

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	1
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

Ishodi vježbe:

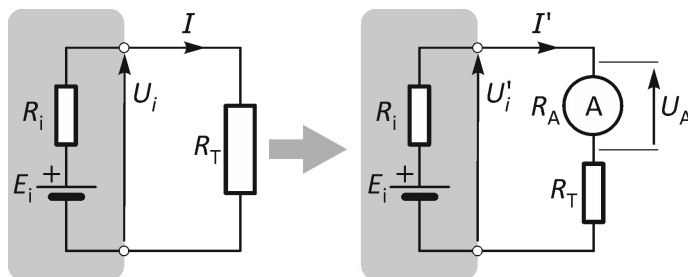
Nakon obavljene vježbe studenti će znati:

- objasniti pojmove: ulazni otpor voltmetra, otpor ampermetra, *burden voltage*
- procijeniti pogrešku uzrokovanu priključenjem instrumenta u mjerni krug
- ispraviti mjerni rezultat s pomoću podataka o instrumentu navedenima u specifikacijama

UVOD

Ampermetar u strujnom krugu

Za izmjeriti struju I ampermetrom u krugu prema slici 1a, strujni krug treba prekinuti te na mjesto prekida priključiti instrument. Priključenjem instrumenta povećava se ukupni otpor strujnog kruga za otpor ampermetra R_A (slika 1b), pa je za očekivati da struja I' očitana na ampermetru neće odgovarati struji I koju zaista želimo izmjeriti.



Sl. 1: a) promatrani strujni krug; b) strujni krug s priključenim ampermetrom

Prema tome, pogreška mjerenja struje uslijed priključenja ampermetra iznosi:

$$p_I = I' - I = \frac{E_i}{R_i + R_T + R_A} - \frac{E_i}{R_i + R_T}, \quad (1)$$

a u relativnom obliku

$$p_{I\text{-rel}} = \frac{I' - I}{I} = \frac{\frac{E_i}{R_i + R_T + R_A} - \frac{E_i}{R_i + R_T}}{\frac{E_i}{R_i + R_T}} = -\frac{R_A}{R_A + (R_i + R_T)}. \quad (2)$$

Pogreška $p_{I\text{-rel}}$ bit će manja što je otpor mjernog kruga ($R_i + R_T$) veći u odnosu na otpor ampermetra R_A . Kod ampermetra s više mjernih opsega otpor R_A je to manji što je odabrano mjerno područje veće. Tako je, primjerice, na mjernom opsegu 1 mA njegov otpor reda 100 Ω , dok je na opsegu 10 A reda 10 m Ω . Dakle, relativnu pogrešku mjerenja struje uslijed priključenja ampermetra određuje omjer otpora ampermetra i ukupnog otpora mjernog kruga, a ti otpori redovito u praksi nisu poznate veličine. Stoga se relativna pogreška (2) može iskazati i procijeniti na prikladniji način.

Na otporu ampermetra R_A za očekivati je neki pad napona U_A . U tom se smislu u specifikacijama digitalnog ampermetra navodi tzv. *burden voltage* U_{BV} . On odgovara najvećem naponu $U_{A\text{max}}$ pri mjerenju struje koja odgovara mjernom dometu I_{MD} za pojedini mjerni opseg:

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	2
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

$$U_{BV} = U_{Amax} = I_{MD} \cdot R_A. \quad (3)$$

Ako izmjerenu struju I' u krugu na slici 1b iskažemo kao:

$$I' = \frac{E_i - U_A}{R_i + R_T}, \quad (4)$$

tada se relativna pogreška p_{I-rel} (2) može zapisati i kao:

$$p_{I-rel} = \frac{I' - I}{I} = -\frac{U_A}{E_i}. \quad (5)$$

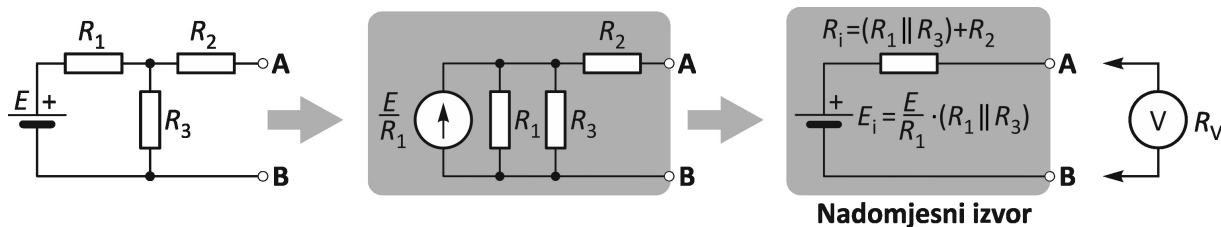
Pad napona na otporu ampermetra U_A izračunava se skaliranjem napona U_{BV} duž strujnog mjernog opsega omjerom struja I' i I_{MD} :

$$U_A = \frac{I'}{I_{MD}} \cdot U_{BV}, \quad (6)$$

pa za određivanje pogreške (5) jedino ostaje izmjeriti elektromotornu silu E_i koja odgovara naponu otvorenih krajeva mjernog kruga na mjestu priključka ampermetra.

Voltmetar u strujnom krugu

Mjerenje napona predstavlja mjerenje razlike potencijala između dvije točke mjernog kruga. Između te dvije točke može se nalaziti fizička komponenta (otpornik, kondenzator, svitak, aktivni element, složeni sklop) ili između njih zamišljamo nadomjesnu komponentu koja reprezentira učinak električkog ili magnetskog polja (električna vodljivost za izmjenično električko polje prikazana malim parazitskim kapacitetom, djelatna vodljivost materijala prikazana velikim nadomjesnim otporom i sl.). Prema Théveninovu teoremu, električku mrežu između spomenutih točaka mjernog kruga možemo nadomjestiti serijskim spojem naponskog izvora i unutarnjeg otpora odnosno, u izmjeničnim krugovima, nadomjesne impedancije. U slučaju istosmjerne struje, točke **A** i **B** mjernog kruga na sl. 2 nadomještaju se elektromotornom silom E_i izvora u serijskom spoju s nadomjesnim unutarnjim otporom R_i .

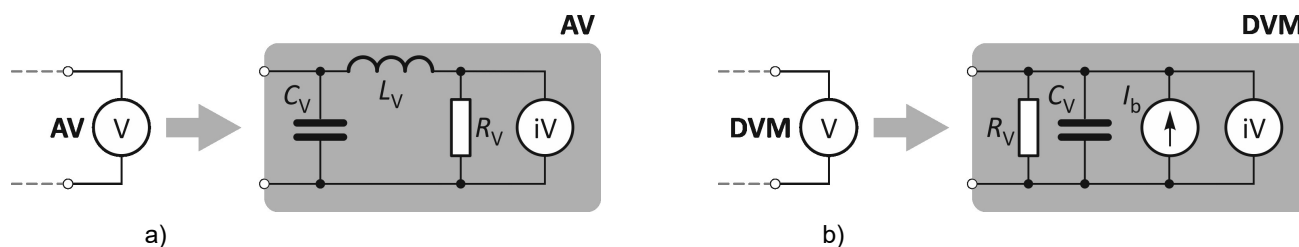


Sl. 2: Transformacija istosmjerne mreže između točaka A i B na serijski spoj naponskog izvora E_i i unutarnjeg otpora R_i

Teorijski promatrano, idealni voltmetar imao bi beskonačan ulazni otpor te kroz njega ne bi tekla struja. No, između ulaznih stezaljki voltmetra spojenih u točkama **A** i **B** uvijek teče neka malena struja, mijenja prilike u mjernom krugu te u stanovitoj mjeri utječe na promatranu razliku potencijala $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$. Ulazna struja kod analognog i digitalnog voltmetra postoji zbog konačnog unutarnjeg otpora voltmetra R_V (slika 3a i 3b), dok se kod digitalnog voltmetra javlja još i tzv. *bias* struja I_B ulaznog sklopovlja koja je redovito vrlo mala (reda veličine pikoampera). Pri izmjeničnim naponima postoji i utjecaj ulaznog kapaciteta C_V voltmetra, a kod analognog voltmetra još i induktiviteta svitka L_V . Stoga su ulazni krugovi u nadomjesnim shemama analognog i digitalnog voltmetra na slici 3 prikazani kombinacijama navedenih utjecajnih veličina

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	3
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

i idealnog voltmetra, označenog kao iV . Nadomjesna shema za digitalni voltmetar primjenjiva je i na ulazni dio digitalnog osciloskopa ili mjerne kartice.

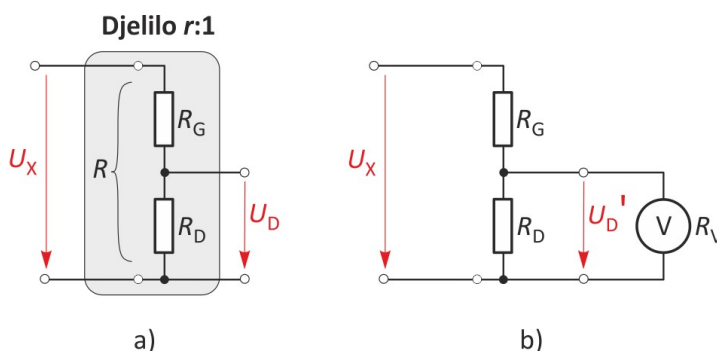


Sl. 3: Nadomjesna shema ulaznog kruga: a) analognog, b) digitalnog voltmetra

Priključenjem voltmetra konačnog ulaznog otpora R_V na točke **A** i **B** neke mreže, kako je prikazano slici 2, dolazi do pada napona na nadomjesnom unutarnjem otporu kruga R_i i posljedično pogrešnog mjerenja napona U_{AB} neopterećene mreže.

Kao primjer navedimo čest mjeriteljski zahtjev u praksi, a to je mjerenje napona koji premašuju raspoloživi mjerni domet voltmetra. Digitalni multimetri uobičajeno imaju mogućnost mjerenja napona do najviše 1 kV, mjerni domet digitalnog osciloskopa ne premašuje 200 V, dok je kod mjerne kartice on ograničen na svega 10 V. Za mjerenje viših napona voltmetar se tada kombinira s otporničkim naponskim djelilom (slika 4), koje odnosom otporâ gornje i donje grane R_G i R_D formira karakteristični omjer dijeljenja napona r .

$$r = \frac{U_X}{U_D} = \frac{R_G + R_D}{R_D} . \quad (7)$$



Sl. 4: Neizravno mjerenje napona naponskim djelilom: a) rasterećeno djelilo; b) djelilo opterećeno ulaznim otporom voltmetra

Promatrajući djelilo kao metodu za neizravno mjerenje napona U_X (slika 4a), za očekivati je da će vrijednost U_X odgovarati:

$$U_X = U_D \cdot \left(\frac{R_G + R_D}{R_D} \right) = U_D \cdot r . \quad (8)$$

Dakle, napon U_X se određuje na temelju poznatog omjera djelila r (7) i izmjerenog napona U_D na donjoj grani R_D . Međutim, uslijed paralelnog opterećenja konačnim ulaznim otporom R_V voltmetar će razgoditi otpor donje grane djelila i pritom izmjeriti napon U_D' (slika 4b). Tako ćemo, pogrešno, zaključiti da je napon koji mjerimo djelilom jednak

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	4
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

$$U_X' = U_D' \cdot r. \quad (9)$$

Pogreška u određivanju napona U_X bit će jednaka

$$p_{U_X} = U_X' - U_X = (U_D' - U_D) \cdot r, \quad (10)$$

no kako napon U_D nije poznat, pogrešku možemo izračunati u relativnom obliku na temelju ukupnog otpora djelila $R = R_G + R_D$, omjera djelila r i ulaznog otpora voltmetra R_V :

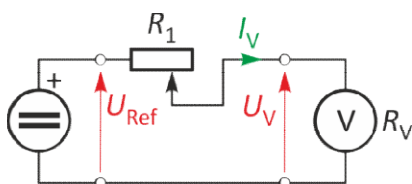
$$p_{U_X\text{-rel}} = \frac{U_X' - U_X}{U_X} = - \frac{r - 1}{(r - 1) + r^2 \cdot \left(\frac{R_V}{R} \right)}. \quad (11)$$

Slika 5 prikazuje komercijalno otporničko djelilo za mjerenje visokih napona (tzv. visokonaponska sonda) koje se koristi u kombinaciji s digitalnim voltmetrom ulaznog otpora $10 \text{ M}\Omega$. Djelilo je specificirano omjerom $r = 1000$ i ukupnim otporom $R = 1 \text{ G}\Omega$, pa bismo zbog opterećenja voltmetrom prema izrazu (11) očekivali relativnu pogrešku mjerenja napona $p_{U_X\text{-rel}} = -0,091$, tj. $-9,1 \%$. No ova je pogreška izbjegnuta tvorničkom korekcijom omjera djelila, tj. otpori R_G i R_D ugođeni su tako da tek priključivanjem voltmetra preporučenog ulaznog otpora $10 \text{ M}\Omega$ djelilo ostvaruje deklariranu točnost omjera r . O spajanju mjerila odgovarajućeg ulaznog otpora na djelilo treba voditi računa jer, primjerice, priključimo li na ovo djelilo osciloskop ulaznog otpora $1 \text{ M}\Omega$, pogreška mjerenja napona bit će na razini od čak -50% .



Sl. 5: Visokonaponsko djelilo Keithley 1600A ($r = 1000$ i $R = 1 \text{ G}\Omega$, u kombinaciji s digitalnim voltmetrom) za mjerenje napona do 40 kV

Ukoliko nije poznat iz specifikacija, ulazni otpor voltmetra R_V (ili bilo kojeg drugog mjerila napona) može se izmjeriti u spoju prema slici 6.



Sl. 6: Metoda za određivanje ulaznog otpora voltmetra

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	5
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

Napon U_{REF} je referentni napon poznate vrijednosti, a R_1 ugodivi otpor otprilike reda veličine kao i otpor voltmetra R_V . Obzirom da serijski spojenim otporima R_1 i R_V teče zajednička struja I_V , ulazni otpor voltmetra bit će jednak:

$$R_V = \frac{U_V}{I_V} = \frac{U_V}{\frac{U_{R1}}{R_1}} = \frac{U_V}{\frac{U_{REF} - U_V}{R_1}} = \frac{R_1}{\left(\frac{U_{REF}}{U_V}\right) - 1}. \quad (12)$$

PRIPREMA ZA VJEŽBU

Riješite zadatke:

1. Kolika je relativna pogreška u mjerenju istosmjerne struje digitalnim ampermetrom na mjernom opsegu 100 mA, kojeg je specificiran napon $U_{BV} = 110$ mV? Izmjerena je struja 68,72 mA, a napon otvorenih stezaljki na mjestu priključenja ampermetra iznosi 6,86 V.
2. Želimo li izmjeriti elektromotornu silu izvora unutarnjeg otpora 220Ω s relativnom pogreškom manjom od $-0,4 \%$, koliki najmanji ulazni otpor smije imati priključeni voltmetar?
3. Kolika je očekivana relativna pogreška mjerenja napona djelilom 1000:1, otpora $10 M\Omega$, ako je na donju granu djelila priključen voltmetar ulaznog otpora $500 k\Omega$?
4. Komercijalno naponsko djelilo omjera 100:1 i ukupnog otpora $10 M\Omega$ ostvaruje deklariranu točnost u primjeni s voltmetrom ulaznog otpora $1 M\Omega$. Koliki je omjer $(R_G + R_D)/R_D$ ovog djelila bez utjecaja voltmetra?

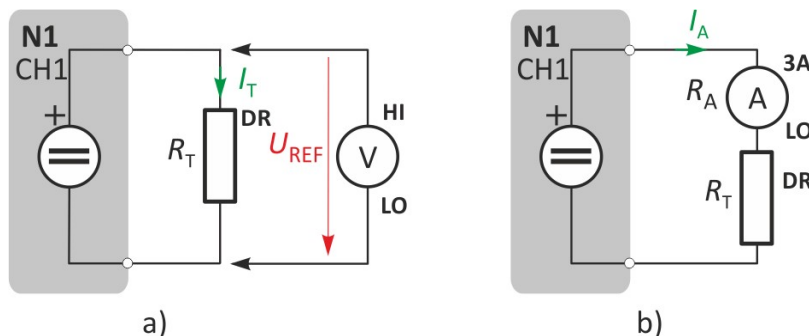
MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	6
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

POKUS 1

Otpor ampermetra i njegov utjecaj na mjerenje istosmjerne struje

Mjerna oprema i shema spoja:

Oznaka	Uređaj	Opis
N1	GwInstek GPE-2323	Ugodivi izvor istosmjernog napona, kanal 1 (CH1)
DR	Metrel MA-2115S	Otpornička dekada
A, V	Keysight 34461A	Digitalni multimeter s 6½ znamenaka



Sl. 7: Određivanje otpora ampermetra

Radna uputa:

- Uključite izvor **N1** i ugodite izlaz CH1 na napon od 4 V, uz strujno ograničenje 0,1 A.

Napomena: Izlazni napon postavlja se gumbom **VOLTAGE**, a strujno ograničenje gumbom **CURRENT**. Postavke izvora (neovisno na oba kanala) mogu se ugađati tek kad je izvor deaktiviran, tj. zeleni indikator **ON/OFF** ne svijetli. Inicijalno će uvijek pri uključivanju izvora oba izlaza **CH1** i **CH2** biti u neaktivnom stanju.

- Uključite digitalni multimeter **V** (voltmetar) i odaberite mjerno područje istosmjernog napona pritiskom na tipku **DCV**. Na izborniku pri dnu zaslona postavite sljedeće mjerne opcije:

RANGE: 10 V (mjerno područje voltmetra)

APERTURE: 10 PLC (vrijeme integracije napona je 10 *Power Line Cycles* ili $10 \cdot 20 \text{ ms} = 0,2 \text{ s}$)

Ostale postavke voltmetra su inicijalno ugođene i nisu od značaja za vježbu. Ulazne stezaljke za mjerenje napona označene su na prednjoj ploči multimetra s **INPUT HI** i **LO**.

- Otporničku dekadu **DR** ugodite na vrijednost $R_T = 5 \text{ k}\Omega$. U tu svrhu preklopku dekadskog stupnja 1 $\text{k}\Omega$ postavite na broj 5, a sve ostale preklopke na nulu.

Napomena: U pokusima koristite krajnju lijevu i krajnju desnu stezaljku za spoj dekade u mjerni krug.

- Spojite mjerni krug prema slici 7a. Aktivirajte izvor pritiskom na tipku **ON/OFF** i voltmetrom **V** izmjerite napon U_{REF} .
- Deaktivirajte izvor **N1** i odspojite voltmetar s otporničke dekade. **Gumb za ugađanje napona više ne dirajte!**

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	7
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

6. Spojite mjerni krug prema slici 7b. Kao ulazne stezaljke digitalnog multimetra **A** (ampermetra) odaberite priključak **3 A** i stezaljku **INPUT LO (obratite pažnju na polaritet, slika 7b)**. Digitalni ampermetar prebacite na područje mjerenja istosmjerne struje **DCI**, te postavite mjerne opcije:

RANGE: 1 mA (mjerno područje ampermetra)

APERTURE: 10 PLC

7. Aktivirajte izlaz izvora **N1** i ampermetrom **A** izmjerite struju I_A u mjernom krugu. Odredite otpor ampermetra R_A s pomoću napona izvora U_{REF} , struje u krugu I_A i otpora dekade R_T .
8. Izračunajte s pomoću izraza (2) relativnu pogrešku p_{I-rel} mjerenja struje I_T u krug tereta R_T na slici 7a koju bi uzrokovalo priključenje ampermetra **A** (unutarnji otpor izvora R_i zanemarite).
9. Usporedite izmjereni otpor R_A s vrijednošću procijenjenom na temelju specifikacija ampermetra:

Range 1 mA: Burden voltage = 0,11 V

10. Promijenite mjerno područje ampermetra na 10 mA pritiskom na tipku **RANGE: 10 mA**. Ponovite korake od 7. do 9. Za mjerno područje 10 mA specifikacija ampermetra je

Range 10 mA: Burden voltage = 0,05 V

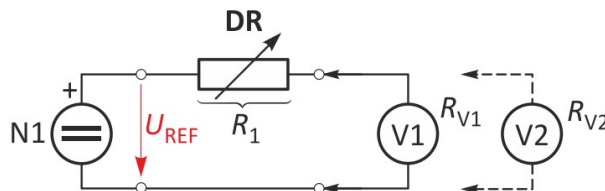
11. Isključite izvor **N1** i rasklopite mjerni spoj.

POKUS 2

Određivanje ulaznog otpora voltmetra

Mjerna oprema i shema spoja:

Oznaka	Uređaj	Opis
V1	UNI-T UT60A	Digitalni voltmetar s 3½ znamenke, mjerno područje 40 V
V2	Iskra BL0125	Analogni voltmetar, mjerno područje 6 V
DR	Metrel MA-2115S	Otpornička dekada
N1	GwInstek GPE-2323	Ugodivi izvor istosmjernog napona, kanal 1 (CH1)



Sl. 8: Shema spoja za mjerenje ulaznog otpora voltmetra

Radna uputa:

- Spojite mjerni sklop prema slici 8. Voltmetar **V1** spojen je na izvor napona **N1** preko otporničke dekade **DR**.
- Odaberite na voltmetru **V1** mjerno područje istosmjernog napona i mjerni opseg 40 V.
- Uključite izvor **N1**. Na kanalu **CH1** ugodite izlazni napon 5 V i postavite strujno ograničenje na 0,1 A. Aktivirajte izvor **N1** pritiskom na tipku **ON/OFF** (zeleni indikator svijetli).

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	8
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

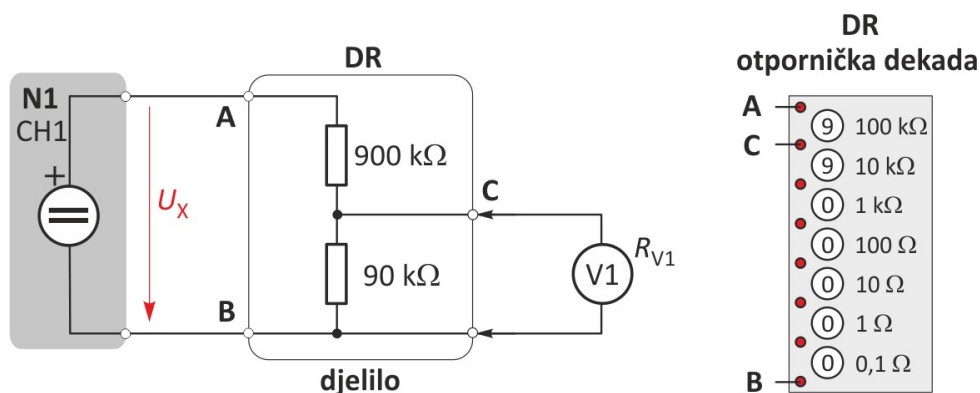
- Postavite otpor R_1 otporničke dekade **DR** na nulu (sve preklopke u položaj "0"). Uočite da je voltmetar sada izravno spojen na izvor **N1** te da mjeri napon U_{REF} . Očitajte i zabilježite napon U_{REF} .
- Povećavajte otpor dekade dok napon voltmetra ne ugodite na približno 4,70 V. Ugađanje započnite od najvišim dekadskim stupnjem (100 k Ω), pa nastavite u slijedu s nižima.
- Očitajte napon U_V na voltmetru i pripadajući otpor R_1 . Deaktivirajte izvor **N1** pritiskom na tipku **ON/OFF**.
- Izračunajte ulazni otpor R_{V1} iz izmjerenih vrijednosti U_{REF} , U_V i R_1 .
- Digitalni voltmetar **V1** zamijenite analognim voltmetrom **V2** (mjerno područje 6 V) i ponovite korake od 4. do 6. Izračunajte otpor analognog voltmetra R_{V2} .

POKUS 3

Mjerenje napona otporničkim djelilom i voltmetrom

Mjerna oprema i shema spoja:

Oznaka	Uređaj	Opis
V	Keysight 34461A	Digitalni multimeter s 6½ znamenaka
DR	Metrel MA-2115S	Otpornička dekada
N1	GwInstek GPE-2323	Ugodivi izvor istosmjernog napona, kanal 1 (CH1)



Sl. 9: Shema spoja za mjerenje napona djelilom voltmetrom i otporničkim djelilom

Radna uputa:

- Postavite preklopke otporničke dekade **DR** u položaje prema slici 9b (redom **9 9 0 0 0 0**), počevši od najvišeg stupnja). Formirajte otporničko naponsko djelilo tako da dekadu **DR** priključite na izvor **N1** u točkama **A** i **B** (slika 9a), a voltmetar na izhode **B** i **C** (obratite pažnju na položaj HI i LO stezaljki).
- Odaberite naponsko mjerno područje voltmetra **V** pritiskom na tipku **DCV**. Postavke voltmetra **V** trebaju biti:

RANGE: AUTO
APERTURE: 10 PLC
INPUT Z: 10 M Ω

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	9
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

► **Napomena:** Odabirom "INPUT Z: 10 MΩ" ulazni se otpor voltmetra R_V postavlja na vrijednost od 10 MΩ.

- Na kanalu **CH1** izvora **N1** ugodite izlazni napon između 9 i 10 V i postavite strujno ograničenje na 0,1 A. Aktivirajte izvor **N1** pritiskom na tipku **ON/OFF** (zeleni indikator svijetli).
- Očitajte napon U_V na voltmetru **V** i unesite ga u donju tablicu.
- Postavku ulaznog otpora voltmetra ugodite na **INPUT Z: Auto**

► **Napomena:** Odabirom "INPUT Z: Auto" ulazni otpor voltmetra R_V postaje reda veličine $10^{11} \Omega$ i možemo ga za potrebe vježbe smatrati neizmjerljivo velikim.

- Ponovo očitajte napon U_V na voltmetru **V** i unesite ga u donju tablicu.
- Odredite napon izvora U_X za obje postavke ulaznog otpora voltmetra.

Ulazni otpor voltmetra R_V	U_V	U_X
10 MΩ		
∞		

Pitanja:

- Zašto u pokusu 1 promjena mjernog područja ampermetra uzrokuje promjenu mjerene struje u krugu tereta R_T (slika 7b)?
- Kolika bi bila pogreška određivanja napona izvora U_X otporničkim djelilom u pokusu 3, korak 4., ako bismo propustom voltmetar smatrali idealnim?

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	10
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					

MUE 2024/25 – VJEŽBA 2.		Grupa:		Stranica:	11
Ime i prezime:		Mat. broj:		Datum:	
Utjecaj instrumenata na mjerni krug					