

a)

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

grayw kod, treba biti razlika za 2 bita

suma produkta

b)

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

boji značenja
treba biti potencija
kruža 2

c) K-tabelle za 4 varijable

* mislim da tu treba ići AB \ CD

npr. $f = \sum m(1, 2, 3, 10, 13, 14, 15)$

$A, B, C, D = 0, 0, 0, 1$

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | 1 | 1 | 1 |
| 01 | 1 | | | |
| 11 | 1 | 1 | 1 | |
| 10 | 1 | | | 1 |

$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}D + ABD + AC\bar{D} + \bar{B}C\bar{D}$

II:

| | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | | | |
| 01 | 1 | | 1 | |
| 11 | | | | |
| 10 | 1 | | 1 | 1 |

$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}D + ABD + AC\bar{D} + \bar{B}C\bar{D}$

$z = f(A, B, C, D)$

$= \sum m(4, 5, 13, 14, 15) + \sum d(1, 3, 7, 8, 12)$

| | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | 1 | X | X |
| 01 | X | 1 | 1 | |
| 11 | X | X | 1 | |
| 10 | | | 1 | |

| | |
|-----------|-----------|
| ABCD | |
| 0100 - 4 | 0001 - 1 |
| 0101 - 5 | 0011 - 3 |
| 1101 - 13 | 0111 - 7 |
| 1110 - 14 | 1000 - 8 |
| 1111 - 15 | 1100 - 12 |

DL lalo 02

D = UP

E RIGHT

A = DOWN

B = LEFT

C = RIGHT

| | |
|------|--|
| ABC | |
| DE | code[s] |
| | 1 1 1 |
| | 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 |
| D_00 | |
| 01 | |
| 11 | 1 |
| 10 | |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 110 | 111 | 101 | 100 |
| | 1 | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

4. MINIMIZACIJA

BOOLEOVIH IZRAZA

Minimum Booleove funkcije

- pojednostavljivanje sklopa \Leftrightarrow pojednostavljivanje izraza

→ neki se izraz drugog reda u obliku sume produkata smatra minimalnim (minimiziranim) ako ne postoji

• niti jedan ^{drugi} ekvivalentni izraz s manje produkata

• niti jedan drugi -||- s istim brojem produkata, ali manjim brojem literala

- LITERAL = {varijabla | komplement}

→ Dobila i rjezina fortura ="

K tablice - graficki prikaz Booleovih funkcija

• tab u 2D obliku

• polja u standardnim (produkti/sume)

| A | B | f |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | α_0 |
| 0 | 1 | α_1 |
| 1 | 0 | α_2 |
| 1 | 1 | α_3 |

\Rightarrow

$f(A,B)$

| | | |
|---|------------|------------|
| | A | |
| B | 0 | 1 |
| 0 | α_0 | α_2 |
| 1 | α_1 | α_3 |

• "razlika" graficki susjednih polja u samo jednoj var.!

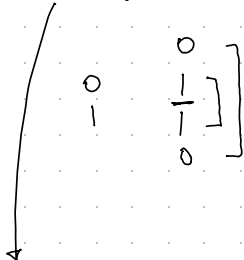
→ Karnaughove tablice

• graf strukt s 2^n polja za prikaz $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

K tablice

- označavanje polja = "pravokutne koordinate", Grayev kod
- minimizacija = "grupiranje polja" $d_{min} = 1$

* Grayev kod



| |
|----|
| 00 |
| 01 |
| 11 |
| 10 |

| |
|----|
| 00 |
| 01 |
| 11 |
| 10 |

| |
|-----|
| 000 |
| 001 |
| 011 |
| 010 |
| 110 |
| 111 |
| 101 |
| 100 |

→ susjedni brojevi se razlikuju samo u jednom bitu

Grayev kod

1. Zapišemo bin. reprezentacije 0-7 brojeva.

| | G |
|----------|------|
| 0 - 0000 | 0000 |
| 1 - 0001 | 0001 |
| 2 - 0010 | 0011 |
| 3 - 0011 | 0010 |
| 4 - 0100 | 0110 |
| 5 - 0101 | 0111 |
| 6 - 0110 | 0101 |
| 7 - 0111 | 0100 |

2. Generiranje Grayevog koda
- 0 = 000 jer nema prethodnog

- svaki slj. se dobiva XOR operacijom između trenutnog i prethodnog

→ razlikuju se u jednoj znamenici

→ izgradnja K tablice

| A \ B | 00 | 01 |
|-------|----|----|
| 0 | 0 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |

$2^n = 4$
4 kvadr.

$f(A, B)$

| A \ B \ C | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 2 | 6 | 4 |
| 1 | 1 | 3 | 7 | 5 |

$2^3 = 8$

$f(A, B, C)$

Zasto i kako se obrće

| A \ B \ C | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 4 | 12 | 8 |
| 1 | 1 | 5 | 13 | 9 |
| 2 | 3 | 7 | 15 | 11 |
| 3 | 2 | 6 | 14 | 10 |

$f(A, B, C, D) \rightarrow 2^4 = 16$

| A \ B \ C \ D | 000 | 001 | 011 | 010 | 110 | 111 | 101 | 100 |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 4 | 12 | 8 | 24 | 28 | 20 | 16 |
| 1 | 1 | 5 | 13 | 9 | 25 | 29 | 21 | 17 |
| 2 | 3 | 7 | 15 | 11 | 27 | 31 | 23 | 19 |
| 3 | 2 | 6 | 14 | 10 | 26 | 30 | 22 | 18 |

$f(A, B, C, D, E) \rightarrow 2^5 = 32$

• susjednost poja :

$$AB, CD$$

$$13 = 1101$$

$$\begin{array}{cccc} A & B & \bar{C} & D \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | 12 | 8 |
| 01 | 1 | 5 | 13 | 9 |
| 10 | 3 | 7 | 15 | 11 |
| 11 | 2 | 6 | 14 | 10 |

$$\rightarrow 12 = 1100 = AB\bar{C}\bar{D}$$

$$15 = 1110 = AB\bar{C}D$$

$$9 = 1001 = A\bar{B}\bar{C}D$$

$$5 = 0101 = \bar{A}B\bar{C}D$$

$$A = 2^3 \quad B = 2^2 \quad C = 2^1 \quad D = 2^0$$

a) K tablice za 2 varijable
primjer 1)

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| A \ B | 0 | 1 |
|-------|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

→ minimizacija k-tablica

- potrebno je "pokriti" (→ zaobkružiti)
ne jedinice u tablici minimum

- broj zaobkruženih \square treba
biti potencija broja 2

- zaobkruživanja trebaju biti što
više preklapajuća

Primjer 2.)

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

| A \ B | 0 | 1 |
|-------|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$f(A, B) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} + AB$$

$$= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$= \bar{A}\bar{B} + A(\bar{B} + B)$$

$$= \bar{A}\bar{B} + A = \bar{B} + A$$

$$= \bar{B}(\bar{A} + A)$$

$$= \bar{A}\bar{B} + \bar{B}A$$

b) K-tablica za 3 varijable

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |

* redoslijed Grayevog koda (mijetne ćelije se razlikuju u samo jednom bitu)

Primjer 3.)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$$f(A, B, C) = \bar{A} + \bar{B} \cdot C$$

minimalni zapis f u obliku

sume produkata

Primjer 4.)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- suma produkata $\rightarrow 1$

- produkt suma $\rightarrow 0$

Primjer 5.)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

$$(A+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C})$$

$$(\bar{A}+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$$(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C)$$