OSNOVNI POJMOVI I DEF

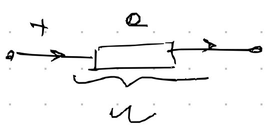
- el. krugovi i el. mreže skup povezanih naprava

OSNOVNE F-JE EL. MREŽE
- oblikovanje ili prijenos signala
- oblikovanje ili prijenos energije

* u krugu je sve zatvoreno, u mreži nije ali to su finese, rekli smo

=> bavimo se modeliranjem el. krugova
↳ matemat. modeli koji bi opisali ponašanje

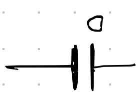
Realna el. mreža	El naprave	fiz zakonitosti u el napravama	} Realna mreža
⇓	⇓	⇓	
mat model	idealizirani el.	mat. svojstva el.	} modeliranje

NPR 

— na otpor ne djeluje toplina

$u = I \cdot R$ — mat model → $u = L\frac{dI}{dt}$ fizikalne stvari koje su unutar el. će biti prikazano kroz mat svojstva

- realne stvari zamijenimo s nadomjesnim → ne bavimo se komponentama realne mreže
↳ modeli se iznimno dobro poklapaju s realnim mrežama *


Kapacitet = element idealizirane mreže

ako možemo izignorirati karakterizaciju realnih => možemo idealizirati
↳ koncentrirani el. bez fiz dimenz

Teorija električnih krugova

ANALIZA

· u frekvencijskoj domeni

· odnos odziva i pobude

- jednoznačan postupak!

SINTEZA

- sinteze dvopola

*napravimo nešto sami (projektiranje)

- višeznačan postupak

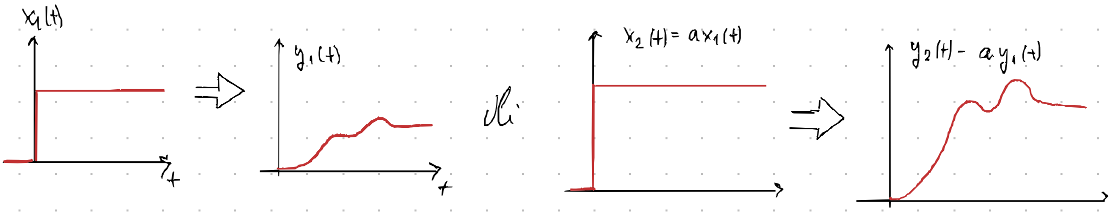
Čvorište = eng. „node"

Linearne mreže i sustavi imaju svojstva:

1) homogenost

· oblik odziva ne ovisi o veličini pobude

↳ tj. ako: $F[a\,x(t)] = a\,F[x(t)] \Rightarrow a\,y(t)$



2) aditivnost

odziv na zbroj dviju pobuda jednak zbroju pojedinačnih odziva

→ ako je $F[x_1(t)] = y_1(t)$ i $F[x_2(t)] = y_2(t)$

⟶ $F[x_1(t) + x_2(t)] = F[x_1(t)] + F[x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$

Primjer: Odziv $y(t)$ nekog sustava na pobudu $x(t)$ dan je izrazom:

a) $y(t) = 2e^{x(t)}$

I. provjerimo homogenost

II. pretpostavimo da ima pobudu oblika $x_1(t) = a x(t)$

⇒ tada odziv glasi:

$y_1(t) = 2e^{x_1(t)}$

$y_1(t) = 2e^{ax(t)} = 2(e^{x(t)})^a = a2e^{x(t)} = a\,y(t)$

homogenost ne vrijedi → nije linearan

ili nul-test:

$x(t) = 0 \rightarrow y(t) = 2e^0 = 2 \neq 0$

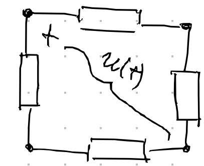
Električni krug

- ne ulazimo u strukturu već matemat. funkciju koja transformira neku veličinu

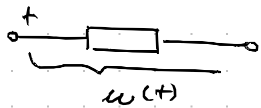
* ako znamo ulaz i sistem ⟶ izračunaj izlaz i obrnuto

OSNOVNE DEF

- svakom paru čvorišta pridružena je funkcija $u(t)$
  - def valnim oblikom → mat izrazom i smjerom

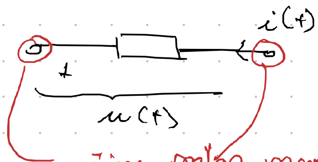


↳ nije isto što i napon grane



↳ napon para čvorišt

Združena ref usmjerenja:

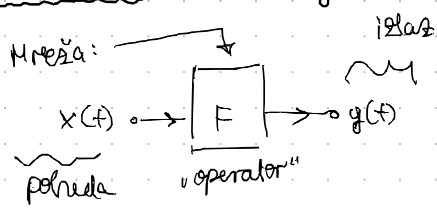


čine prilaz mreži

u je dobar — pazi na ref. usmjerenje

↳ $\underbrace{u(t) = -R \cdot i(t)}$ — pretpostavljeni smjerovi

Linearnost → homogenost i aditivnost



→ možemo reći da je F funkcija koja transformira pobudu $y(t) = F(x(t))$

F - ulaznim signalima pridružuje izlazne signale

vrijedi linearnost ako $F(\alpha x + \beta y) = \alpha F(x) + \beta F(y)$ $\quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$x \rightarrow \boxed{F} \rightarrow F(x)$ $\qquad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$y \rightarrow \boxed{F} \rightarrow F(y)$ $\qquad \forall x \in \mathcal{D}_f$

$\alpha x + \beta y \rightarrow \boxed{F} \rightarrow F(\alpha x + \beta y) = F(z)$ $\qquad x + y \rightarrow \boxed{F} \rightarrow F(x) + F(y)$

↳ sustav je aditivan

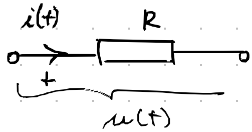
Važno: kod lin. krugova oblik odziva ne ovisi o veličini pobudnog signala

Ako je ulazni napon

- 1V
- 1kV

} oblik odziva je isti samo je 1000 puta viši

Primjer: Otpor



a) $U = R \cdot I$

$\hookrightarrow i = \frac{U}{R} = \frac{1V}{1000\Omega} = 10^{-3}$ $\qquad U = 1V \longrightarrow 10^{-3}$

b) $R = 1k\Omega \longrightarrow i = \frac{1000}{1000} = 1$ $\qquad U = 1 \cdot 10^{3} V \longrightarrow 10^{-3} \cdot 10^{3} = 1$

$U = 1k\Omega$

ako povećamo pobudu x1000, povećali smo i odziv za toliko

=> svojstvo homogenosti kao dio linearnosti $i(t) = \frac{U_1(t)}{R} = \frac{a \cdot U}{R} = \underline{\underline{a \cdot i(t)}}$

Primjer: Odziv $y(t)$ nekog sustava na pobudu $x(t)$ dan je izrazom:

a) $y(t) = 2e^{x(t)}$ je li linearna f-ja?

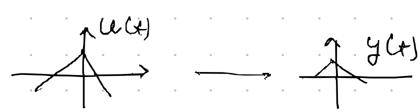
$y(t) = 2 \cdot e^{x(t)}$

$x_1 = a \cdot x(t) \longrightarrow y_1 = a \cdot y(t)$? $\qquad$ ne vrijedi homogenost

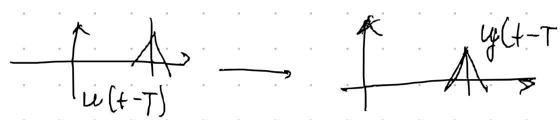
$y_1 = 2e^{x_1(t)} = 2e^{ax(t)} \neq a\,y(t) \longrightarrow$ prema tome nije linearan

Vremenska nepromjenjivost

$x(t) \longrightarrow \boxed{F} \longrightarrow y(t)$



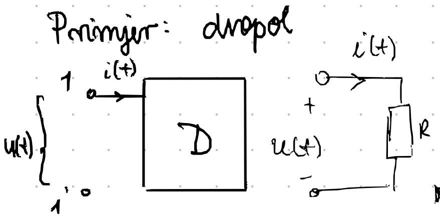
$x(t-T) \longrightarrow \boxed{F} \longrightarrow y(t-T)$



za takvu mrežu vrijedi: $y(t-T) = F[x(t-T)] \quad \forall x(t), y(t)$

Pasivnost i aktivnost - svojstvo mreže da apsorbira ili isporučuje el. energiju svijetu
$E(t)>0$ $\quad$ $E(t)<0$

Primjer: dvopol



▶ Snaga koju mreža isporučuje krugu (otporu) je $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ i to je trenutna snaga

▶ Ukupni iznos en. $E(t)$ isporučene dvopolu do trenutka t

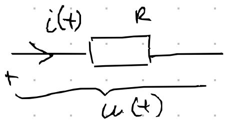
$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, u(\tau)\, d\tau$$

treba nam da bismo mogli definirati je li apsorbirala ili emitirala energiju

▶ pasivna mreža: $E \geq 0, \forall t$ i bilokoji $i(t)$ i $u(t)$

▶ aktivna mreža: ona koja nije pasivna

• **otpor**

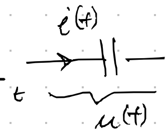


$$E = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, i(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t} R\, i(\tau)^2 d\tau$$

$u(t) = R \cdot i(t)$

$$= R\int_{-\infty}^{t} i(\tau)^2 d\tau \geq 0$$ → znači otpor je pasivna mreža!

• **kondenzator**



$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \iff i(\tau) = C\frac{du(\tau)}{d\tau}$$

$i(\tau)\,d\tau = C\,du(\tau)$

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, i(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} C\cdot u(\tau)\cdot du(\tau)$$

$$E(t) = C\cdot \frac{u^2(\tau)}{2}\Big|_{-\infty}^{t} = \frac{C}{2}\left(u^2(t) - \underbrace{u^2(-\infty)}_{=0}\right) \longrightarrow E(t) = C\,\frac{u^2(t)}{2} \geq 0$$

* pretpostavili smo $\qquad$ pasivan

* idealni kapacitet skladišti energiju i ne vraća ju u krug

→ ako su $u(t)$ i $i(t)$ signali s konačnom energijom, tj. ako vrijedi

$u_C(\infty) = u_C(-\infty) = 0$

$$\int_{-\infty}^{t} u_k^2(\tau)d\tau < \infty \quad i \quad \int_{-\infty}^{t} i_k^2(\tau)d\tau < \infty$$ *(iznosi $u_L(t)$ i $i_L(t)$ za ekstremne iznose t jednaki su nuli)

$$\Rightarrow E(\infty) = \sum_{k=1}^{K}\int_{-\infty}^{\infty} u_k(\tau)\, i_k(\tau)\, d\tau = 0$$ MREŽA BEZ GUBITAKA

$\forall u_k(t), i_k(t)$ $\quad$ ↳ $E(\infty) = \emptyset$

$E_C(t) = C\frac{u^2(t)}{2} \xrightarrow{t=\infty} 0$ $\quad$ $E(\infty) = C\frac{u^2(\infty)=0}{2} \Rightarrow 0$

$E_R(\infty) = R\int_{-\infty}^{\infty} i^2(\tau)d\tau \geq 0$ $\quad$ ali nemamo arg. koji bi tvrdio da je to $\emptyset$

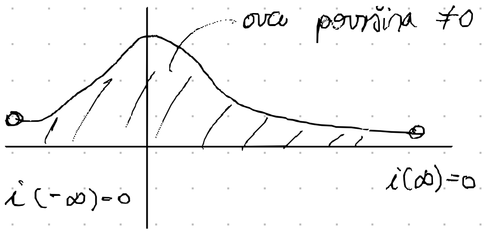
iako je $i(\infty) = 0$ ne znači da će podintegralna f-ja biti 0

⇒ za otpor ne možemo zaključiti da je mreža bez gubitka

#bože mi oprosti, otpale mi kosti

− za sve poz. stvari je >0, a za sve 0 je $0 \geq$? WTF?

$E_R(\infty) \neq 0$, odnosno $E_R(\infty) = 0 = \int_{-\infty}^{\infty} i^2(\tau)d\tau = 0 \overset{akko}{\iff} i(\tau) = 0$ cijelo vrijeme



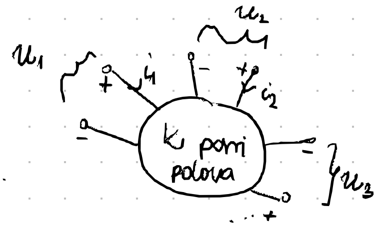
Kakva god $i(t)$ bila, kada se kvadrira >0,

Nikad ta površina neće biti 0

? kako će onda $u(\infty)$ biti 0 ??

• napon je $u(-\infty)$ bio nula → napon u nekom kon. trenu postaje aktualan

Mreža s više polova (prilaza)



=> pasivna ako je za bilokoji oblik $u_k(t)$ i $i_k(t)$ $(k=1,\dots K)$ ukupna bilanca en. apsorbirane u do trenutka t, pozitivna

↳ pasivna: $E(t)=\sum_{k=1}^{K}\int_{-\infty}^{t} u_k(\tau)\, i_k(\tau)\, d\tau > 0$

→ C ima

· pasivne mreže bez gubitaka imaju sposobnost spremanja energije (jer mogu svu spremljenu en. vratiti vanjskom svijetu)

↳ R nema