3. DINAMIKA ČESTICE

I. i II. Newtnov zakon

- čestica na koju ne djeluje sila giba se stalnom brzinom ili miruje

! Što je sila?

=> u kojem referentnom sustavu zakon vrijedi?

↳ nijednom; čim pogledamo iz drugog sustava, to ne vrijedi (neinercijski referentni okviri)

- ako sila djeluje onda je jednaka $m \cdot \vec{a}$ (samo inercijski ref. okviri)

količina gibanja: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ => $\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = m \cdot \frac{d}{dt}\vec{v}$

$$F = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Pokus: kružno gibanje

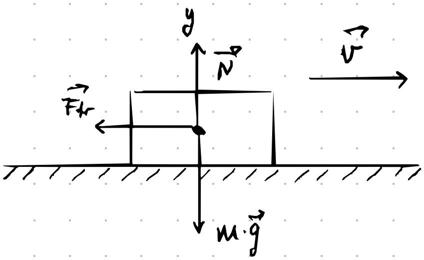
$\omega_z = \frac{d\phi_z}{dt}$ $/ \cdot dt$ integracijom kutne brzine možemo znati koliko se ?dreu? zaokrenuo

$\omega_z \cdot dt = d\phi_z \;/ \int$

$\omega_z(t') \cdot dt' = d\phi_z \;/ \int_{t_0}^{t}$

$\int_{t_0}^{t} \omega_z(t') \cdot dt' = \phi_z(t) - \phi_z(t_0)$ => $\phi_z(t) = \phi_z(t_0) + \int_{t_0}^{t} \omega_z(t')\, dt'$

Primjer: sila trenja



jednadžba gibanja:

po y-osi: $m \cdot a_y = N - mg = 0$

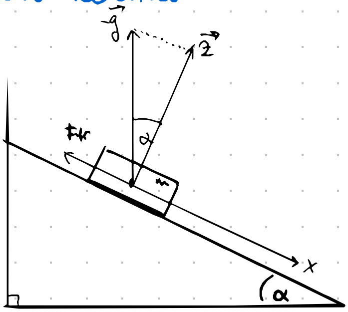
$\Rightarrow N = mg$

po x-osi: $m \cdot a_x = -F_{tr} = -\mu N$

$= -\mu mg \; / :m$

$\Rightarrow a_x = -\mu g$

Pokus: kosina



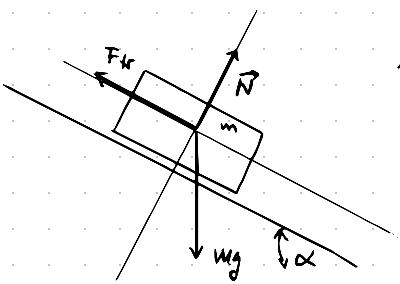
na kosini:

$\cos\alpha = 0{,}8586 \longrightarrow \alpha = 30{,}84°$

$\sin\alpha = 0{,}5477 \longrightarrow \alpha = 33{,}21°$

$\mu = 0{,}2681$

$0{,}2906$



N.j.g.: $m\vec{a} = \vec{F}$

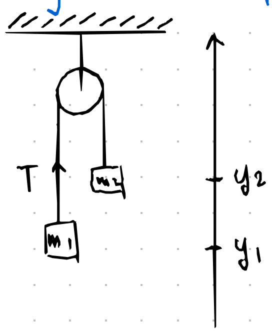
y: $m\vec{a}_y = N - mg\cdot\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$

x: $m\vec{a}_x = mg\sin\alpha - F_{tr} = mg\sin\alpha - \mu N$

$= mg(\sin\alpha - \cos\alpha)$

$\Rightarrow a_x = g(\sin\alpha - \cos\alpha)$

Primjer: kolotur (padostroj)



jednadžba gibanja:

$m_1 \ddot{y}_1 = T - m_1 g$

$m_2 \ddot{y}_2 = T - m_2 g$

VEZA:

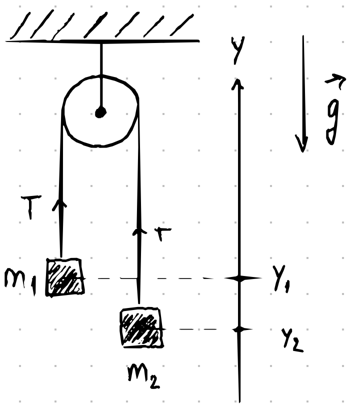
$dy_1 = -dy_2 \; / \cdot \frac{1}{dt}$ (pomak jednog tijela = pomak drugog tijela)

$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{dy_2}{dt}$

$\dot{y}_1 = -\dot{y}_2 \; / \frac{d}{dt}$

$\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$ (veća akceleracija)

Primjer: kolotura



dupla derivacija → akceleracija

$$m_1 \ddot{y}_1 = T - mg$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = T - m_2 g$$

Veza y_1 i y_2 –

$$dy_1 = -dy_2 \Big/ \frac{1}{dt}$$

$$\dot{y}_1 = -\dot{y}_2 \text{ (brzina)} \Big/ \frac{1}{dt}$$

$$\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2 \text{ (akceleracija)}$$

ako jedno tijelo napravi neki pomak prema dolje, jednak će napraviti i drugo, ali u drugom smjeru

uvrstimo te $\ddot{y}$

$$m_1 \ddot{y}_1 = T - m_1 g$$

$$-m_2 \ddot{y}_1 = T - m_2 g \quad \Big/ -$$

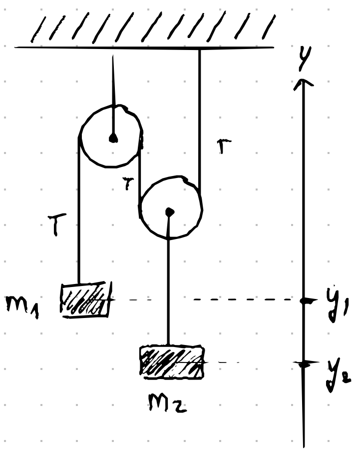
$$\ddot{y}_1 (m_1 + m_2) = 0 - m_1 g + m_2 g$$

$$\ddot{y}_1 (m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1$$

$$\boxed{\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2 = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}}$$

to je bilo u DZ2, identično ovom primjeri

Primjer 2: Kolotura 2



jednadžba gibanja:

$$m_1 \ddot{y}_1 = T - m_1 g$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = 2T - m_2 g$$

VEZA y_1 i y_2

$$dy_1 = -2\, dy_2 \Big/ \frac{1}{dt}$$

$$\dot{y}_1 = -2 \dot{y}_2$$

$$\ddot{y}_1 = -2 \ddot{y}_2$$

kad se uvrsti i izvede:

$$\boxed{\ddot{y}_1 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}}$$

* Sila ovisna o brzini

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}[\vec{v}]$$

* slučaj gibanja u 1D (duž x-osi)

$$m \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_x \cdot [v_x]$$

* Separacija varijabli → sve ovisnosti o jednoj varijabli → jedna strana
sve ovisnosti o drugoj varijabli → druga strana

$$m \frac{dv_x}{F_x[v_x]} = dt \;\Big/ \int_{poč.}^{kon.}$$

$$\int_{v_x[t_0]}^{v_x[t]} m \frac{dv_x'}{F_x[v_x]} = \int_{t_0}^{t} dt' = t - t_0$$

\+ proći primjere u skripti

▸ Slučaj $F_x[v_x] = -bv_x$

osigurava da ta sila ima predznak koji nas „koči" (djeluje u kontra smjeru)

· ono što je otpornik u elektrotehnici → WET FRICTION

! → drugačiji matematički model od onog kad tijelo kliže po podlozi

→ ovo je „wet friction", a trenje „dry-||-"

$$\int_{v_x[t_0]}^{v_x[t]} m \frac{dv_x'}{(-bv_x)} = -\frac{m}{b} \int_{v_x[t_0]}^{v_x[t]} \frac{dv_x'}{v_x} = \frac{-m}{b} \cdot \ln[v_x'] \Big|_{v_x[t_0]}^{v_x[t]}$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{b}\left(\ln(v_x[t]) - \ln(v_x[t_0])\right) = \frac{-m}{b} \cdot \ln \frac{v_x[t]}{v_x[t_0]}$$

izjednačimo s $\int_{t_0}^{t} dt'$

$$-\frac{m}{b} \cdot \ln \frac{v_x[t]}{v_x[t_0]} = t - t_0$$

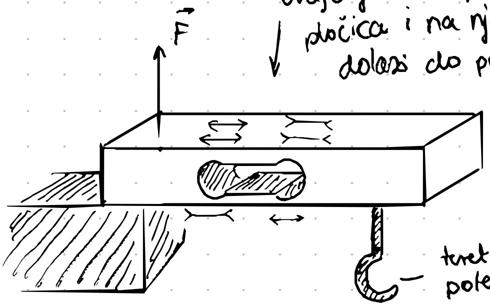
$$\ln \frac{v_x[t]}{v_x[t_0]} = \frac{-b}{m}(t - t_0) \Big/ e$$

$$\frac{v_x(t)}{v_x(t_0)} = e^{-\frac{b}{m}(t-t_0)}$$

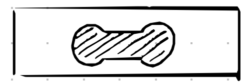
$$\boxed{v_x[t] = v_x[t_0] \cdot e^{-\frac{b}{m}(t-t_0)}}$$

Senzor sile : „load cell"

ovdje je „slabija" pločica i na njoj dolazi do promjene

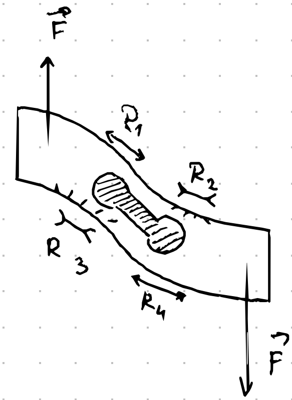


ne djeluje sila



teret poteže

↳ dolazi do savijanja pločice



* ⟷ rastezanje

>—< sabijanje (kao da se „mršti")