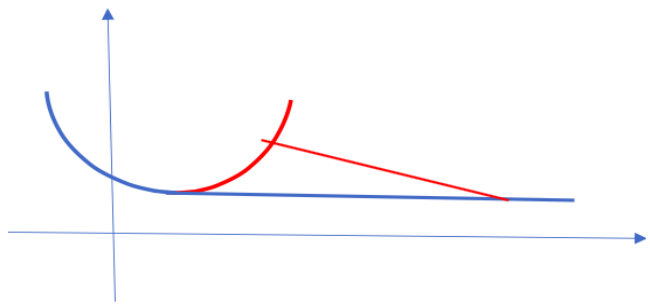
Rješenje zadatka 6, ZI - 1. veljače 2021.

Princip određivanja lika: *iz svake točke lika, koji je omeđen funkcijom* $f(x) = x^2 - 2x + 2$*, njenom tangentom* $t(x) = 1$ *u točki* $(1, 1)$ *i njenom normalom* $n(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ *u točki* $(2, 2)$*, se vide neometano i istovremeno sve 3 ove krivulje.* Koristeći ovaj princip slijedi:

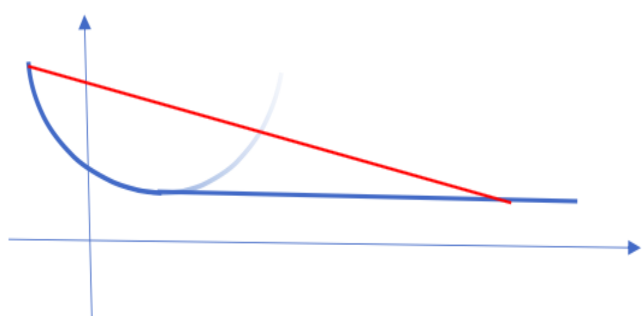


1. LIK: $x \in [1, 2] \implies t(x) \leq y \leq f(x)$**; za** $x \in [2, 4] \implies t(x) \leq y \leq n(x)$

pa imamo:

$$\begin{aligned} P = P_1 + P_2 &= \int_1^2 (f(x) - t(x))dx + \int_2^4 (n(x) - t(x))dx \\ &= \int_1^2 \big(x^2 - 2x + 2 - 1\big)dx + \int_2^4 \Big(-\frac{1}{2}x + 3 - 1\Big)dx = \cdots = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Primjetimo da se P_2 može dobiti (bez integrala) kao površina pripadnog pravokutnog trokuta. Isto tako je moguće integrirati ispod $f(x)$ i $n(x)$ te onda oduzeti površine pripadnih pravokutnika ispod, što daje iste razultate. Međutim, priznaje se i slijedeći:



2. LIK: za $x \in [-1/2, 1] \Longrightarrow f(x) \leq y \leq n(x)$; za $x \in [1, 4] \Longrightarrow t(x) \leq y \leq n(x)$
ili $x \in [-1/2, 2] \Longrightarrow f(x) \leq y \leq n(x)$; $x \in [1, 2] \Longrightarrow t(x) \leq y \leq f(x)$; za
$x \in [2, 4] \Longrightarrow t(x) \leq y \leq n(x)$

pa imamo:

$$\begin{aligned} P = P_1 + P_2 &= \int_{-1/2}^1 (n(x) - f(x))dx + \int_1^4 (n(x) - t(x))dx \\ &= \int_{-1/2}^1 \big(-\frac{1}{2}x + 3 - x^2 + 2x - 2\big)dx + \int_1^4 \Big(-\frac{1}{2}x + 3 - 1\Big)dx = \cdots = \frac{27}{16} + \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Isto kao gore, P_2 možemo računati i bez integrala jer je to površina pripadnog pravokutnog trokuta.