

Машинное обучение.

Домашнее задание №7

Задача 1. Разберите вывод двойственной задачи к SVM. Убедитесь, что можете ответить на следующие вопросы:

1. Почему условия Куна-Таккера для данной задачи являются необходимыми и достаточными?
2. Почему, решив первые три уравнения из условий Куна-Таккера и подставив решения в лагранжиан, мы получим двойственную функцию? Получим ли мы такой же результат, если найдем двойственную функцию по определению?
3. Почему в двойственную задачу добавляют ограничения, полученные из условий Куна-Таккера ($0 \leq \lambda_i \leq C$ и $\sum_{i=1}^{\ell} \lambda_i y_i = 0$)?
4. Почему про двойственную функцию можно сказать, что в ней стоит L_1 -норма штрафов, хотя там стоит сумма без модулей ($\sum_i \xi_i$)?
5. Почему про линейный классификатор, настроенный методом опорных векторов, можно сказать, что он разрежен по объектам?
6. Какую интерпретацию имеют двойственные переменные λ_i ?
7. Как, решив двойственную задачу, восстановить решение прямой (w, b, ξ) ?

Задача 2. Рассмотрим задачу SVM, в которой сумма штрафов ξ_i заменена на сумму их квадратов:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i^2 \rightarrow \min_{w, b, \xi} \\ y_i (\langle w, x_i \rangle + b) \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, \dots, \ell, \\ \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, \ell. \end{cases}$$

Постройте двойственную к ней.