

Uvod u programiranje

- predavanja -

studenii 2019.

7. Funkcije

Funkcije

Uvod

Primjer

- Učitati cijele brojeve m i n , pri čemu vrijedi $0 \leq n \leq m$. Nije potrebno provjeravati učitane vrijednosti. Izračunati binomni koeficijent $C(m, n)$ ili " m povrh n ", pri čemu koristiti sljedeći izraz:

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m - n)!}$$

- Primjeri izvršavanja programa

```
Upisite m i n > 10 3↵  
C(10, 3) = 120
```

```
Upisite m i n > 12 8↵  
C(12, 8) = 495
```

Rješenje bez funkcije (1. dio)

prog.c

```
#include <stdio.h>

int main(void) {
    int m, n;
    int i, mFakt, nFakt, mnFakt, binKoef;

    printf ("Upisite m i n > ");
    scanf ("%d %d", &m, &n);
    ...
}
```

Rješenje bez funkcije (2. dio)

prog.c (nastavak)

...

```
mFakt = 1; m!
```

```
for (i = 2; i <= m; ++i)
```

```
    mFakt = mFakt * i;
```

```
nFakt = 1; n!
```

```
for (i = 2; i <= n; ++i)
```

```
    nFakt = nFakt * i;
```

```
mnFakt = 1; (m - n)!
```

```
for (i = 2; i <= m - n; ++i)
```

```
    mnFakt = mnFakt * i;
```

```
binKoef = mFakt / (nFakt * mnFakt);
```

```
printf("C(%d, %d) = %d", m, n, binKoef);
```

```
return 0;
```

```
}
```

Komentar prethodnog rješenja

- Sličan programski odsječak ponavlja se tri puta
- Nedostaci:
 - broj linija programskog koda raste
 - povećava se mogućnost pogreške (kod pisanja i kod izmjene)
- Preporuka:
 - program razdvojiti u logičke cjeline koje obavljaju određene, jasno definirane poslove

Rješenje s korištenjem funkcije (1. dio)

prog.c

```
#include <stdio.h>
```

zbog printf u funkciji main

```
// Funkcija za racunanje n faktoriijela
```

```
int fakt(int n) {
```

```
    int i;
```

```
    int umnozak = 1;
```

```
    for (i = 2; i <= n; ++i)
```

```
        umnozak = umnozak * i;
```

```
    return umnozak;
```

```
}
```

```
...
```

Rješenje s korištenjem funkcije (2. dio)

prog.c (nastavak)

```
...  
// kolokvijalno: glavni program  
int main(void) {  
    int m, n;  
    int binKoef;  
  
    printf ("Upisite m i n > ");  
    scanf ("%d %d", &m, &n);  
  
    binKoef = fakt(m) / (fakt(n) * fakt(m - n));  
    printf("C(%d, %d) = %d", m, n, binKoef);  
  
    return 0;  
}
```


Alternativno: s funkcijom za binomni koeficijent

prog.c

```
#include <stdio.h>

// funkcija za racunanje n faktoriijela

int fakt(int n) {
    int i;
    int umnozak = 1;
    for (i = 2; i <= n; ++i)
        umnozak = umnozak * i;
    return umnozak;
}

// funkcija za racunanje binomnog keoficijenta

int binKoeff(int m, int n) {
    return fakt(m) / (fakt(n) * fakt(m - n));
}

...

// poziv funkcije u glavnom programu (funkciji main)
printf("C(%d, %d) = %d", binKoeff(m, n));
```

zbog printf u funkciji main

Varijanta s *unsigned long long* umjesto *int*

prog.c

- domena funkcije fakt u prethodnoj varijanti je skup cijelih brojeva iz intervala $[0, 12]$ jer je $13! = 6\,227\,020\,800$

```
unsigned long long fakt(unsigned int n) {  
    unsigned int i;  
    unsigned long long umnozak = 1ULL;  
    for (i = 2U; i <= n; ++i)  
        umnozak = umnozak * i;  
    return umnozak;  
}
```

- ovdje je domena funkcije fakt skup cijelih brojeva iz intervala $[0, 20]$.

Upisite m i n > 20 5 ↵
 $C(20, 5) = 15504$

```
unsigned long long binKoef(unsigned int m, unsigned int n) {  
    return fakt(m) / (fakt(n) * fakt(m - n));  
}  
  
// poziv funkcije u glavnom programu (funkciji main)  
...  
printf("C(%u, %u) = %llu", m, n, binKoef(m, n));
```

Korištenje boljeg algoritma

- Prethodni algoritam za izračunavanje binomnog koeficijenta je prikladan za objašnjavanje koncepta funkcije, ali primjenom multiplikativne formule dobilo bi se znatno bolje rješenje:
 - izbjegava se veliki broj koraka pri zasebnom izračunavanju $m!$, $n!$ i $(m-n)!$
 - izbjegava se preliv koji može nastati zbog strmog rasta funkcije faktoriijela

```
int binKoef(int m, int n) {  
    int rez = 1;  
    int i;  
    if (n < m - n)  
        for (i = 1; i <= n; ++i)  
            rez = rez * (m - n + i) / i;  
    else  
        for (i = 1; i <= m - n; ++i)  
            rez = rez * (n + i) / i;  
    return rez;  
}
```

$$\binom{m}{n} = \prod_{i=1}^n \frac{m - (n - i)}{i} = \prod_{i=1}^{m-n} \frac{n + i}{i}$$

Upisite m i n > 20 5 ↵
 $C(20, 5) = 15504$

Varijanta s *unsigned long long* umjesto *int*

```
unsigned long long
binKoef(unsigned int m,
        unsigned int n) {
    unsigned long long rez = 1ULL;
    unsigned int i;
    if (n < m - n)
        for (i = 1U; i <= n; ++i)
            rez = rez * (m - n + i) / i;
    else
        for (i = 1U; i <= m - n; ++i)
            rez = rez * (n + i) / i;
    return rez;
}
// poziv funkcije u glavnom programu (funkciji main)
...
printf("C(%u, %u) = %llu", m, n, binKoef(m, n));
```

Definicija funkcije

- definicijom funkcije opisuje se
 - tip rezultata funkcije
 - naziv funkcije
 - (opcionalno) lista parametara funkcije, za svaki parametar: tip i naziv
 - tijelo funkcije: definicije i deklaracije, naredbe koje se obavljaju kad se funkcija pozove
 - (opcionalno) naredba za povratak rezultata i programskog slijeda

Opći oblik

```
tip_rezultata naziv_funkcije(lista_parametara) {  
    definicije, deklaracije i naredbe;  
    return rezultat;  
}
```

}
tijelo
funkcije

Definicija funkcije: tip funkcije

- tip rezultata (tip funkcije) mora biti naveden i može biti
 - bilo koji tip podatka **osim polja (*array*)**
 - osnovni tipovi, pokazivači, strukture
 - npr. ako funkcija vraća rezultat tipa `int`, kažemo: funkcija je tipa `int`
 - ako funkcija ne vraća rezultat (kažemo: funkcija je tipa `void`), kao *tip_rezultata* mora se navesti ključna riječ *void*

Definicija funkcije: parametri

- tip i naziv parametra trebaju biti navedeni za svaki parametar (ako funkcija ima parametre)
 - parametar može biti bilo kojeg tipa podatka **osim polja (*array*)**
 - osnovni tipovi, pokazivači, strukture
 - broj parametara nije ograničen (a može ih i ne biti)
 - ako funkcija nema niti jedan parametar, tada se na mjestu *lista_parametara* mora navesti ključna riječ *void*
 - parametar je *modifiable lvalue*: u tijelu funkcije može se koristiti na isti način kao svaka druga varijabla definirana u tijelu funkcije
 - od varijable definirane u tijelu funkcije parametar se razlikuju samo po tome što mu se na početku izvršavanja funkcije pridružuje vrijednost *argumenta* s kojim je funkcija pozvana

Definicija funkcije: povratak rezultata

- povratak rezultata i programskog slijeda na pozivajuću razinu (na mjesto u izrazu u kojem se nalazi poziv funkcije) obavlja se naredbom *return*
 - Opći oblik naredbe `return izrazopcionalno;`
 - funkcija može vratiti najviše jednu vrijednost (ili niti jednu)
 - rezultat (*izraz*) može biti bilo kojeg tipa podatka **osim polja (array)**
 - ako se tip izraza razlikuje od tipa funkcije, obavlja se implicitna konverzija vrijednosti rezultata u tip funkcije
- u funkciji koja ne vraća rezultat ova naredba se može
 - izostaviti, u kojem slučaju će se povratak programskog slijeda dogoditi na kraju tijela funkcije
 - ili koristiti bez navođenja izraza koji predstavlja rezultat
- naredba se može navesti više puta unutar iste funkcije
 - iako to nije sasvim u skladu sa strukturiranim programiranjem

Primjer: definicija funkcije

- funkcija x^n , $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^0$

Rezultat funkcije je tipa double.

Parametri funkcije

prog.c

```
double eksp(float x, int n) {  
    int i;  
    double rez = 1.;  
    for (i = 0; i < n; ++i)  
        rez *= x;  
    return rez;  
}
```

Varijable i, rez su lokalne varijable,
vidljive samo u tijelu funkcije

Naredba za povratak
(programski slijed i rezultat)

definicija funkcije main

```
...  
int main(void) {  
    ...  
}
```

- u programskom jeziku C funkcija se nikad ne definira *unutar* definicije neke druge funkcije

Poziv funkcije: argumenti

- argumenti funkcije su izrazi koji se navode pri pozivu funkcije, u okruglim zagradama iza naziva funkcije, odvojeni zarezima
 - argument može biti bilo koji tip podatka **osim polja (*array*)**
 - osnovni tipovi, pokazivači, strukture
 - broj i redoslijed argumenata treba odgovarati broju i redoslijedu parametara u funkciji koja se poziva
 - tipovi podataka argumenata moraju odgovarati tipovima podataka odgovarajućih parametara ili mora biti moguća konverzija podatka iz tipa podatka argumenta u tip podatka parametra
 - npr. ako je parametar funkcije tipa double, funkcija se može pozvati s argumentom tipa int (vodeći računa o mogućim gubicima informacija koje mogu nastati pri konverziji tipova podataka)
 - ako funkcija nema parametre, tada se pri pozivu funkcije na mjestu liste argumenata ne piše ništa (ne piše se void)

Primjer: poziv funkcije

prog.c

```
#include <stdio.h>
```

```
double eksp(float x, int n) {  
    ...  
    return rez;  
}
```

Parametri

```
...  
int main(void) {  
    ...  
    double y = eksp(3.f, 4);  
    printf("Tri na cetvrtu je %lf", y);  
    printf("Dva na petu je %lf", eksp(2.f, 5));  
    eksp(3.f, 2);  
    y = eksp(3.5f, 2) + 2 * eksp(2.1f, 3);  
    y = eksp(eksp(2 * 3.f, 2), 4);  
    ...  
}
```

Argumenti

zbog printf u funkciji main

- argumenti mogu biti izrazi
- rezultat funkcije može se koristiti u raznim izrazima

ispravno, ali beskorisno

$3.5^2 + 2 \cdot 2.1^3$

$(6^2)^4$

- za sada, definiciju funkcije *main* uvijek napisati na kraju. Kasnije će biti objašnjeno na koji se način redoslijed pisanja definicija funkcija može promijeniti.

Primjer

- funkcija koja nema parametre, ali vraća rezultat

```
...
int prebroji(void) {
    char c;
    int brojac = 0;
    do {
        scanf("%c", &c);
        ++brojac;
    } while (c != '#');
    return brojac - 1;
}
...
int main(void) {
    printf("%d\n", prebroji());
    printf("%d\n", prebroji());
    ...
}
```

- broji koliko je znakova upisano preko tipkovnice prije pojave prvog znaka #

koliko znakova?#a sada?#↵

15↵

7↵

##↵

0↵

0↵

Primjer

- funkcija koja ima parametre, ali ne vraća rezultat

```
...  
void ispisXY(float x, float y) {  
    printf("%.4f, %.4f", x, y);  
    return;    može se izostaviti  
}
```

```
...  
int main(void) {  
    float x1 = 3.25f, y1 = -12.f;  
    float x2 = 0.1f, y2 = 4.5f;
```

```
    printf("Koordinate T1: ");  
    ispisXY(x1, y1);  
    printf("\nKoordinate T2: ");  
    ispisXY(x2, y2);  
    ...
```

- ispisuje x, y koordinate unutar okruglih zagrada, s 4 znamenke iza decimalne točke

```
Koordinate T1: (3.2500, -12.0000)  
Koordinate T2: (0.1000, 4.5000)
```

Primjer

- funkcija koja nema parametre i ne vraća rezultat

...

```
void preskoci(void) {  
    char c;  
    do {  
        scanf("%c", &c);  
    } while (c != '#');  
    return;    može se izostaviti  
}
```

▪ preskače znakove upisane preko tipkovnice, do znaka #

...

```
int main(void) {  
    int prvi, drugi;  
    preskoci();  
    scanf("%d", &prvi);  
    preskoci();  
    scanf("%d", &drugi);  
    printf("prvi = %d, drugi = %d", prvi, drugi);  
    ...  
}
```

▪ čita po jedan cijeli broj iza prva dva znaka #

preskoci sve ovo#567 preskoci i ovo#98765↵
prvi = 567, drugi = 98765

Primjer

- funkcija u kojoj se na više mjesta koristi naredba return

```
...  
double apsolut(double x) {  
    if (x < 0) {  
        return -x;  
    } else {  
        return x;  
    }  
}
```

- izračunava apsolutnu vrijednost realnog broja

```
...  
int main(void) {  
    double x = -3.5;  
    printf("abs(%lf) = %lf", x, apsolut(x));  
    ...  
}
```

abs(-3.500000) = 3.500000

Primjer

- implicitna konverzija argumenata

```
...  
double eksp(float x, int n) {  
    ...  
    return rez;  
}  
  
...  
int main(void) {  
    ...  
    double y = eksp(3, 4);  
    printf("%lf", y);  
    ...  
}
```

Diagram illustrating implicit argument conversion:

- A yellow box labeled `int → float` has an arrow pointing from the integer argument `3` in `eksp(3, 4)` to the `float x` parameter in the function definition.
- Another yellow box labeled `bez konverzije, jer su argument i parametar istog tipa` has an arrow pointing from the integer argument `4` in `eksp(3, 4)` to the `int n` parameter in the function definition.

- slično, npr. funkcija `sqrt` iz `<math.h>`, čiji je parametar tipa `double`, vratit će ispravan rezultat i onda kada se kao argument koristi cijeli broj

Primjer

- implicitna konverzija rezultata

...

```
char malo_u_veliko(char c) {  
    if (c >= 'a' && c <= 'z')  
        return c - ('a' - 'A');  
    else  
        return c;  
}
```

int → char, jer $c - ('a' - 'A')$ je tipa int

bez konverzije, jer c već jest tipa char

...

```
int main(void) {  
    printf("%c", malo_u_veliko('f'));  
    printf("%c", malo_u_veliko('B'));  
    printf("%c", malo_u_veliko('*'));  
}
```

F
B
*

Primjer

- funkcija **ne može** izmjenom vrijednosti parametara promijeniti vrijednosti argumenata
 - jer parametar sadrži *kopiju* vrijednosti argumenta

```
#include <stdio.h>
void pokusajPromijenitiArgument(int n) {
    n = 10;
    printf("Funkcija je parametar promijenila u n = %d\n", n);
    return;
}
```

Funkcija je pozvana s argumentom n = 5
Funkcija je parametar promijenila u n = 10
Ali argument je ostao n = 5

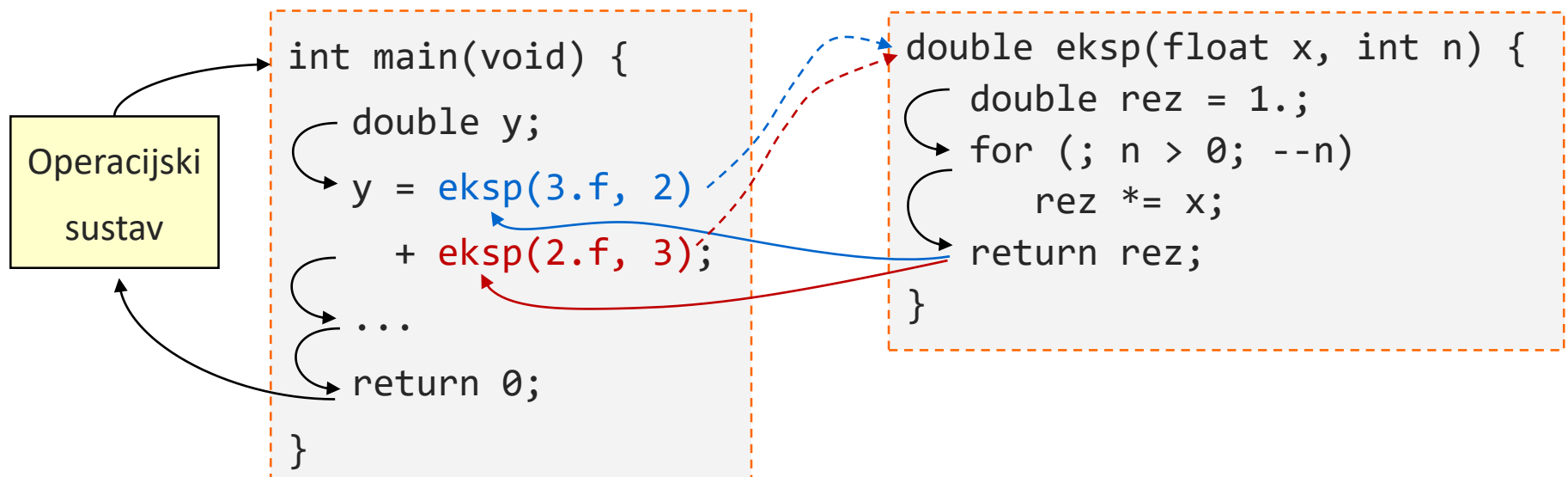
```
int main(void) {
    int n = 5;
    printf("Funkcija je pozvana s argumentom n = %d\n", n);
    pokusajPromijenitiArgument(n);
    printf("Ali argument je ostao n = %d", n);
    return 0;
}
```

Funkcije

Mehanizmi
prijenosa argumenata i
povrata rezultata

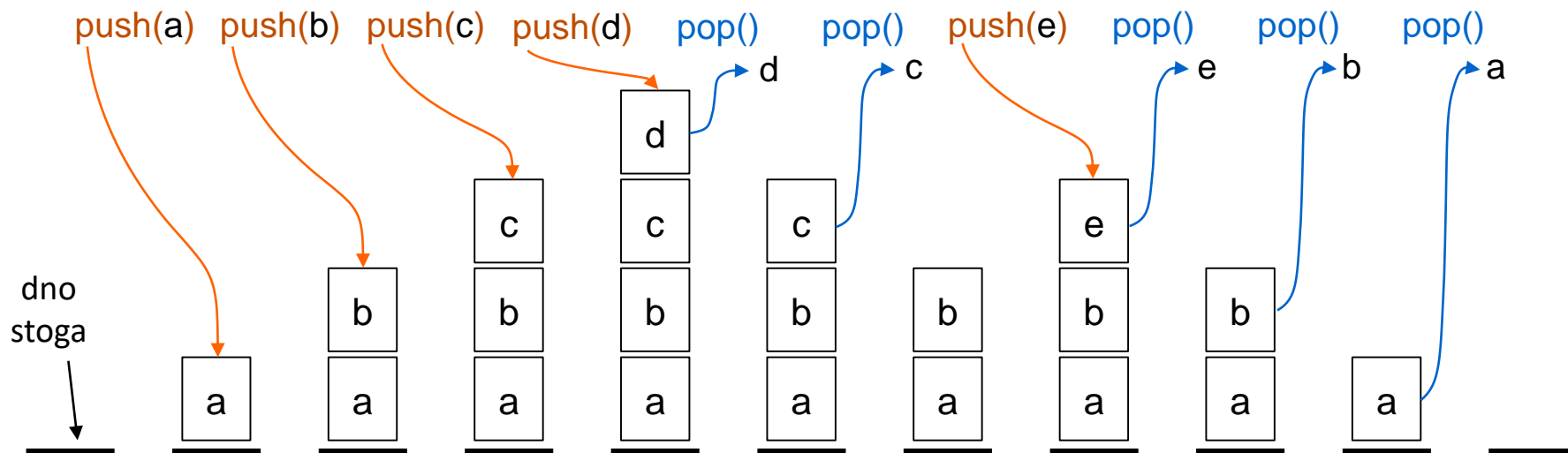
Mehanizam poziva funkcije

- u trenutku poziva funkcije potrebno je rezervirati memoriju za pohranu parametara i adrese instrukcije na koju se treba vratiti (povratne adrese)
- za vrijeme izvršavanja funkcije potrebno je rezervirati memoriju za varijable koje se definiraju u funkciji
- nakon završetka funkcije rezerviranu memoriju treba osloboditi

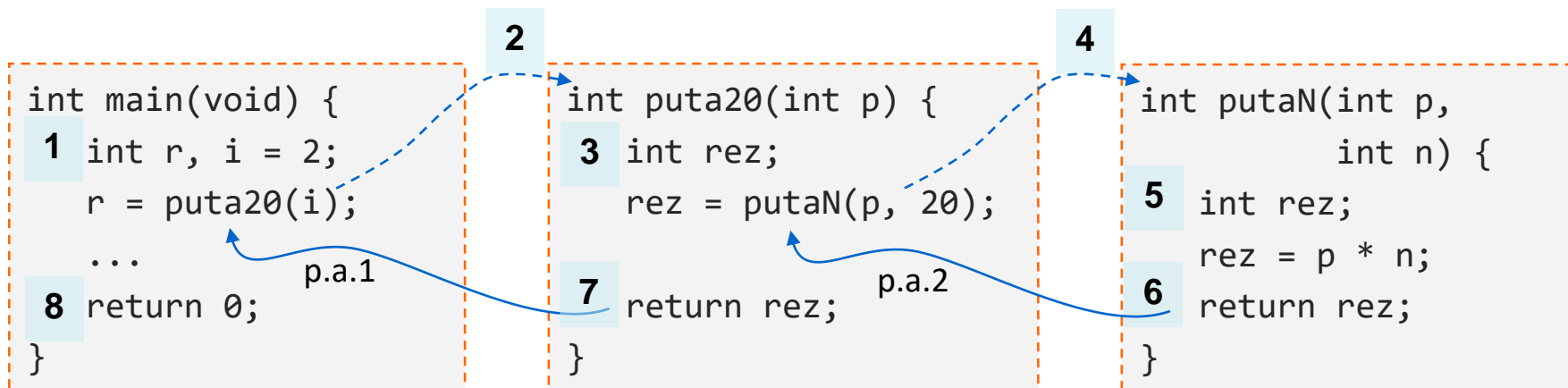


Stog (*stack*) općenito

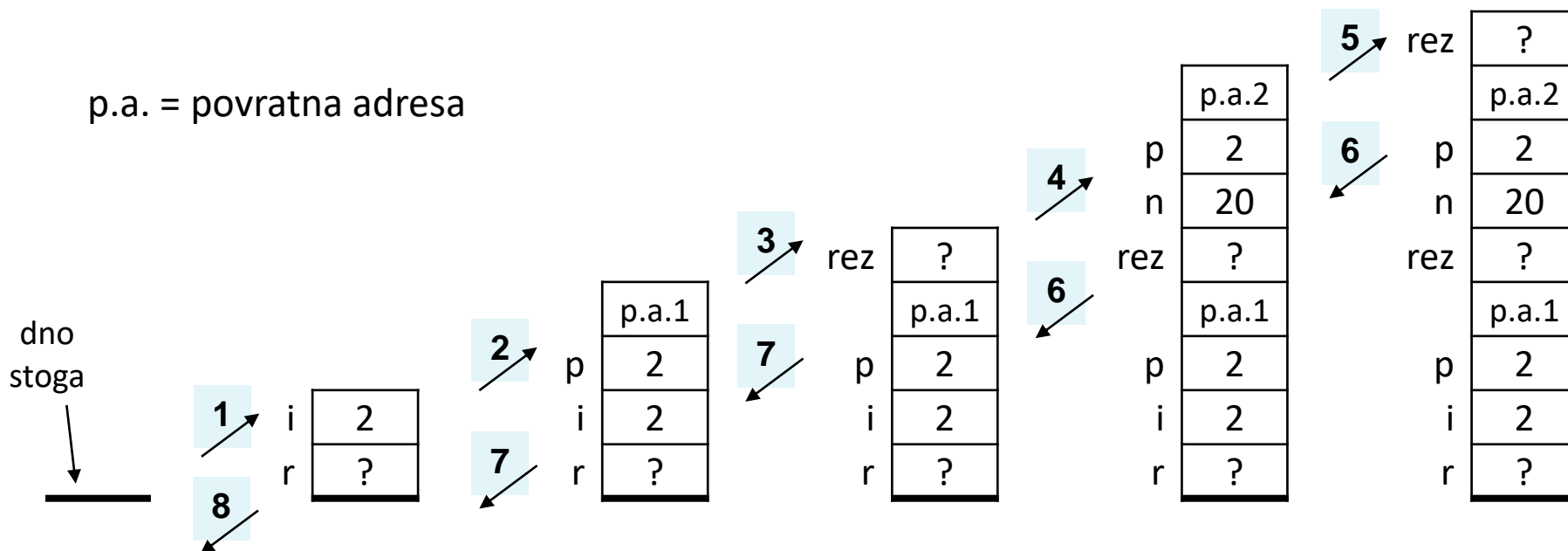
- svaka razina poziva funkcije zahtijeva rezervaciju memorije za *svoje* parametre, varijable i povratnu adresu
 - implementira se pomoću stoga. Osnovne operacije nad stogom su:
 - dodavanje podatka na stog (*push*)
 - uzimanje podatka s vrha stoga (*pop*)
 - posljednji na stog postavljeni podatak prvi je na redu za uzimanje
 - posljednji unutra, prvi van* (*last in, first out* – *LIFO*)



U programskom jeziku C (pojednostavljeno)



p.a. = povratna adresa



Objašnjenje

1. na stog: prostor za lokalne varijable r , i
2. na stog: vrijednost za parametar p i povratnu adresu $p.a.1$
3. na stog: prostor za lokalnu varijablu rez
4. na stog: vrijednosti za parametre p , n i povratnu adresu $p.a.2$
5. na stog: prostor za lokalnu varijablu rez
6. uklanjanje lokalnih varijabli, parametara i povratne adrese sa stoga nakon povratka na $p.a.2$
7. uklanjanje lokalnih varijabli, parametara i povratne adrese nakon povratka na $p.a.1$
8. uklanjanje lokalnih varijabli sa stoga pri završetku programa

Funkcije

Rekurzivne funkcije

Rekurzivna funkcija

- Funkcija koja poziva samu sebe naziva se *rekurzivnom funkcijom*
 - izravna rekurzija: npr. funkcija f sadrži poziv funkcije f
 - neizravna rekurzija: npr. funkcija f sadrži poziv funkcije g koja sadrži poziv funkcije f
- Primjer definicije i poziva rekurzivne funkcije

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    ispis(n - 1);  
    return;  
}
```

... u funkciji main

```
int gg = 2;  
ispis(gg);
```

2↵

1↵

0↵

... ? Kada će se ispisivanje
cijelih brojeva prekinuti?

- Što će biti rezultat poziva funkcije? Koju veliku pogrešku sadrži ova definicija funkcije?

Redoslijed pozivanja

- Zamislimo, radi vizualizacije, da postoji više instanci funkcije ispis
- Prije nego funkcija ispis pozvana s argumentom gg=2 završi, poziva funkciju ispis s argumentom 1. Prije nego ova završi, poziva funkciju ispis s argumentom 0, itd.

main

```
int gg = 2;  
ispis(gg);
```

n 2

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    ispis(n - 1);  
    return;  
}
```

n 1

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    ispis(n - 1);  
    return;  
}
```

n 0

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    ispis(n - 1);  
    return;  
}
```

n -1 itd.

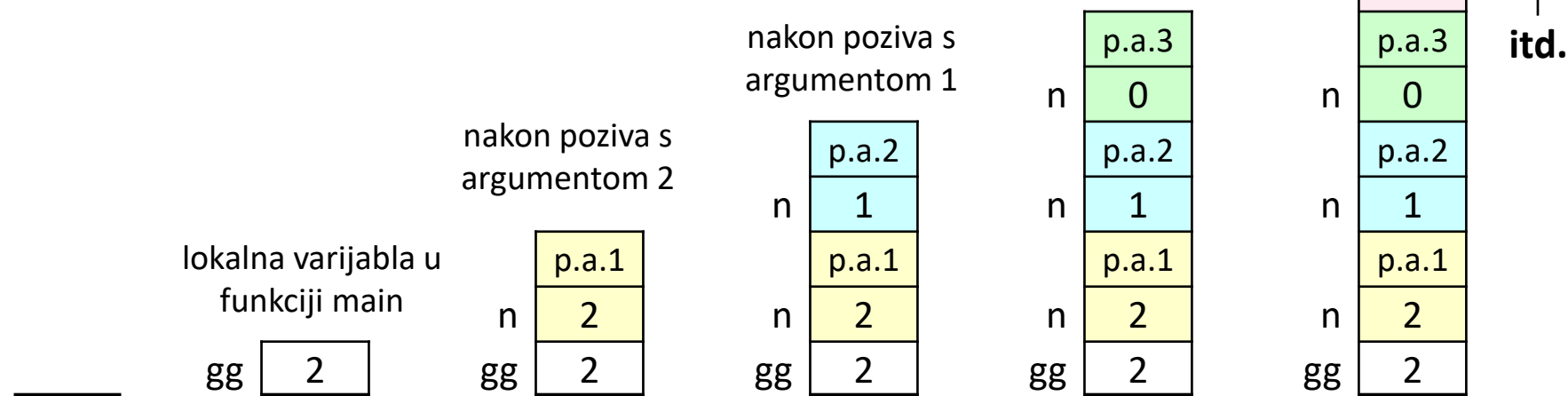
Stog u loše definiranoj rekurzivnoj funkciji

- Prije nego funkcija ispis pozvana s argumentom 2 završi (dakle, dok sa stoga još nisu uklonjeni parametar $n=2$ i povratna adresa p.a.1 za povratak u funkciju main), poziva funkciju ispis s argumentom 1. Prije nego ova završi, poziva funkciju ispis s argumentom 0, itd.

nakon poziva s argumentom -1

- Smije li stog *beskonačno* rasti?

nakon poziva s argumentom 0



- kada se memorija inicijalno dodijeljena programu za stog potroši, program će se prekinuti zbog pogreške tijekom izvršavanja.

Posljedica loše definirane rekurzivne funkcije

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    ispis(n - 1);  
    return;  
}
```

2↓
1↓
0↓
-1↓
...
-392858↓
-392859↓
Segmentation fault (core dumped)

izvršavanje u operacijskom sustavu Linux

- Rekurzivna funkcija se mora definirati tako da pod nekim uvjetima prestane s daljnjim pozivanjem same sebe

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    if (n > 0) {  
        ispis(n - 1);  
    }  
    return;  
}
```

2↓
1↓
0↓

Redoslijed pozivanja i povratka

- zamislamo, radi vizualizacije, da postoji više instanci funkcije ispis

main

```
int gg = 2;  
ispis(gg);  
return 0;
```

n 2

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    if (n > 0) {  
        ispis(n - 1);  
    }  
    return;  
}
```

n 1

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    if (n > 0) {  
        ispis(n - 1);  
    }  
    return;  
}
```

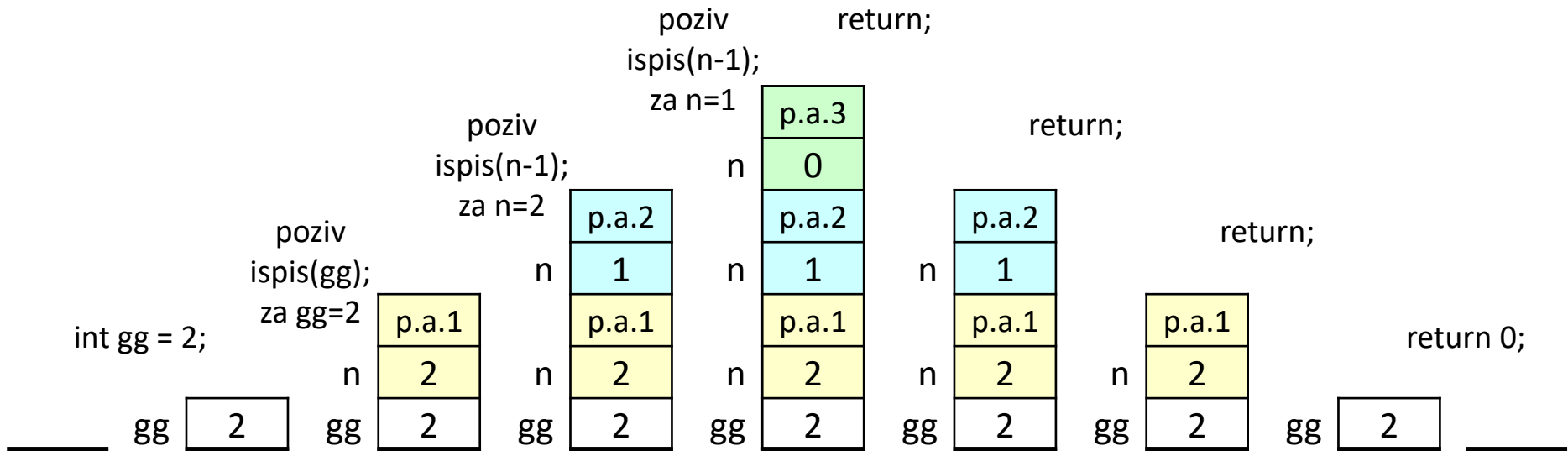
n 0

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    if (n > 0) {  
        ispis(n - 1);  
    }  
    return;  
}
```

Stog u ispravno definiranoj rekurzivnoj funkciji

```
int main(void) {  
    int gg = 2;  
    ispis(gg);  
    return 0;  
}
```

```
void ispis(int n) {  
    printf("%d\n", n);  
    if (n > 0) {  
        ispis(n - 1);  
    }  
    return;  
}
```



Primjer: matematička definicija funkcije

- Rekurzivna definicija funkcije $fact(n)$:

- $$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{za } n = 0 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{za } n > 0 \end{cases}$$

$fact(4) =$

$4 \cdot (fact(3)) =$

$4 \cdot (3 \cdot (fact(2))) =$

$4 \cdot (3 \cdot (2 \cdot (fact(1)))) =$

$4 \cdot (3 \cdot (2 \cdot (1 \cdot (fact(0))))) =$

$4 \cdot (3 \cdot (2 \cdot (1 \cdot (1))))$

Primjer: definicija funkcije u C-u

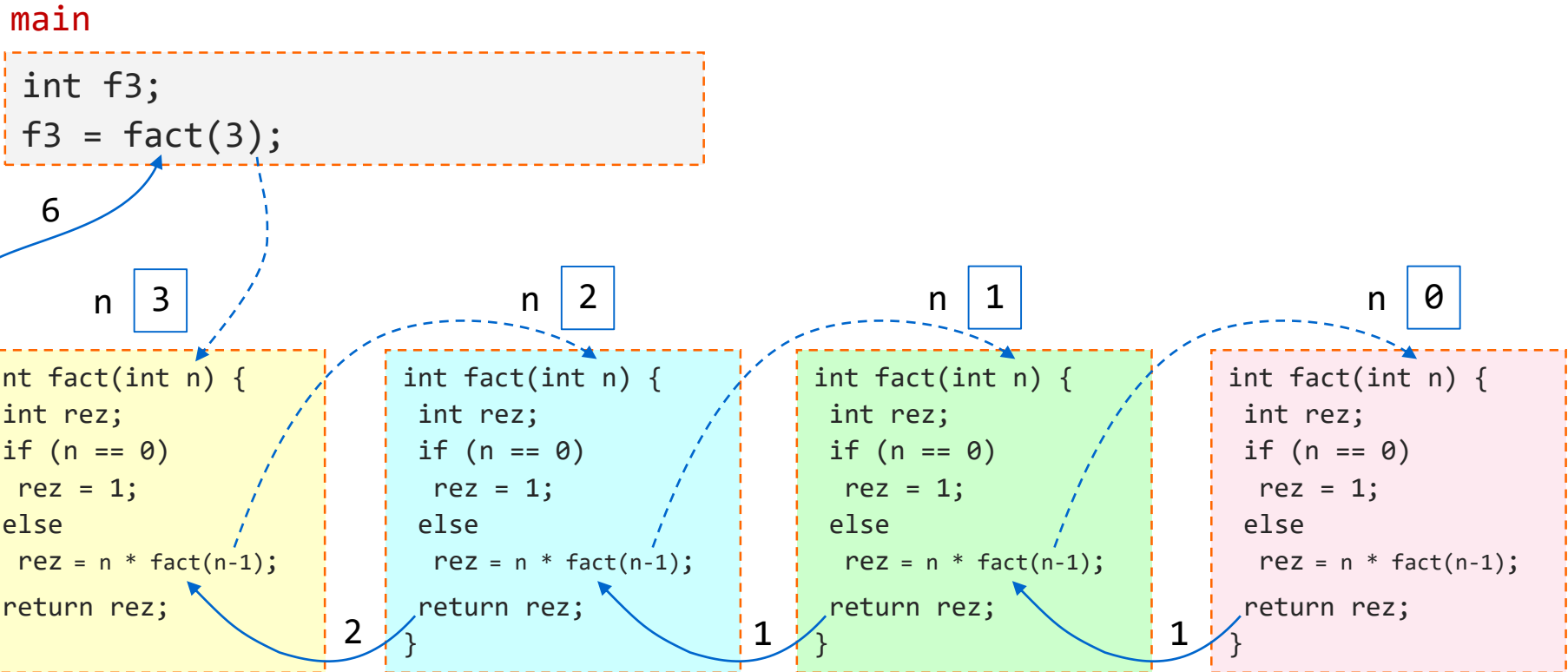
- Matematički rekurzivni izrazi često se bez teškoća pretvaraju u definiciju rekurzivne funkcije u programskom jeziku

```
int fact(int n) {  
    int rez;  
    if (n == 0)  
        rez = 1;  
    else  
        rez = n * fact(n - 1);  
    return rez;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    if (n == 0)  
        return 1;  
    else  
        return n * fact(n - 1);  
}
```


Primjer: redoslijed pozivanja i povratka

- Zamislamo, radi vizualizacije, da postoji više instanci funkcije *fact*

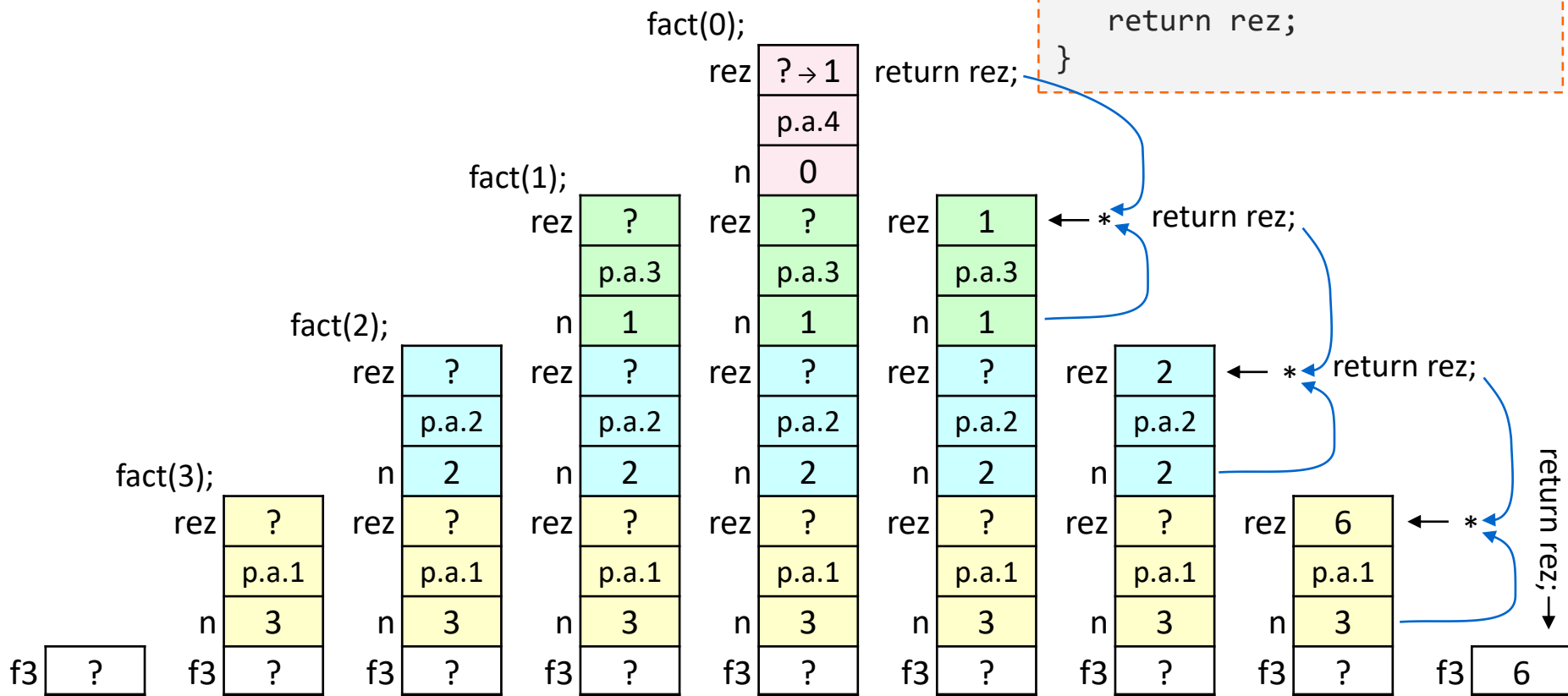


Primjer: stog za poziv fact(3)

main

```
int f3;  
f3 = fact(3);
```

```
int fact(int n) {  
    int rez;  
    if (n == 0)  
        rez = 1;  
    else  
        rez = n * fact(n - 1);  
    return rez;  
}
```



Varijanta s *unsigned long long* umjesto *int*

- Korištenjem ovog tipa podatka, domena funkcije *fact* povećava se na cijele brojeve iz intervala [0, 20]

```
unsigned long long
fact(unsigned int n) {
    unsigned long long rez;
    if (n == 0)
        rez = 1ULL;
    else
        rez = n * fact(n - 1);
    return rez;
}
```

```
unsigned long long
fact(unsigned int n) {
    if (n == 0)
        return 1ULL;
    else
        return n * fact(n - 1);
}
```