(21.) $J(\beta) = C \sum_{i=1}^{N} \left(I(y^{(i)}=0) \ln\left(1+e^{\beta^T x^{(i)}}\right) + \right.$

$\left. + I(y^{(i)}=1) \ln\left(1+e^{-\beta^T x^{(i)}}\right)\right) +$

$+ \frac{1-\rho}{2} \|\beta\|_2^2 + \rho \|\beta\|_1$

$\ln\left(1+e^{\beta^T x^{(i)}}\right)$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \frac{1}{1+e^{\beta^T x^{(i)}}} e^{\beta^T x^{(i)}} x^{(i)} = \sigma(-\beta^T x) e^{\beta^T x} x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 \beta} = -\sigma(-\beta^T x)(1-\sigma(-\beta^T x)) x^2 e^{\beta^T x} +$$

$$+ \sigma(-\beta^T x) e^{\beta^T x} x^2 =$$

$$= -\sigma(-\beta^T x) x^2 e^{\beta^T x} + \sigma^2(-\beta^T x) x^2 e^{\beta^T x} +$$

$$+ \sigma(-\beta^T x) x^2 e^{\beta^T x} = \sigma^2(-\beta^T x) x^2 e^{\beta^T x} \geqslant 0$$

зн. $\ln\left(1+e^{\beta^T x}\right)$ вопукла.

$\ln\left(1+e^{-\beta^T x}\right)$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = -\frac{1}{1+e^{-\beta^T x}} e^{-\beta^T x} x = -\sigma(\beta^T x) e^{-\beta^T x} x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 \beta} = -\sigma(\beta^T x)(1-\sigma(\beta^T x)) e^{-\beta^T x} x^2 +$$

$$+ \sigma(\beta^T x) e^{-\beta^T x} x^2 =$$

$$= \sigma^2(\beta^T x) e^{-\beta^T x} x^2 \geqslant 0$$

зн. $\ln\left(1+e^{-\beta^T x}\right)$ вопукла

$\|\beta\|_2^2 = \sum_{i=1}^{N} \beta_i^2$ вып. как сумма вып. функций

$\|\beta\|_1 = \sum_{i=1}^{N} |\beta_i|$ вып. как сумма вып. функций

зн. $J(\beta)$ вып. как сумма вып. функций

(22) $J(\beta_0,\beta) = \sum_{i=1}^{N} \Big(I(y^{(i)}=0) \ln(1+e^{\beta_0+\beta^T x^{(i)}}) +$
$+ I(y^{(i)}=1) \ln(1+e^{-\beta_0-\beta^T x^{(i)}}) \Big)$

$J(\beta_0,\beta)$ выпуклая, зн. она имеет глобальный минимум в т. x^* при $\nabla f(x^*)=0$

~~$I(y^{(i)}=0)\ln(1+e^{\beta_0...}$~~

$I(y^{(i)}=0) e^{\beta_0+\beta^T x^*} x^* \sigma(-\beta^0-\beta^T x^*) -$

$-I(y^{(i)}=1) e^{-\beta_0-\beta^T x^*} x^* \sigma(\beta^0+\beta^T x^*) = 0$

т.е.

$\sum_{i: y^{(i)}=0} e^{\beta_0+\beta^T x^{(i)}} \sigma(-\beta^0-\beta^T x^{(i)*}) = \sum_{i: y^{(i)}=1} e^{-\beta_0-\beta^T x^{(i)*}} \sigma(\beta^0+\beta^T x^{(i)*})$