



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za osnove elektrotehnike i električka mjerenja



## **7. TEMA**

# **MJERENJE NAPONA I STRUJA**

**Predmet "Mjerenja u elektrotehnici"**  
**Prof.dr.sc. Damir Ilić**  
**Zagreb, 2020.**

# Teme cjeline

---

- ❑ **Općenito o mjernim metodama**
- ❑ **Mjerenje istosmjernih napona**
- ❑ **Mjerenje istosmjernih struja**
- ❑ **Mjerenje izmjeničnih napona**
- ❑ **Mjerenje izmjeničnih struja**

# Općenito o mjernim metodama

---

- **Pod elektrotehničkim mjerenjima smatramo metode koje se odnose na mjerenja:**
  - električnih veličina ( $U, I, R, P, W, f, Z, C, \dots$ )
  - magnetnih veličina ( $B, H, \mu, \Phi, \dots$ )
  - neelektričnih veličina (pomak, zakret, sila, temperatura, brzina, ubrzanje, ...)
  
- **Možemo reći da postoje:**
  - različite metode za mjerenje navedenih raznorodnih veličina
  - različite metode za mjerenje istih veličina (npr. za mjerenje istosmjernog napona od 1 nV do 10 kV)
  - različiti mjerni uređaji, mjerni sustavi i postupci određeni traženom točnošću

# Općenito o mjernim metodama

---

- **Kod izbora koju ćemo mjernu metodu primijeniti, odluku određuju:**
  - mjerena veličina (njezina vrijednost)
  - frekvencija (ako se radi o izmjeničnim veličinama)
  - zahtijevana razina mjerne nesigurnosti
  - utjecajne veličine
  - mjerni uređaji (instrumenti)
- **Većina mjerenja, i električkih i neelektričkih veličina, zapravo se svodi na mjerenje napona, struje (ili otpora, pa time posredno napona) i frekvencije**
  - mjerenje napona ima posebnu važnosti
  - redovito je nesigurnost mjerenja frekvencije zanemarivo malena u odnosu na nesigurnosti drugih veličina

*Napomena: kad se navode mjerne nesigurnosti, vrijednosti veličina, mjerni opsezi i sl. podrazumijavaju se uobičajene ili tipične vrijednosti, što ne znači da ni u kojem slučaju ne postoje i drugačije od navedenih*

# Mjerenje istosmjernog napona

---

- ❑ Izravno mjerenje voltmetrom: od 1 mV do 1000 V
- ❑ Izravno mjerenje voltmetrom s mjernim pojačalom za male napone: od 1 nV do 1 V
- ❑ Kompenzatorom: od 1  $\mu$ V do 1000 V
- ❑ Visokonaponskim (VN) djelilom i voltmetrom (ili kompenzatorom): od 100 V do 10 kV
- ❑ Izravno mjerenje elektrostatičkim voltmetrom: od 10 V do 100 kV
- ❑ Kuglastim iskrištem: od 1 kV do 1000 kV

# Mjerenje istosmjernog napona

## □ Izravno mjerenje voltmetrom

### ■ to može biti analogni voltmetar

- za svaki analogni instrument poznat je karakteristični otpor voltmetra,  $R_K$ , koji se iskazuje u  $\Omega/V$ , a tipični raspon vrijednosti je od  $1 \text{ k}\Omega/V$  do  $10 \text{ k}\Omega/V$
- unutrašnji otpor voltmetra  $R_V$  određuje se umnoškom karakterističnog otpora voltmetra  $R_K$  i mjernog opsega na kojemu voltmetar mjeri  $U_{mo}$  (uočite da se radi o mjernom opsegu, a ne o naponu koji voltmetar mjeri!)
- $R_V = R_K \cdot U_{mo}$  – npr. neka je voltmetar postavljen na mjerni opseg  $U_{mo}=10 \text{ V}$ , a karakteristični otpor voltmetra  $R_K=1 \text{ k}\Omega/V$ ; tada mu je unutrašnji otpor  $R_V = 10 \text{ k}\Omega$
- mjerna nesigurnost mjerenja određena je razredom točnosti instrumenta i redovito je lošija od 0,05 %

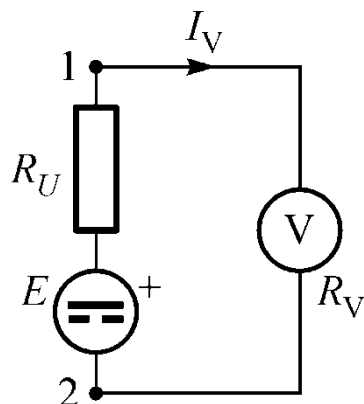
### ■ to može biti digitalni voltmetar

- unutrašnji (ulazni) otpor  $R_V$  na opsezima do 10 V može biti  $>1 \text{ G}\Omega$ , dok je na višim opsezima redovito  $10 \text{ M}\Omega$  (zašto?)
  - mjerna nesigurnost mjerenja može biti manja čak i od 0,001 %
  - svi podaci nalaze se u uputama (*Instruction manual* ili dokument sličnog naziva); na samom instrumentu nema nikakvih podataka ili oznaka
- mjerni opsezi od 1 mV do 1000 V (to ne znači da svaki voltmetar ima takav opseg mjerenja) – razlučivanje?

# Mjerenje istosmjernog napona

## ■ Problem konačnog unutrašnjeg otpora voltmetra

- priključkom voltmetra izvor se opterećuje strujom  $I_V$ , koja ovisi o elektromotornoj sili izvora  $E$ , o unutrašnjem otporu izvora  $R_U$  te o unutrašnjem otporu voltmetra  $R_V$



Poželjno:  $R_V \Rightarrow \infty$

- premda bismo u idealnom slučaju željeli izmjeriti elektromotornu silu izvora  $E$ , u ovom slučaju voltmetrom ćemo izmjeriti napon koji je manji od  $E$  zbog pada napona na  $R_U$ :

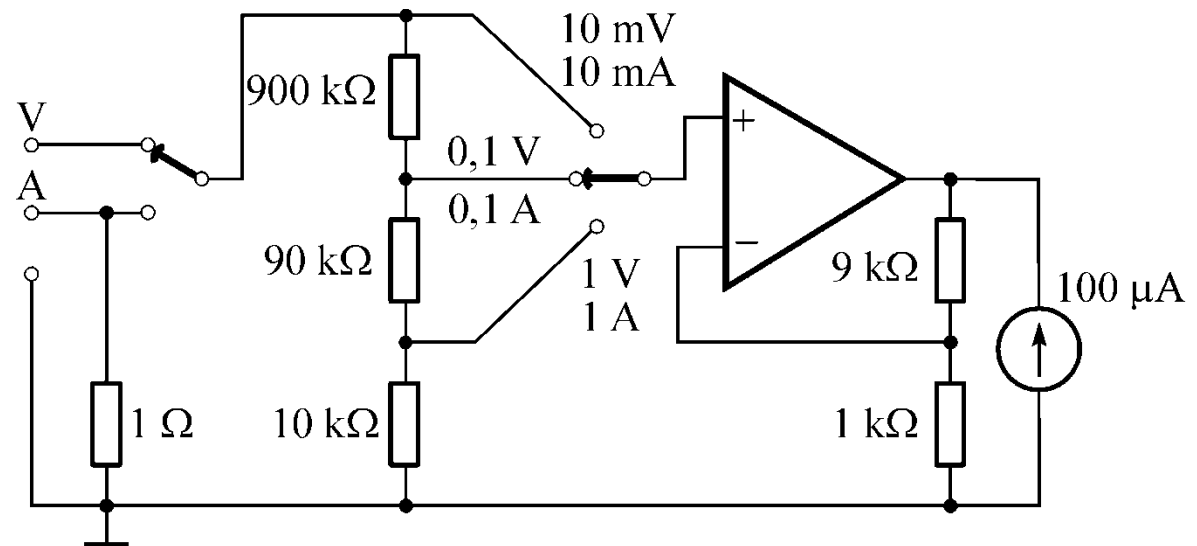
$$U_V = E \frac{R_V}{R_U + R_V}$$

- dakako, što je unutrašnji otpor izvora  $R_U$  manji i/ili što je  $R_V$  veći, to problem manje dolazi do izražaja

# Mjerenje istosmjernog napona

## ■ Izravno mjerenje voltmetrom s mjernim pojačalom za male napone

- tzv. elektronički voltmetri koriste mjerna pojačala za pojačavanje malih napona i upotrebljavaju se za mjerne opsege veće od  $100 \mu\text{V}$
- problemi nastaju zbog velikog pojačanja (do  $10^5$ ), a očituju se u temperaturnom i vremenskom klizanju izmjerene vrijednosti
- posljedica su osjetljivosti elektroničkih sklopova na promjene napona napajanja i/ili temperature, te promjene parametara s vremenom

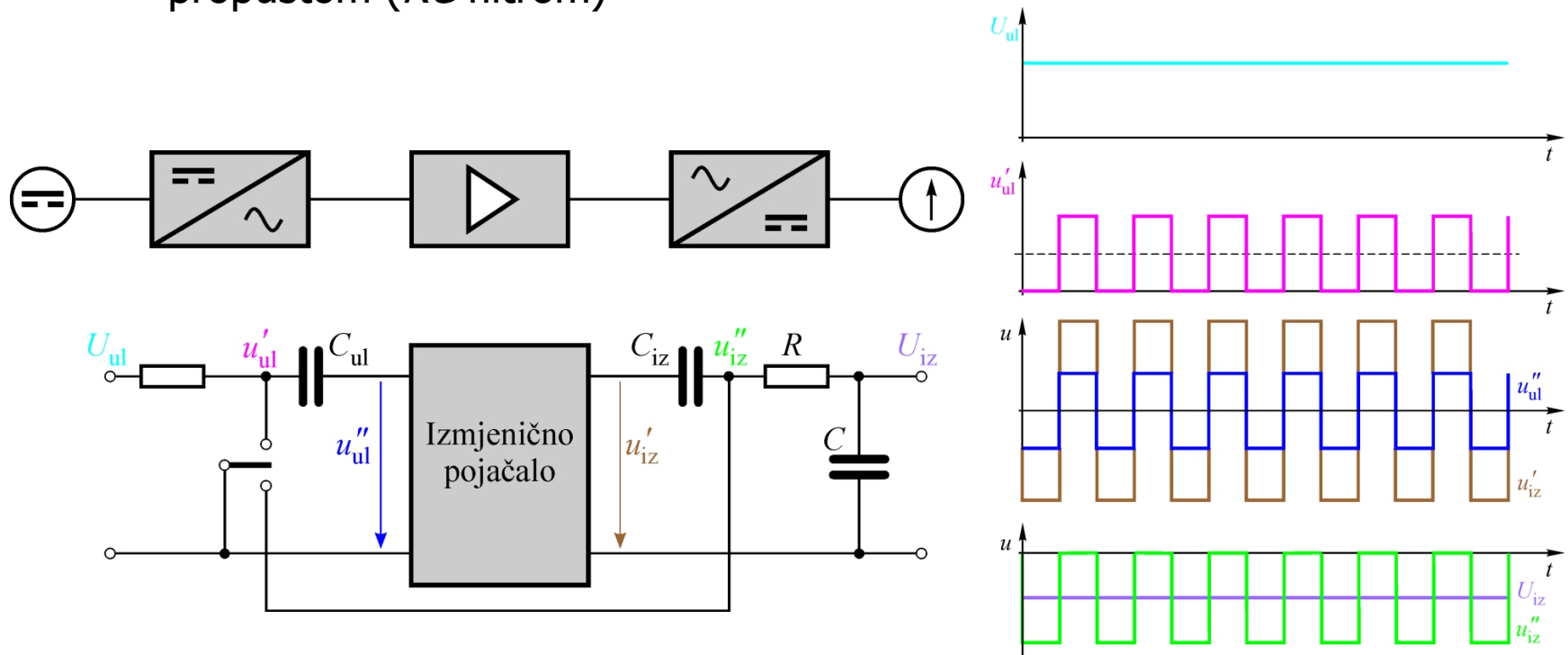




# Mjerenje istosmjernog napona

## ■ Izravno mjerenje voltmetrom s mjernim pojačalom za mjerne opsege $<100 \mu\text{V}$

- pojačala s (mehaničkim, poluvodičkim) prekidačima, tj. transpozicijom frekvencije (tzv. chopper) – rješenje problema klizanja (drifta) istosmjernih pojačala
- ulazni istosmjerni napon pretvara se u izmjenični pravokutni, jednake tjemene vrijednosti, a pojačani i ispravljeni napon filtrira se niskim propustom ( $RC$  filtrom)



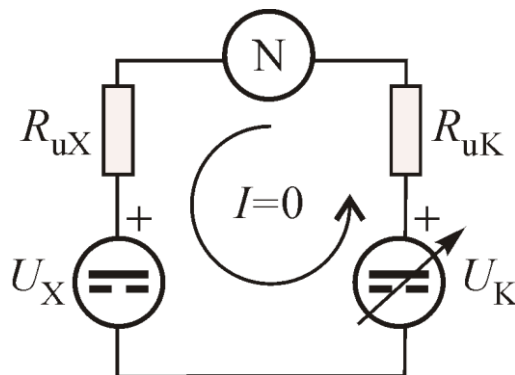
# Mjerenje istosmjernog napona

## □ Mjerenje kompenzacijskom metodom

- kompenzacijski napon  $U_K$  ugađa se tako dugo dok se ne postigne ništica na ništičnom pokazniku
- tada kroz krug ne prolazi struja i izvor je neopterećen pa se izravno mjeri EMS izvora, odnosno tada vrijedi da je:

$$U_X = U_K$$

- primjenjuje se kod mjerenja izvora malih napona (reda milivolta), i kad problem predstavlja pad napona na unutrašnjem otporu
- točnost mjerenja ovisi o točnosti ugođenog kompenzacijskog napona  $U_K$  te o osjetljivosti ništičnog detektora N (to može biti ili mjerilo malih struja ili mjerilo malih napona)

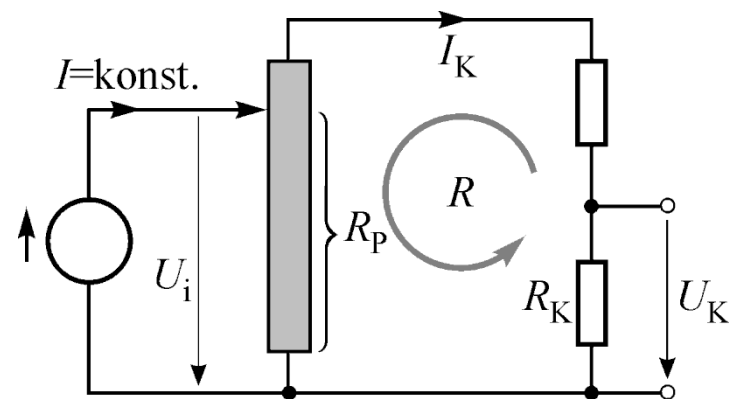


# Mjerenje istosmjernog napona

## ■ Primjer: kompenzator sa strujnim izvorom

- pri mjerenju vrlo malih napona potrebno je osigurati da se pri ugađanju ne mijenja struja u pomoćnom krugu te da kontakti preklopki ne budu u kompenzacijskom krugu
- u ovoj izvedbi koristi se strujni izvor konstantne struje  $I$ , potrebni kompenzacijski napon dobiva se ugađanjem otpora  $R_p$  (koji se izvodi dekadama), dok su tijekom ugađanja konstantni kompenzacijski otpor  $R_K$  i ukupni otpor u kompenzacijskom krugu  $R$
- prednost: prijelazni otpori kontakata otpora  $R_p$  i njegov termonapon nalaze se u krugu izvora, a ne mjerenog napona, pa ne kvare točnost mjerenja

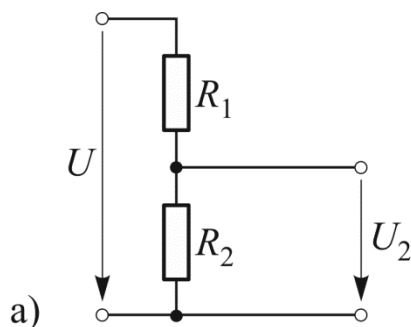
$$(I - I_K)R_p = I_K(R - R_p)$$
$$U_K = I_K R_K = I \frac{R_p R_K}{R}$$



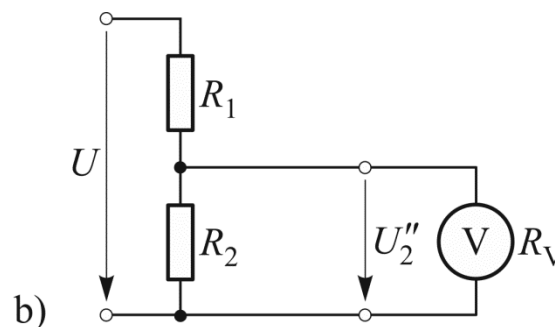
# Mjerenje istosmjernog napona

## ■ Mjerenje visokih napona otporničkim djelilom

- djelilo napona razmatrali smo već u temi 4
- primjenjivo je za srednje visoke napone (tipično do 10 kV)
- otpornici  $R_1$  i  $R_2$  izrađuju se od otporne žice malog temperaturnog koeficijenta ili visokoomskih slojnih otpornika
- problem predstavlja disipacija, koja opada s povećanjem ukupnog otpora ( $R_1 + R_2$ ) djelila, te izolacija i struje kroz izolaciju
- problem predstavlja i nepoznavanje unutrašnjeg otpora voltmetra  $R_V$ , jer se u tom slučaju korekcija ne može izračunati, ili pak zanemarivanje njegovo utjecaja, čime nastaje pogreška mjerenja napona  $U$



$$U = U_2 \frac{R_1 + R_2}{R_2};$$



$$U = U_2'' \frac{R_1 + \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V}}{\frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V}}$$

# Mjerenje istosmjerne struje

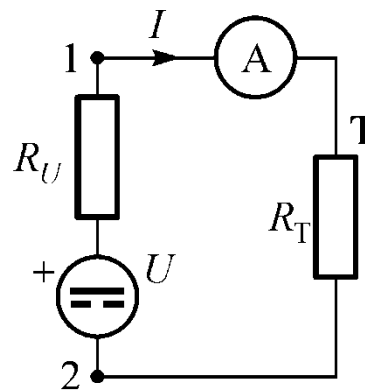
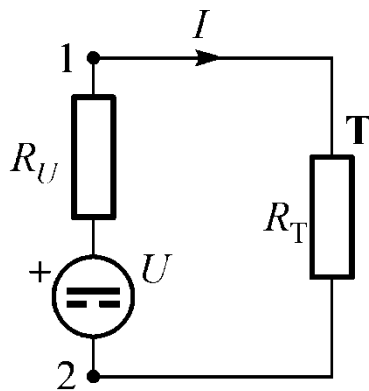
---

- **Izravno mjerenje ampermetrom (analognim ili digitalnim): od 1  $\mu$ A do 10 A**
- **Pretvorbom u napon:**
  - primjenom  $U$ - $R$  metode (mjerenjem pada napona na poznatom vanjskom shuntu): 1 mA do 100 A
  - pretvornikom s Hallovom sondom (strujnim jarmom i voltmetrom): od 1 A do 100 kA
  - elektrometrom (analognim ili digitalnim): od  $10^{-15}$  A do  $10^{-3}$  A
- **Pretvorbom u izmjeničnu struju strujnim transformatorom za istosmjernu struju: od 100 A do 100 kA**

# Mjerenje istosmjerne struje

## ■ Izravno mjerenje ampermetrom

- to može biti analogni ampermetar – za mjerenje struja od  $1\ \mu\text{A}$  do  $10\ \text{mA}$  (izravno), te od  $10\ \text{mA}$  do  $20\ \text{A}$  (univerzalni instrument s unutrašnjim shuntovima); nesigurnost mjerenja je lošija od  $0,5\ \%$
- to može biti digitalni ampermetar – mjerenje struja reda  $1\ \mu\text{A}$  do  $10\ \text{A}$ , a nesigurnost mjerenja manja čak i od  $0,01\ \%$
- zbog otpora ampermetra  $R_A$  postoji utjecaj na mjerenu struju u krugu, o čemu treba voditi računa
- problem je što  $R_A$  redovito nije točno poznat, odnosno takav se podatak redovito ne navodi u specifikacijama proizvođača instrumenta

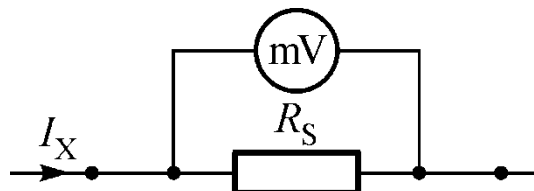


Poželjno:  $R_A \Rightarrow 0$

# Mjerenje istosmjerne struje

## □ Neizravno mjerenje shuntom

- mjeri se pad napona na poznatom otporniku za struje do npr. 40 A, uz napon na voltmetru od npr. 100 mV
- za što veću osjetljivost poželjan je što veći napon, a time i veći otpor shunta uz istu struju, no problem je njegova disipacija (odnosno zagrijavanje zbog prolaska mjerene struje)
- nesigurnost ovisi uglavnom o uporabljenom voltmetru i značajkama shunta (može biti manja čak od 0,005 %)
- četverožično spajanje shunta osigurava bitno smanjivanje utjecaja otpora kontakata i otpora spojnih vodiča:
  - (mili)voltmetar se spaja na naponske stezaljke, koje su izvedene tako da budu što bliže definiranom otporu shunta – zbog relativno velikog unutrašnjeg otpora voltmetra najčešće se može zanemariti otpor kontakata i otpor spojnih vodiča tog naponskog kruga
  - shunt spajamo u strujni krug preko strujnih (vanjskih) stezaljki i voltmetar ne mjeri pad napona na njima pa otpor kontakata i otpor spojnih vodiča u strujnom krugu ne utječu na točnost mjerenja

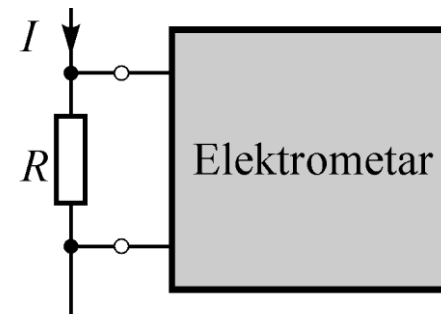


$$I_X = \frac{U_V}{R_S}$$

# Mjerenje istosmjerne struje

## □ Mjerenje vrlo malih struja

- mjerenje struja reda od  $10^{-15}$  A do  $10^{-3}$  A
- utjecaj izolacijskog otpora spojnih vodiča
- analogne i digitalne izvedbe
- elektrometar: mjerni uređaj koji ima vrlo velik ulazni otpor (**>100 TΩ**) i **ekstremno male ulazne struje pomaka (<500 aA)**
  - primjer: elektrometar kao voltmetar koji mjeri pad napona na poznatom otporu  $R$  (reda veličine 1 GΩ), a zbog vrlo velike ulazne impedancije minimalno utječe na prilike u krugu



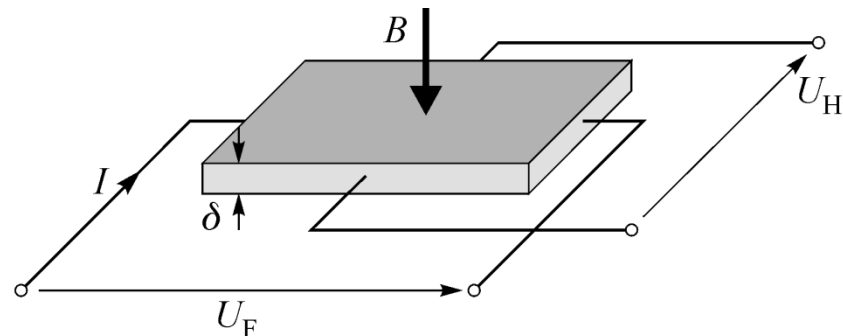


# Mjerenje istosmjerne struje

## ■ Mjerenje velikih struja Hallovom sondom

- Hallova sonda – tanka pločica poluvodičkog materijala (silicij, indij-antimon, indij-arsen) uzdužno protjecana upravljачkom strujom  $I_H$ , a na poprečnim krajevima javlja se Hallov napon  $U_H$ , proizveden silama magnetskog polja na naboje u gibanju
- smjer gibanja elektrona okomit je na smjer magnetskog polja indukcije  $B$ , na njih djeluje sila  $\vec{F}_m = -q(\vec{v} \times \vec{B})$  i na jednoj uzdužnoj stranici pojavljuje se njihov višak
- time se stvara Hallov napon  $U_H$  koji na širini pločice  $d$  stvara električno polje  $E_H = U_H/d$ , a ono djeluje na elektrone silom  $\vec{F}_e = -q\vec{E}_H$
- brzinu  $v$  određujemo pomoću gustoće struje  $J$  i broja elementarnih naboja u jedinici volumena  $n$ :  $v = J/(nq) = I/(nq\delta d)$
- u stacionarnom stanju te se dvije sile izjednače pa dobivamo konačnu relaciju:

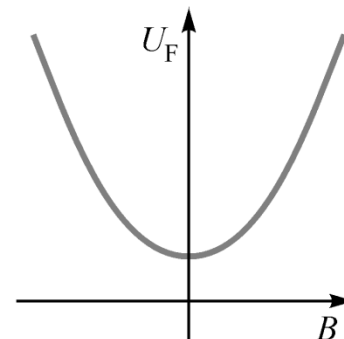
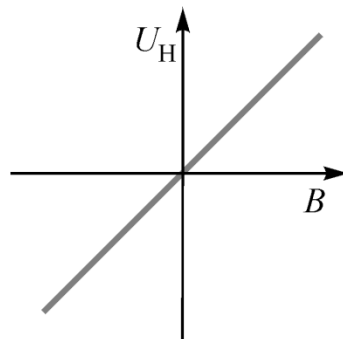
$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{BI}{\delta} = R_H \frac{BI}{\delta}$$



# Mjerenje istosmjerne struje

## □ Hallova sonda - nastavak

- $R_H$  je stalnica koja ovisi o materijalu
  - za metale je oko  $10^{-4} \text{ cm}^3/\text{As}$ , a za poluvodiče oko  $500 \text{ cm}^3/\text{As}$  (puno veća!)
- Hallov napon  $U_H$ 
  - napon koji se javlja na poprečnim krajevima, a njegov polaritet ovisi o smjeru struje kroz sondu i smjeru magnetskog polja – linearno ovisi o vrijednosti magnetne indukcije  $B$  i može biti i pozitivan i negativan
  - budući da Hallov napon  $U_H$  ovisi o umnošku struje i indukcije, koristi se i kao **množilo** – pritom je samo potrebno osigurati da struja ovisi o jednoj veličini koju želimo množiti, a indukcija o drugoj
- Napon  $U_F$ 
  - uzdužni napon, ovisi kvadratično o indukciji  $B$
  - važan je ako se Hallova sonda koristi kao magnetootpor

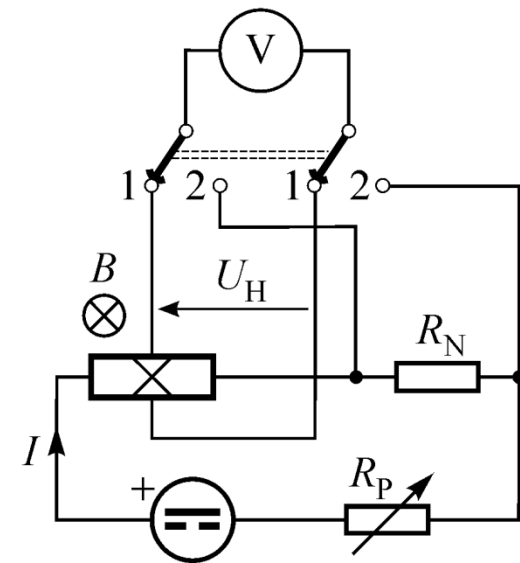
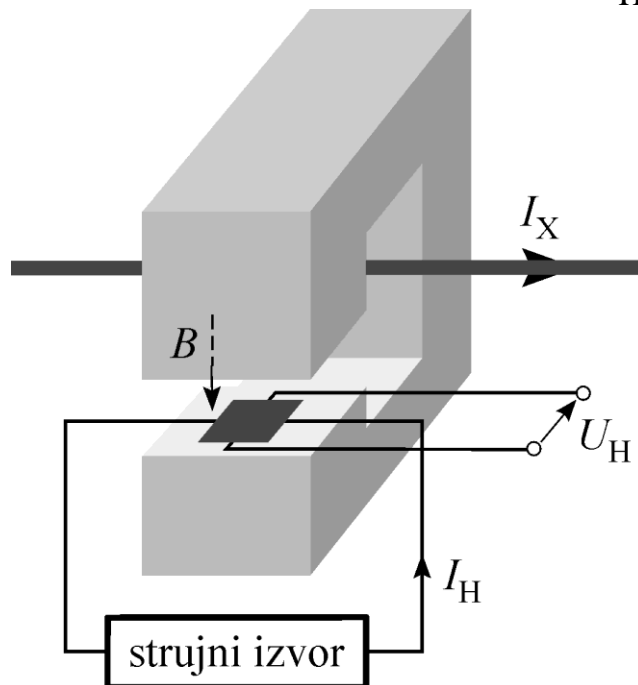


# Mjerenje istosmjerne struje

## ■ Mjerenje velikih struja Hallovom sondom

- u strujnom jarmu indukcija  $B$  razmjerna je mjerenoj struji  $I_X$
- mjerenje struja od 100 A do 100 kA, s nesigurnošću čak do 0,1 %
- primjenjivo i za izmjenične struje
- točnije mjerenje struje može se dobiti mjerenjem napona na poznatom otporu  $R_N$

$$U_H = R_H \frac{BI_H}{\delta} = kI_X$$



# Mjerenje izmjeničnog napona

---

## □ Mjerenje digitalnim voltmetrom

- To smo već obradili u temi br. 6 – odziv takvog instrumenta može biti:
  - na (elektrolitičku) srednju vrijednost, a pokazuje efektivnu vrijednost sinusnog valnog oblika (moguća pogreška!)
  - na efektivnu vrijednost izmjenične komponente, neovisno o valnom obliku (ponekad se označavaju kao TrueRMS mjerila, premda ne mjere “pravu” efektivnu vrijednost kod koje treba uračunati i doprinos istosmjerne komponente signala)
  - na “pravu” efektivnu vrijednost, uzevši u obzir i istosmjernu i izmjeničnu komponentu (uobičajena oznaka takve opcije je AC+DC), neovisno o valnom obliku

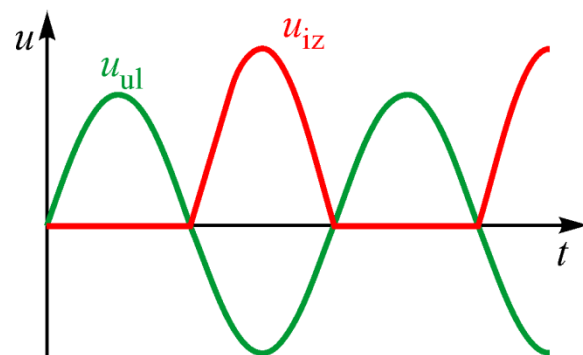
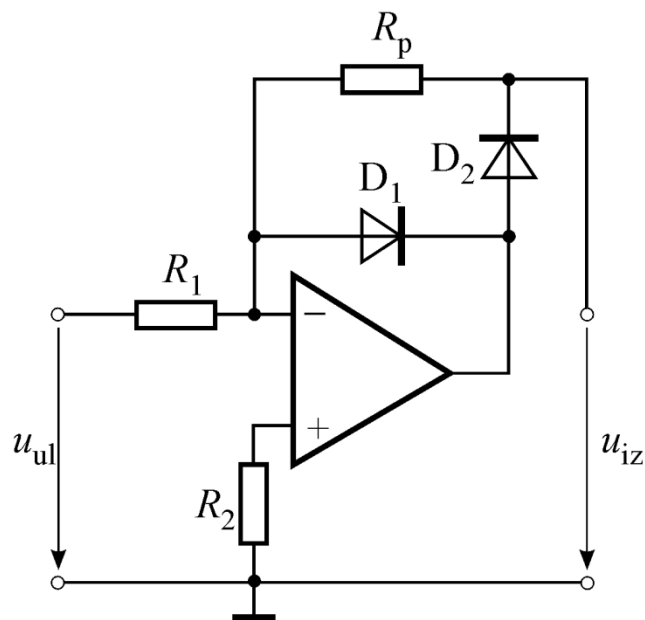
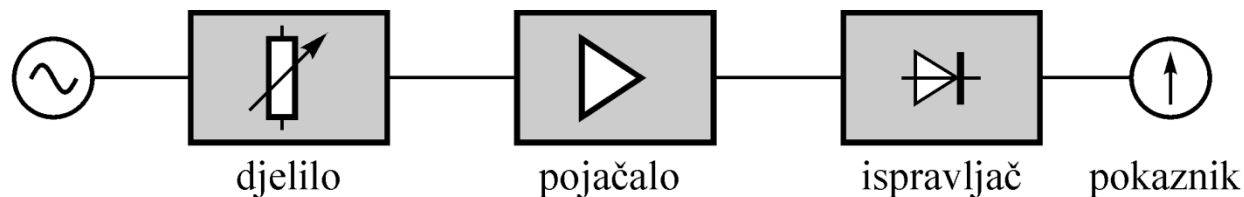
## □ Mjerenje analognim voltmetrom

- To smo već obradili u temi br. 5
- **Univerzalnim instrumentom** – odziv na (elektrolitičku) srednju vrijednost, a pokazuje efektivnu vrijednost sinusnog valnog oblika (moguća pogreška!)
- **Voltmetrom s pomičnim željezom** – mjeri pravu efektivnu vrijednost (i istosmjerna i izmjenična komponenta su uključene) neovisno o valnom obliku signala u frekvencijskom opsegu do nekoliko stotina herca

# Mjerenje izmjeničnog napona

## □ Mjerenje istosmjernim voltmetrom i ispravljačem

- tip pojačalo-ispravljač



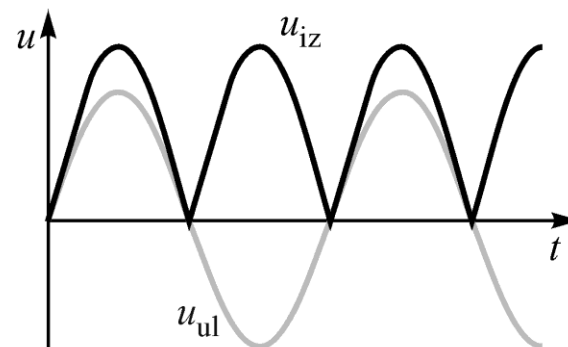
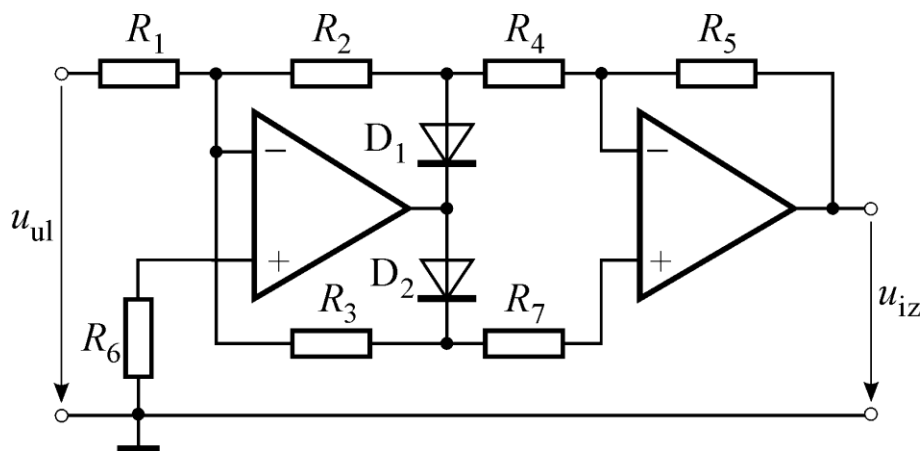
$$u_{iz} = -\frac{R_p}{R_1} u_{ul} \quad (\text{za } u_{ul} < 0)$$

# Mjerenje izmjeničnog napona

## □ Svojstva tipa pojačalo-ispravljač

- izbjegnuta nelinearnost ljestvice zbog karakteristike diode
- mogućnost mjerenja manjih izmjeničnih napona (reda mV)
- kod napona nesinusnog valnog oblika nastupa pogreška zbog  $\xi$

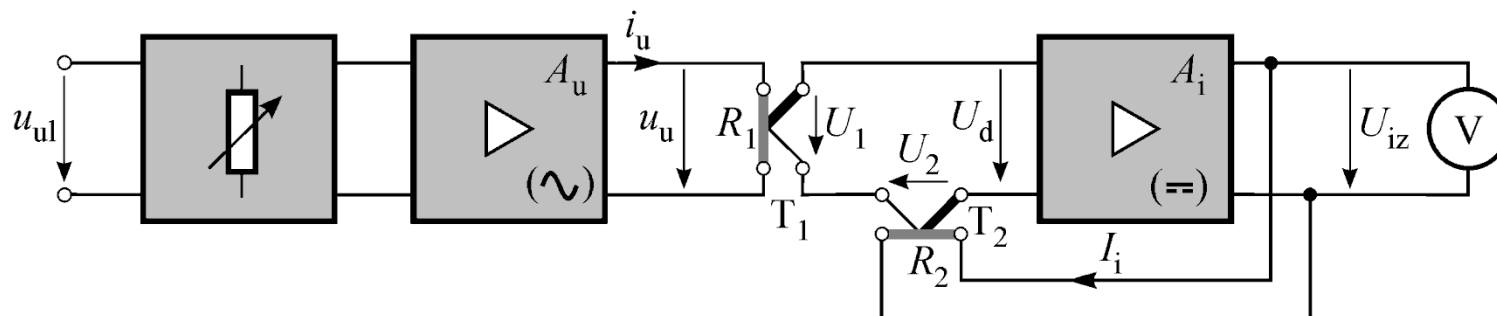
## □ Tip pojačalo-ispravljač za punovalno ispravljanje



# Mjerenje izmjeničnog napona

## □ Voltmetri s odzivom na efektivnu vrijednost

- voltmetar s termičkim pretvornikom: mjeri napone više od 0,1 mV u frekvencijskom opsegu 10 Hz do 10 MHz



- *termoelektrični efekt* (Seebeckov efekt): zagrijavanjem spojišta dvije različite kovine ili legure, na njihovim slobodnim krajevima javlja se termoelektrični napon ovisan o: a) razlici temperatura toplog spojišta i hladnih krajeva, b) odabranim materijalima
- kako je razlika temperatura posljedica zagrijavanja ogrjevnog žica zbog prolaska struje, generirani istosmjerni napon termoelementa razmjeran je efektivnoj vrijednosti ogrjevnog napona:

$$U_{dc} = Q_{AB}(v_1 - v_0) \cong kU_{ef}^2$$

# Mjerenje izmjeničnog napona

- povoljne kombinacije su termoparovi: bakar-konstantan, željezo-konstantan, nikalkrom-nikal, platinarodij-platina; Seebeckov koeficijent  $Q_{AB}$  iznosi od  $10 \mu\text{V/K}$  do  $50 \mu\text{V/K}$
- za prikazani voltmetar, izlazni istosmjerni napon  $U_{iz}$  linearno ovisi o pravoj efektivnoj vrijednosti mjerenog izmjeničnog napona  $U_{ul}$  (neovisno o valnom obliku):

$$U_{iz} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} U_{ul}$$

## □ Mjerenje visokih napona

- naponski mjerni transformatori
- kapacitivna djelila
- induktivna djelila
- kuglasta iskrišta
- ...



# Mjerenje izmjenične struje

---

## □ Mjerenje digitalnim ampermetrom

- To smo već obradili u temi br. 6 – kao i kod mjerenja izmjeničnog napona, odziv takvog instrumenta može biti:
  - na (elektrolitičku) srednju vrijednost, a pokazuje efektivnu vrijednost sinusnog valnog oblika (moguća pogreška!)
  - na efektivnu vrijednost izmjenične komponente, neovisno o valnom obliku (ponekad se označavaju kao TrueRMS mjerila, premda ne mjere “pravu” efektivnu vrijednost kod koje treba uračunati i doprinos istosmjerne komponente signala)
  - na “pravu” efektivnu vrijednost, uzevši u obzir i istosmjernu i izmjeničnu komponentu (uobičajena oznaka takve opcije je AC+DC), neovisno o valnom obliku

## □ **Kao i kod mjerenja istosmjerne struje, i ovdje zbog otpora ampermetra $R_A$ postoji utjecaj na mjerenu struju u krugu**

# Mjerenje izmjenične struje

---

## □ Mjerenje analognim ampermetrom

- To smo već obradili u temi br. 5 (sve je načelno slično kao i kod izmjeničnog napona)
- Univerzalnim instrumentom
  - za mjerenje struja od 1  $\mu\text{A}$  do 10 mA (izravno), te od 10 mA do 20 A (univerzalni instrument s unutrašnjim shuntovima)
  - nesigurnost mjerenja je lošija od 1 %
  - uz ispravljanje struje, odziv je na (elektrolitičku) srednju vrijednost, a pokazuje efektivnu vrijednost sinusnog valnog oblika (postoji pogreška ako se valni oblik mjerene struje razlikuje od sinusnog!)
- Ampermetrom s pomičnim željezom
  - bez ispravljača, mjeri pravu efektivnu vrijednost (uključene su i istosmjerna i izmjenična komponenta) neovisno o valnom obliku signala
  - razred točnosti 0,2 do 2,5
  - mjerenje struja reda miliampera do nekoliko desetaka ampera
  - mjerenje je moguće do frekvencija od nekoliko stotina herca
- Kao i kod digitalnom ampermetra, i ovdje zbog  $R_A$  postoji utjecaj na mjerenu struju u krugu

# Mjerenje izmjenične struje

---

## □ Instrument s termopretvornikom

- slično kao i za mjerenje izmjeničnog napona
- omogućuje mjerenje struja 1 mA do 10 A, do frekvencija 100 kHz
- odziv na pravu efektivnu vrijednost (valni oblik nema utjecaj)
- točnost na razini 0,5 % do 1 %

## □ Mjerenje velikih struja

- Hallova sonda
- strujni mjerni transformatori
- Rogowskijev svitak
- magnetooptički strujni transformatori
- ...

# Zaključak

---

- **Prikazali smo različite metode mjerenja napona i struja, zasebno za istosmjerne i izmjenične veličine**
- **Kod izravnih metoda mjerenju veličinu izravno mjerimo mjernim instrumentom**
- **Kod posrednih metoda mjerenju veličinu mjerimo neizravno, određujući druge veličine o kojima ona ovisi (npr. struju određujemo mjerenjem pada napona na poznatom otporu**
- **Kao i kod svih drugih mjernih veličina i mjernih metoda, ono što određuje što ćemo primijeniti u nekom konkretnom slučaju su:**
  - ✓ mjerena veličina (npr. vrijednost, frekvencija, valni oblik)
  - ✓ zahtijevana točnost mjerenja
  - ✓ raspoloživa mjerna oprema