5. 1. UNUTARNJE I VANJSKE SILE U SUSTAVU ČESTICE I III. Newtnov zakon

Sustav čestica ⟶ čim je $N \geq 2$ čestica

- njihov indeks $i = 1, \dots N$ — $p_i = m_i \cdot v_i$

Unutarnje i vanjske sile u sustavu čestica:

— jednadžba gibanja i-te čestice $\Rightarrow \frac{dp_i}{dt} = F_i = F_i^{(ext)} + \sum_{j=1}^{} F_{ji}$

zbroj svih vrijednosti po indeksima j

unutarnja sila kojom j-ta čestica djeluje na i-tu čest

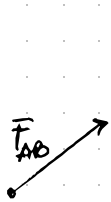
vanjska sila, djeluje na i-tu česticu neovisno o prisutnosti drugih čestica i zbroj sila kojima sve ostale čestice djeluju na i-tu česticu

III. Newtnov zakon Ako čestica A djeluje na česticu B silom F_{AB}, onda čestica B djeluje na česticu A silom $-F_{AB}$.

$$F_{BA} = -F_{AB}$$

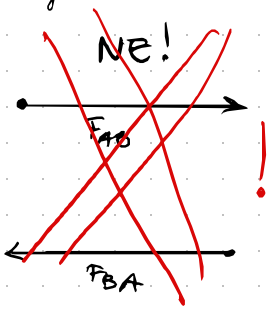
- sila kojima čestica djeluju jedna na drugu leže na pravcu kroz točke položaja obiju čestica

Privlačno međudjelovanje



Odbojno međudjelovanje

NE!



5.2. OČUVANJE KOLIČINE GIBANJA

Količina gibanja sustava čestica

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

Primjer 1.) Shvatimo sustav kao sustav velikog broja čestica ($\sum_i m_i = m$), a sve se gibaju jednakom brzinom ($\vec{v}_i = \vec{v}$).

$$\longrightarrow \vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i m_i \cdot \vec{v} = \left(\sum_i m_i\right)\vec{v} = \underline{m \cdot \vec{v}}$$

* Kada bismo derivirali količinu gibanja po t, dobili bi silu.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v}_i)}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \boxed{F}$$

zbroj svih vanjskih sila $\sum_i \vec{F}_i^{(ext)}$

$$\hookrightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \left(\vec{F}_i^{(ext)} + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}\right) = \sum_i \vec{F}_i^{(ext)} + \underbrace{\sum_i \left(\sum_{i \neq j} \vec{F}_{ji}\right)}_{=0}$$

Očuvanje količine gibanja sustava čestica

Ako je zbroj vanjskih sila koje djeluje na čestice jednaka nuli, onda je količina gibanja očuvana veličina (stalna u vremenu).

$$\vec{F}^{(ext)} = 0 \leftrightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

Primjer: Sudar dvaju tijela jednake mase bez promjene kinetičke energije sustava * (NEELASTIČAN)

Pretp: ne dolazi do promjene, samo preraspodjele E_k

Prije:

$\Rightarrow E_k$ = mehanička prije sudara miruje

$E_k = E_{k_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_1^2$

Nakon:

$E_k' = E_{k_1}' + E_{k_2}' = \frac{1}{2} m v_1'^2 + \frac{1}{2} m v_2'^2$

$E_k' = \frac{1}{2} m (v_1'^2 + v_2'^2)$

Zbog svojstva OČ. ENG.

$E_k = E_k'$

$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_1'^2 + v_2'^2) \Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

Zakon očuvanja kol. gib. $p = p'$

$v_1 = v_1' + v_2' \quad / ^2$

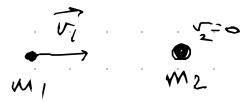
$v_1^2 = v_1'^2 + 2 v_1' v_2' + v_2'^2$

to vrijedi samo ako je $v_1' \cdot v_2' = 0$

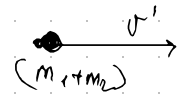
→ ako je $v_1' = 0$, prvo tijelo se zaustavlo, $v_1 = v_2'$ (prenesena)

→ ako je $v_2' = 0$, $v_1' = v_1$ — sudar se nije dogodio

Primjer: Nalijeće kao u prošlom primjeru, ali su mase različite i zajedno se nastavljaju gibati

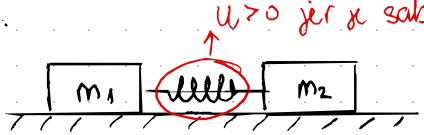
PRIJE: 

$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ $\quad p = m_1 v_1$

POSLIJE: 

$E_k' = \frac{1}{2}(m_1+m_2) v'^2$ $\quad p' = (m_1+m_2) v'$

Primjer: SABIJENA OPRUGA IZMEĐU DVA TIJELA ("mech eksplozija")

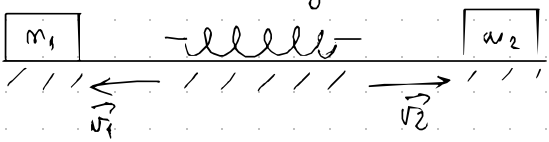
poč.: 

$E_k = 0$

$u = W$ (rad uložen u sabijanje)

$\Rightarrow E = E_k + u = W$

ako opruga odbije ta dva tijela:

kon.: 

$W' = 0$

$E_k' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

$\longrightarrow E = E'$

$W = E_k'$

$W = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$ — ukupna potenc. en. opruge je pretvorena u E_k

* djelovanje opruge gledamo kao međučestično djelovanje ($u = \sum_{i \neq j} F_{ij}$), a zbroj vanjskih sila je 0 $\longrightarrow$ p je očuvana

$0 = p = p' = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \longrightarrow m_1 v_1' = m_2 v_2'$

$E = E_k + u \longrightarrow W = E_k'$

$W = \frac{1}{2}(m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2) \longrightarrow 2W = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 m_2 W}{m_1 (m_1+m_2)}}$ $\quad v_2 = \sqrt{\frac{2 m_1 W}{m_2 (m_1+m_2)}}$

5.3. SREDIŠTE MASE SUSTAVA ČESTICA

Središte mase sustava čestica