

1. VEKTORSKE FUNKCIJE

6 FUNKCIJE VIŠE VAR.

1. Vektorska funkcija: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ $\vec{f}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$

određivanje domene: presjek svih domena funkcije \nearrow komponente $\vec{f}(t)$ nacrtamo i možemo

- vekt. funkcija je parametrizacija krivulje

\hookrightarrow parametar t opisuje točke po krivulji

• brojeva dimenzija koliko je komponenti

$$\vec{f}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \rightarrow 3D$$

• ako je vekt. f-ja zadana: $\vec{f}(t) = \vec{r}_0 + t\vec{S}$, \vec{r}_0 je točka, $\vec{S} \neq 0$

$$\hookrightarrow \vec{r}_0(x_0, y_0, z_0), \vec{S} = (a, b, c) \neq 0$$

$$\text{npr } \vec{r}(t) = (1-t, 1+2t, 2+t)$$

$$\frac{x-x_0}{2} = \frac{y-y_0}{2} = \frac{z-z_0}{2}$$

jednačica tog pravca u kanonskom obliku

2. Derivacija vektorske funkcije

DEF Za svaku komponentu gledamo da teži u toj vrijednosti

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \vec{f}(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} x(t)\vec{i} + \lim_{t \rightarrow t_0} y(t)\vec{j} + \lim_{t \rightarrow t_0} z(t)\vec{k}$$

• čim je limes od min. jedne komponente $\pm \infty$,

ne može postojati $\lim_{t \rightarrow t_0} \vec{f}(t)$

$$\hookrightarrow F'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}$$

TM Ako su komponente diferencijabilne, tada $\vec{f}'(t) = x'(t)\vec{i} + y'(t)\vec{j} + z'(t)\vec{k}$

jednačica tangente na prostorne krivulje: $\frac{x-x_0}{x'(t_0)} = \frac{y-y_0}{y'(t_0)} = \frac{z-z_0}{z'(t_0)}$

3. Funkcija više varijabli

• funkcije n varijabli \rightarrow graf je $(n+1)$

$\rightarrow D_f$ je $\omega(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow$ crtamo, nije više interval

• zadaci: traženje domene

4. Nivo skupovi

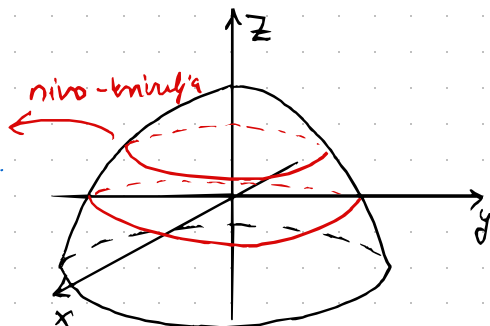
DEF Nivo krivulja \Rightarrow skup točaka domene $(x, y) \in D_f$ takvih da vrijedi $f(x, y) = c$, $c \in \text{Im} f$

\hookrightarrow određujemo: $f(x, y) = c$

npr $f(x, y) = 2x + y \rightarrow c = 2x + y$ opće rješenje \rightarrow ako uvrstimo broj dobivamo određeno y .

DEF Nivo plohe \Rightarrow skup točaka iz domene $f(x, y, z) \in D_f$ takvih da vrijedi $f(x, y, z) = c$, $c \in \text{Im} f$

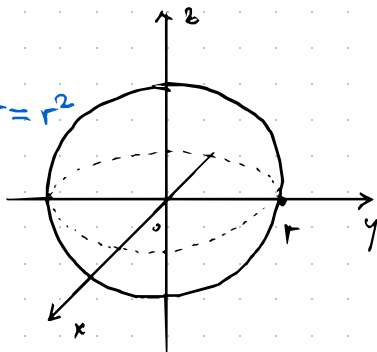
... isti postupak samo što je rješenje u obliku



5. Plohe drugog reda

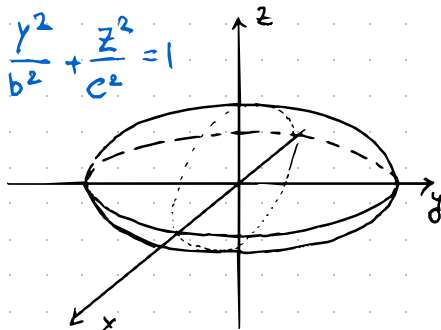
SFERA

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

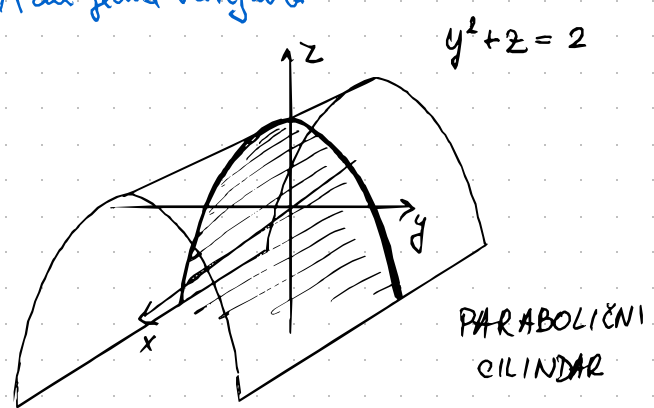
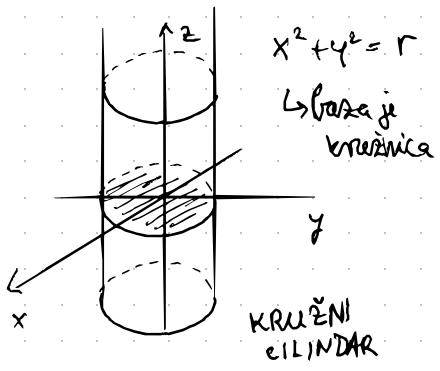


ELIPSOID

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

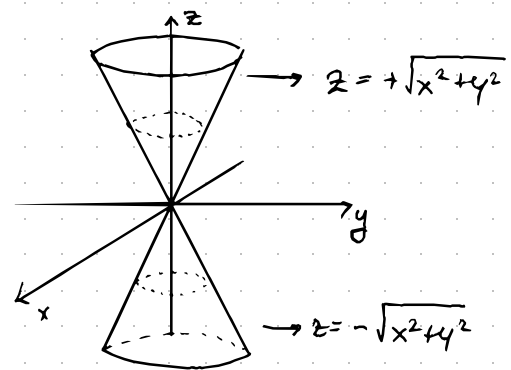


CILINDRIČNE PLOHE "fali jedna varijabla"



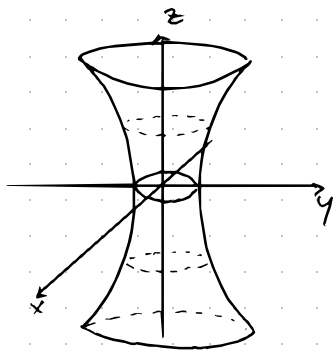
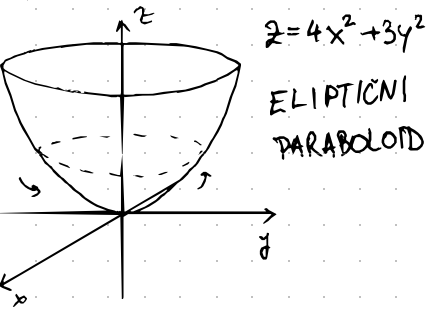
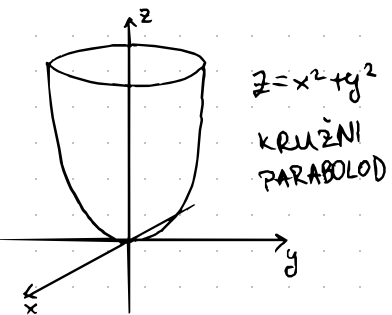
=> razlikujemo po osi čije nepoznamice nema

KONUSNE (STOŽASTE) PLOHE - moramo znati izvesti jednačinu

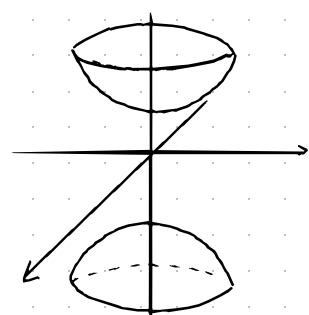


• stožac definišemo druge varijable
 ↳ donja i gornja strana stošca

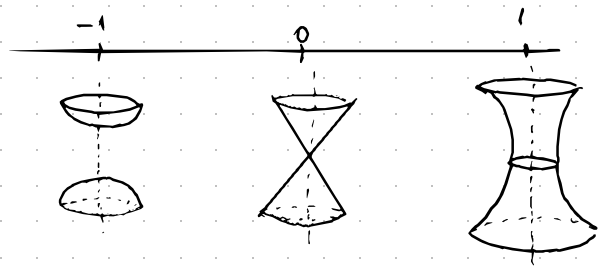
ROTACIJSKE PLOHE



jednoplášni
 hiperboloid

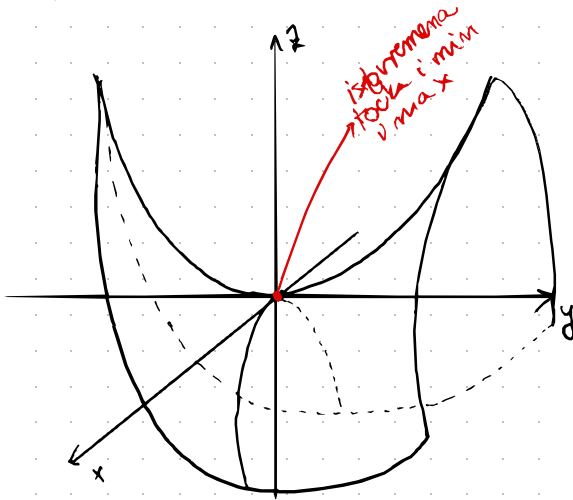


dvoplášni



SEDLASTE PLOHE

- jako sličné paraboloidima ($z = x^2 + y^2$)
ale ovo ima MINUS! $\rightarrow z = x^2 - y^2$



hyperbolni paraboloid