

Općenito gibanje: krilokopa kombinacija rotacije i translacije

⇒ do sada: čista translacija (klizanje) = translacija CM

rotacija nepomične osi = moment tromosti

kotrljanje: translacija osi rotacije (ontaji stalno opisana istim vekt. smjerom)

promjena smjera osi rotacije = gibanje zvrke

Kotrljanje tijela - veza kutnih i linearnih koord. pri kotrljanju

\* jer  $\vec{w} \perp \vec{r}$  pa je  $|\vec{w} \times \vec{r}| = w \cdot r$

$$|\vec{v}_{cm}| = |\vec{w}r|$$

→ učit za čisto kotrljanje (bez sklizanja)

a) translacija (sklizanje)

$$v_{cm,x} = v_{p,x} = v_{R,x}$$

\* na  
mjestu

b) rotacija (proklizavanje) bez translacije

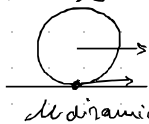
$$v_{cm,x} = 0 \quad v_{p,x} = -v_{R,x} = -R\omega_z$$

c) čisto kotrljanje bez sklizanja (rotacija oko osi)

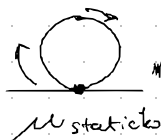
$$v_{cm,x} = -R\omega_z \quad v_{p,x} = 0 \quad v_{R,x} = -2v_{cm,x}$$

\* moguće je gibanje kao kombinacija kotrljanja i sklizanja

TRENJE - djeluje na odbojnu točku R



giba se - dinamičko



rotirat će se ali neće pomaknut

→ djeluje u a) i b)

→ čisto kotrljanje omogućuje moment sile stat. trenja

Translacija:  $ma_{cm,x} = -F_{trd}$

$$\Rightarrow v_{cm,x} = v_0 - \mu_s g t$$

Rotacija (kotrljanje)

tromost I  
radijus r

$$M = \vec{F} \times \vec{r} = \mu_s m g r = I \alpha$$

$$\Rightarrow \mu_s m g r = I \frac{d\omega}{dt} \quad / dt \quad / \int$$

$$\mu_s m g r t = I (\omega(t) - \omega_0)$$

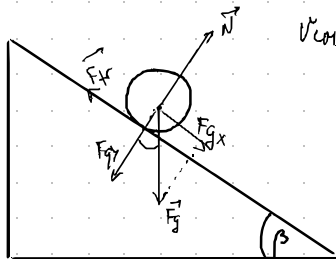
$$\rightarrow M \Rightarrow \boxed{\frac{\mu_s m g r t}{I} = \omega(t) - \omega_0}$$

moment sile trenja s odbojem na CM

$$v_{cm,x} = -R\omega$$

$$v_0 - \mu_s g t = \frac{\mu_s m g r^2 t}{I}$$

## Primer: čisto kotrljanje



$$v_{cm} = -R\omega \quad y: N = F_{gy} \rightarrow \underline{mg \cos \beta = N}$$

$$a_{cm} = -a_{tang}$$

$$a_{tang} = \alpha \cdot r$$

$$x: mg \sin \beta - N = F = m a_{cm}$$

$$\underline{mg \sin \beta - mg \cos \beta = -m \cdot \alpha \cdot r}$$

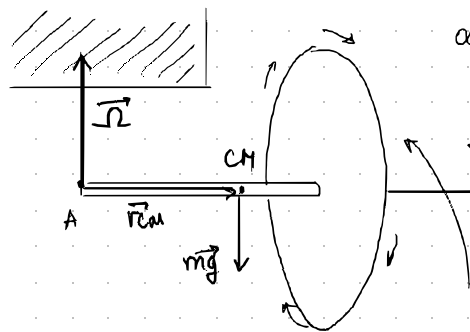
$$I \cdot \alpha = I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \underline{(-F_r \cdot r \rightarrow I \alpha)}$$

$$\Rightarrow mg \sin \beta + \frac{I \alpha}{r} = -m \cdot \alpha \cdot r$$

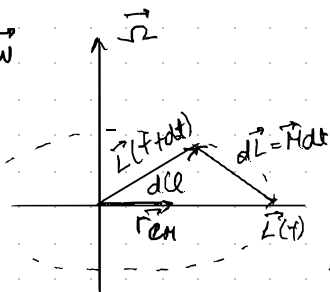
$$\underline{mg \sin \beta = -\alpha m r \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) = m \cdot a_{cm} \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)}$$

$$\hookrightarrow \underline{a_{cm} = \frac{g \sin \beta}{1 + \frac{I}{mr^2}}}$$

## Gibanje zvirka poduprtog izvan CM



odredujemo kako dod moment sile u CM utječe na  
postojecu količinu gibanja,  $\vec{L}$



→ krivine se dodavaju do  
 $\Omega$  on (Ratko pokren)

$$d\vec{L} = \vec{M} dt$$

$$\vec{L}(t) \rightarrow dL = d\phi |\vec{L}|$$

$$\rightarrow \underline{M = \frac{dL}{dt} = |\vec{L}| \cdot \frac{d\phi}{dt}}$$

→ do promjene iznosa  $\vec{L}$  može

doći samo ako imamo komponentu momenta sile  $\parallel \vec{L}$

→ za vrlo mal  
promjene

$$\Rightarrow \omega \gg \Omega$$

$$dL = d\phi \cdot |\vec{L}|$$

\* slično kao kod

izvoda za brzinu i centripetalnu ako kod kružnog gib.

→ i ovdje općeniti promjenu velič u vremenu pišemo

kao promjenu iznosa i promjenu smjera

$$\Rightarrow \underline{\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d|\vec{L}|}{dt} \hat{L} + \Omega \times \vec{L}}$$

$\Omega$  = kutna precesija

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dL}{|\vec{L}| \cdot dt} = \frac{M_{\text{eff}}}{|\vec{L}|} \cdot \frac{1}{dt} = \frac{M}{|\vec{L}|}$$

$$\hookrightarrow \underline{M = -\Omega |\vec{L}|}$$

$$\underline{\vec{M} = -\Omega \times \vec{L}}$$

\* No ako definiramo smjer z kao smjer  
okosnog zvirka rotira ( $\omega$ ) uz  $L_z = I_z \cdot \omega$

$$M = \Omega \cdot I_z \cdot \omega = mg r_{cm}$$

$$\rightarrow \underline{\Omega = \frac{mg r_{cm}}{I_z \cdot \omega}}$$

**BRZINA PRECESIJE  
ZVUKA**