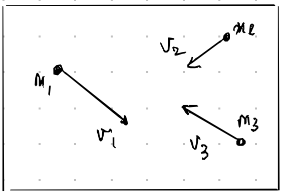
TEPERATURA

→ mjera $\bar{E}_k$ neuredenog gibanja čestica od kojih je sačinjeno tijelo (ili toplinski sustav)



→ na određenim temp čestice se drugačije gibaju

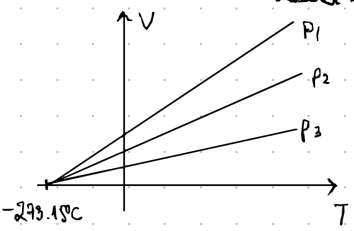
Maxwellova jed. po brzinama (mikroskopski)

↙ makroskopske veličine

Skala temperature i nulti zakon termodinamike

Celsiusova skala: vrelište, ledište vode pri stand. tlaku

Termodinamička skala: trojna točka vode ekstrapolacija nule za p-t ili V-t omjer



$1K = (t_{tv} - t_0)/273,16\,°C$

→ $T[K] = t[°C] + 273,15$

Toplina [J]

- neuredeno gibanje → pri pretvorbi u meh. rad postoje gubitci (disipativni učinci)
- * može se prenositi ako su u kontaktu, a da se pritom ne vrši rad

Širenje tijela zagrijavanjem

→ linearno širenje : $l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$ $\quad \alpha = \frac{dl}{l_0 \Delta T}$

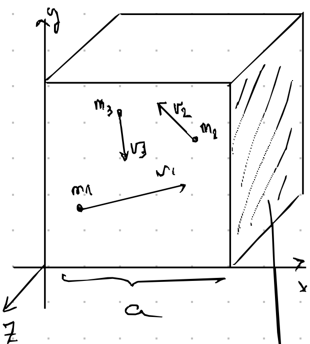
→ volumno širenje : $V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$ $\quad \gamma = \frac{dV}{V_0\, dT} \simeq 3\alpha$

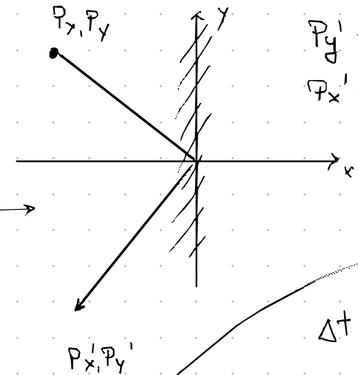
Molekularno-kinetička teorija plinova

Idealni plin:

- među mol sile - zanemarive
- volumen mol zanemariv u odnosu na volumen plina
- sudari su savršeno elastični (ZOKG, ZOEk)
- srednja brzina pojedine mol. je nula (Brownovo gibanje)
- vrijeme sudara je zanemarivo u odnosu na vrijeme između sudara
- sve čestice imaju stalnu i istu masu

Tlak idealnog plina u MKT





$p_y' = p_y$

$p_x' = -p_x$

$\Delta p_{x_i} = 2p_{x_i} = p_x - p_x'$

$= 2mv_{ix}$

Δt (da se vrati nazad u istu stjenku)

$\Delta t = \frac{s}{v_{ix}} = \frac{2a}{v_{ix}}$

$p_{(tlak)} = \frac{F}{a^2}$

F_i (pojedine čestice) $= \frac{\Delta p_{x_i}}{\Delta t} = \frac{2mv_{ix}}{\frac{2a}{v_{ix}}}$

Zašto gledamo samo jednu stjenku? Jer nas zanima tlak na samo jednu površinu

$F_i = \frac{\cancel{2}m(v_{ix})^2}{\cancel{2}a} = \frac{m(v_{ix})^2}{a}$ konst $\Big/ \sum_i$

br čestica

$F = \sum \frac{m(v_{ix})^2}{a} \longrightarrow \boxed{F = \frac{m}{a}\sum(v_{ix})^2} = N\overline{v_x^2}$

kao da svaku čest. množimo sa srednjom brzinom

$\sum(v_{x_i})^2 = \frac{1}{3}N\overline{v}^2$

A nas zanimaju sve 3 dimenzije

$\sum(v_{ix})^2 = \sum(v_{iy})^2 = \sum(v_{iz})^2 \longrightarrow \sum(v_{ix})^2 + \sum(v_{iy})^2 + \sum(v_{iz})^2 = 3\sum(v_{ix})^2 = \sum v_i^2 = N\overline{v}^2$

$p(tlak) = \frac{F}{S} = \underbrace{\frac{m}{a}\,\frac{1}{3}N\overline{v}^2}_{F} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{1}{3}\frac{N}{V}\, 2 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2}m\overline{v}^2\right)}_{\overline{E_k}} \Rightarrow \boxed{p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}E_k} \;\Big/ \cdot V$

volumen kocke

Jednadžba stanja plina: $pV = NKT$ $\Longrightarrow \boxed{pV = \frac{2}{3}N\overline{E_k}}$

$\frac{2}{3}\cancel{N}E_k = \cancel{N}KT \longrightarrow \boxed{\overline{E_k} = \frac{3}{2}KT} \longrightarrow \frac{1}{\cancel{2}}m\overline{v}^2 = \frac{3}{\cancel{2}}KT$

$\boxed{\overline{v}^2 = \frac{3KT}{m}}$

def apsolutne termodinamičke temperature

Ekviparticija energije – pravilna raspodjela energije

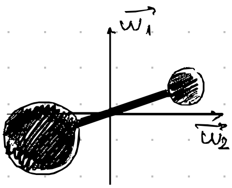
$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT \rightsquigarrow \underbrace{U}_{\text{unutarnja energija}} = N\bar{E}_k = \frac{3}{2}NkT$

Za svaki stupanj slobode ide $\frac{1}{2}kT$

↳ $E/_{st.slob} = \frac{1}{2}kT \cdot N$

* vibracije → elastičnost ⇒ dodatna energija

dvoatomne:

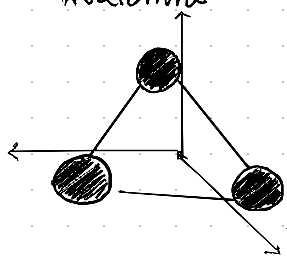


rotacija oko dvije okomite osi

→ nisu 3 jer 3. os prolazi kroz os koja spaja te 2 molekule, a moment tromosti je <<<

→ kroz x i y ima moment tromosti, kroz z je zanemarivo malen

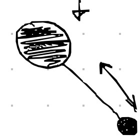
troatomne:



→ sve 3 osi imaju neki moment tromosti pa imamo njih 6 (i) stupnjeva slobode

na višim Temp:

→ vibracijski stupnjevi slobode (1 kinetički + 1 potencijalni)



TM o ekviparticiji energije:

svaki stupanj slobode jednako doprinosi unutarnjoj energiji

$$\boxed{U = \frac{i}{2}NkT}$$

jednoatomni $i = 3 \to \frac{3}{2}NkT = U$

dvoatomni → $T<$ $i = 5$ $\frac{5}{2}NkT$

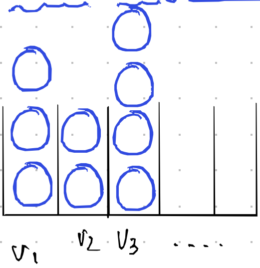
→ $T>>$ $i = 7$ $\frac{7}{2}NkT$

troatomni → $T<$ $i = 6$ $3NkT$

→ $T>>$ $i = 8$ $4NkT$

zbog vibracija i dodavanje $\bar{E}_{epx}$

Raspodjela čestica po brzinama



$$\bar{v} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(v)\, v\, dv}{\int_{-\infty}^{\infty} n(v)\, dv} \iff \bar{v} = \frac{\sum_{-\infty}^{\infty} n_i v_i}{\sum_{-\infty}^{\infty} n_i}$$

Postupak:

$$N = \sum N_i \rightarrow \int n(v)\, dv \implies n(v) = \frac{dN}{dv}$$ ← raspodjela čestica po brzinama

$$\underline{1} = \underbrace{\int f(v)\, dv}_{\text{f-ja vjerojatnosti}} \longrightarrow f(v) = \frac{n(v)}{N} = \frac{n(v)}{\int n(v)\, dv}$$

$$\bar{v} = \int f(v) \cdot v\, dv = \frac{\int n(v)\, v\, dv}{\int n(v)\, dv}$$

Eksperimentalno: Sternov / Zartmanov pokus (metoda proleta)

Teorijski – Maxwell $$\frac{dN}{dv} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left[-\frac{mv^2}{2kT}\right]$$

po brzinama

→ Čestice u plinu nemaju iste brzine.

Maxwellova raspodjela po brzinama: (to se očekuje da znamo!)

prosječna veličina

$$\bar{v} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(v)\, v\, dv}{\int_{-\infty}^{\infty} n(v)\, dv} = \int_{-\infty}^{\infty} v f(v)\, dv$$

→ max brzina $\quad v \gg v_{pmax} \longrightarrow e^{\left[-\frac{mv^2}{2kT}\right]}$, $\underbrace{\frac{mv^2}{2kT}}_{\gg 1} \longrightarrow \implies \underbrace{v \gg \sqrt{2kT/m}}_{v_{max}}$

→ najvjerojatnija brzina $\quad v_{pmax} = \sqrt{2kT \cdot \frac{1}{m}}$ $\quad \rightarrow \frac{d}{dv} P(v^2) = 0$

$$\rightarrow 2v e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right) \cdot 2v \implies \frac{2kT}{m} = v^2 \implies v_{pmax} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

→ prosječna brzina $\quad \bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$

$$\int v f(v)\, dv = \int_0^{\infty} v^3\, \text{konst}\; e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

→ prosječna kvad. brzina $\quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$$\int v^2 f(v)\, dv = \int_0^{\infty} v^4\, \text{konst}\; e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, dv$$

$$\implies \bar{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

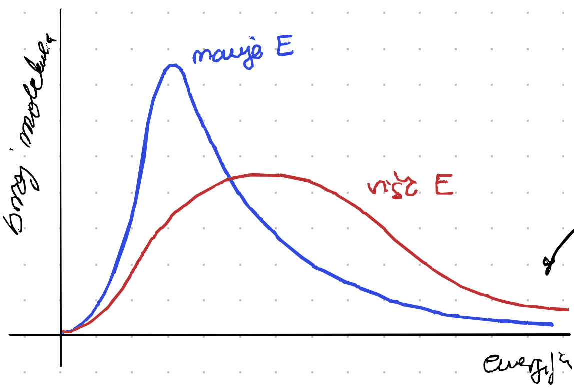
Maxwell-Boltzmanova raspodjela $\longrightarrow$ po energijama

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{dN}{dv} = \frac{dN}{dE} \cdot \frac{dE}{dv}$$

$$N_E = \frac{dN}{dE} = \frac{2N}{\sqrt{\pi k^3 T^3}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

po energijama



- malo čestica niske E
- srednja E ≠ najvjerojatnije
- postoje čestice koje imaju vrlo visoke