

8.2. MATRICE GRAFA

Matrica incidencija $A_a = (N_v, N_b)$ matrica

- broj čvorova N_v
- broj grana grafa N_b
- orijentacije grana
- incidencije čvorova i grana

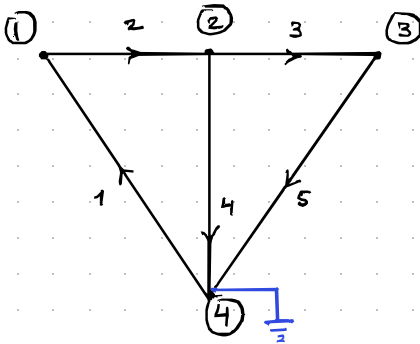
$$A_a = \begin{matrix} & \text{grane} \\ \begin{matrix} \text{čvorovi} \\ \vdots \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N_b} \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{N_v1} & a_{N_v2} & \dots & a_{N_vN_b} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$a_{ij} = 0 \rightarrow$ grana j nije incidentna s čvorom i

$a_{ij} = 1 \rightarrow j$ -ta grana incidentna i orijentirana OD i -tog čvorika (kirchoff)

$a_{ij} = -1 \rightarrow j$ -ta grana incidentna i orijentirana PREMA i -tom čvoriku

Primjer :



$\Rightarrow A_a =$

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

reducirana
matrica
incidencije

pomoću reducirane matrice možemo
ju nadopuniti zbog pravila

sveke stupac ima -1 i 1
grana ulazi iz jednog,
izlazi iz drugog čvora

\Rightarrow redci matrica su oviseći (onim ako ne pobrišemo 1 red pa postanu nezavisni)

-odbaćeni redak odgovara referentnom čvoriku

Reducirana matrica $A_a: (N_v - 1, N_b)$

Subdeterminante matrice incidencije

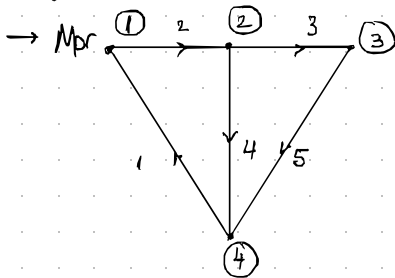
→ ako imamo NEReducirano matricu incidencije:

možemo napraviti kvadratnu submatricu čija je $\det = 0$

$$A_a = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$\begin{matrix} 3 & 4 & 5 \\ \hline 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$

• Subdeterminante mat. incidencije reda $N_v - 1$, koje je različita od nule odgovara jednom stablu grafa



$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1$$

► Rang matrice = red najveće subdeterminante $\neq 0$

- rang mat. incidencije $A_a = N_v - 1$

Redovityd grana - proizvodnja

→ prvih $N_v - 1$ u redu \Rightarrow stablo

preostali $N_g - N_v + 1$ grana \Rightarrow spone

► Matrica incidencija \rightarrow prikaz kao dvije male matrice

matrica incidencija
stabla grafa \uparrow

$$A = [A_t, A_s]$$

$$A = [A_t, A_s] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

stupci = grane
stabla

stupci = spone

\Downarrow
kvadratna

br stupaca = br redaka = $N_v - 1$

DZ5

Zadana je reducirana matrica incidence grafa:

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \text{čvorovi} \end{array}$$

grane