Rapport

Alain Quartier-la-Tente

6/17/2020

Contents

0.1 Les différents noyaux

Dans l'extraction du signal, on cherche généralement à pondérer les observations selon leur distance à la date t. Pour cela on introduit une fonction de noyau $\kappa_j,\ j=0,\pm1,\dots,\pm h$ avec $\kappa_j \geq 0$ et $\kappa_j=\kappa_{-j}$. Une classe importante des noyaux qui comprend la majorité de ceux utilisé est la classe des Beta kernels :

$$\kappa(u)=k_rs\left(1-|u|^r\right)^s 1_{|u|\leq 1},\quad k_{rs}=\frac{r}{2B\left(s+1,\frac{1}{r}\right)}$$

Avec $r>0$, $s\geq 0$ et

$$B(a,b)=\int_0^1 u^{a-1}(1-u)^{b-1}du$$

Dans le cas discret, à un facteur proportionnel près (constante de normalisation pour que $\sum\kappa_j=1$) :

$$\kappa_j=\left(1-\left|\frac{j}{h+1}\right|^r\right)^s$$

- $r=1,s=0$ uniform kernel :

$$\kappa_j^U=1$$

- $r=s=1$ triangle kernel :

$$\kappa_j^T=\left(1-\left|\frac{j}{h+1}\right|\right)$$

- $r=2,s=1$ Epanechnikov (ou Parabolic) kernel :

$$\kappa_j^E=\left(1-\left|\frac{j}{h+1}\right|^2\right)$$

- $r = s = 2$ biweight kernel :

$$\kappa_j^{BW} = \left(1 - \left|\frac{j}{h+1}\right|^2\right)^2$$

- $r = 2, s = 3$ triweight kernel :

$$\kappa_j^{TW} = \left(1 - \left|\frac{j}{h+1}\right|^2\right)^3$$

- $r = s = 3$ tricube kernel :

$$\kappa_j^{TR} = \left(1 - \left|\frac{j}{h+1}\right|^3\right)^3$$

- Gaussian kernel :

$$\kappa_j^G = \exp\left(-\frac{j^2}{4h^2}\right)$$

- Henderson kernel :

$$\kappa_j = \left[(h+1)^2 - j^2\right]\left[(h+2)^2 - j^2\right]\left[(h+3)^2 - j^2\right]$$

- Trapezoidal kernel :

$$\kappa_j = \begin{cases} \frac{1}{3(2h-1)} & \text{si } j = \pm h \\ \frac{2}{3(2h-1)} & \text{si } j = \pm(h-1) \\ \frac{1}{2h-1} & \text{sinon} \end{cases}$$