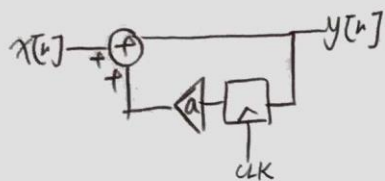


訊号 HW 7 10606115 | 廖家得



$$y[n] = x[n] + ay[n-1]$$

$$y[n] - ay[n-1] = x[n]$$

$$h[n] - ah[n-1] = \delta[n]$$

$$h[n] = w[n]u[n]$$

$$w[n]u[n] - aw[n-1]u[n-1] = \delta[n]$$

$$w[n]u[n] - w[n]u[n-1] + w[n]u[n-1] - aw[n-1]u[n-1] = \delta[n]$$

$$w[n]\delta[n] + (w[n] - aw[n-1])u[n-1] = \delta[n]$$

$$\underbrace{w[0]}_1 \delta[n] + \underbrace{(w[n] - aw[n-1])}_0 u[n-1] = \delta[n]$$

$$w[n] - aw[n-1] = 0$$

$$\Rightarrow w[n] = C \cdot a^n \Rightarrow w[n] = a^n$$

$$w[0] = C = 1$$

$$\Rightarrow h[n] = a^n \cdot u[n]$$

$$a^n \cdot u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - ae^{j\omega T}}, \quad a < 1$$

$$H(f) = \frac{1}{(1 - a\cos 2\pi fT) + ja\sin 2\pi fT}$$

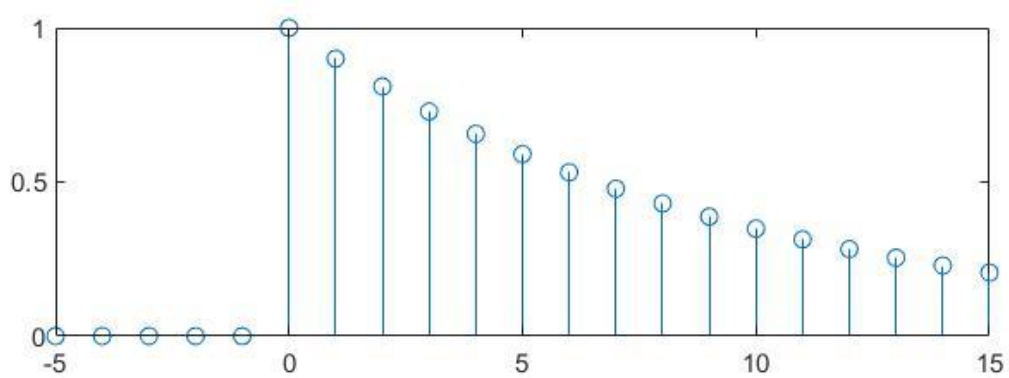
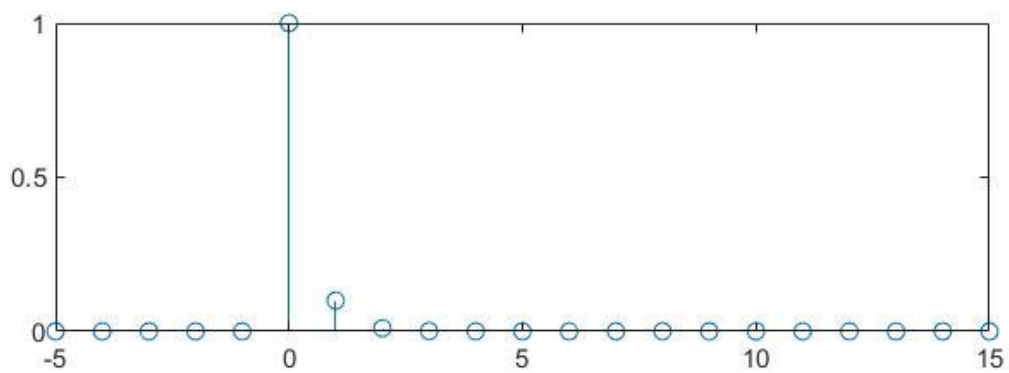
$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - a\cos 2\pi fT)^2 + a^2 \sin^2 2\pi fT}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2a\cos 2\pi fT + a^2 \cos^2 2\pi fT + a^2 \sin^2 2\pi fT}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2a\cos 2\pi fT}}$$

$$\angle H(f) = -\tan^{-1} \frac{a\sin 2\pi fT}{1 - a\cos 2\pi fT}$$

2. $h[n]$

上為 $a = 0.1$

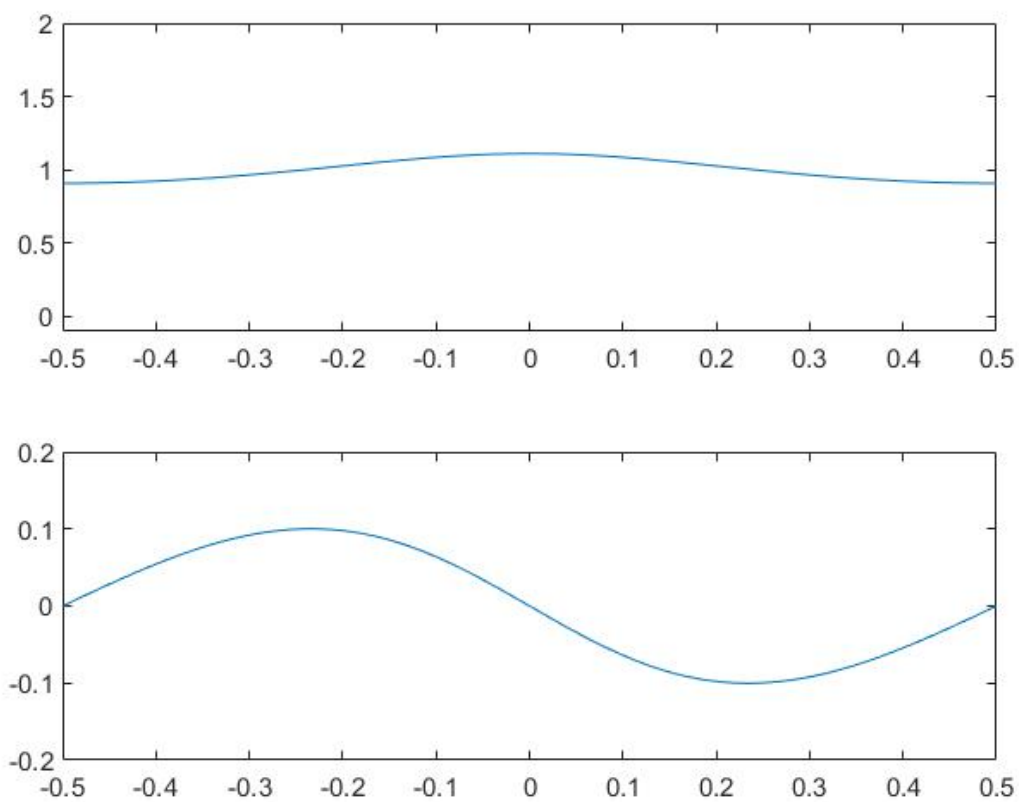
下為 $a = 0.9$



3. $H(f)$, $a = 0.1$

上為 $|H(f)|$

下為 $\text{phase}(H(f))$

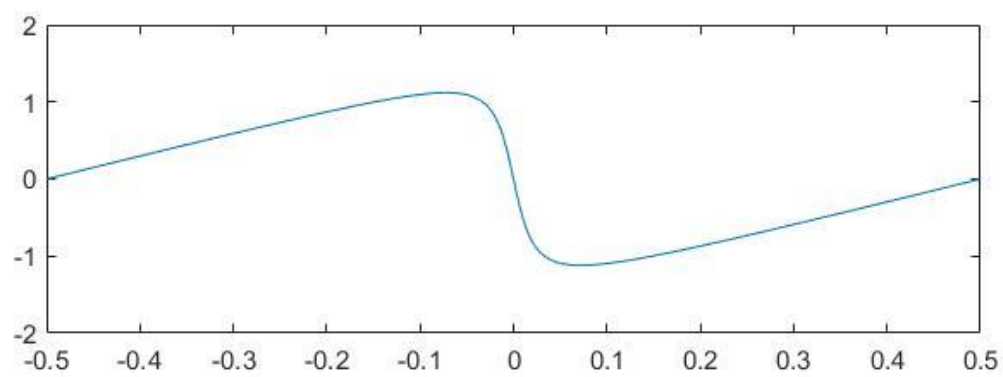
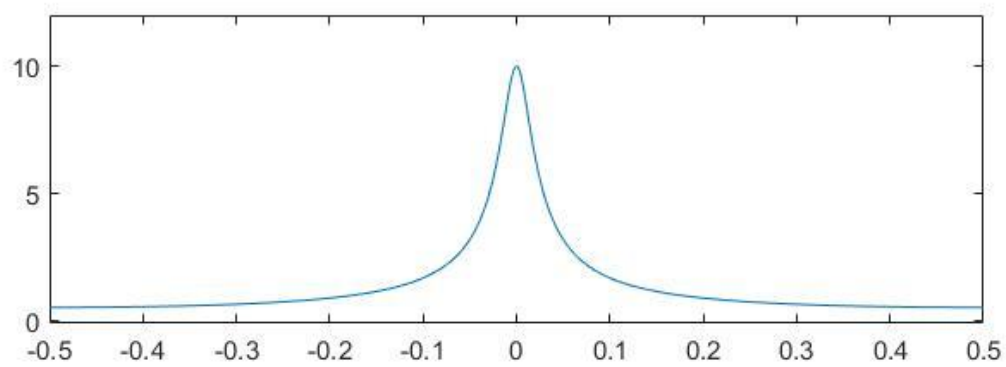


$H(f)$

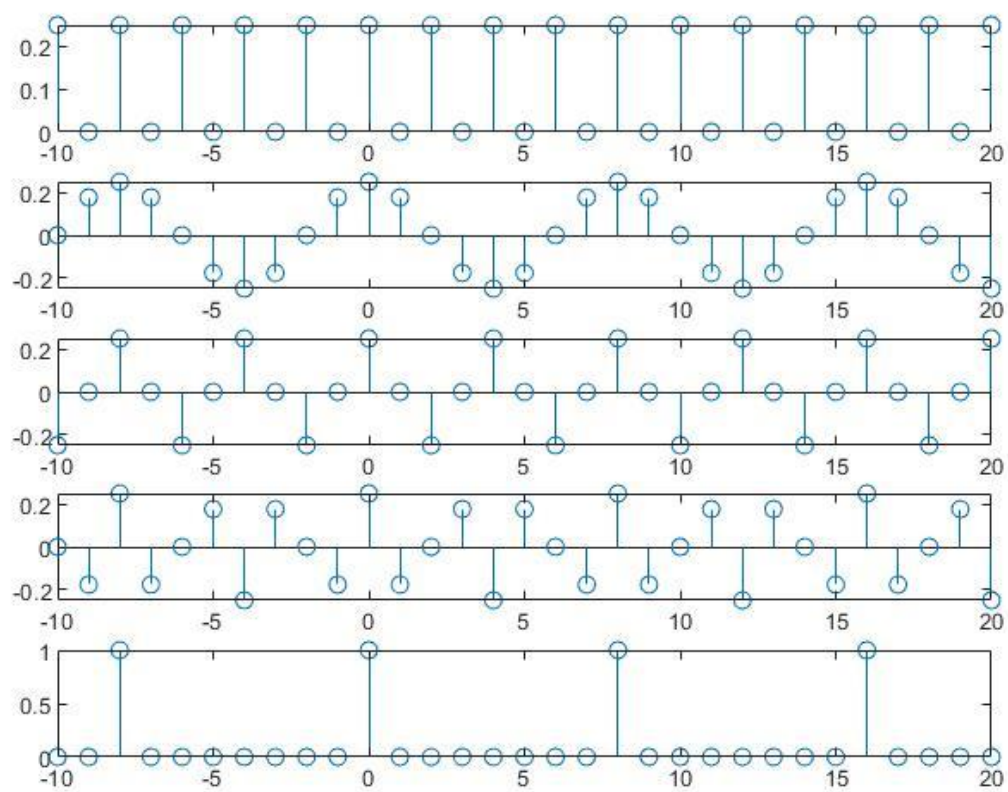
$a = 0.9$

上為 $|H(f)|$

下為 $\text{phase}(H(f))$



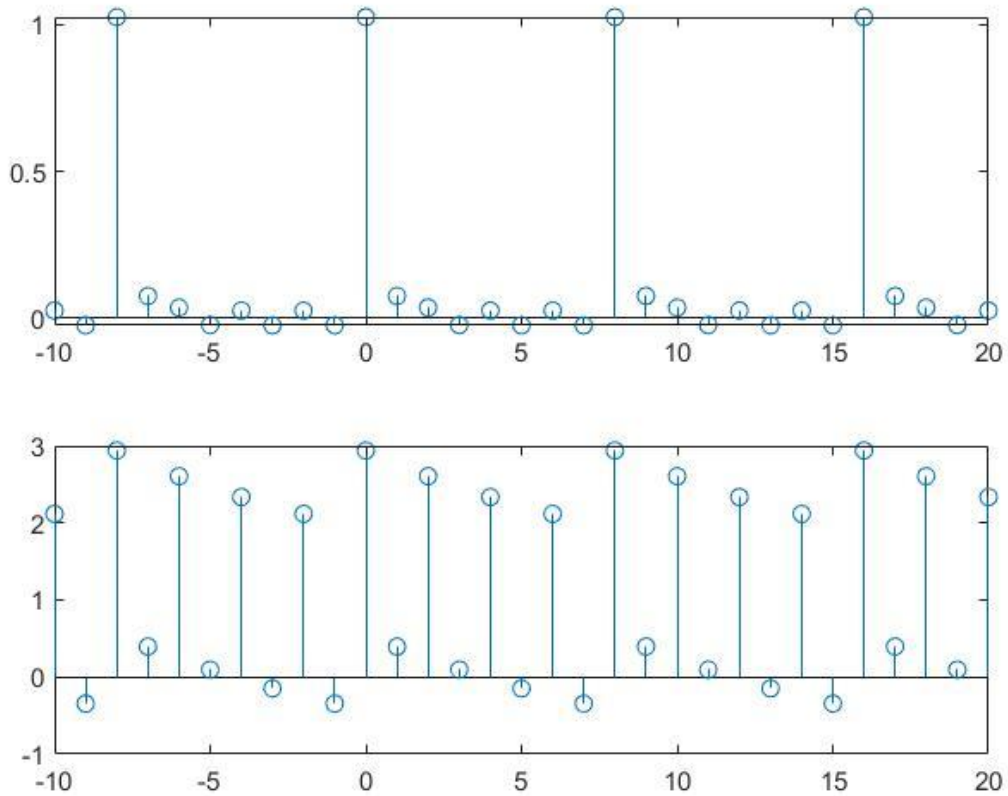
4. $x(t)$ ，最下面為 $x(t)$ ，上面依序為 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$



$y[n]$

上為 $a = 0.1$

下為 $a = 0.9$



5. 由 2.可知當 $a = 0.1$ 時 $h[n]$ 最像 delta function。而看 4.的 $y(t)$ 圖也可發現，當 $a=0.1$ 時最接近 $x(t)$ 。由以上可得， a 越小，失真越小， a 越大，失真越大。