STANDARDNI KOMBINACIJSKI MODULI (2. dio)

– Shann, multipleksor, prioritetni koder, komparator –

Shannov teorem dekompozicije

↳ Shannov teorem ekspanzije

↳ Booleov teorem ekspanzije

→ $f(x_1, \ldots, x_i, \ldots x_n)$ proizvoljna funkcija od n varijabli $x_1, \ldots, x_n$

⇓ onda je to isto:

$$f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) = \bar{x}_i \, f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n) + x_i \cdot f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n)$$

$\boxed{\bar{x}_i}$ množi ono što se dobije kada se u f uvrsti da je varijabla $x_i = 0$

$$= \bar{x}_i \cdot f_{x_i=0} + x_i \cdot f_{x_i=1}$$

$\boxed{x_i}$ množi ono što se dobije kada se u f uvrsti da je $x_i = 1$

ovo su ti ostatci kada se promijeni varijabla x_i

* $\boxed{x_i}$ je bilo koja od n varijabli o kojima ovisi funkcija

Znači:

Dok je funkcija f funkcija od n varijabli, funkcije $f_{x=0}$ i $f_{x=1}$ su funkcije od $n-1$ varijabli: one ne ovise o varijabli x_i jer su dobivene uvrštavanjem konkretnih vrijednosti 0 i 1.

=> Funkcije $f_{x_i=0}$ i $f_{x_i=1}$ predstavljaju ono što se dobije kada se uvrštavanjem konkretnih vrijednosti iz funkcije eliminira jedna varijabla (konkretno x_i) ⟹ to je ono što ostane.

- zovemo ih funkcije ostatka / rezidualne funkcije

Rezidualne = jednostavnije od polazne f-je

Primjer:) $f(A,B,C) = \bar{A}C + B\bar{C}$

- radimo dekompoziciju po varijabli A

$f_{A=0} = \bar{A}C + B\bar{C} \Big|_{A=0} \rightarrow \bar{A} = 1$

$= 1 \cdot C + B\bar{C}$

$= C + B\bar{C} = \boxed{B+C}$ * ali možemo dalje

$= B \cdot 1 + C \cdot 1 = B(C+\bar{C}) + C(B+\bar{B})$

$= BC + B\bar{C} + BC + \bar{B}C = \boxed{BC + B\bar{C} + \bar{B}C}$

$f_{A=1} = \bar{A}C + B\bar{C} \Big|_{A=1} \rightarrow \bar{A} = 0$

$= 0 \cdot C + B\bar{C} = 0 + B\bar{C} = \boxed{B\bar{C}}$

Prema Shannonom teoremu:

$f(A,B,C) =$

$= \bar{A} \cdot f_{A=0} + A \cdot f_{A=1}$

$= \bar{A} \cdot (B+C) + A \cdot (B\bar{C})$

$= \bar{A}(BC + B\bar{C} + \bar{B}C) + AB\bar{C}$

*Svaka Booleova f-ja se može prikazati u obliku sume minterma

$f(A,B,C) = \bar{A}C + B\bar{C} = \bar{A} \cdot 1 \cdot C + 1 \cdot B \cdot \bar{C} = \bar{A}(B+\bar{B})C + (A+\bar{A})B\bar{C}$

$= \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$

$= \underbrace{\bar{A}(BC + \bar{B}C + B\bar{C})}_{f_1} + \underbrace{A(B\bar{C})}_{f_2}$

uočimo da smo zapisali f u obliku $\bar{A}f_1 + Af_2$

- ako u f-ju uvrstimo da je $A=0$:

$f(0,B,C) = 1 \cdot (BC + \bar{B}C + B\bar{C}) + 0 = f_1$

- ako u f-ju uvrstimo $A=1$

$f(1,B,C) = 0(BC + \bar{B}C + B\bar{C}) + 1 \cdot B\bar{C} = f_2$

Primjer 2.) Što ako fija nema minterma?

$f(A,B,C) = AB + AC$ prevodimo u sumu

$$= AB\cdot 1 + A\cdot 1\cdot C = A\cdot B(C+\bar{C}) + A(B+\bar{B})C$$

$$= \underline{ABC} + AB\bar{C} + \cancel{\underline{ABC}} + A\bar{B}C$$

$$= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C \qquad * \text{ fali nam } \bar{A}$$

$$= \bar{A}(0) + ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

dodavanjem 0 izraz se ne mijenja

$$\Rightarrow f_{A=0} = 0 \qquad f_{A=1} = BC + \bar{B}C + B\bar{C}$$

Shannov teorem koristan je alat kada složenju fiju trebamo dekomponirati na izraz koji sadrži jednostavnije Booleove funkcije.

-> Shann. dek. ima i svoju izravnu sklopovsku implementaciju u obliku jednog od stand. komb. mod.

= MULTIPLEKSORA =

MULTIPLEKSORI

· Sklopovska implementacija Shannovog teorema

Shannov teorem: $f(x_1,\dots,x_i, x_n) = \bar{x}_i \cdot f_{x_i=0} + x_i \cdot f_{x_i=1}$

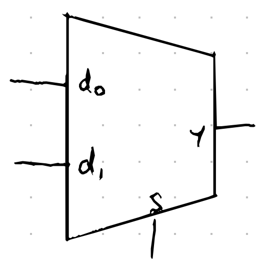
→ y ali s (adresna var.)   nulti — podatkovni ulaz — prvi

→ $\boxed{y = \bar{s} \cdot d_0 + s \cdot d_1}$ multipleksor 2/1

broj podat. ulaza   izlaz

y je jednak d_0 kada je $S=0$, odnosno d_1 kad je $s=1$.

Izraz predstavlja sklopovsku implementaciju naredbe if i koristi se kao selektor podataka



→ ovo je jednostavan multiplexor

Veći multipleksori

$$f(x_1, \dots, x_n) = \overline{x_i}\left(\overline{x_j} \cdot f_{x_i=0,\, x_j=0} + x_j \cdot f_{x_i=0,\, x_j=1}\right) +$$

$$x_i\left(\overline{x_j} \cdot f_{x_i=1,\, x_j=0} + x_j \cdot f_{x_i=1,\, x_j=1}\right) +$$

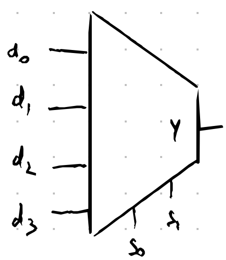
$$= \overline{x_i} \cdot \overline{x_j} \cdot f_{x_i=0,\, x_j=0} + \overline{x_i} \cdot x_j \cdot f_{x_i=0,\, x_j=1} +$$

$$+ x_i \cdot \overline{x_j} \cdot f_{x_i=1,\, x_j=0} + x_i \cdot x_j \cdot f_{x_i=1,\, x_1=1}$$

ako komplementima pridružimo odgovarajuće 0 i 1,

$00,\ 01,\ 10,\ 11 \rightarrow 0, 1, 2, 3 \Rightarrow 4$

$$y = \overline{s_1}\,\overline{s_0} \cdot d_0 + \overline{s_1}\, s_0 \cdot d_1 + s_1\, \overline{s_0} \cdot d_2 + s_1 \cdot s_0 \cdot d_3$$



Multipleksore označavamo s oznakom „multipleksor $n/1$" gdje je n broj podatkovnih ulaza

↳ Taj je broj obično 2^k – k je broj selekcijskih bitova

multipleksor 2/1 – 1 selekcijski bit

multipleksor 4/1 – 2 selekcijska bita

... itd