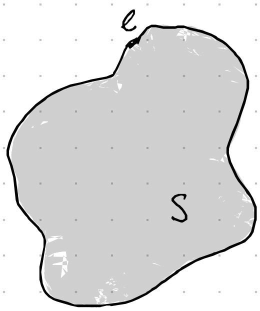
AMPÈROV ZAKON & STOKESOV TEOREM

Amperov zakon

- kada neku veličinu u svakoj točki opisujemo vektorom ⟹ vektorsko polje
  - ↳ el. polje (npr. površinski integral el. polja $\oint \vec{E} d\vec{s} = \int \vec{\nabla} \vec{E}\, dV$
  - ↳ mag. polje



cirkulacija vekt. polja

L linijski integral po zatvorenoj krivulji projekcija vektora na krivulju u svakoj njezinoj točki

⟶ cirkulacija vekt jakosti mag polja B po krivulji l : $\boxed{\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I}$ } Ampèrov zakon

- računanje $\vec{B}$ oko vodiča

$\oint_l \vec{B} d\vec{l}$ = cirkulacija polja $\vec{B}$

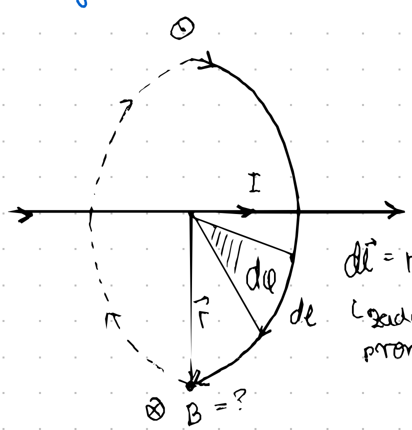
- smjer $d\vec{l}$ je određen pravilom desne ruke
  L PALAC = struja PRSTI = smjer $d\vec{l}$

Amperov zakon u integralnom obliku: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

gustoća el. struje: $J = \frac{d\vec{I}}{d\vec{s}} \longrightarrow dI = J d\vec{s} \; / \int \rightarrow I = \int \vec{J} d\vec{s}$

$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int J\, d\vec{s}$

Primjer:



Polje ne ovisi o kutu → mag. polje je jednako svugdje na istom r
L CILINDRIČNA SIMETRIJA

$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint \vec{B}\, r\, d\vec{\varphi} = \int \vec{B}\, r\, d\vec{\varphi} \cos 0 = \int_0^{2\pi} \underbrace{B}_{konst} r\, d\varphi$

$\Rightarrow B r \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$

$d\vec{l} = r \cdot d\vec{\varphi}$
L zadržava smjer promjene φ

$2\pi B r = \mu_0 I$

$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2 r \pi}}$

* uz pretpostavku da je žica beskonačna

Stokesov teorem ili teorem o rotaciji

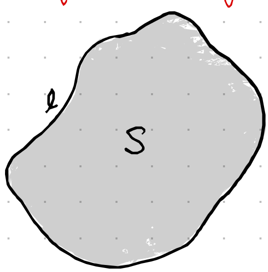
- kao u slučaju Gaussovog teorema (veza integrala po plohi i volumenu)

↳ ovdje: veza integrala po plohi i liniji koja omeđuje tu plohu

⟹ matemat. identitet koji povezuje integral cirkulacije vekt. polja po površini i integral tog polja po krivulji koja omeđuje tu površinu

$$\oint_c \vec{F} d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{F} \, d\vec{s}$$

dijelić ke krivulje c



Stokesov TM o rotaciji: $\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{s}$

gustoća struje: $I = \int \vec{J} \, d\vec{s}$

$$\Rightarrow \underbrace{\int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \, d\vec{s} = \mu_0 \int \vec{J} \, d\vec{s}}_{} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}}$$

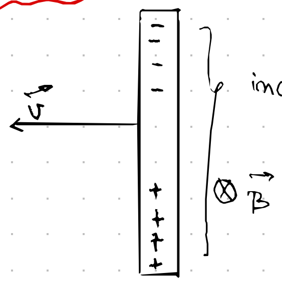
to je početak IV. MAXWELL jednadžbe

Faradayev zakon indukcije

▸ gibanje vodiča l u mag polju $\vec B$ brzinom $\vec v$

↪ pojavljuje se mag komponenta Lorenzove sile po naboju

$$\vec F_L = q(\vec E + \vec v \times \vec B)$$



$\vec F_L = q(\vec v \times \vec B)$

inducira se neki napon $V = \varepsilon$

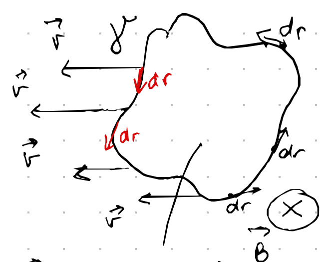
elektromotorna sila [V] → isto što i el. polje $\frac{\vec F_L}{q} = \vec v \times \vec B$

pravilo desne ruke (razdvajanje)

zbog premještanja naboja javlja se el. polje i time i napon (elektromotorna sila)

▸ ε je jednaka radu duž putanje $d\vec r$ po jediničnom naboju q

↪ integral el.mag. sile po jedinici naboja duž zatvorene krivulje γ



$$\varepsilon = \oint_\gamma \frac{F_L}{q} d\vec r$$

$$\vec v \cdot dt \times d\vec r = d\vec s$$

$$\varepsilon = \oint_\gamma \frac{F_L}{q} d\vec r = \oint_\gamma (\vec E + \vec v \times \vec B)\, d\vec r$$

• potencijal je f-ja stanja i ne ovisi o putu

↪ za zatvorenu krivulju vrijedi $\oint \vec E\, d\vec l = 0$

$$\varepsilon = 0 + \oint_\gamma \vec v \times \vec B\, d\vec r$$

$\vec a(\vec b \times \vec c)$ $\qquad$ $\vec a(\vec b \times \vec c) = \vec c(\vec a \times \vec b) = -\vec c(\vec b \times \vec a)$

$$\varepsilon = \frac{dt}{dt}\oint_\gamma \vec v \times \vec B\, d\vec r = \frac{d}{dt}\oint_\gamma d\vec r(\vec v \cdot dt \times \vec B)$$

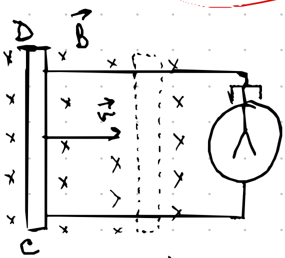
$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}\oint \vec B(\underbrace{\vec v dt \times d\vec r}_{d\vec s}) = \underbrace{\frac{-d}{dt}\oint \vec B\, d\vec s}_{\Phi} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{-d}{dt}\Phi_m}$$

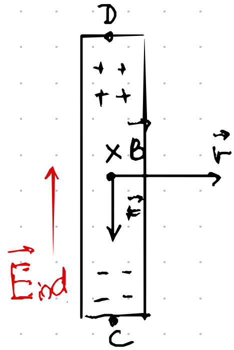
promjena mag polja u vremenu proporcionalna je nastanku napona

Faradayev zakon indukcije

▶ $\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} \cdot N$ → posljedica Lenzovog pravila: „uvik kontra"

"smjer inducirane $\mathcal{E}$ ($\mathcal{E}_{ind}$) je uvijek takav da struja stvorena tim naponom svojim magučinkom nastoji poništiti uzrok koji ju je proizveo





-komad kakvog metala kliži po dvjema paralelnim metalnim tračnicama, brzinom $\vec{v}$

→ prema pravilu desne ruke $\vec{F}$ bi trebalo ići ↑ (ALI)

ovdje je $\vec{F}$ gibanje naboja prema jednom kraju uzrokovano induciranim neelektrostatskim el. poljem → kontra je pa je ⊖

$\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}}{q}$ $\qquad$ $\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$ $\qquad$ * žica se električki polarizira (+ i −)

⟹ tako razdvojeni naboji stvaraju el. polje E

▶ razdvajanje naboja prestaje i uspostavlja se ravnoteža kada elektrostatsko polje postane jednako $-\vec{v} \times \vec{B}$ i tako poništi el. polje E.

• Eind jednaka je cirkulaciji $\vec{E}_{ind}$ → $\mathcal{E}_{ind} = \oint \vec{E}_{ind}\, d\vec{s}$ $\int_C^D (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s} = vBl$

smjer gibanja vodiča $\vec{v}$ i mag. ind. $\vec{B}_{ind}$ zatvaraju kut α, onda je iznos: $\mathcal{E}_{ind} = Bl\,v \cdot \sin\alpha$

▶ $\mathcal{E} = \oint_\gamma \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{-d\Phi}{dt} = \frac{-d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ ← površina $\qquad$ (s ≠ S da ne bi bilo zabune)

(put: $d\vec{s}$)

$\oint_\gamma \vec{E}\, d\vec{s} = \int \vec{\nabla} \times \vec{E}\, d\vec{S}$ ⟹ $\int \vec{\nabla} \times \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{-d}{dt} \int \vec{B}\, d\vec{S}$

III. MAXWELLOVA JEDNADŽBA $\qquad \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{-\partial B}{\partial t}}$

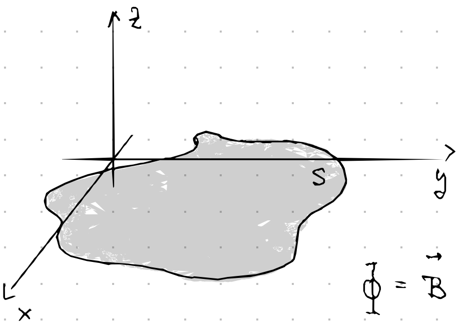
Zadatak 5.)

$S = 0{,}65\,m^2$ u ravnini $z=0$ $\qquad \vec{B} = B_0 \cos(\omega t)(\hat{y} + \hat{z}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\mathcal{E} = ?$

$B_0 = 0{,}05\,T$

$\omega = 10^3\,rad/s$



$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} \qquad \Phi = \int \vec{B}\,\underbrace{d\vec{S}}_{\text{ne znamo } d\vec{S}}$$

trebamo riješiti skalarni produkt a za to trebamo jedinični vektor smjera površine

$$\vec{S} = \boxed{\hat{z}}\,S$$

$$\Phi = \vec{B}\int_0^{\vec{S}} d\vec{S} = \vec{B}\vec{S}$$

$$\Phi = \frac{B_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t)(\hat{y} + \hat{z}) \cdot \hat{z} \cdot S$$

$$\Phi = \frac{B_0 S}{\sqrt{2}} \cos(\omega t)$$

derivacija po t

$$\mathcal{E} = \frac{-d}{dt}\Phi = \frac{B_0 S \omega}{\sqrt{2}} \sin(\omega t) \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{max} = \frac{B_0 S \omega}{\sqrt{2}}}$$

Zadatak 6.)

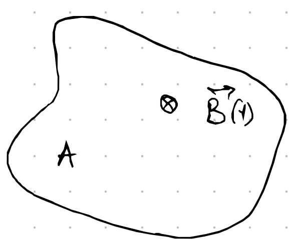
$B(t) = B_0 e^{-at}$, $a =$ konst.

→ mag. polje $B \perp$ površinu A $\quad 90°$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} \qquad \Phi = \int \vec{B}\,d\vec{S} = \int \vec{B}\,d\vec{S} \cdot \underbrace{\cancel{\cos\theta}}_{1} \Rightarrow \int \vec{B}\,d\vec{S} = B(t) \cdot \overbrace{\int dS}^{A}$$

$$\Phi = BA$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} = \underbrace{B_0 a e^{-at} \cdot A}$$



Lenzovo pravilo
↳ inducira se kontra polje:
- ako se u vremenu $B \uparrow$, onda će se inducirati B ali u kontra smjeru

Marko spominje neke točkaste naboje i δ ali ne kužim → funkcije distribucije?

→ mislim da ?

Zadatak 7.)

a) $\mathcal{E}_{MAX} = \frac{-d\Phi}{dt} \cdot 8$, $\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S}$

samo pomnožimo

N=8 (broj namotaja)

$S = 0{,}09\, m^2$

$R = 12\, \Omega$

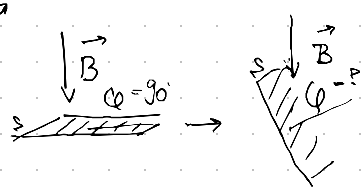
$B = 0{,}5\, T$

$f = 60\, Hz$

. B i S su konstantni

$\mathcal{E}_{max} = ?$

- rotira se



ali budući da se rotira, mijenja se kut između B i S

$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} \cdot \cos\varphi(t)$

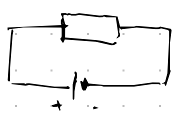
$\Phi = B S \cos(\omega t + \varphi)$

$$\mathcal{E} = \frac{-N d\Phi}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot \omega = \underbrace{N \cdot 2\pi f \cdot BS}_{E_{max}} \sin(\omega t + \varphi)$$

$E_{max} \longrightarrow$ kada je sin = 1

$$\mathcal{E}_{max} = NBS \cdot 2\pi f = 135{,}68\, V$$

b) $I_{max} = ?$



- unutarnji napon R je <<<

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{NBS \cdot 2\pi f}{R} = 11{,}3\, A$$