T$  napon  $u_{UL} = -U_1$  propusno polarizira diodu  $D$ . Ako se pretpostavi karakteristika idealne diode napon  $u_{IZ} = 0$  i kondenzator se nabija na napon  $u_C = -U_1$ . Pozitivna skokovita promjena ulaznog napona u trenutku  $t = T/2$  na iznos  $u_{UL} = U_2$  zaporno polarizira diodu. Kondenzator se ne može izbiti i izlazni napon je  $u_{IZ} = u_{UL} - u_C = U_1 + U_2$ . U trenutku  $t = T$  ulazni napon skokovito se smanjuje za iznos  $U_1 + U_2$  i poprima ponovo vrijednost  $u_{UL} = -U_1$ . Budući da se napon na kondenzatoru ne može trenutačno promijeniti, negativni skok napona od  $U_1 + U_2$  prenosi se na izlazni priključak čime je izlazni napon  $u_{IZ} = 0$ . Dioda je i dalje zaporno polarizirana i kondenzator zadržava napon  $u_C = -U_1$ , a izlazni napon ostaje jednak  $u_{IZ} = 0$ . Za svaku daljnju promjenu ulaznog napona dioda ostaje zaporno polarizirana i napon kondenzatora se ne mijenja. Iz jednadžbe za izlazni napon  $u_{IZ} = u_{UL} - u_C = u_{UL} + U_1$  proizlazi da napon na kondenzatoru podiže vrijednost izlaznog napona za  $U_1$  u odnosu na ulazni napon.

Sklop sa slike 4.31 uspostavlja pozitivnu istosmjernu komponentu bez obzira na valni oblik ulaznog napona. Za ispravan rad sklopa bitno je međutim da je minimalna vrijednost ulaznog napona negativna, jer se jedino u tom slučaju kondenzator može nabiti. Uspostavljena istosmjerna komponenta jednaka je srednjoj vrijednosti razlike maksimalnog i minimalnog ulaznog napona  $((U_1 + U_2)/2$  u primjeru sa slike 4.32), a minimalna vrijednost izlaznog napona je nula.

Razina obnovljenog istosmjernog napona može se dodatno podesiti spajanjem istosmjernog naponskog izvora u seriju s diodom. Primjer restauratora s dodatnim naponskim

izvorom prikazan je na slici 4.33. Sklop radi na sličan način kao i restaurator sa slike 4.32. Kada u početku kondenzator još nije nabijen, ulazni napon  $u_{UL} = -U_1$  propusno polarizira diodu. Uz idealnu diodu kondenzator se nabija na napon  $u_C = -U_1 - U_R$ , a izlazni napon poprima vrijednost  $u_{IZ} = U_R$ . Pozitivni skok ulaznog napona na vrijednost  $u_{UL} = U_2$  zaporno polarizira diodu, napon na kondenzatoru se ne mijenja i izlazni napon je  $u_{IZ} = U_1 + U_2 + U_R$ . Nakon početnog nabijanja kondenzatora dioda ostaje nepropusno polarizirana, a izlazni napon u odnosu na ulazni dobiva istosmjernu komponentu  $-u_C = U_1 + U_R$ . Naponski izvor dodatno pomiče izlazni napon za iznos napona izvora  $U_R$ .

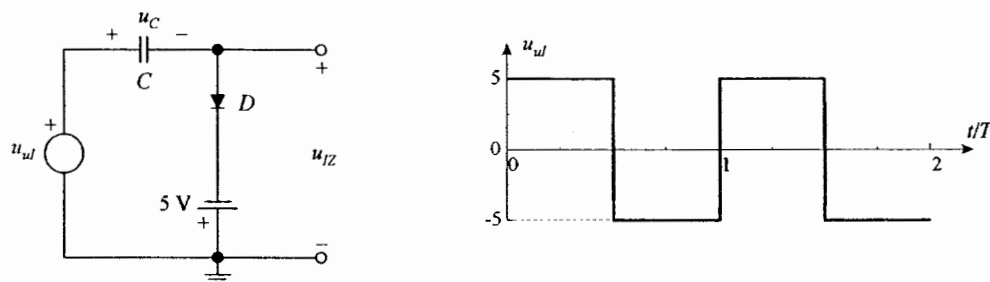


Slika 4.33 – Restaurator s dodatnim istosmjernim naponskim izvorom.

Dioda spojena katodom na izlazni priključak nabija kondenzator na napon čiji polaritet uspostavlja u izlaznom naponu pozitivnu istosmjernu komponentu. Negativna komponenta izlaznog napona uspostavlja se u restauratoru u kojem se na izlazni priključak spaja anoda diode.

#### Primjer 4.8

Za restaurator s priključenim ulaznim naponom  $u_{ul}$  prema slici 4.34 odrediti valni oblik izlaznog napona  $u_{IZ}$ .

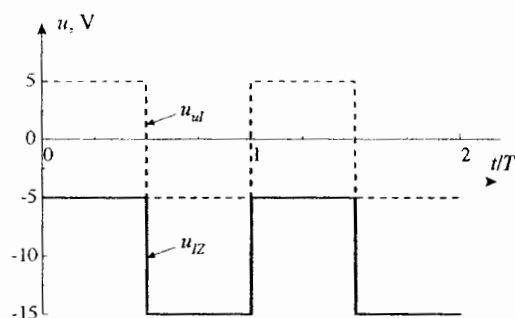


Slika 4.34 – Primjer restauratora za obnavljanje negativne istosmjerne komponente.

Rješenje:

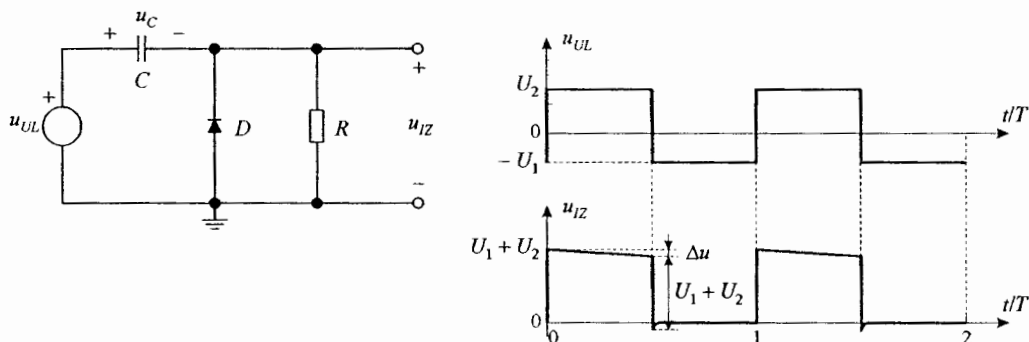
U trenutku  $t = 0$ , pozitivni ulazni napon od 5 V propusno polarizira diodu i kondenzator se nabija na napon  $u_C = u_{ul} + U_R = 5 + 5 = 10$  V, gdje je  $U_R$  napon istosmjernog naponskog izvora. Izlazni napon je  $u_{IZ} = u_{ul} - u_C = 5 - 10 = -5$  V. Skokom ulaznog napona na vrijednost  $-5$  V, u trenutku  $t = T/2$ , dioda se zaporno polarizira i napon na kondenzatoru ostaje stalan. Izlazni napon mijenja se na vrijednost  $u_{IZ} = u_{ul} - u_C = -5 - 10 = -15$  V. Daljnjim promjenama ulaznog napona dioda ostaje zaporno polarizirana, a kondenzator zadržava početni napon od 10 V.

Na slici 4.35 prikazani su valni oblici ulaznog i izlaznog napona restauratora sa slike 4.34. Restaurator obnavlja negativnu istosmjernu komponentu na  $-10$  V.



Slika 4.34 – Primjer restauratora za obnavljanje negativne istosmjerne komponente.

Za sve se dosad analizirane restauratore pretpostavljalo da su neopterećeni. Na slici 4.36 prikazan je restaurator sa slike 4.32 opterećen otporom  $R$ . Priključak opterećenja mijenja valni oblik izlaznog napona.



Slika 4.36 – Restaurator sa slike 4.32 opterećen otporom  $R$ .

Za vrijeme pozitivnog ulaznog napona  $u_{UL} = U_2$  dioda je zaporno polarizirana i kondenzator  $C$  izbiju se preko otpora  $R$ . Izlazni napon eksponencijalno se smanjuje, pri čemu je brzina pada određena vremenskom konstantom  $\tau = RC$ . Nakon polovice periode pravokutnog napona izlazni se napon smanji za

$$\Delta u = (U_1 + U_2) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T}{2\tau}\right) \right]. \quad (4.53)$$

Slijedi negativni skok ulaznog napona, iznosa  $U_1 + U_2$ , koji se prenosi na izlaz. Izlazni napon postaje negativan, dioda se propusno polarizira, te ponovo nabija kondenzator na napon  $u_C = -U_1$ . Vremenska konstanta nabijanja  $\tau_1 = r_d C$  određena je otporom propusno polarizirane diode  $r_d$ . Budući da je otpor  $r_d$  mali nabijanje je brzo.

Izlazni napon opterećenog restauratora razlikuje se od izlaznog napona neopterećenog restauratora. Što je veći otpor opterećenja  $R$ , odnosno što je veća vremenska konstanta  $\tau$  u odnosu na  $T/2$  izbijanje kondenzatora biti će manje i razlike izlaznih napona opterećenog i neopterećenog restauratora biti će manje.