Tutorial za 1.MI 2006/2007 Grupa A
[by Diablo]

Tutorial i postupci koji bi Vam trebali pomoći kod rješavanja i shvaćanja ovih i sličnih zadataka.
Nisam odgovoran za greške ☺

Skidanjem ovog dokumenta pristali ste donirati autoru bubreg, jetru ili neki drugi organ u slučaju nužde ☺

1. ZADATAK

Funkcije *f* i *g* zadane su K-tablicama. Kako glasi funkcija $z(A,B,C,D)=\overline{(f\oplus 1)\cdot g}$?

f

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			
01		1		1
11	1		1	
10			1	

g

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		
01		1		1
11	1	1		1
10	1			

a) $z=\sum m(0,2,8,11,13,15)$
b) $z=\prod M(2,4,7,11)$
c) $z=\sum m(1,5,6,9,12,14)$
d) $z=\prod M(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13)$
e) $z=\sum m(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13)$
f) ništa od navedenoga

Počnimo od početka. Prvo gledamo dio funkcije (f ex-ili 1). Kad pogledate tablicu za ex-ili, vidjet ćete da 1 ex-ili 1 daje 0 (isti daju nulu), odnosno 0 ex-ili 1 daje 1 (različiti daju 1). E sad uočit ćete da u našem slučaju to znači komplement, odnosno sve jedinice u tablici postat će 0, a sve nule postat će 1. Dakle naša tablica izgledat će ovako :

f

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	1
01	1		1	
11		1		1
10	1	1		1

Sad tu tablicu treba pomnožiti s tablicom od funkcije g. U rješenju polje će sadržat 1, samo ako na istim poljima obje tablice sadrže jedan, za ostale tri kombinacije rješenje će biti 0. Sad imamo rješenje tablice (f ex-ili 1)*g :

f

CD \ AB	00	01	11	10
00		1		
01				
11		1		1
10	1			

Na kraju nam samo ostane komplement (pošto smo izračunali sve ispod njega), a to znači opet promjena svih jedinica u 0, i 0 u jedinice

f: CD \ AB	00	01	11	10
00		0		
01				
11		0		0
10	0			

Napomena : gdje sam označavao jedinice, ostala polja su nule i obrnuto, jer mi se nije dalo sve crtat ☺

I sad samo iščitate maxterme (dakle nule)
U našem slučaju je suma maxterma 2,4,7,11 ----> rješenje B

2. ZADATAK

Prilikom komunikacije dva sustava razmjenjuju se poruke α, β i γ. Kako bi se osigurala otpornost na pogreške, te se poruke kodiraju, tako da se umjesto α, β i γ šalju kodne riječi {001100110, 101010101, 010101010}. Koliko će grešaka takav način komunikacije moći ispraviti?

a) niti jednu
b) jednu
c) dvije
d) tri
e) osam
f) ništa od navedenog

Prvo napišite binarne brojeve jednog ispod drugog :

- 001100110
- 101010101
- 010101010

Zatim međusobno usporedite brojeve.
Prvi se od drugog razlikuje u 5 bita
Drugi se od trećeg razlikuje u 9 bita
Prvi se od trećeg razlikuje u 4 bita

Zatim imate formulu za ispravljanje pogreške :

Dmin >= 2t + 1 , Dmin je minimalni broj različitih bitova

4 >= 2t + 1

2t <= 3

t <= 3/2

Eh kako sustav ne može ispraviti jednu i pol grešku, uzima se manji cijeli broj kao rješenje

t = 1 → rješenje B

3.ZADATAK

Zadana je funkcija $f(A.B,C,D)=\sum m(1,2,4,5,6,9,10,12,13,14)$. Kako glasi njezin minimalni zapis u obliku produkata parcijalnih suma?

a) $f = (\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$
b) $f = (C+D)(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})$
c) $f = A+B$
d) $f = (\overline{C}+\overline{D})(B+C+D)$
e) $f = (C+D)(A+B)$
f) ništa od navedenog

Ovo je čista K-tablica.
Napomena : traži se oblik parcijalnih suma → MAXTERM!
Minterm je suma produkata.

Za sumu minterma m(1,2,4,5,6,9,10,12,13,14) K-tablica će izgledati :

f: CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

Zaokruži se cijeli 3. red, polja 1 i 8.
Sad samo iz nje iščitamo minimalni oblik u obliku parcijalnih suma (još jednom, gledajte maxterme, tj nule)

f = (not C + not D)*(B + C + D) → Rješenje D

4.ZADATAK

Neki digitalni sustav za pohranu operanada i rezultata aritmetičkih operacija koristi 8 znamenkaste registre heksadekadskih brojeva. Ako sustav obavlja operaciju R3=R2-R1 (svi brojevi prikazani su uporabom B komplementa), što će biti upisano u R3, ako je R1=0A7E3FF8, a R2=0004FF2A?

a) 0A7940CE
b) 84FE394F
c) 4701235E
d) F586BF32
e) F586BF31
f) ništa od navedenog

Znači traži se R3 = R2 – R1
Pošto je teško oduzimati hexadekatske brojeve, oduzimanje ćemo pretvoriti u zbrajanje

R3 = R2 + (not R1) → prvi minus drugi je jednako kao i prvi plus komplement drugi
Kako se komplementira hexadekatski broj? Kao i svaki broj, oduzme se od njegove baze i na kraju se doda 1. Pa krenimo :

F F F F F F F F
0 A 7 E 3 F F 8 -

F 5 8 1 C 0 0 7
......................1 +

F 5 8 1 C 0 0 8 → ovo je sada (not R1)
0 0 0 4 F F 2 A + → i sad komplementirani R1 zbojimo samo s R2

F 5 8 6 B F 3 2 → Rješenje D

Napomena : kod zadnjeg koraka kad zbrajamo dva hexadekatska broja, kod zbrajanja A+8=18 piše se 2 i 1 dalje, to je zato što se kod ovog slučaja broj oduzima od njegove baze
Recimo kad imamo u dekatskom sustavu 7+8=15, piše se 5 i jedan dalje jer je 15-10(kolko je baza dekatskog sustava)=5 i jedan dalje
Tako je kod hexadekatskog 18-16(kolko je baza hexadekatskog sustava)=2 i jedan dalje

5.ZADATAK

5. Oktet $E7_{(16)}$ potrebno je zaštititi uporabom Hammingovog koda, koristeći neparni paritet. Kako glasi Hammingova kodna riječ?

a) 101011000111
b) 101111010111
c) 011100111
d) 011011000111
e) 111100111
f) ništa od navedenog

Najprije pretvorimo zadani oktet u binarni broj.
E = 1110
7 = 0111
E7(16) = 11100111(2)

Što se tiče Hammingovog kodiranja, on zaštitne bitove stavlja na prvo, drugo, četvrto, osmo, šesnaesto itd. mjesto. Znači na mjesto potencije broja dva. Napravimo sljedeću tablicu.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C0	C1	1	C2	1	1	0	C3	0	1	1	1

Znači, neka su naši zaštitni bitovi od C0 do C3. To su ukupno 4 zaštitna bita. Naša zadana riječ ima 8 bitova. Sveukupno to je 12 bitova pa naša kodirana riječ mora imati 12 bitova. Na mjesta 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 i 12 upisujemo redom bitove naše riječi.
Napravimo zatim sljedeću tablicu.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	C0	C1	**1**	C2	**1**	**1**	**0**	C3	**0**	**1**	**1**	**1**
C0	+		+		+		+		+		+	
C1		+	+			+	+			+	+	
C2				+	+	+	+					+
C3								+	+	+	+	+

Bit C0 gleda jedno mjesto, pa jedno preskoči i tako do kraja.
Bit C1 gleda dva mjesta, pa dva preskoči i tako do kraja.
Bit C2 gleda četiri mjesta, pa četiri preskoči i tako do kraja.
Bit C3 gleda osam mjesta, pa osam preskoči i tako do kraja.

Naša kodna riječ je zaštićena neparnim paritetom.
Pogledajmo za bit C0.
1 + 1 + 0 + 0 + 1 = 3. Dobili smo neparni broj pa znači da za C0 koristimo 0.

Za bit C1 vrijedi 1 + 1 + 0 + 1 + 1 = 4. Dobili smo paran broj pa za bit C1 trebamo staviti 1 da bi imali neparni paritet.

C2 → 1 + 1 + 0 + 1 = 3 → C2 = 0.
C3 → 0 + 1 + 1 + 1 = 3 → C3 = 0.

Naša zaštićena riječ izgleda ovako: 011011000111. Rješenje je pod d). ☺

6.ZADATAK

7-bitni podatak potrebno je kodirati zaštitnim kodom. Ako oznakom r_H označimo redundanciju kada se koristi Hammingov kod, a oznakom r_P redundanciju kada se koristi zaštita paritetnim bitom, koliko iznosi omjer r_H/r_P (ponuđeni odgovori su točni na dvije decimale)?

a) 0.45
b) 2.91
c) 2.20
d) 5.00
e) 3.40
f) ništa od navedenog

Dakle traži se rh / rp, gdje je rh redudancija kod hamminga, i rp redudancija kod paritetnog bita.

Općenito se redudancija računa kao :

r = R / N

R – broj bitova zaštite
N – broj bitova kodirane riječi (broj bitova + broj bitova zaštite!)
Prvo računamo za hamminga :

Služite se formulom za određivanje koliko je potrebno bitova zaštite je se x ljudi zeznulo

2^R >= k + R + 1 → k je broj bitova

2^R >= 7 + R + 1

2^R >= 8 + R → e i sad štimate za koji minimalni R će lijeva strana biti jednaka ili veća desnoj

R = 4
N = R + k = 11

rh = 4 / 11 = 0,363636

Sad za parni paritet :

R = 1 → kod ove zaštite uvijek je R = 1
N = 8

rp = 1 / 8 = 0,125

rh / rp = 2,91 → Rješenje B

7.ZADATAK

Broj $721_{(10)}$ potrebno je prikazati BCD kodom. Rezultat je:

a) 011100100001
b) 1011010001
c) 101011011100
d) 100000110010
e) 111101
f) ništa od navedenog

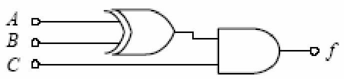
Kod BCD koda se svaka znamenka prikazuje s 4 bita (težinama 8421)

….7…..…2……..1
0111….0010…0001 → Rješenje A

Za taj zadatak nadam se ne treba posebno objašnjenje ☺

8.ZADATAK

8. Koju funkciju *f(A,B,C)* ostvaruje sklop sa slike?



a) $f = \sum m(0,1,2,4,6,7)$

b) $f = \prod M(0,2,3,4,5,6)$

c) $z = \sum m(1)$

d) $z = \prod M(0,1,3,4)$

e) $z = \sum m(3,5)$

f) ništa od navedenoga

Isto jednostavan zadatak.
Ovaj prvi sklop predstavlja XOR ili EX-ILI funkciju, dok drugi predstavlja AND ili I funkciju.
Pa imamo *f* = (A xor B)C = (A'B + AB')C = A'BC + AB'C (*)

(*) A'BC = 011; AB'C = 101. Znači, tamo gdje imamo komplement je zapravo vrijednost 0, a kada nije komplement onda je vrijednost 1.

Funkcija na izlazu daje 1 upravo za gore navedene vrijednosti, pa ćemo kraj njih u tablicu upisat 1, dok za sve ostale vrijednosti daje 0.

	A	B	C	*f*
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

Rješenje je pod e) $z = \sum m(3,5)$. ☺

9.ZADATAK

Kako glasi algebarski zapis minterma m_6 funkcije *f(A,B,C,D)*?

a) $A\overline{B}\,\overline{C}\,D$

b) $\overline{A}\,BC\overline{D}$

c) $A + \overline{B} + \overline{C} + D$

d) $B + C + \overline{D}$

e) $\overline{A} + B + C + \overline{D}$

f) ništa od navedenog

Minterm m6 je 0110 (tj binarno 6)

Minterm inače glasi A*B*C*D, ali taj umnožak mora biti jednak 1.
Ako umjesto A uvrstimo 0, umjesto B uvrstimo 1, umjesto C 1 i umjesto D 0, rezultat neće biti 1 nego 0, zato jer se nesmije množiti s 0.

To spriječimo tako da tamo di bi se trebala uvrstiti 0 jednostavno stavimo komplement ☺

Dakle dobijemo :

(not A) * B * C * (not D) → Rješenje B

10.ZADATAK

10. Na ulaz nekog sklopa dovode se dva dvobitna broja A=a1a0 i B=b1b0. Sklop na izlazu daje vrijednost 1 samo ako je broj A veći od broja B (strogo veći, ne veći ili jednak!). Ako funkciju koja opisuje izlaz ovog sklopa označimo kao $f(a_1, a_0, b_1, b_0)$, tada je f definirana kao:

a) $f = \sum m(4,8,9,12,13,14)$

b) $f = \sum m(1,3,4,7,9,12,13)$

c) $f = \sum m(1,2,5,6,7,9,11,15)$

d) $f = \sum m(6,7,9,13,14,15)$

e) $f = \sum m(3,5,6,10,11,12,15)$

f) ništa od navedenog

Znači, broj A nam je a1a0, a B je b1b0. Svaki broj se sastoji od dva bita, što znači da možemo imati sljedeće kombinacije: 00, 01, 10 i 11.
Naša funkcija ima četiri varijable: *a1*, *a0*, *b1* i *b0*. Napravimo tablicu.
Najprije gledamo kada je broj A = a1a0 = 00. Vrijednost toga broja je 0. On nije strogo veći ni od jedne kombinacije od B, pa ćemo tu kod funkcije pisati 0. Kad je A = 01, čija je vrijednost 1, on će biti strogo veći samo za prvu kombinaciju od B, odnosno 00, čija je vrijednost 0. Tamo ćemo upisati 1, a za sve ostale kombinacije od A = 01 pišemo 0.
Kad je A = 10, čija je vrijednost 2, on će biti veći od 00 i 01, pa tamo upišemo 1, a za preostale dvije napišemo 0. I na kraju, kad je A = 11, on će biti strogo veći od kombinacija B = 00, 01 i 10, pa za te kombinacije pišemo 1, a za zadnju kad su i A i B jednaki 11 pišemo 0.

a1	*a0*	*b1*	*b0*	*f*	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	2
0	0	1	1	0	3
0	1	0	0	1	4
0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	0	6
0	1	1	1	0	7
1	0	0	0	1	8
1	0	0	1	1	9
1	0	1	0	0	10
1	0	1	1	0	11
1	1	0	0	1	12
1	1	0	1	1	13
1	1	1	0	1	14
1	1	1	1	0	15

Jedinice su nam na 4., 8., 9., 12., 13. i 14. mjestu. Rješenje je pod a). ☺

11.ZADATAK

Neka je $f(A,B,C,D)=\sum m(0,2,3,5,8,9,12,15)$. Ta ista funkcija može se zapisati i kao:

a) $f=\prod M(0,2,3,5,8,9,12,15)$

b) $f=\prod M(1,4,6,7,10,11,13,14)$

c) $f=\prod M(0,1,2,5,6,7,11,12)$

d) $f=\prod M(1,3,4,5,7,13,15)$

e) $f=\prod M(2,3,4,7,8,11,12)$

f) ništa od navedenog

Ovo je poklon zadatak.

Ako imamo sumu minterma m(0,2,3,5,8,9,12,15), onda su maxtermi sve ostalo

Rješenje će biti M(1,4,6,7,10,11,13,14) → Rješenje B

12.ZADATAK

Ako je $f(A,B,C,D)=A(B+\overline{C}\cdot D)$, tada je njezina komplementarna funkcija definirana izrazom:

a) $\overline{A}+(\overline{B}\cdot(C+\overline{D}))$

b) $A+B\cdot\overline{C}+D$

c) $\overline{A}+\overline{B}C+\overline{D}$

d) $A+(B\cdot(\overline{C}+D))$

e) $\overline{A+B}$

f) ništa od navedenog

Eh sad, ana će vam vjerojatno na masovnima taj zadatak pokazat tako da će cijelu zadanu funkciju komplementirati i onda preko booleove algebre tražit rješenje (u principu tako se to i radi), međutim tu postoji mali "trik". Komplementarna funkcija je funkcija koja u konačnici ima inverzne sve operatore i komplemente naspram zadane funkcije.
To znači da samo tamo gdje postoje komplementi izbrišete ih, a gdje ih nema dodate ih (znači (not A) će postat samo A i obrnuto), te tamo gdje je plus stavite puta i obrnuto
Oprez! Kada se pretvara plus u puta mora se pazit na zagrade! (npr. A+B*C će postat A*(B+C), nakon puta sve ide u zagradu)

Dakle :
f = A*(B + (not C) * D)
fk = (not A) + ((not B) * (C + (not D))) → Rješenje A

13.ZADATAK

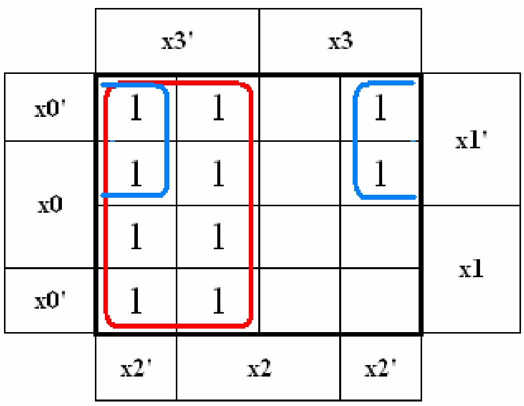
13. Potrebno je projektirati sklop koji na ulaz dobiva 4-bitni podatak x3x2x1x0. Izlaz sklopa treba biti 1 ako je podatak predan na ulazu BCD znamenka. Kako glasi minimalni oblik funkcije izlaza zapisan kao suma parcijalnih produkata?

a) $\bar{x}_3 + \bar{x}_2\bar{x}_1$
b) $x_3 + \bar{x}_2 x_1$
c) $\bar{x}_3 x_2 + x_1 x_0$
d) $x_3\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_0$
e) $\bar{x}_3 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1$
f) ništa od navedenog

Imamo funkciju od 4 varijable: x3, x2, x1 i x0. Napravimo tablicu. Tamo gdje je znamenka od 0 do 9 izlaz nam je 1, a za ostalo je 0.

	x3	*x2*	*x1*	*x0*	*f*
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

Moramo napraviti i K – tablicu. Već je u prethodnim zadacima objašnjeno kako se ona radi, pa ćemo ju sada samo popuniti i naći rješenje.



Očitamo da za crveno označeni dio vrijedi x3', a za plavo označeni dio x2'x1'. Rješenje je pod a). ☺

14.ZADATAK

14.	Koliko primarnih implikanata ima funkcija $f(A,B,C,D)=\sum m(3,4,5,7,9,13,14,15)$?
	a) 8 d) 5 b) 4 e) 1 c) 3 f) ništa od navedenog

Eh, za ovaj zadatak treba znati Quine-McCluskey metodu. Isto nije teško za shvatiti, ako ne uspijete ovdje, imate Čupićevu zbirku. ☺

Imamo četiri varijable, A, B, C i D. Najprije sve ove brojeve u zagradi napišemo u binarnom obliku.

3 = 0011 – 2 jedinice
4 = 0100 – 1 jedinica
5 = 0101 – 2 jedinice
7 = 0111 – 3 jedinice
9 = 1001 – 2 jedinice
13 = 1101 – 3 jedinice
14 = 1110 – 3 jedinice
15 = 1111 – 4 jedinice

Zatim ih podijelimo u grupe po broju jedinica koje sadrže u sebi.

4	0100	
3	0011	
5	0101	
9	1001	
7	0111	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

Onda radimo sljedeće: najprije „križamo“ brojeve s jednom jedinicom sa brojevima s dvije jedinice, zatim brojeve s dvije jedinice sa brojevima s tri jedinice i konačno brojeve s tri jedinice s brojevima sa četiri jedinice. Brojeve je moguće križati samo ako im je distanca jedanaka 1, svi drugi slučajevi otpadaju. Tamo gdje se dva broja razlikuju stavljamo znak X. Krenimo od broja 4. On se ne može križati s brojem 3 jer je distanca između njih jednaka 3 i ne može se križati s brojem 9 jer je distanca isto jednaka 3. Ali se može križati sa 5. To ćemo pisati u novu tablicu koju napravimo s desna postojećoj tablici. Kako smo iskoristili brojeve 4 i 5, kraj njih stavljamo znak +.
Zatim idemo dalje, grupu sa po dvije jedinice, križamo s grupom sa po tri jedinice. 3 se može križati samo sa 7. Kraj 3 i 7 stavimo + jer smo ih iskoristili. 5 se može križati sa 7 i sa 13. Kraj 5 i 7 smo već stavili + pa ga stavljamo onda još i kod 13. 9 se može križati samo sa 13. Kraj 9 stavljamo +. I ostalo nam je još samo brojeve od tri jedinice križati sa 15, jer on jedini ima 4 jedinice. Uočavamo da se svaki od brojeva 7, 13 i 14 može križati s 15. Kraj 14 i 15 dodamo +.

I na kraju još dobivene kombinacije opet podijelimo u grupe ovisno o broju jedinica.

4	0100	+	(4,5)	010X	
3	0011	+	(3,7)	0X11	
5	0101	+	(5,7)	01X1	
9	1001	+	(5,13)	X101	
7	0111	+	(9,13)	1X01	
13	1101	+	(7,15)	X111	
14	1110	+	(13,15)	11X1	
15	1111	+	(14,15)	111X	

Dalje sad obavljamo doslovno isti posao, samo što moramo paziti da distanca bude jedan i da brojevi koji se križaju na istome mjestu imaju X.
(4,5) se ne može križati ni sa jednim jer ni jedan u grupi od po dvije jedinice nema na zadnjem mjest X. Zato ćemo kraj (4,5) staviti –.
Idemo dalje. (3,7) se isto ne može križati ni s jednim jer nitko u sljedećoj grupi nema X na isotm mjestu kao i (3,7), pa kraj njega stavimo isto –.
(5,7) se može križati sa (13,15). Kraj njih stavimo +. (5,13) se može križati sa (7,15). Kraj njih isto stavimo +.
Uočavamo da križanjem (5,7) sa (13,15) i križanjem (5,13) sa (7,15) dobivamo (5,7,13,15) u obadva slučaja tako da je dovoljno u tablicu s desna napisati (5,7,13,15) samo jednom. I konačno, (9,13) ne možemo križati ni sa jednom kombinacijom, kao što nam neiskorišten ostaje i (14,15). Kraj njih stavimo opet –.
I vidimo da nam je s desne strane samo (5,7,13,15), pa ćemo i kraj njega staviti – jer ga ne možemo križati ni sa čime pa će ostati neiskorišten.

4	0100	+	(4,5)	010X	–	(5,7,13,15)	X1X1	–
3	0011	+	(3,7)	0X11	–			
5	0101	+	(5,7)	01X1	+			
9	1001	+	(5,13)	X101	+			
7	0111	+	(9,13)	1X01	–			
13	1101	+	(7,15)	X111	+			
14	1110	+	(13,15)	11X1	+			
15	1111	+	(14,15)	111X	–			

Svi ovi neiskorišteni, odnosno koji imaju znak – kraj sebe su PRIMARNI IMPLIKANTI. Njih ima 5. I rješenje je znači pod d). ☺

15.ZADATAK

Što od sljedećega vrijedi?

a) $A\varphi + \overline{A}\varphi = A$

b) $A + \overline{A} = 0$

c) $A \cdot \overline{A} = 1$

d) $A + \overline{B}C = (A + \overline{B})(A + C)$

e) $A \oplus 1 = A$

f) ništa od navedenog

Za ovo koristite samo službeni šalabahter :

a) krivo jer je rješenje fi a ne A
b) krivo jer je rješenje 1 a ne 0
c) krivo jer je rješenje 0 a ne 1
d) točno
e) krivo jer je rješenje (not A) a ne A