



3 - Décomposition d'une série temporelle

ALAIN QUARTIER-LA-TENTE

Objectifs de cette séquence

Présenter les principales méthodes de décomposition

Questions de positionnement

Pourquoi désaisonnaliser une série ?

Quelles sont les principales méthodes décomposition ?

Quelles sont les différents schémas de décomposition ?

Sommaire

1. Schéma de décomposition

2. STL

3. X-13-ARIMA et TRAMO-SEATS

4. Conclusion

Rappels sur les différentes composantes

- Tendance-cycle : évolution de moyen/long terme de la série (TC_t)
➔ tendance et cycle estimés conjointement : évite problèmes de définition (limite entre cycles courts et longs ?) et difficultés sur séries courtes
- Saisonnalité et autres effets de calendrier (jours ouvrables, fêtes mobiles, etc.) S_t
- Irrégulier : composante d'erreur (idéalement faible) I_t

Rappels sur les différentes composantes

- Tendance-cycle : évolution de moyen/long terme de la série (TC_t)
➔ tendance et cycle estimés conjointement : évite problèmes de définition (limite entre cycles courts et longs ?) et difficultés sur séries courtes
- Saisonnalité et autres effets de calendrier (jours ouvrables, fêtes mobiles, etc.) S_t
- Irrégulier : composante d'erreur (idéalement faible) I_t

Objectif de la désaisonnalisation : enlever S_t pour mieux analyser le signal conjoncturel et faire des comparaisons temporelles/spatiales

Rappels sur les différentes composantes

- Tendance-cycle : évolution de moyen/long terme de la série (TC_t)
➔ tendance et cycle estimés conjointement : évite problèmes de définition (limite entre cycles courts et longs ?) et difficultés sur séries courtes
- Saisonnalité et autres effets de calendrier (jours ouvrables, fêtes mobiles, etc.) S_t
- Irrégulier : composante d'erreur (idéalement faible) I_t

Objectif de la désaisonnalisation : enlever S_t pour mieux analyser le signal conjoncturel et faire des comparaisons temporelles/spatiales

$Y_t = f(S_t, TC_t, I_t)$: quelle relation entre les différentes composantes ?

Les différents schémas de décomposition

- Schéma additif :

$$X_t = TC_t + S_t + I_t$$

Schéma multiplicatif (amplitudes de S_t et I_t varient en fonction de la tendance) :

$$X_t = TC_t \times S_t \times I_t$$

- Schéma pseudo-additif (permet de traiter des cas où X_t proche de 0) :

$$X_t = TC_t \times (S_t + I_t - 1)$$

➡ lorsque certains mois ont des valeurs très faibles, suppose saisonnalité et irrégulier indépendants

- Schéma log-additif :

$$\log(X_t) = \log(TC_t) + \log(S_t) + \log(I_t)$$

Sommaire

1. Schéma de décomposition

2. STL

3. X-13-ARIMA et TRAMO-SEATS

4. Conclusion

Seasonal and Trend decomposition using Loess (STL)

Application successive de Loess (régression locale robuste) et de moyennes mobiles

Avantages :

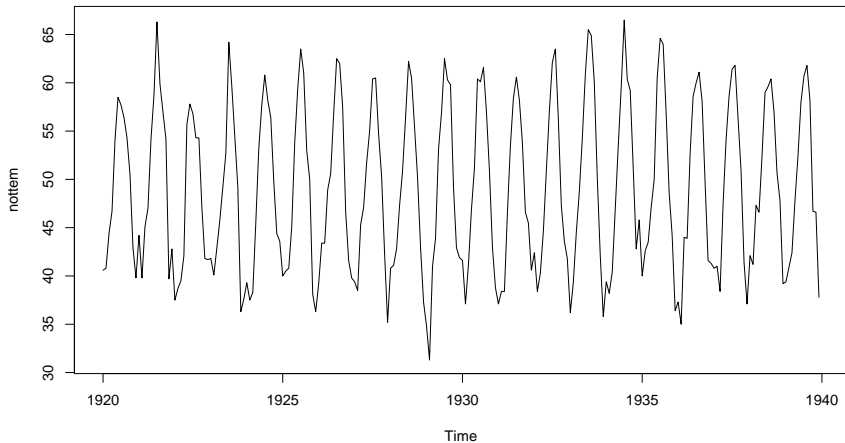
- Applicable sur toutes les fréquences
- Robuste aux points atypiques

Inconvénients :

- Pas de choix automatique du schéma de décomposition
- Pas de correction de jours ouvrables
- Pas de choix automatique des paramètres (longueur des filtres à spécifier)

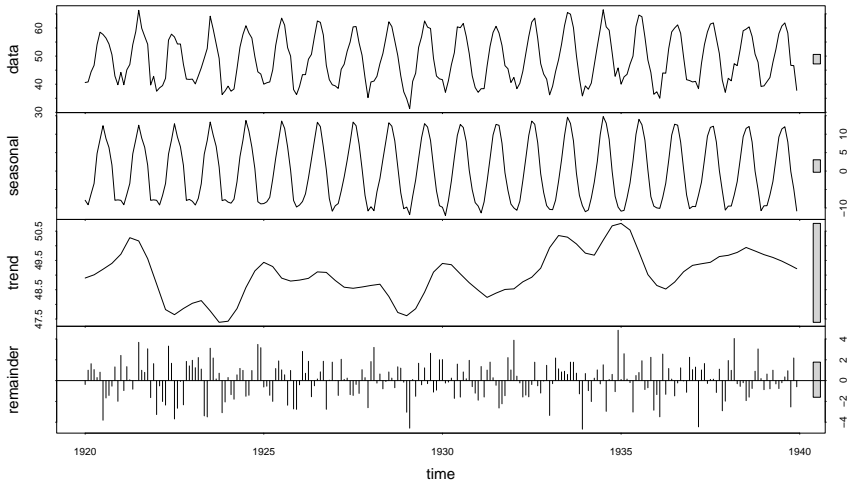
Exemple (1)

```
plot(nottem)
```



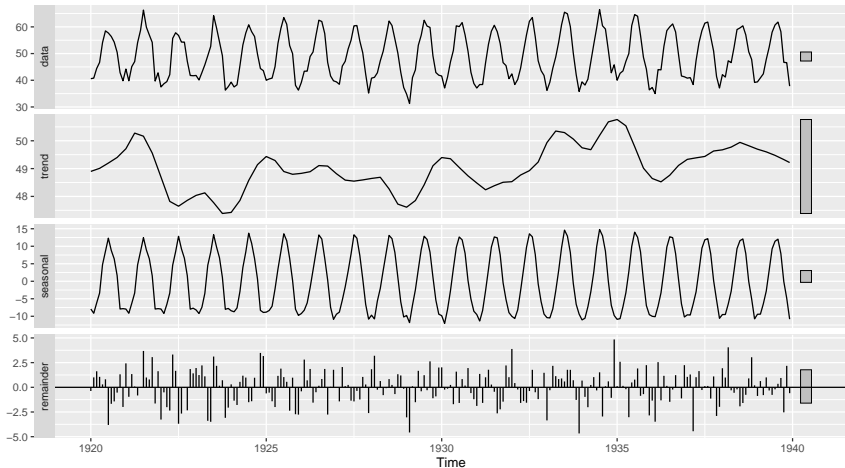
Exemple (2)

```
plot(stl(nottem, s.window = 7))
```



Exemple (3) : autoplot

```
library(forecast)
stl(nottem, s.window = 7) %>% autoplot()
```



Sommaire

1. Schéma de décomposition
2. STL
- 3. X-13-ARIMA et TRAMO-SEATS**
4. Conclusion

Méthodes utilisées dans les INS

Dans les INS, les méthodes principalement utilisées sont X-13-ARIMA et TRAMO-SEATS :

- Méthodes recommandées par Eurostat
- Permettent de faire des CJO et de prendre en compte les spécificités calendaires
- Choix automatique du schéma de décomposition (additive ou multiplicatif)
- Prise en compte de différents types de ruptures
- Applicables que sur des séries au plus mensuelles (travaux en cours pour étendre ces méthodes)

Désaisonnalisation en deux modèles

1. Linéarisation de la série : correction des points aberrants, des ruptures et des effets calendriers par un modèle RegARIMA
2. Décomposition de la série linéarisée : par une méthode non-paramétrique (X-11, application successive de moyennes mobiles) ou paramétrique (SEATS)

Les principaux types d'outliers

Choc ponctuel

Additive outlier (AO)

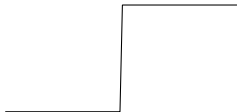
Affecte l'Irrégulier



Changement de niveau

Level Shift (LS)

Affecte la Tendance



Changement de niveau transitoire

Transitory Change (TC)

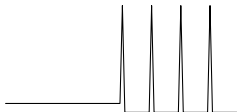
Affecte l'Irrégulier



Rupture de profil saisonnier

Seasonal Outlier (SO)

Affecte la Composante Saisonnière



Package à utiliser

Pour X-13ARIMA deux packages peuvent être utilisés :

- `seasonal` basé sur les programmes du Census Bureau
- `RJDemetra` basé sur les `JDemetra+` (logiciel recommandé par Eurostat)

TRAMO-SEATS : uniquement implémenté dans `RJDemetra`

Package à utiliser

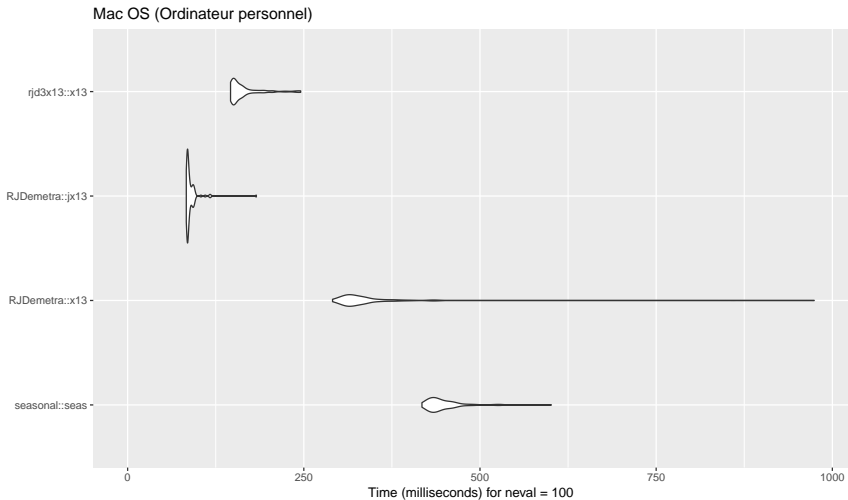
Pour X-13ARIMA deux packages peuvent être utilisés :

- `seasonal` basé sur les programmes du Census Bureau
- `RJDemetra` basé sur les `JDemetra+` (logiciel recommandé par Eurostat)

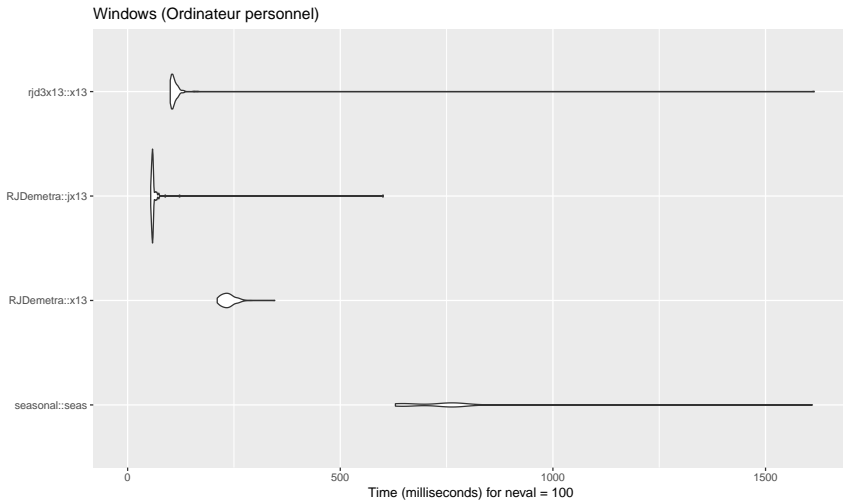
TRAMO-SEATS : uniquement implémenté dans `RJDemetra`

NB : voir <https://github.com/rjdverse> pour les packages associés à `JDemetra+` 3.0

Comparaison des performances (1)



Comparaison des performances (2)



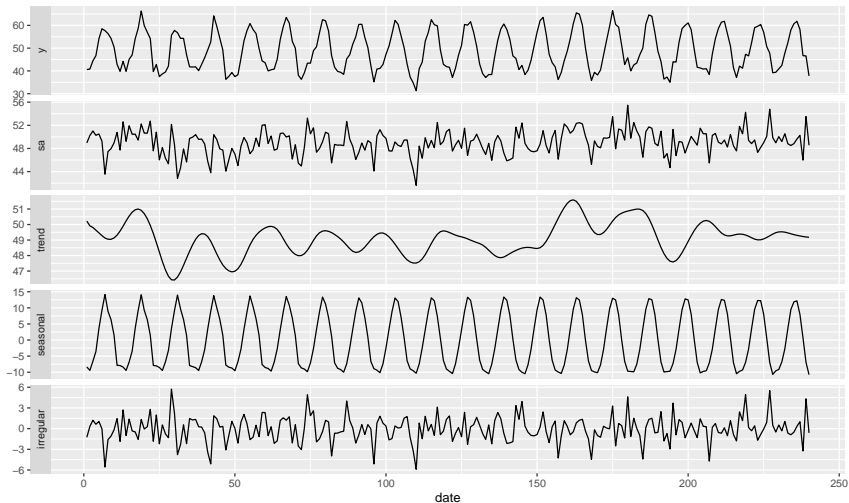
Spécifications de base

Specifi- cation	Transfor- mation	Pre-adjustment for leap-year	Working days	Trading days	Easter effect	Outliers	ARIMA model
RSA0	no	no	no	no	no	no	(0,1,1)(0,1,1)
RSA1	test	no	no	no	no	test	(0,1,1)(0,1,1)
RSA2	test	no	test	no	test	test	(0,1,1)(0,1,1)
RSA3	test	no	no	no	no	test	AMI
RSA4	test	no	test	no	test	test	AMI
RSA5	test	no	no	test	test	test	AMI
RSAfull	test	no	test		test	test	AMI
X11	no	no	no	no	no	no	(0,1,1)(0,1,1)
RSA1	test	no	no	no	no	test	(0,1,1)(0,1,1)
RSA2c	test	test	test	no	test	test	(0,1,1)(0,1,1)
RSA3	test	no	no	no	no	test	AMI
RSA4c	test	test	test	no	test	test	AMI
RSA5	test	test	no	test	test	test	AMI

Paramètre spec dans `RJDemetra::x13()` et `RJDemetra::tramoseats()`

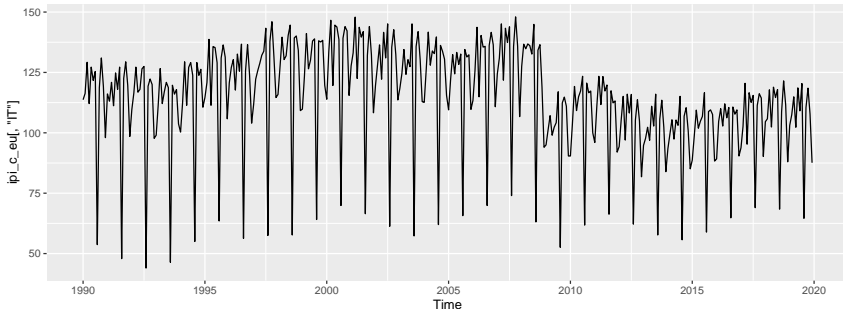
Exemple

```
library(RJDemetra);library(ggdemetra);autoplot(x13(nottem))
```



Exemple (1)

```
autoplot(ipi_c_eu[, "IT"])
```



```
mod = x13(ipi_c_eu[, "IT"])  
# Pre-ajustement : donne des informations sur le schéma de décomposition  
# (log ou non), sur la CJO, les points atypiques et le modèle ARIMA  
mod$regarima
```


Exemple (2)

y = regression model + arima (3, 1, 0, 0, 1, 1)

Log-transformation: no

Coefficients:

	Estimate	Std. Error
Phi(1)	0.57871	0.055
Phi(2)	0.41329	0.059
Phi(3)	0.09131	0.055
BTheta(1)	-0.45726	0.048

	Estimate	Std. Error
Monday	0.8197	0.287
Tuesday	0.8457	0.286
Wednesday	1.5247	0.286
Thursday	0.6638	0.285
Friday	1.2974	0.288
Saturday	-2.6035	0.285
Leap year	3.3513	0.890
Easter [1]	-3.0191	0.565
LS (12-2008)	-16.4492	2.149
LS (8-2009)	9.5156	2.154

Exemple (3)

Residual standard error: 3.023 on 332 degrees of freedom

Log likelihood = -877.9, aic = 1786 aicc = 1787, bic(corrected for length) = 2

```
# Informations sur la décomposition (non traitée dans ce cours)
mod$decomposition
```

Monitoring and Quality Assessment Statistics:

	M stats
M(1)	0.039
M(2)	0.031
M(3)	1.018
M(4)	0.324
M(5)	0.852
M(6)	0.142
M(7)	0.095
M(8)	0.160
M(9)	0.072
M(10)	0.114
M(11)	0.101
Q	0.285
Q-M2	0.316

Exemple (4)

Final filters:

Seasonal filter: 3x5

Trend filter: 13 terms Henderson moving average

Séries finales estimées :

`mod$final`

Last observed values

	y	sa	t	s	i
Jan 2019	103.1	106.8108	106.5337	-3.71079247	0.27706044
Feb 2019	107.5	107.5520	106.4284	-0.05202971	1.12366733
Mar 2019	114.9	105.6270	106.2661	9.27304074	-0.63912431
Apr 2019	102.3	105.5645	106.0825	-3.26453259	-0.51799031
May 2019	118.6	105.8104	105.8478	12.78961029	-0.03744185
Jun 2019	109.1	106.4235	105.6324	2.67648686	0.79112529
Jul 2019	120.4	104.6128	105.4636	15.78719927	-0.85075490
Aug 2019	64.6	105.6598	105.2320	-41.05983503	0.42784829
Sep 2019	110.4	105.0552	104.9091	5.34484540	0.14607297
Oct 2019	118.5	104.4491	104.5092	14.05094470	-0.06015490
Nov 2019	107.8	104.6479	104.1309	3.15211067	0.51695828
Dec 2019	87.6	102.7603	103.8287	-15.16034328	-1.06833688

Exemple (5)

Forecasts:

	y_f	sa_f	t_f	s_f	i_f
Jan 2020	100.60122	103.6937	103.6240	-3.0924959	0.06974302
Feb 2020	104.88729	104.1412	103.5059	0.7461336	0.63521163
Mar 2020	115.35780	102.9935	103.4731	12.3643224	-0.47967022
Apr 2020	100.71674	103.6347	103.4547	-2.9179581	0.17994685
May 2020	108.88911	103.5382	103.4107	5.3508925	0.12754385
Jun 2020	112.99300	103.2766	103.3331	9.7163730	-0.05643767
Jul 2020	119.00943	103.0564	103.2277	15.9529868	-0.17125131
Aug 2020	58.52488	103.3292	103.1321	-44.8042957	0.19705844
Sep 2020	112.54290	103.0286	103.0125	9.5143004	0.01610625
Oct 2020	113.24225	102.7349	102.8926	10.5073243	-0.15771395
Nov 2020	105.65780	102.9839	102.7820	2.6738591	0.20193998
Dec 2020	91.03785	102.4851	102.6915	-11.4472191	-0.20644338

```
# Diagnostics sur la désaisonnalisation
mod$diagnostics
```

Exemple (6)

Relative contribution of the components to the stationary portion of the variance in the original series, after the removal of the long term trend

Trend computed by Hodrick-Prescott filter (cycle length = 8.0 years)

	Component
Cycle	2.275
Seasonal	89.957
Irregular	0.740
TD & Hol.	2.242
Others	3.886
Total	99.100

Combined test in the entire series

Non parametric tests for stable seasonality

	P.value
Kruskall-Wallis test	0
Test for the presence of seasonality assuming stability	0
Evolutionary seasonality test	0

Identifiable seasonality present

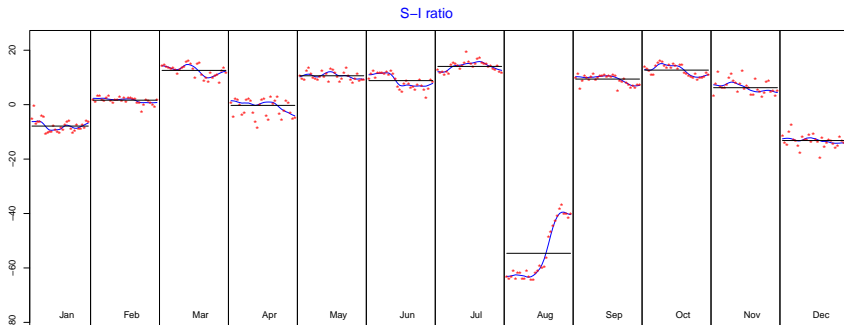
Exemple (7)

Residual seasonality tests

	P.value
qs test on sa	0.085
qs test on i	0.012
f-test on sa (seasonal dummies)	0.542
f-test on i (seasonal dummies)	0.254
Residual seasonality (entire series)	0.438
Residual seasonality (last 3 years)	0.999
f-test on sa (td)	0.671
f-test on i (td)	0.997

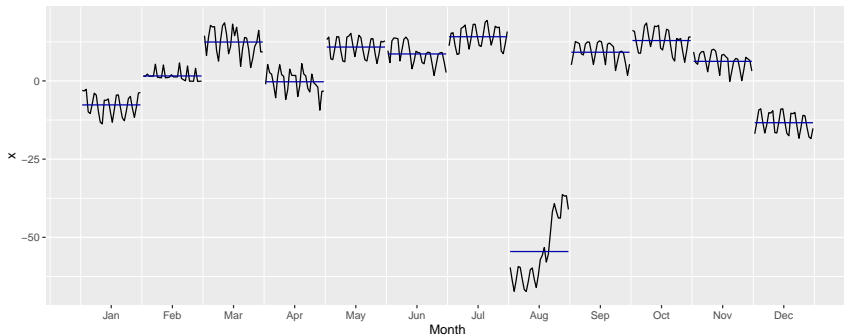
```
# Pour tracer les coefficients saisonniers (hors CJO) et irrégulier
plot(mod$decomposition)
```

Exemple (8)



```
# Coefficients saisonniers + CJO : plus erratiques
ggmonthplot(ggdemetra::seasonal(mod))
```

Exemple (9)



Sommaire

1. Schéma de décomposition
2. STL
3. X-13-ARIMA et TRAMO-SEATS
- 4. Conclusion**

Conclusion

- La désaisonnalisation permet de faire des comparaisons temporelles et spatiales
- Plusieurs schémas de décomposition possibles en fonction des relations entre les composantes :
 - Additif : $X_t = TC_t + S_t + I_t$ saisonnalité et irrégulier indépendant du niveau
 - Multiplicatif : $X_t = TC_t \times S_t \times I_t$ saisonnalité et irrégulier proportionnels au niveau

Bibliographie

Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2018) *Forecasting: principles and practice*, 2nd edition, OTexts: Melbourne, Australia. OTexts.com/fpp2. Accessed on june 2025.

Ladiray D., et Quenneville B. (1999). Comprendre la méthode X11, *Institut National de la Statistique et des Études Économiques*, <https://www.census.gov/pub/ts/papers/x11doc.pdf>.

Gomez, V., et Maravall, A. (1997), Programs TRAMO and SEATS: Instructions for the User, *Banco de Espana*.