ELEKTROMAGNETSKI VALOVI

SAŽETAK MAXWELLA dosad:

I. MAXWELLOVA : $\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

II. MAXWELLOVA : $\vec{\nabla}\vec{B} = 0$ → posljedica nemogućnosti izolacije mag. monopola

III. MAXWELLOVA : $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ → rotacija el. polja (u elektrostatici je bila 0)

→ došli smo do $\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{j}}_{\text{početak IV. MAX}}$ → gustoća struje $I = \int\vec{j}\,d\vec{s}$

Stokesov TM o rotaciji

IV. MAXWELLOVA J. je posljedica Amperovog zakona $\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$

$\oint\vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I_{obuhvaćen}$ [Amperov]

$\oint E d\vec{S} = \frac{Q_{unutra}}{\varepsilon_0}$ [Gaussov]

$Q = \int\rho\, dV$

$\oint\vec{E}d\vec{S} = \int\vec{\nabla}\vec{E}\,dV$ [Gauss TM]

$\oint\vec{B}d\vec{l} = \int\vec{\nabla}\times\vec{B}\,d\vec{S}$ [Amper & Stokes]

• kada bismo uvrstili desno u lijevo, dobili bismo Maxwellove jed. u integralnom obliku

↳ češće se koriste

→ $\int\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 I_{obuhvaćen} = \mu_0\int j\,d\vec{S}$

→ $\int\vec{\nabla}\vec{E}\,dV = \frac{Q_{unutra}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\,dV$

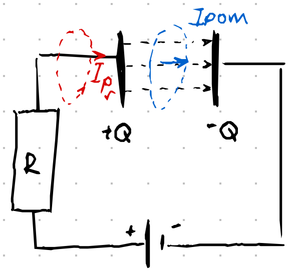
IV. MAXWELOVA JEDNADŽBA:

- početak već imamo: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \boxed{?}$

Jednadžba kontinuiteta

→ imamo neku količinu naboja Q koji se mijenja u vremenu (neka količina izlazi iz tog nekog promatranog volumena)

⊂ vremenski promjenjiva struja kroz plohu



nabijanje kondenzatora

*nabijanje i izbijanje kondenzatora

⊂ provodna struja koja dolazi do ploča kondenzatora, nastavlja teći između ploča kao struja pomaka

Prema zakonu očuvanja naboja:

$$I_{provodna} = \frac{dQ}{dt} \cdot I_{pomaka}$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} + \underbrace{I_{pom}}_{\text{izlazi van}} = 0 \longrightarrow \frac{dQ}{dt} = -I$$

$dQ = \rho\, dV$, $dI = \vec{j}\, d\vec{S}$ → $Q = \int \rho\, dV$, $I = \oint \vec{j}\, d\vec{S}$

uvrstimo

$$\longrightarrow \frac{d}{dt} \int \rho\, dV = -\oint \vec{j}\, d\vec{S}$$

Gaussov TM povezuje dV i dS

$$\oint \vec{j}\, d\vec{S} = \int \vec{\nabla} \vec{j}\, dV$$

$$\longrightarrow \frac{d}{dt} \int \rho\, dV = -\int \vec{\nabla} \vec{j}\, dV$$

$$\frac{d}{dt} \int \rho\, dV + \int \vec{\nabla} \vec{j}\, dV = 0$$

$$\int \left(\frac{d}{dt} \rho + \vec{\nabla} \vec{j} \right) dV = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \vec{j} = 0}$$

jednadžba kontinuiteta

- djelujemo divergencijom na

$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j} \longrightarrow \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{B})=\mu_0\vec{\nabla}\vec{j}=0$ $\quad$ * matem. $(\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0)$

↳ u kontradikciji s jednadžbom kontinuiteta jer ispada da je $\mu_0\vec{\nabla}\vec{j}\to\infty$ što je u kontradikciji jer smo trebali dobiti $-\frac{d\rho}{dt}$

Amper-Maxwellov zakon

→ MAXWELL je dodao član ⟹ pomačnu struju (Maxwellov član)

* trebamo dobiti: $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{B})=\mu_0\vec{\nabla}\vec{j}+\underline{\frac{\partial\rho}{\partial t}\mu_0}$ — ovo nešto nam fali

• Maxwell - uzeo Gaussovu jed.: $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$$\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\quad\Big/\frac{d}{dt}$$

$$\vec{\nabla}\frac{d\vec{E}}{dt}=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d\rho}{dt}\quad\Big/\cdot\varepsilon_0\mu_0 \Rightarrow \underbrace{\varepsilon_0\mu_0\vec{\nabla}\frac{d\vec{E}}{dt}=\mu_0\frac{d\rho}{dt}}_{\text{taj novi član dodamo}}$$

*malo kao namještamo

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{B})=\mu_0\vec{\nabla}\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\vec{\nabla}\frac{d\vec{E}}{dt}=0$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{B})-\mu_0\vec{\nabla}\vec{j}-\varepsilon_0\mu_0\vec{\nabla}\frac{d\vec{E}}{dt}=0$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}-\mu_0\vec{j}-\varepsilon_0\mu_0\frac{d\vec{E}}{dt}\right)=0$$ — budući da matematički vrijedi $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}-\mu_0\vec{j}-\varepsilon_0\mu_0\frac{d\vec{E}}{dt}=0 \longrightarrow \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{d\vec{E}}{dt}}$$

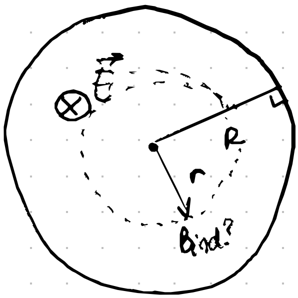
IV. MAXWELLOVA JEDNADŽBA

↳ u skladu s jednadžbom kontinuiteta i matematičkim pravilom $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$

ZAD. 8 uppt.

$E\left[\frac{V}{m}\right]$

$E(t)=E_0 t^2$ $\quad B_{ind}=?$



$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathcal{E}=\oint E\,d\vec{l}=\frac{-d\phi}{dt}=\frac{-d}{dt}\oint\vec{B}\,d\vec{s}$$

$$\oint E\,d\vec{l}=\frac{-d}{dt}\oint\vec{B}\,d\vec{s}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\oint\vec{B}\,d\vec{l}=0+\mu_0\varepsilon_0\int\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\,d\vec{s}$$

$$\oint\vec{B}\,d\vec{l}=\mu_0\varepsilon_0\int\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\,d\vec{s}$$

$\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\longrightarrow\oint E\,d\vec{s}=\int\frac{\rho}{\varepsilon_0}\,dV$ Gaussov zakon

MAXWELLOVE JEDNADŽBE u integralnom obliku

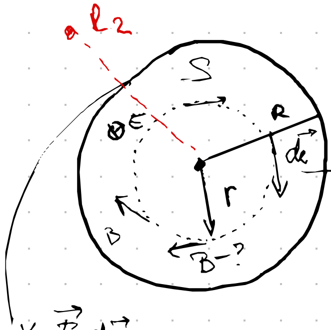
└ imaju svoja imena

$\vec{\nabla}\vec{B}=0\longrightarrow\oint\vec{B}\,d\vec{s}=0$

$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\frac{-d\vec{B}}{dt}\longrightarrow\oint\vec{E}\,d\vec{l}=\frac{-\partial}{\partial t}\int\vec{B}\,d\vec{s}$ Faradayev zakon indukcije

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}\longrightarrow\underbrace{\underbrace{\oint\vec{B}\,d\vec{l}=\mu_0\int\vec{j}\,d\vec{s}}_{\text{Amperov zakon}}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int\vec{E}\,d\vec{s}}_{\text{Maxwell-Amperov zakon}}$$

Ponovno onaj zad



$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \cancel{\underbrace{\mu_0 I}_{\substack{\shortparallel \\ 0}}} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} d\vec{s}$$

0 nema struje

↳ mora imat isti smjer kao i I

($\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \rightarrow$ additivni su znači istog su smjera)

$\measuredangle \vec{B} d\vec{l} = 0$

↓ nestali vektori

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} d\vec{s}$$

$\measuredangle \vec{E} d\vec{s} = 0$

opet nestaju vektori

$$\oint B dl = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int E dS$$

zatvorena krivulja je kružnica — $\oint B dl = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{dE}{dt} \int dS$ — površina je krug $r^2\pi$

↳ $dl = r d\varphi$, ali B ne ovisi o φ pa ga možemo izvući iz intg.

$$B \int_0^{2\pi} r d\varphi = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{dE}{dt} \cdot r^2 \pi$$

$E = E_0 \cdot t^2$

↳ $E = 2t E_0$

$$B[r] \cdot \cancel{2}r\cancel{\pi} = \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \cancel{2} t E_0 \cdot r^{\cancel{2}} \cancel{\pi}$$

$$\boxed{B = \varepsilon_0 \mu_0 t \cdot r \cdot E_0}$$

→ da smo stavili točku R_2 van kružnice, uvrstili bismo R samo sa strane mag polja, ali kod struje ne jer tamo di nema struje nema ni E polja?

↳ pomaćna struja $\varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} d\vec{s}$

* da je E(t) bilo zadano : $E(t) = E_0 \cdot t \cdot r$, morali bismo integrirati po površini $ds = r dr d\varphi$

↳ $\int \vec{E} d\vec{s} = \int E dS = E \underbrace{\int_0^r r dr \int_0^{2\pi} d\varphi}_{r^2\pi}$

$$\int_0^r E_0 \cdot r \cdot t^2 \, r dr \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{E_0 r^3}{3} \cdot 2\pi t^2$$

$$B \cdot \cancel{2\pi r} = E_0 \frac{r^{\cancel{3}2}}{3} \cancel{2\pi} t^2$$

$$\boxed{B = \frac{E_0 r^2}{3} t^2}$$