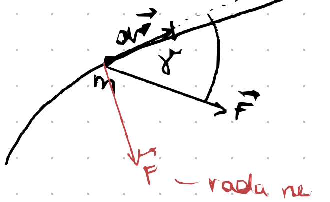
RAD SNAGA & ENERGIJA

$|d\vec{r}|$ često obilježavamo sa ds !!!

Rad: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$



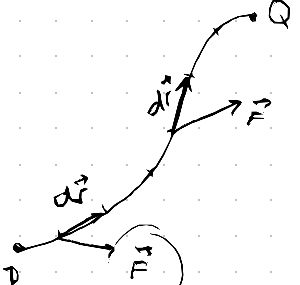
$$dW = F\, ds \cos\gamma$$

$\vec{F}$ – rada ne bi bilo jer je $\gamma = 90°$!

Ukupno obavljeni rad:

$$W_{PQ} = \int_P^Q dW$$

(zbroj svih malih radova koji obavljamo djelić po djelić)



$$W_{PQ} = \int_P^Q \vec{F}[\vec{r}] \cdot d\vec{r}$$

krivuljni integral vektorskog polja

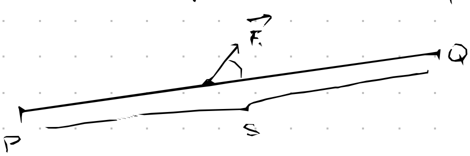
funkcija koja svakoj točki nekakvog prostora pridružuje neku vrijednost

ovisi o položaju, nije jednolika

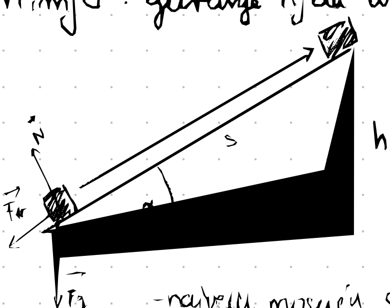
ako imamo pravac:

$$W_{PQ} = F_0 \cdot s \cdot \cos\gamma$$

ako je $\gamma = 0$ → onda srednjoškolska formula $W = Fs$



Primjer: guranje tijela uz kosinu



$F_0 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ – sila kojom se mi suprotstavljamo sili teži & trenja

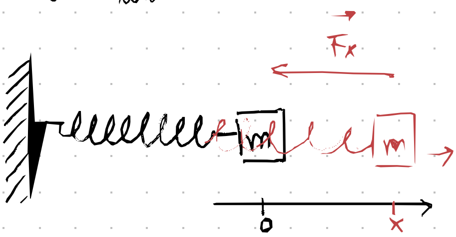
$$s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$W = F_0 \cdot s = mgh(1 + \mu \operatorname{ctg}\alpha)$$

- najveću moguću silu trenja bismo savladavali onda kada put ide u ∞, pa bi onda i rad W težio u ∞

$$\lim_{\alpha \to 0} W = \infty \quad , \quad \lim_{\alpha \to \frac{\pi}{2}} W = mgh$$

Primjer: rad* koji obavljamo pri sabijanju ili rastezanju linearne opruge!



kada je $x \neq 0$ (nije u ravnotežnom p.)

$$\boxed{F_x[x] = -kx}$$

- što dalje smo otišli od ravnotežnog položaja, sila je veća za k, ali djeluje u kontra smjeru

tu opruga ne djeluje nikakvom silom

* Računamo rad koji MI! obavljamo rastezanjem opruge iz ravnotežnog.

$$W[x] = \int_0^x (-F_x[x'])\,dx'$$

jer rad koji mi obavljamo je suprotan od rada opruge!

$$= \int_0^x kx'dx \Rightarrow \boxed{W[x] = \frac{1}{2}kx^2}$$

jednako i za sabijanje i za rastezanje

SNAGA: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} dW = \int_{t_1}^{t_2} P[t]\,dt$$

KINETIČKA ENERGIJA

čestice mase m koja se giba v

[redacted] 2 mv^2

TM o radu i kinetičkoj en.

$$\Delta W = \Delta K$$

rad koji je neka sila F obavila djelujući na česticu

odgovarajuća promjena kin. en. čestice

! jedina (ili rezultantna sila) koja djeluje na česticu!

$$\Rightarrow dW = m\, d\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$dW = dK \quad /\int$$

DOKAZ:

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{r} = m\cdot\vec{a}\cdot d\vec{r}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

drugi način $x\cdot dx = d\left(\frac{x^2}{2}\right)$

$$= m\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r} = m\cdot d\vec{v}\cdot\vec{v}$$

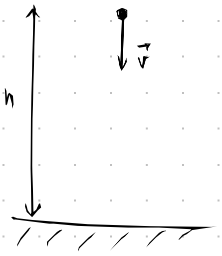
$$\rightarrow dW = m\, v\, dv \;/\int$$

$$\int_{W_1}^{W_2} dW = m\int_{v_1}^{v_2} v\, dv$$

$$\longrightarrow W_2 - W_1 = m\,\frac{1}{2}(v_2 - v_1)^2$$

$$\Delta W = \Delta K$$

Primjer: slobodni pad



$$\Delta W = mgh$$

brzina kojom udaramo u pod

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v^2 - \underline{\underline{0}} \leftarrow \text{početno stanje}$$

$$\longrightarrow \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

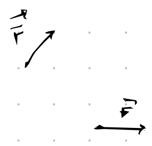
*isto dobijemo ako idemo preko kinematike

POTENCIJALNA ENERGIJA

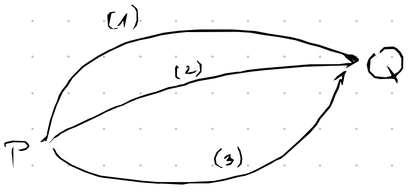
konzervativnost polja sile:

Polje sile $\vec{F}\cdot[\vec{r}]$ položaj

vektor sile



$\{\vec{F}\}$ | polje sile



$$W_{PQ}^{(1)} = W_{PQ}^{(2)}$$

– ne moraju biti jednaki!

→ različita putanja ili sila

[redacted] lokoje P, Q

za [redacted]je putanje (1) i [redacted]

Konzervativnost je svojstvo polja sile

uvjet konzervativnosti

↓

RAD ne ovisi o odabiru putanje

↳ rad neovisno o odabiru konačne i početne točke, ne smije ovisiti o odabiru krivulje

⇒ rad unutar bilo koje zatvorene krivulje 0

→ samo konz. sile možemo opisati potencijalnom en.

POTENCIJALNA ENERGIJA čestice u polju (konz) sile!

=> RAD koji MI! obavljamo prenoseći česticu iz mirovanja u ref. položaju $\vec{r}_0$ u konačni položaj $\vec{r}$ (ponovno mirovanje)

$$U[\vec{r}] = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} dW_{mi} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \left(-F_{konz.}[\vec{r}\,']\right) \cdot d\vec{r}\,'$$

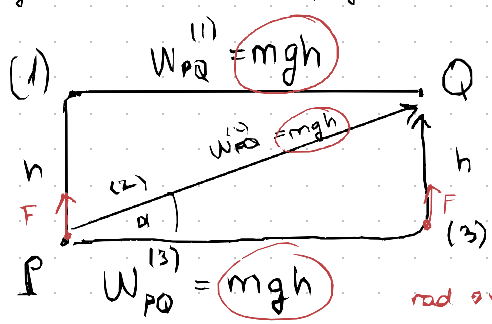
* da nije F_{konz} nego neka drugačija, ovisilo bi o putanji!

- polje sile mogu i nemoraju biti konz
  - jesu = POTENCIJALNA
  - ne opisujemo sa potenc. en.

! paziti na odabir ref. $\vec{r}_0$!
i onda ne mijenjati usred računa

Primjer: sila koja JE konzervativna

Polje sile teže je konz polje $\vec{F} = m\vec{g}$ $\vec{g} = \text{konst.}$ $\downarrow \vec{g}$



(2)
$F_s = mg\sin\alpha$ × $s = \frac{h}{\sin\alpha}$

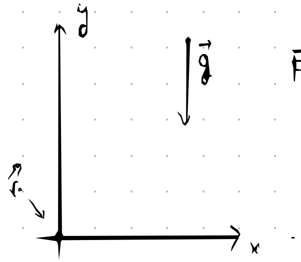
$W_{PQ}^{(2)} = mgh$

rad ovisi samo o visinskoj razlici!

* gledali smo silu kojom mi djelujemo da "podignemo" $\vec{F}_g$

→ na horizontalnom djelu naša sila je pod 90° pa je tamo W = 0

$U = mgh$

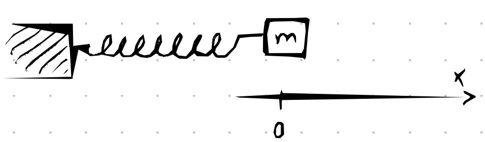


$\vec{F}[\vec{r}] = -mg\hat{y}$ → sila kojom smo mi djelovali

$U[\vec{r}] = mgy$

Primjer: Sila opruge

$F_x[x] = -kx$ $U[x] = \frac{1}{2}kx^2$



Računanje sile iz potencijalne en.

$$\vec F[\vec r] = -\frac{d}{d\vec r} U[\vec r] = -\vec\nabla U[\vec r]$$

$$\vec F[\vec r] = F_x \cdot \hat{\vec x} + F_y \hat{\vec y} + F_z \cdot \hat{\vec z}$$

Sila teža: $U[y] = mgy$

$F_x = 0 \quad F_y = -mg \quad F_z = 0$

$\vec F = -mg\hat{\vec y}$

sila opruge: $U = \frac{1}{2} k x^2$

→ samo po x → $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \Rightarrow \vec F_x = -kx$

MEHANIČKA ENERGIJA $E = K + U$

ako se čestica giba isključivo pod djelovanjem konz. sile: $\Delta W_{konz} = \Delta K$

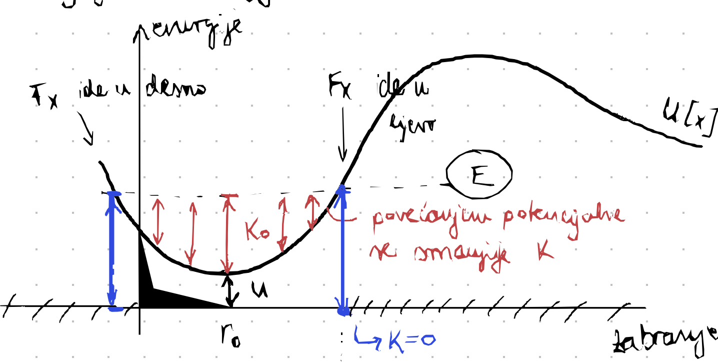
(TM o W i K)

$\Delta W_{konz} = -\Delta U$ (def U)

$\Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$ → mehanička en. je konstantna

$\boxed{E = konst}$

Dijagrami energija u 1D



zabranjeno područje

dođe do tu pa se okrene

tu se opet okrene i tako ∞

⇒ pojavljuje se titranje!

$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$

↳ tangenta na $U[x]$

↳ nagib krivulje potencijalne energije

· kada $K=0$, sila će ju vratiti natrag, neće ostati u mirovanju

· čestica neće nastaviti u zabranjeno područje ($E<U$!)