



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za osnove elektrotehnike i električka mjeren



---

## 5. TEMA

# ANALOGNI MJERNI INSTRUMENTI

---

Predmet “Mjerenja u elektrotehnici”  
Prof.dr.sc. Damir Ilić  
Zagreb, 2020.

# Teme cjeline

---

- ❑ Instrument sa zakretnim svitkom
- ❑ Univerzalni instrument
- ❑ Elektrodinamički instrument
- ❑ Instrument s pomičnim željezom
- ❑ Instrument s križnim svitcima
- ❑ Ostali analogni instrumenti

# Mjerni instrumenti

## □ Osnovna podjela

- analogni: s beskonačnim brojem pokazanih vrijednosti
- digitalni: s diskretnim brojem pokazanih vrijednosti



# Analogni mjerni instrumenti

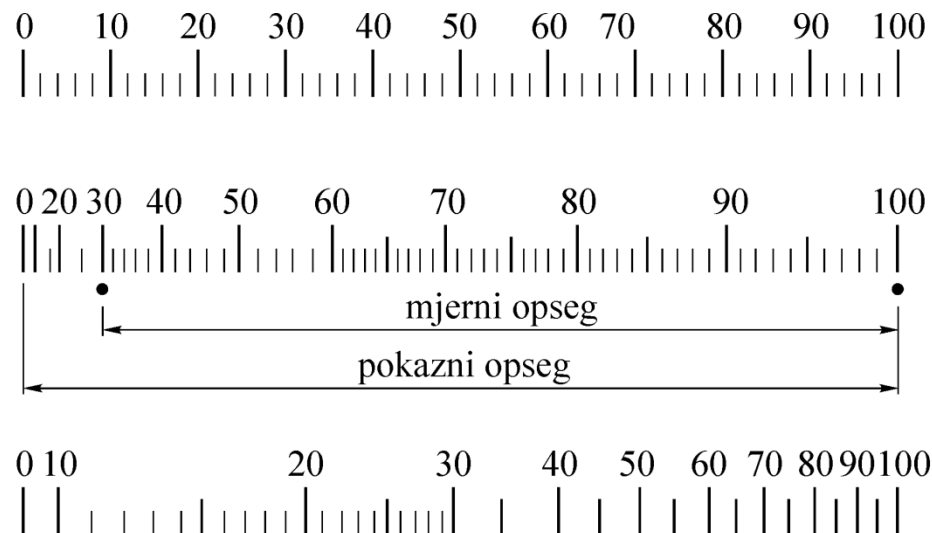
---

- Analogni instrumenti s neposrednim pokazivanjem (s elektromehaničkom pretvorbom)
  - nemaju elektroničkih sklopova osim ispravljača
  - mjere napon, struju, snagu,  $\cos \varphi$
- Mjerena veličina djeluje na **zakretni organ i otklanja ga za kut  $\alpha$  zajedno s kazaljkom**
- Da bi se dobio stacionarni otklon, koji ovisi o mjerenoj veličini, potreban je **protumoment** (dobiva se mehanički pomoću spiralnih opruga ili električni)
- Nagle promjene mjerene veličine mogu prouzročiti oscilacije zakretnog organa, što se prigušuje **elementima za prigušenje**
- Položaj zakretnog organa određuje se pomoću **kazaljke i ljestvice**

# Analogni mjerni instrumenti

## □ Ljestvica instrumenta:

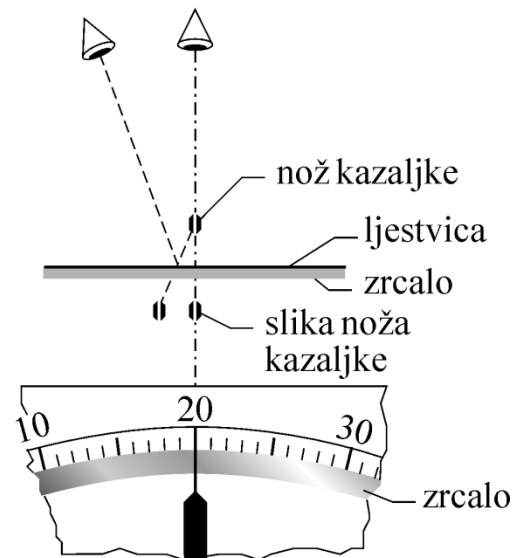
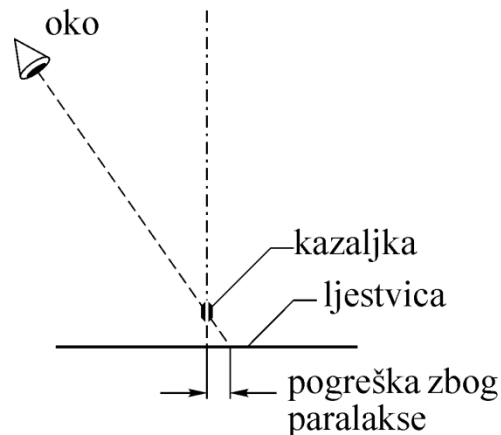
- radi određivanja položaja nanescena je prikladna podjela (crtice i numeracija)
- karakteristika ljestvice – linearna, kvadratična, logaritamska
- **mjerni domet** – vrijednost koja odgovara gornjoj granici mjernog opsega
- razmak između dviju crtica → *podjeljak* ili *dio skale* (d.sk.)
- mjerni opseg i pokazni opseg ponekad se mogu razlikovati



# Analogni mjerni instrumenti

## □ Kazaljka

- materijalna - ovisi o točnosti jer točniji instrumenti imaju tanju kazaljku, a pogonski masivniju
- pogreška zbog paralakse smanjuje se primjenom zrcala, a očitavati treba uvijek okomito na ljestvicu



# Analogni mjerni instrumenti

---

## □ Dinamika zakretnog organa pri uključivanju stalne mjerene veličine:

- **aktivni moment  $M_1$**  izazvan mjerenom veličinom razmjeran je struji  $I$  preko stalnice  $G$

$$M_1 = f(X) = GI$$

- **protumoment  $M_2$**  je razmjeran kutu zakreta, gdje je  $D$  direkcijska stalnica

$$M_2 = f(\alpha) = -D\alpha$$

- **prigušni moment  $M_3$**  sprječava oscilacije pomičnog dijela pri postavljanju u ravnotežni položaj (razmjeran je kutnoj brzini  $d\alpha/dt$ )

$$M_3 = M_{3a} + M_{3b} = -P \frac{d\alpha}{dt}$$

- **moment  $M_4$  zbog tromosti  $J$**  pojavljuje se pri kretanju mase (razmjeran je kutnom ubrzanju)

$$M_4 = -J \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

# Analogni mjerni instrumenti

- **Dinamika zakretnog organa pri uključivanju stalne mjerene veličine:**

- **u stacionarnom stanju djeluju samo momenti  $M_1$  i  $M_2$ :**

$$M_1 + M_2 = 0$$

- **tada je stacionarni otklon jednak**

$$\alpha = \frac{G}{D} I$$

- **općenito, za slobodni sustav vrijedi d'Alembertovo pravilo**

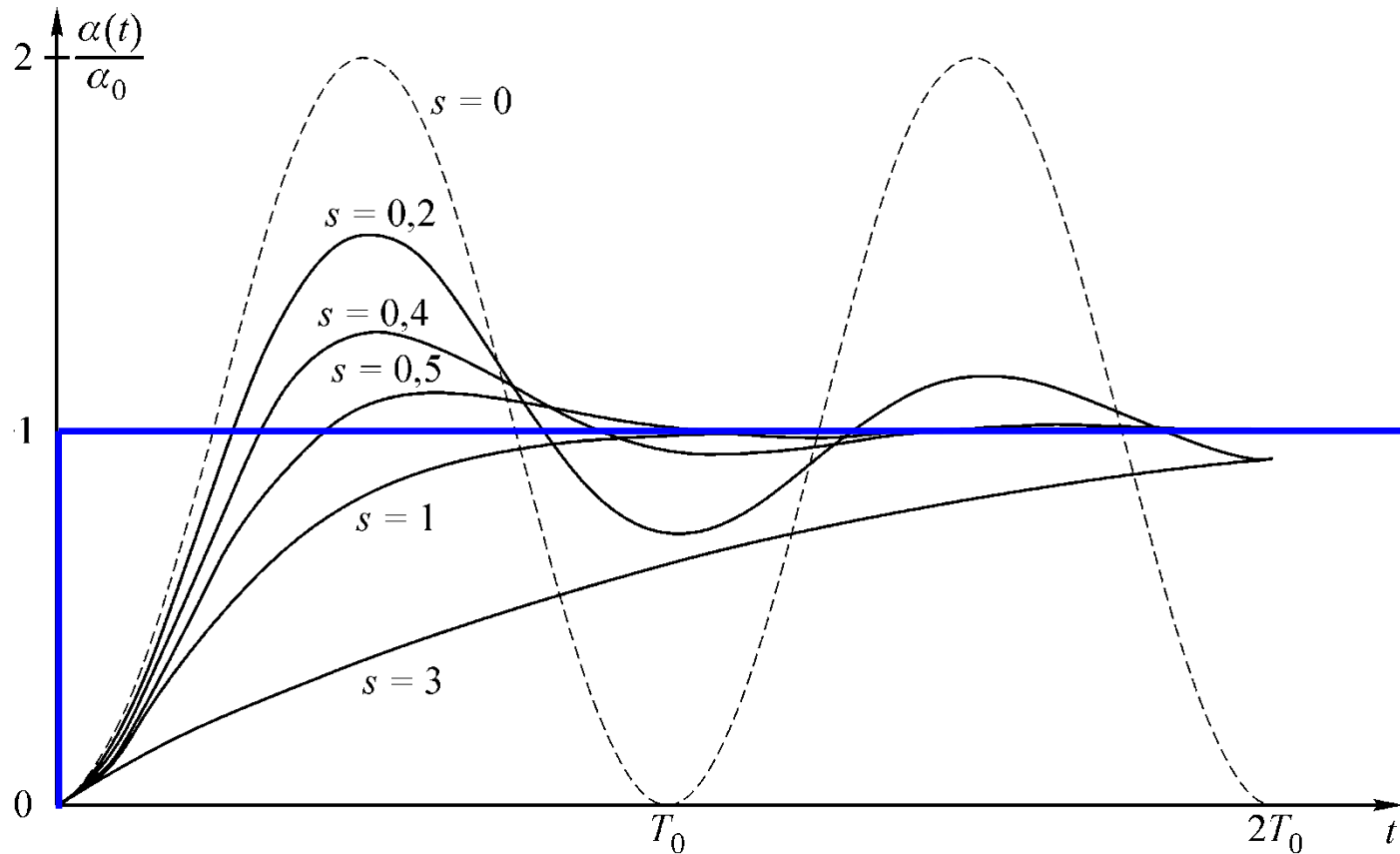
$$\sum M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0$$

- **rješenje ove diferencijalne jednadžba drugog reda daje izraz za otklon  $\alpha = f(t)$  zakretnog organa pomičnog dijela, gdje je “s” stupanj prigušenja**

$$s = \frac{P}{2\sqrt{DJ}}$$



# Analogni mjerni instrumenti



**Odziv na jediničnu step funkciju: neprigušeno gibanje ( $s=0$ ), titrajno prigušeno gibanje ( $0 < s < 1$ ), granično aperiodičko gibanje ( $s=1$ ), aperiodičko gibanje ( $s > 1$ );  $T_0$  je prirodno titrajno vrijeme**

# Analogni mjerni instrumenti

---

- prirodno titrajno vrijeme  $T_0$  takvog sustava reda je 1 s:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$$

- slijedi da je vlastita frekvencija  $f_0=1$  Hz pa zakretni organ ne može slijediti pobudu viših frekvencija (prirodni filter)
- kružna frekvencija prigušenog titranja ovisi o prigušenju:

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-s^2}$$

- stupanj prigušenja može se eksperimentalno odrediti iz odnosa prvog maksimalnog otklona  $\alpha_1$  i stacionarnog otklona  $\alpha_0$ :

$$\frac{1}{s} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\left(\ln \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_0}\right)^2}}$$

# Analogni mjerni instrumenti

- Instrumenti čiji je moment razmjernan mjerenoj veličini imaju mirujući otklon samo pri istosmjernoj struji
  - kod istosmjerne pulsirajuće struje otklon će biti razmjernan **srednjoj vrijednosti**
  - kod *izmjenične struje* otklon će biti razmjernan isto tako **srednjoj vrijednosti**

- Kvadratična ovisnost momenta o mjerenoj veličini

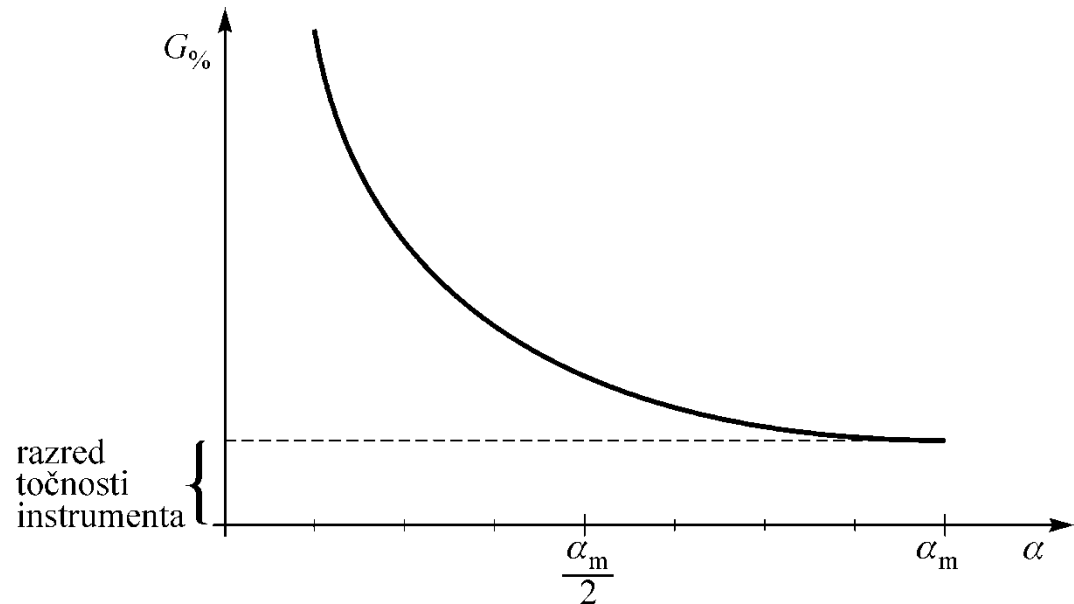
$$M_1 = Gi^2 = GI_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} GI_m^2 - \frac{1}{2} GI_m^2 \cos 2\omega t$$

- otklon će biti razmjernan **efektivnoj vrijednosti (neovisno o valnom obliku)**

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{G}{D} I_m^2 = \frac{G}{D} I^2$$

# Analogni mjerni instrumenti

- Klasifikacija u pogledu točnosti (određena normama)
  - pogreška se izražava u postotku dogovorne vrijednosti, koja je kod instrumenata s ništicom na lijevom kraju jednaka mjernom dometu
  - 8 indeksa razreda točnosti: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5
  - r.t. npr. 0,2 znači da, u referentnim uvjetima, instrument neće griješiti više od  $\pm 0,2\%$  od dogovorne vrijednosti na cijelom mjernom opsegu (**OPREZI!**)



# Analogni mjerni instrumenti

---

## □ Referentni uvjeti i tolerancije:

### ■ TEMPERATURA

- može se birati referentna temperatura: 20 °C, 23 °C ili 27 °C
- tolerancije:  $\pm 1$  °C za razrede točnosti 0,3 i manje,  $\pm 2$  °C za razrede točnosti 0,5 i više

### ■ RELATIVNA VLAŽNOST

- 40 % DO 60 %

### ■ POLOŽAJ

- horizontalni ili vertikalni
- tolerancije  $\pm 1^\circ$

## □ Normativni dokument: **HRN EN 60051-1:2017 (i cijeli niz 60051)**

Pokazni analogni električni mjerni instrumenti s izravnim djelovanjem i njihov pribor -- 1. dio: Definicije i opći zahtjevi zajednički svim dijelovima (IEC 60051-1:2016; EN 60051-1:2017)

*Direct acting indicating analogue electrical measuring instruments and their accessories -- Part 1: Definitions and general requirements common to all parts (IEC 60051-1:2016; EN 60051-1:2017)*

# Analogni mjerni instrumenti

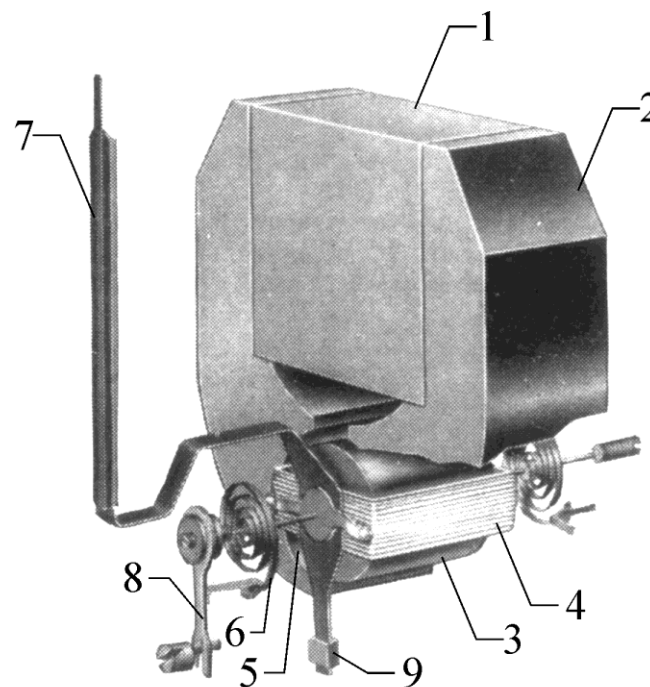
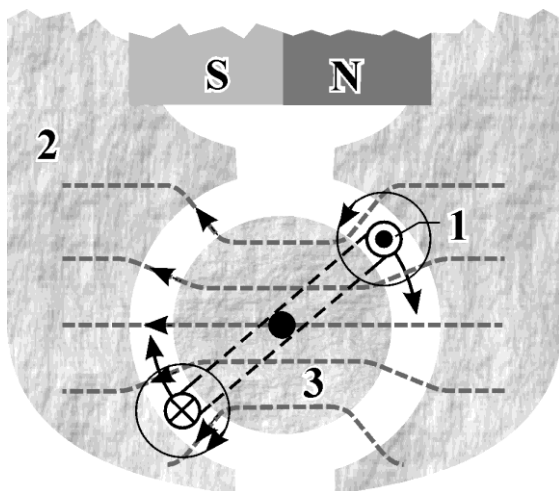
- Oznake na instrumentima
  - tip instrumenta
  - namjena (veličina i valni oblik)
  - razred točnosti
  - unutarnji otpor (iskazan u  $\Omega/V$ )



# Instrument sa zakretnim svitkom

## □ Načelo rada:

- zakretni pravokutni svitak može se zakretati oko nepomične valjkaste jezgre od mekog željeza u uskom zračnom rasporu između polnih nastavaka permanentnog magneta
- sila na vodič određena je pravilom “lijeve ruke”:  $F = B \cdot i \cdot l$



# Instrument sa zakretnim svitkom

---

## □ Načelo rada:

- aktivni moment na svitak sa  $N$  zavoja je linearno ovisan o struji:

$$M_1 = B \cdot i \cdot l \cdot N \cdot 2r = G \cdot i$$

- protumoment je  $M_2 = -D\alpha$
- prigušenje je redovito izvedeno elektromagnetski
- za istosmjernu struju  $i = I$  ljestvica je linearna, a u stacionarnom stanju je otklon zakretnog organa

$$\alpha = \frac{G}{D} \cdot I$$

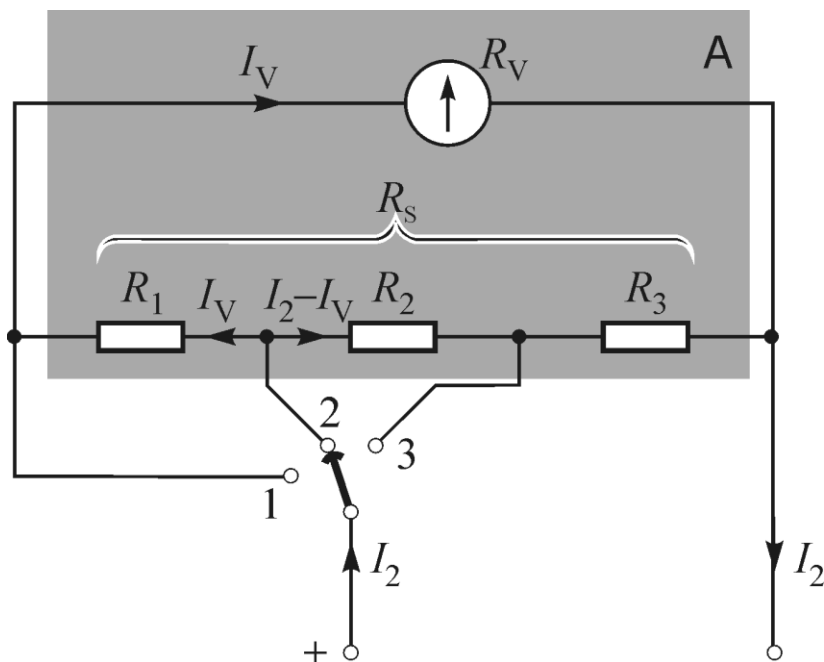
- za izmjeničnu struju moment  $M_1$  se mijenja - zbog tromosti sustava već se pri  $f = 50$  Hz ne uočava titranje ni otklon → opasnost od pregaranja instrumenta
- **općenito, otklon je razmjeran srednjoj vrijednosti struje koja prolazi svitkom**

## □ Svojstva: velika osjetljivost, mali utrošak ⇒ široka primjena



# Instrument sa zakretnim svitkom

- Proširivanje strujnog mjernog opsega:
  - žica svitka do 0,3 mm (100 mA/mm<sup>2</sup>)
  - najveća struja kroz svitak je reda  $I_V = 20 \text{ mA}$
  - strujno djelilo – paralelni otpornici (shuntovi)  $R_S$
  - višestruki shunt s preklopkom



$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{I_V R_V}{I_1 - I_V}$$

$$I_1 = n_1 I_V \quad I_2 = n_2 I_1 \quad I_3 = n_3 I_1$$

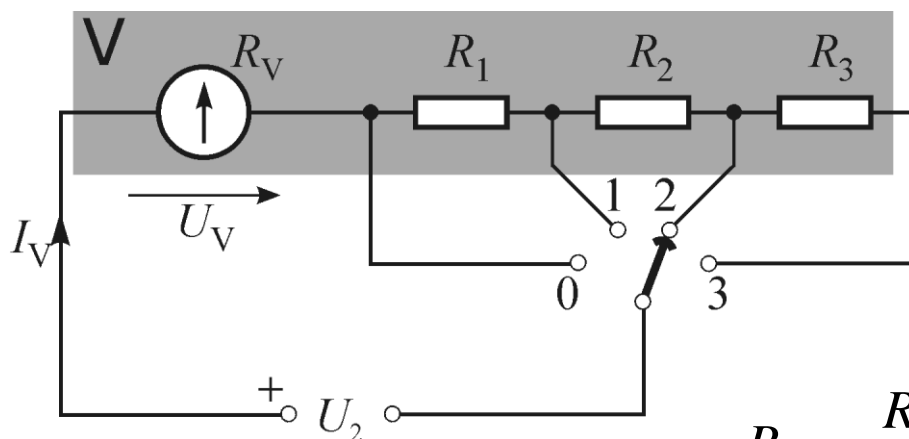
$$R_S = \frac{R_V}{n_1 - 1} \quad R_1 = R_S \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right)$$

$$R_2 = R_S \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_3} \right) \quad R_3 = \frac{R_S}{n_3}$$

# Instrument sa zakretnim svitkom

## □ Proširivanje naponskog mjernog opsega:

- $U_V = I_V R_V \rightarrow$  reda 100 mV
- naponsko djelilo – dodaju se predotpori  $R_P$



$$R_P = \frac{R_V}{U_V} (U - U_V)$$

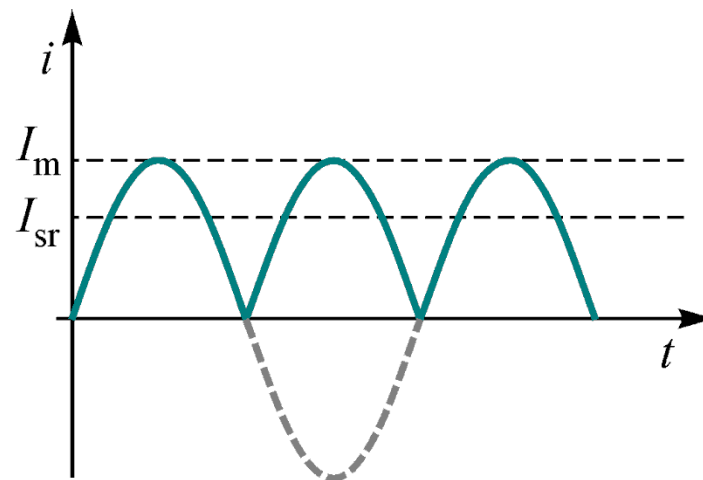
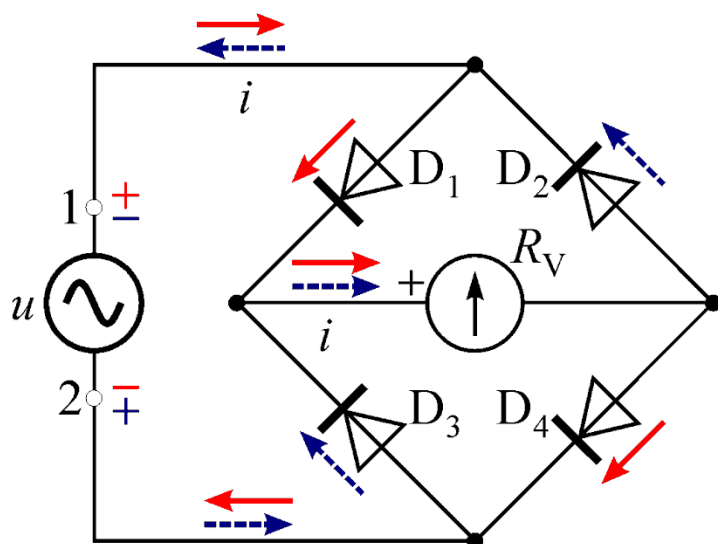
$$R_{P1} = \frac{R_V}{U_V} (U_1 - U_V) \quad R_1 = R_{P1}$$

$$R_{P2} = \frac{R_V}{U_V} (U_2 - U_V) \quad R_2 = R_{P2} - R_1$$

$$R_{P3} = \frac{R_V}{U_V} (U_3 - U_V) \quad R_3 = R_{P3} - R_2 - R_1$$

# Instrument sa zakretnim svitkom i ispravljačem

- Proširenje područja primjene na izmjenične veličine moguće je uz njihovo ispravljanje
- Poluvalno ili punovalno ispravljanje:
  - uz Graetzov spoj s 4 diode postiže se veća osjetljivost



# Instrument sa zakretnim svitkom i ispravljačem

- Zbog tromosti, zakretni dio instrumenta ne slijedi trenutne vrijednosti, nego zauzima otklon koji odgovara  $I_{sr}$ :

$$I_{sr} = \frac{2I_m}{\pi}$$

- U praksi je zanimljiva efektivna vrijednost pa je **ljestvica instrumenta umjerena u efektivnim vrijednostima sinusne veličine faktora oblika  $\xi_0 = \pi/(2\sqrt{2})$**
- Pri mjerenju nesinusne veličine faktora oblika  $\xi$  takvim instrumentom nastaje pogreška

$$p_{\%} = \frac{\xi_0 - \xi}{\xi} \cdot 100$$

- *Primjer: pri mjerenju trokutastog napona ( $\xi=1,15$ ) slijedi  $p_{\%} = -3,8 \%$ , a pri mjerenju pravokutnog napona ( $\xi=1$ ) slijedi  $p_{\%} = 11,1 \%$*
- *Napomena: istu pogrešku iskazuju i digitalni instrumenti s tzv. odzivom na srednju vrijednost!*

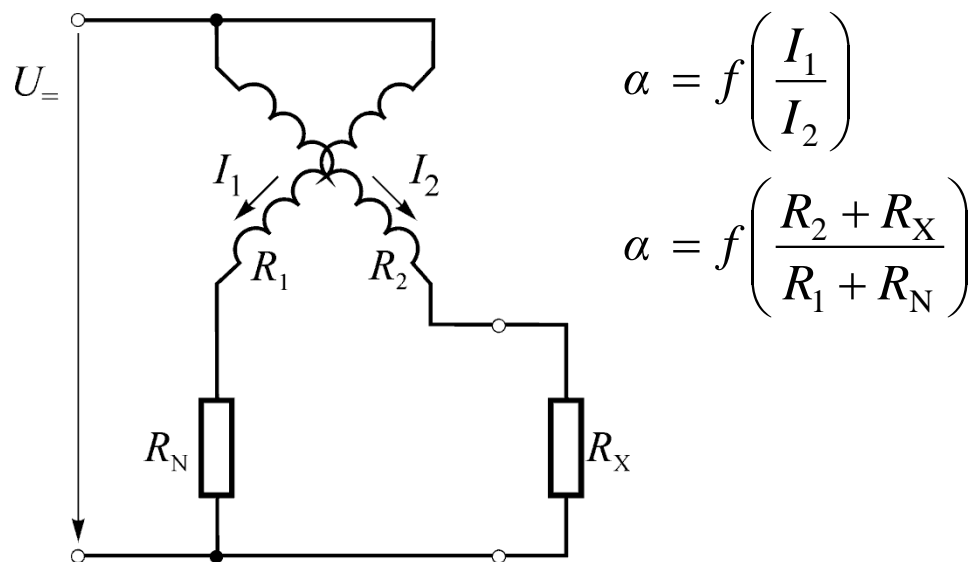
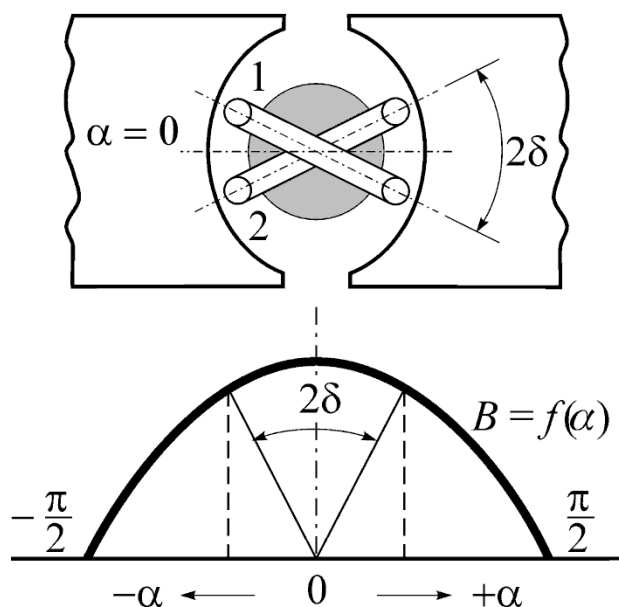
# Univerzalni instrument

---

- Instrument sa zakretnim svitkom i ispravljačem, koji se može primijeniti za mjerenje istosmjernog napona i struje, izmjeničnog napona i struje te otpora naziva se **UNIVERZALNI INSTRUMENT**
- Sve što je važno za pojedini instrument nalazi se zapisano na njegovoj prednjoj ploči kao simboli (normirani) i brojke
- Kod mjerenja izmjeničnih veličina treba se sjetiti da je njegov odziv na srednju vrijednost, a pokazuju pripadnu **efektivnu vrijednost sinusne veličine**

# Instrument s križnim svitcima

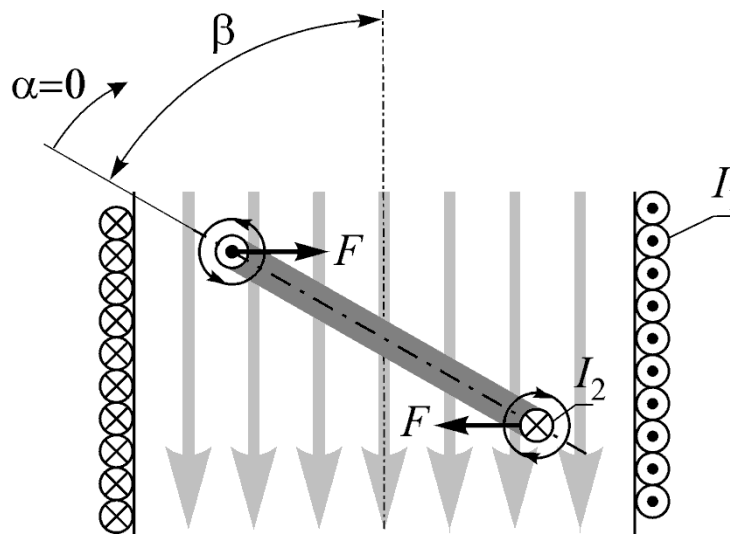
- Moment i protumoment postižu se pomoću dva mehanički povezana svitka međusobno zakrenuta za kut  $2\delta$ 
  - zračni raspored je nejednolik, polje nije homogeno, a momenti svitaka ovise o njihovom položaju
  - otklon zakretnog organa je funkcija **omjera struja** kroz svitke, pa se naziva i kvocijentni instrument
  - pogodan za mjerenje otpora (prikaz za tzv. serijski spoj)



# Elektrodinamički instrument

## □ Instrument s dva svitka

- zakretni svitak protječan strujom  $I_2$  smješten je u magnetskom polju nepomičnog svitka protječanog strujom  $I_1$
- aktivni moment razmjeran je umnošku trenutnih vrijednosti struja (uz promjenu međuinuktiviteta takvog sustava  $dM/d\alpha = \text{const.}$ )



$$M_1 = \frac{dM}{d\alpha} i_1 i_2$$

- može se primjenjivati kod istosmjernih struja, ali u praksi je to vrlo rijetko

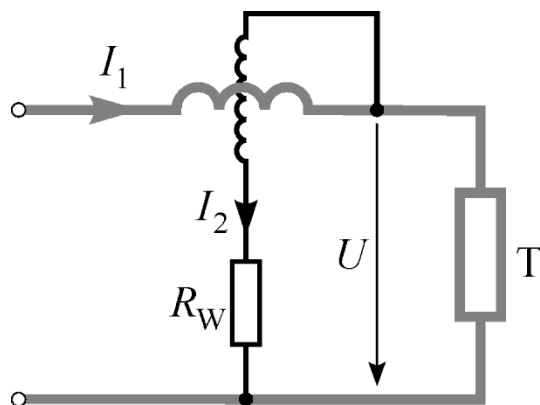
# Elektrodinamički instrument

- Primjena kod izmjeničnih struja istih frekvencija kroz svitke
  - zakretni svitak otklonit će se razmjerno srednjoj vrijednosti momenta, koja ovisi o efektivnim vrijednostima struja i kosinusu kuta između njih:

$$M_1 = \frac{dM}{d\alpha} I_1 I_2 \cos\psi$$

- **Vatmetar**

- ako je struja kroz zakretni svitak (naponsku granu) razmjerna i u fazi s naponom na trošilu ( $\psi = \varphi$ ), a struja kroz nepomični svitak (strujnu granu) jednaka struji trošila, otklon svitka bit će razmjernan **djelatnoj snazi trošila** ( $R_W$  je otpor naponske grane)



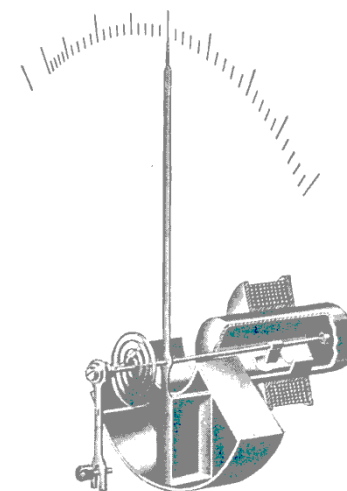
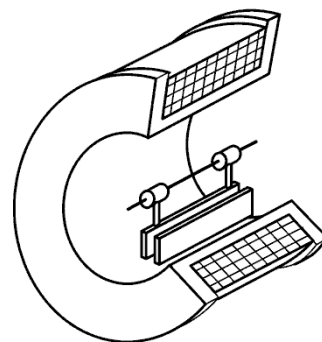
$$M_1 = \frac{dM}{d\alpha} \frac{I U \cos\varphi}{R_W} = \frac{dM}{d\alpha} \frac{P}{R_W}$$



# Instrument s pomičnim željezom

- ❑ Magnetsko polje svitka protječanog strujom djeluje na zakretni željezni dio
- ❑ Kod izmjenične je struje aktivni moment razmjernan efektivnoj vrijednosti

$$M_1 = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} I^2$$



- mjeri **stvarnu efektivnu vrijednost**, neovisno o valnom obliku
- velika preopteretivost (nema zakretnih dijelova koji vode struju), a na točnost utječu histereza, vrtložne struje i nelinearnost krivulje magnetiziranja kod izmjeničnih veličina

# Ostali analogni instrumenti

---

- Instrument sa zakretnim svitkom i mehaničkim ispravljačem (vektormetar)
  - mjerenje sinusnih napona i struja, faznog pomaka, djelatne i jalove snage, viših harmoničkih članova
- Instrument s pomičnim magnetom
  - za uporabu na vozilima i drugim mjestima izloženim trešnji
- Kvocijentni elektrodinamički instrument
  - mjerila faktora snage ( $\cos \varphi$ )
- Elektrostatički instrument
  - za mjerenje prave efektivne vrijednosti izmjenične veličine
- Instrumenti na termičkoj osnovi
  - s termopretvornikom, s vrućom žicom, bimetalni, i dr.
- ...
  
- Literatura: V. Bego, "Mjerenja u elektrotehnici", Graphis, Zagreb, 2003.

# Primjeri uporabe analognih instrumenata

- Primjer vrlo točnog analognog nanovoltmetra, kod kojega se koristi pojačalo za pojačavanje malih napona
  - ništica u sredini ljestvice, razlučivost 0,1 nV
  - rabi se za mjerenje vrlo malih napona i naponskih razlika (termonaponi, usporedbe vrhunskih naponskih etalona, i dr.)



# Primjeri uporabe analognih instrumenata

## ❑ Elektronički vatmetri

- mjere istosmjernu i izmjeničnu djelatnu snagu
- pretvorba u istosmjerni napon putem analognih ili digitalnih množila
- granice pogrešaka tipično  $\pm 0,5\%$



# Zaključak

---

- **Analogni mjerni instrumenti danas rabe se rjeđe, ali imaju svoje područje primjene (posebno instrument sa zakretnim svitkom)**
- **I kod analognih i kod digitalnih instrumenata pokazivanje instrumenta ovisi o valnom obliku mjerene veličine, što može prouzročiti pogrešku u mjerenju**
- **Svaki tip instrumenta ima svoje područje primjene, prednosti i nedostatke koje je potrebno poznavati**