

1. LVJ - Umjeravanje mjernika

→ očitavamo: izmjerenu vrijednost (maže lošno mjernik)
referentne vrijednosti ostvarine ref mjernikom → mjerni etalon

mijerna
pogreška: $E_x = X - X_{ref}$

relativna
pogreška: $e_x = \frac{X - X_{ref}}{X_{ref}}$

korekcija: $C_x = -E_x$ → povećavamo
točnost mjernika $C_x = -E_x$

→ ispravlak rezultate može se primijeniti tek nakon što se stalnost poj-
utvrdi ponavljanjem umjeravanja mjernika u nekom vremenskom periodu

Granica pogreška: $G = \pm r.t \% \cdot H$
razred točnosti L mjerni opseg

→ primjer $G = \pm (0,5 \cdot 2V) / 100 = \pm 10mV$

► $G = \pm (0,01\% \text{ of reading} + 0,05\% \text{ of range})$

► $G = \pm (0,2\% \text{ of reading} + 30 \text{ (digits)})$ →

► $G = \pm (0,15\% \text{ of reading} + 2mV)$

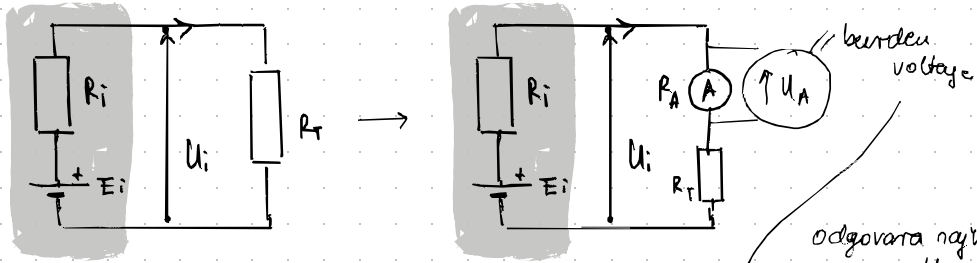
1 digit - najmanja promjenljiva
vrijednost koje uređaj
može prikazati

Mijerna pogreška ampermetra:

- unutarnji otpor ampermetra = iako je u idealnom slučaju $R_A = 0$,
u stvarnosti imaju vrlo mali mjerni otpor
→ može uzrokovati pad napona unutar A (dovodi očitavanje)
- raspon osjetljivosti = npr mjerenje vrlo malih struja na instrumentu podloženom
za mjerenje većih
- temperatura = $T \uparrow, R \uparrow$
- kontakti otpor = loši kontakti

2. LV 1 - Uporaba instrumenata na strujni krog

Ampermetar u strujnom krogu Idealni $R_A = 0$



poprečna mjerenja struje

$$P_I = \frac{E_i}{R_i + R_T + R_A} - \frac{E_i}{R_i + R_T}$$

u relativnom obliku

$$P_{I-rel} = - \frac{R_A}{R_A + (R_i + R_T)}$$

→ malo zanemariti način hodući da mu često ti otpori neopazne veličine

$$U_{BV} = U_{Amax} = I_{md} \cdot R_A$$

$$U_A = \frac{I'}{I_{md}} = U_{BV}$$

$$I' = \frac{E_i - U_A}{R_i + R_T}$$

⇒ rel. pogreška

$$P_{I-rel} = \frac{I' - I}{I} = - \frac{U_A}{E_i}$$

odgovara najvećem naponu U_{Amax} pri mjerenju struje koja odgovara mjernom dometu

Voltmetar u strujnom krogu Idealni $R_V = \infty$

→ primjer iz prakse: mjerenje napona koji premašuje raspoloživi mjerni domet voltmetra

⇒ DIGITALNI: max 1kV

DIG. OSCILOSKOP: max 200V

MJ. KARTICA: max 10V

za mjerenje viših napona voltmetar se komplementira s otporničkim naponskim dijelom

↓
odgovarajućim R_A i dovolj granu R_D

formira karakterističan omjer r

$$r = \frac{U_X}{U_D} = \frac{R_G + R_D}{R_D}$$

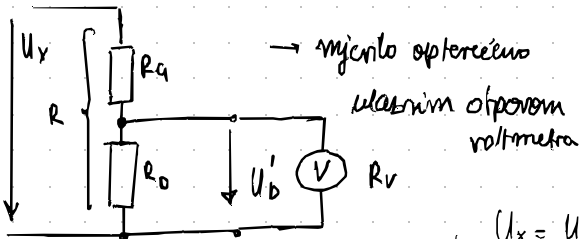
$$U_X = U_D \left(\frac{R_G + R_D}{R_D} \right) = U_D \cdot r$$

pogreška određivanja napona: $P_{ux} = U_X' - U_X = (U_D' - U_D) \cdot r$

relativna pogreška

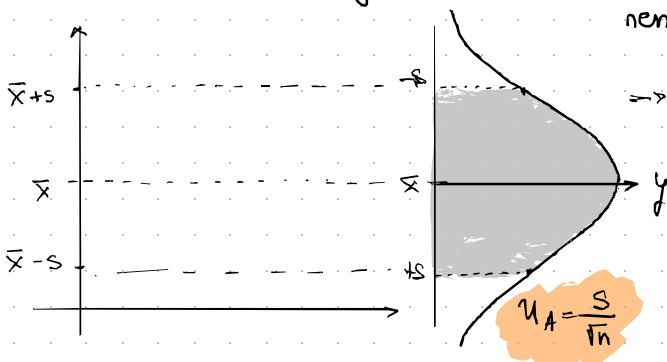
$$P_{ux-rel} = \frac{U_X' - U_X}{U_X} = \frac{1}{(r-1) + r^2 \cdot \left(\frac{R_V}{R} \right)}$$

$$R_V = \frac{U_V}{I_V} = \frac{U_V}{\frac{U_{RI}}{R_1}} = \frac{U_V}{\frac{U_{REF} - U_V}{R_1}} = \frac{R_1}{\left(\frac{U_{REF}}{U_V} \right) - 1}$$



3. LVJ - Ponavljanje mjerenja i procjena mjerne nesigurnosti

Slučajni učinci - varijacije u podacima koje su rezultat nesumnjivih faktora nemogućih za kontrolirati



→ oblikuju Gaussov krivulju

može se smanjiti ponavljanje mjerenja veličine x

opća aritmetička sredina

$$\bar{x}_o = \sum_{i=1}^m p_i \bar{x}_i \cdot \left(\sum_{i=1}^m p_i \right)^{-1}$$

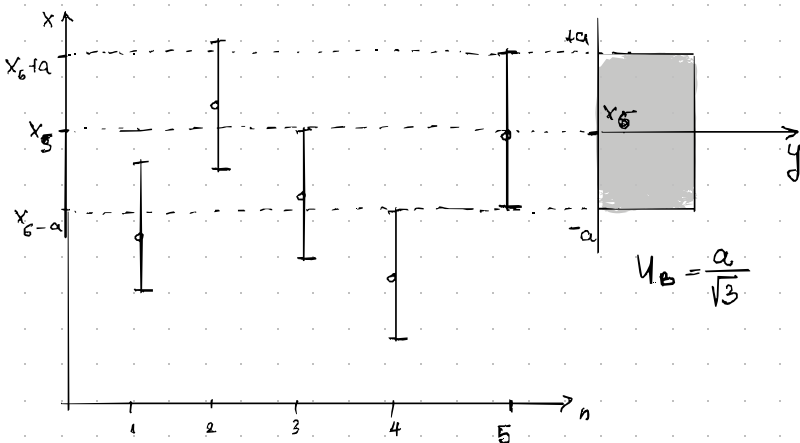
težina p_i
 $p_i = \frac{1}{(S \bar{x}_i)^2}$

standardna devijacija

$$S \bar{x}_o = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{S \bar{x}_i} \right)^2} \right)^{-1}$$

Sustavni učinci - učinci koji su dosljedni, mogu se predviđati prema određenim varijablima/faktorima → „kontrolirani“

granice pogrešaka a → simetričan interval $G = \pm a$



→ prikaz mjernih točaka i utjecaj granice pogrešaka instrumenta s pretpostavkom pravokutnog razdioba

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Složena nesigurnost $u_c(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$

konacem razaz mjernog rezultata sadrži aritmetičku sredinu izmjerenih rezultata i pretpostavku mjernu nesigurnost

$$x = \bar{x} \quad \text{uz} \quad u_c(x)$$

obalunjavni
↑
faktor

→ proširena nesigurnost U_p $U_p = k_p(v_{eff}) \cdot u_c(x) = k_p \cdot u_c(x)$

4. LVJ - Mjerna ograničenja univerzalnih instrumenata

Srednja i efektivna vrijednost

Srednja vrijednost apsolutnih trenutnih iznosa = elektrolitička srednja vrijednost

efektivna vrijednost = signal se karakterizira mjernom i ona je u MJERENJIMA OD INTERESA!

ako je naponski signal sinusnog valnog oblika $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t)$, srednja vrijednost $U_s = 0$

elektrolitička s.v. $\Rightarrow U_{se} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{U_m}{\omega T} \int_0^{2\pi} |\sin \phi| d\phi = \frac{2U_m}{\pi}$

Efektivna vrijednost \Rightarrow ona vrijednost koja stvara toplinski učinak na idealnom teretu

$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T} \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi d\phi} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

Pokazivanje voltmetra $\Rightarrow \Sigma \cdot U_{se}$, Σ = faktor oblika

$\Sigma_0 = \frac{U}{U_{se}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 1,11$

el. srednja = apsolutna srednja vr. sinusnog signala

\rightarrow kad voltmetar mjeri izmjenični signal, on često koristi srednju vrijednost i množi je s Σ da bi dobio efektivnu vrijednost

► mjerenje nesinusnih napona takvim instrumentom izaziva značajnu pogrešku koja iznosi

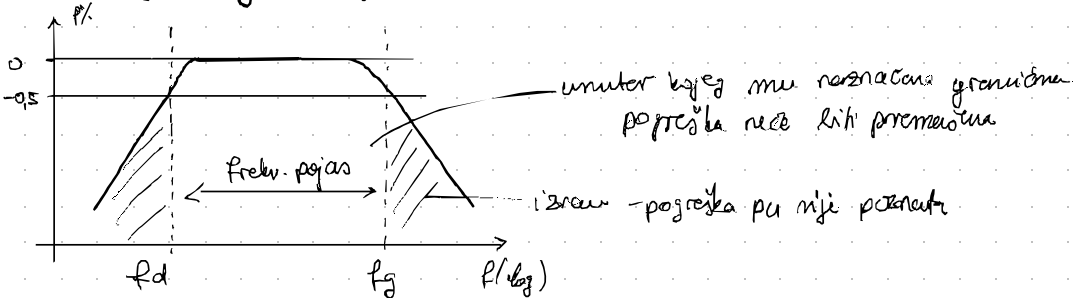
$p = \frac{U_0 - U}{U} = \frac{\Sigma_0 \cdot U_{se} - \Sigma \cdot U_{se}}{\Sigma \cdot U_{se}} = \frac{\Sigma_0 - \Sigma}{\Sigma}$

Primjer: $u(t) = U_{m1} \cdot \sin(\omega_1 t) + U_{m2} \cdot \sin(\omega_2 t + \phi)$

$U = \sqrt{\left(\frac{U_{m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{m2}}{\sqrt{2}}\right)^2}$

* ima smisla samo za izmjenične komponente

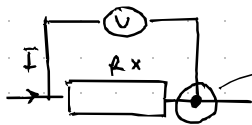
Frekvencijsko ograničenje instrumenata:



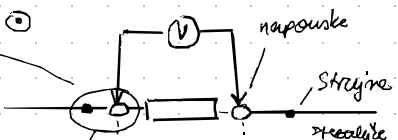
5. LVJ - Mjerenje otpora

Kontaktni ili prijelazni otpori \rightarrow na mjestima mehaničkog spajanja vodiča

— ovise o veličini i obliku kontaktne površine



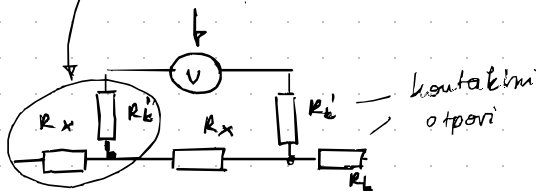
$\bullet + 0 = \odot$



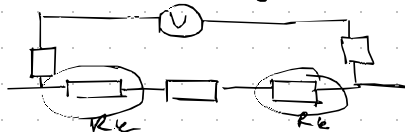
treba dovoljno odmaknuti od napona radi homogene gustoće strujnica

$\rightarrow R_k$ otpori su izvan mjerne površine \rightarrow ne ulaze u mjerenje

$\rightarrow R_k' \ll R_x \rightarrow$ može zanemariti



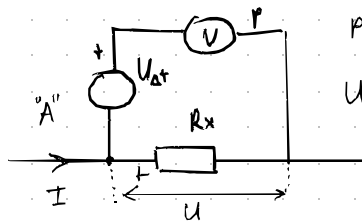
\Rightarrow NEPAŽLJIVO IZVEDEN SPOJ



• pri većoj struji mijenja se vrlo mali otpor

\rightarrow pri mjerenju istosmjernom strujom točnost VI-metode je narušena sustavnim učincima

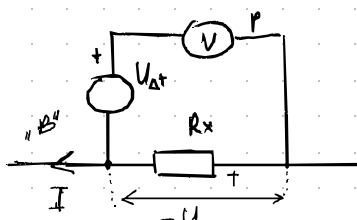
- posmak voltmetra (pogreška nultičnog napona za KS) = offset
- termonaponi duž mjernih spojeva vodiča s otporom



p - sustavna pogreška voltmetra

$U_{\Delta T}$ - termonapon

$$\hookrightarrow U_A = U + p + U_{\Delta T}$$



$$U_B = -U + p + U_{\Delta T}$$

Srednji napon U na otporu $\Rightarrow \frac{U_A - U_B}{2} = \underline{U}$

Ukupni napon smetnji $\underline{U_S = p + U_{\Delta T}}$

\rightarrow pri mjerenju malih otpora izmjeničnom strujom stacionarni naponi U naponskom mjernom krugu nisu od značaja

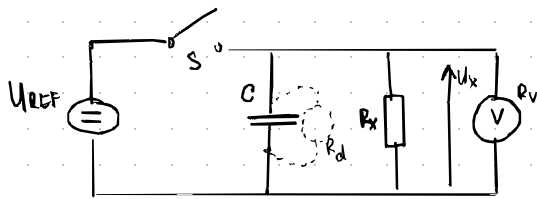
ALI pojačava se utjecaj induciranih napona smetnji U_S

$\hookrightarrow U_S \propto I, f; S_{\text{petlje}} \Rightarrow$ zato se može nadomjestiti ekv. induktivnom reaktancijom u seriji s mjernim objektom unutar naponskih sklopki

Mjerenje velikog otpora metodom gubitka naboja

→ otpor veći od 10^8 premašuje mjerni domaći multimetra

→ metodom gubitka naboja mogu se mjeriti otpori do $10^{15} \Omega$

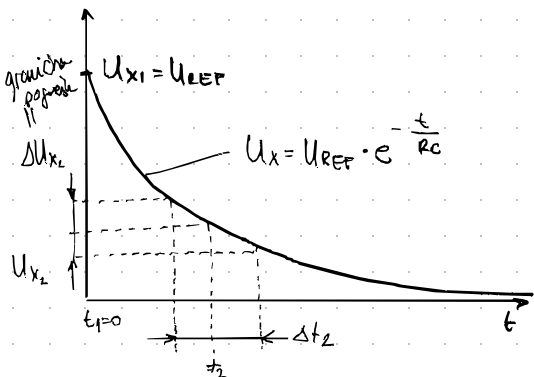


→ uz uključenu sklopku S, kondenzator C se najbrže naboja na poznati U_{REF}

to → otvara se sklopka → prazni se C
mjeri se vrijeme t_2 potrebno da se izlazi C preko otpora R

→ mjeri se do trenutka kad mu napon padne na unaprijed odabranu vrijednost U_{x2}

→ kondenzator mora biti posebno odabran s obzirom na materijal dielektrika ($\sigma \ll \epsilon, \rho \gg$)
da utjecaj R_d (izlascijevni otpor) na R_x bude što manji



$$\Rightarrow R' = \frac{R_d (R_E)}{R_d + R_E} \quad \text{ulazni otpor}$$

uz uključujuću
 R_x , C će se izlascijati

$$R = \frac{t^2}{C \cdot \ln \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right)}$$

dok je sami mjereni
otpor

$$R_x = \frac{R' R}{R' - R}$$

⇒ u povoljnijim slučajevima ($R_x < 10^9$) R_d i R_E je moguće zanemariti

$$R_x \approx \frac{t^2}{C \cdot \ln \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right)}$$

izračun koeficijenta stand. nesigurnosti

$$U_c(R_x) = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial R_x}{\partial x_i} \right) \cdot U(x_i)^2} = \sqrt{\sum (G_i \cdot U(x_i))^2}$$

$$\boxed{\Delta x_2} \quad \frac{1}{C \cdot \ln \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right)}$$

$$\boxed{\Delta x_2 \cdot U_{x2}} \quad \frac{t_2}{C} \cdot \frac{1}{\ln^2 \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right) \cdot U_{x2}}$$

$$\boxed{\Delta x_2 \cdot C} \quad \frac{1}{C^2} \cdot \frac{t_2}{\ln \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right)}$$

$$\boxed{\Delta x_2 \cdot U_{REF}} \quad \frac{t_2}{C} \cdot \frac{1}{\ln^2 \left(\frac{U_{REF}}{U_{x2}} \right) \cdot U_{REF}}$$

$$* U(t_2) = \frac{q}{\sqrt{3}}$$

$$U(x_2) = \frac{q}{\sqrt{3}}$$

$$U_{REF} = 0$$

G. LVS - Određivanje nadomjestnih otpora gubitaka u materijalima

— pričinio zatvorenje magnetskih momenta učitava kristalne rešetke strukture materijala, a zbog kočnice sile na granicama domena on se zagrijava

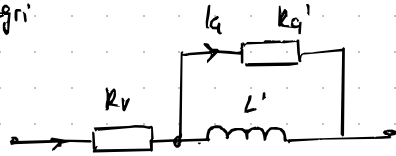
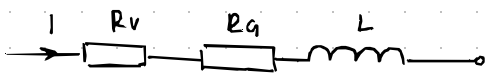
→ histerzni disipativni gubici

— izmjenični mag tok inducira protuelektromotornu silu i unutar samog mag. materijala

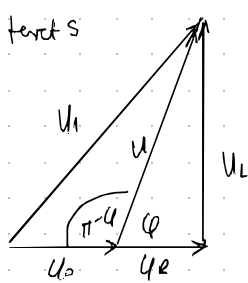
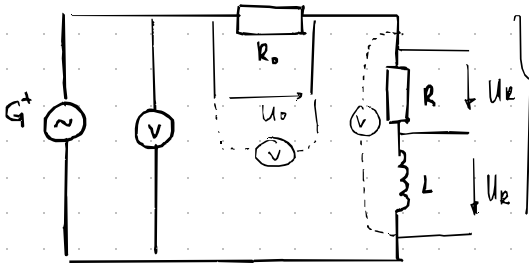
→ pokreću se vrtložne struje (oko zlinica zatvorenih mag. polja)

• vrtložne struje dodatno pridonose zagrijavanju jezgre

⇒ ukupne disipativne gubitke u jezgri:



snaga gubitaka P_g disipirana na nadomjestnom $R_g \Rightarrow P_g = I^2 \cdot R_g$



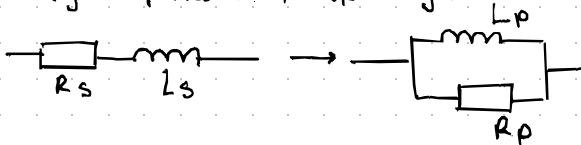
$$U_1^2 = U_0^2 + U^2 - 2U_0 U \cos(180^\circ - \phi)$$

$$\cos(\phi) = \frac{U_1^2 - U_0^2 - U^2}{2U_0 U}$$

$$P = \frac{U_1^2 - U_0^2 - U^2}{2R_0}$$

Ukupna snaga disipirana u obliku toplote

► Serijsko paralelna transformacija



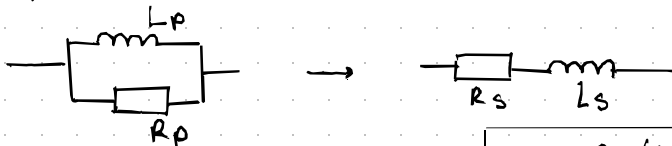
$$Z = L_s \omega i + R_s$$

$$Z = \frac{1}{\frac{R_s - L_s \omega i}{(R_s)^2 + (L_s \omega)^2}}$$

$$\frac{-1}{\omega L_p} = \frac{-L_s \omega}{(R_s)^2 + (L_s \omega)^2} \Rightarrow L_p = \frac{(R_s)^2 + (L_s \omega)^2}{(L_s \omega)^2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{R_s}{(R_s)^2 + (L_s \omega)^2} \Rightarrow R_p = \frac{(R_s)^2 + (L_s \omega)^2}{R_s}$$

► paralelna - serijski



$$Z = \frac{R_p \omega L_p (\omega L_p + R_p i)}{(\omega L_p)^2 + R_p^2}$$

$$R_s = \frac{R_p (\omega L_p)^2}{(\omega L_p)^2 + R_p^2}$$

$$\omega L_s = \frac{(R_p)^2 \omega L_p}{(\omega L_p)^2 + R_p^2}$$