1 Consideremos una situación en la cuál se miden la tensión superficial (X) y la acidez de un producto químico (Y). Estas variables son codificadas de tal manera que la tensión superficial se mide en una escala de 0 a 2, y la acidez se mide en una escala de 2 a 4. La función de densidad conjunta de (X, Y) es:

$$f(x,y) = \begin{cases} k(6-x-y) & , 0 \leq x \leq 2, \quad 2 \leq y \leq 4 \\ 0 & , \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Hallar el valor de k, que haga que $f(x,y)$ una densidad conjunta.

b) Calcular $P(X < 1, Y > 3)$

c) Hallar las densidades marginales de X e Y.

d) Calcular $P(X < 1.5)$, $P(Y < 2.5)$ y $P(X + Y \leq 4)$

2 Para una variable aleatoria bidimensional (X, Y), se define la siguiente función de probabilidad conjunta:

$$p(x,y) = k(x + 2y) \qquad x = 1, 2, ..., 8. \quad y = 1, 2, ..., 5.$$

Determinar la constante k y el valor esperado de cada variable.

3 La distribución de probabilidad conjunta para las variables aletorias discretas X e Y, está definida como:

$$p(x,y) = p^{x+y} q^{2-(x+y)} \qquad x = 0, 1 \quad y = 0, 1 \quad q = 1 - p$$

Verificar que se cumple las propiedades de una distribución de probabilidad bivariante.

4 Suponga que X, el tiempo en minutos que una persona pasa en la sala de espera de cierto médico, el Y la duración en minutos de un examen médico completo, son variables aleatorias con función de densidad de probabilidad conjunta:

$$f(x,y) = \frac{1}{2500} e^{-\frac{x+y}{50}} \qquad \text{para } x > 0 \quad y > 0$$

Usted llega a la consulta del médico para un examen general, 50 minutos antes de terner que partir a una reunión. ¿Cuál es la probabilidad de salir a tiempo de la consulta?

5 Suponga que X e Y, las proporciones de un día de trabajo de 8 horas que dos dependientes de una gasolinera realmente ocupan en desempeñar sus labores asignadas, tienen la densidad de probabilidad conjunta:

$$f(x,y) = x + y \qquad \text{para} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1$$

Si la proporción D de "tiempo de descanso" para los dos dependientes está dada por la expresión:

$$D = 1 - \frac{X+Y}{2} \quad \text{Calcular} \quad E(D) \text{ y } V[D]$$

6 El propietario de una tienda de equipos de sonido, establece las siguientes probabilidades para X *el número de amplificadores vendidos* en un día de la semana, e Y *número de micrófonos vendidos* durante elmismo día

x	0	1	2	3	4
$p(x)$	0.10	0.40	0.30	0.15	0.05

y	0	1	2	3	4	5
$p(y)$	0.10	0.30	0.25	0.20	0.10	0.05

Asumiendo que las variables aleatorias X e Y son independientes, determine la distribución de probabilidades conjunta $p(x,y)$, verifique sus cálculos obteniendo las probabilidades marginales.

7 A partir de la distribución conjunta del ejercicio anterior **6**, calcule y comente los resultados de:

a) $E(X + Y)$

b) $V[X + Y]$

c) $V[X-Y]$

d) $E[2Y+3/X=2]$

8 Suponga que X el tiempo en minutos que una persona pasa con un agente eligiendo una póliza de seguros de vida, e Y el tiempo en minutos que el agente emplea en efectuar el trámite una vez que el cliente se ha decidido, son las variables aleatorias con función de densidad de probabilidad conjunta:

$$f(x,y)=\frac{1}{300}e^{-\frac{x}{30}}\cdot e^{-\frac{y}{10}} \qquad \text{para} \quad x\geq 0, \quad y\geq 0$$

Usted se dispone a encontrarse con un agente de seguros para suscribir una póliza de seguros de vida. ¿Cuál es la probabilidad de que toda la transacción dure menos de media hora? ¿Son las variables aleatorias X e Y independientes?

9 Suponga que tres objetos diferenciables se dejan caer al azar en tres celdas numeradas. Sea X el número de objetos que caen en la primera celda, e Y el número de celdas que quedan vacias. Construya la tabla de distribución de probabilidades conjunta de X e Y. ¿Son éstas variables independientes?

10 Sean X e Y dos varibles aleatorias continuas con densidad de probabilidad conjunta

$$f(x,y)=\begin{cases} c\cdot e^{-(x+y)} & \text{, si} \quad x>0 \quad y>0 \\ 0 & \text{, en cualquier otro punto} \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de c

b) Determine las densidades marginales de X e Y

c) Calcule $f(x/y)$ y $f(y/x)$

d) Calcule $P(X\leq 1, Y\leq 1)$

11 Una moneda regular se lanza cinco veces. Sea X el número de carac que aparecen, y sea Y tal que toma el valor de i si la primera cara aparece en el $i-$ésimo lanzamiento, y es 0, si no aparece cara. Calcular:

a) La distribución de probabilidad conjunta de X e Y.

b) $P(X=2, Y=3)$

c) $F(2,4)$

d) $P(X=3)$

e) $P(X=3/Y=0)$

f) $E[2X+Y/Y=1]$

12 Si X e Y son variables aleatorias independientes, entonces, siempre se cumple (Teorema) que:

$$E[XY]=E(X)\cdot E(Y) \quad \text{, por tanto} \quad Cov(X,Y)=0$$

Como ilustración de porqué no se cumple el inverso del Teorema, considere la distribución conjunta de dos variables aleatorias discretas X e Y, que se muestra en la tabla:

X \ Y	-1	0	1
-1	1/12	2/12	1/12
0	2/12	0	2/12
1	1/12	2/12	1/12

Pruebe que $Cov(X,Y)=0$, pero que X e Y no son independientes.

13 Para dos variables aleatorias X e Y (discretas o continuas), y las constantes a,b,c y d.

Se verifica que: $Cov(aX+b, cY+d)=ac\cdot Cov(X,Y)$.

14 Sean X e Y dos variables aleatorias no correlacionadas. Verifique lo siguiente:

a) $V[X+Y] = V[X-Y]$
b) $Cov[(X+Y),(X-Y)] = V[X] - V[Y]$

15 En el estudio sobre la fricción entre las hojas de papel que alimenta una fotocopiadora, considere un sistema que utiliza dos separadores de papel de alimentación interrelacionados. La densidad conjunta de (X,Y), los coeficientes de fricción de las dos máquinas, esta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} xy & ,0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ (2-x)y & ,1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ x(2-y) & ,0 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 2 \\ (2-x)(2-y) & ,1 \leq x \leq 2, \quad 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

a) Verifique que $f(x,y)$ es una función de densidad de probabilidad conjunta.
b) Calcule la probabilidad de que ambos coeficientes de fricción excedan de 1.2.

16 Sea X el tiempo de vida en horas de un componente electrónico de una fotocopiadora, e Y el tiempo de vida de un segundo componente, también en horas. La función de densidad de probabilidad conjunta de X e Y es:

$$f(x,y) = 2 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-0.001x-0.002y} \qquad ,x > 0, \quad y > 0$$

Demuestre que X e Y son variables aleatorias independientes, y calcule $P(X > 1000, Y > 1000)$.

17 En la transmisión de información digital, la probabilidad de que un bit tenga una distorsión alta, moderada o baja es 0.01, 0.04 y 0.95, respectivamente. Suponga que se transmiten tres bits y que la cantidad de distorsión de cada uno es independiente. Sea X e Y las variables aleatorias que denotan el número de bits, de los tres transmitidos, que tienen una distribución alta o moderada, respectivamente. Determine el rango de probabilidad conjunta de X e Y, y las probabilidades:

a) $P(X=3, Y=0)$
b) $P(X=2, Y=1)$
c) $P(X=2, Y=0)$

18 Si X e Y son variables aleatorias *normales* independientes con:

$$\mu_X = 1 \quad \sigma_X^2 = 9 \qquad \mu_Y = 5 \quad \sigma_Y^2 = 4$$

Calcule:

a) $E[5X-Y]$
b) $V[5X-Y]$
c) $P(5X-Y>3)$

19 El ancho del marco de una puerta tiene una distribución normal con media de 24 pulgadas y desviación estándar de 1/8 de pulgada. El ancho de la puerta tiene una distribución normal con media 23 y 7/8 pulgadas y desviación estándar de 1/16 pulgadas. Suponga independencia entre el ancho del marco y de la puerta.

a) Determine la media y la desviación estándar de la diferencia entre el ancho del marco y el de la puerta.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre el ancho del marco y el de la puerta sea mayor que 1/4 de pulgada?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la puerta no quepa en el marco?

20 Supóngase que la calificación X de un estudiante de la EMI en una prueba de Cálculo es un número entre 0 y 1, y que su calificación Y en una prueba de Estadística es también un número entre 0 y 1. Supóngase además, que en la población de todos los estudiantes que llevan esas dos asignaturas, las calificaciones X e Y se distribuyen de acuerdo con la siguiente función de densidad conjunta:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x+3y) & ,0 \leq x \leq 1 \quad ,0 \leq y \leq 1 \\ 0 & ,\text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) ¿Qué proporción de los estudiantes obtienen una calificación mayor de 80 % en la prueba de Cálculo?

b) Si la calificación en la prueba de Estadística de un estudiante es dolo del 30 %, ¿Cuál es la probabilidad de que su calificación en el examen de Cálculo sea superior al 60 %?

c) Si la calificación en la prueba de cálculo de un estudiante es 30 %, ¿Cuál es la probabilidad de que su calificación en la prueba de Estadística sea mayor que 70 %?

21 Suponga que X e Y son variables aleatorias uniformes contínuas independientes para $0 < x < 1$, $0 < y < 1$. Utilice la función de densidad de probabilidad conjunta para determinar la probabilidad de que $|X - Y| < 0.5$.

22 Un agente inmobiliario está interesado en averiguar cuál es la relación entre el número de lineas de un anuncio en prensa sobre un apartamento y el volúmen de demanda de información por parte de posibles inquilinos. Representemos el volúmen de demanda mediante la variable aleatoria X, que toma el valor 0 si despierta poco interés, 1 para un interés moderado, y 2 si despierta fuerte interés. El agente estima que la función de probabilidad conjunta es la que aparece en la tabla.

Y \ X	Volúmen de demanda		
Nro. de líneas	0	1	2
3	0.09	0.14	0.07
4	0.07	0.23	0.16
5	0.03	0.10	0.11

a) Hallar el interpretar la función de probabilidad condicional de Y dado $X = 0$.

b) Hallar el interpretar la función de probabilidad condicional de X dado $Y = 0$.

c) Hallar en interpretar la covarianza entre X e Y.

d) ¿Son independientes el Nro. de líneas del anuncio y el volúmen de demanda?

23 Sea (X, Y) una variable aleatoria bivariante, cuya función de densidad conjunta es:

$$f(x,y) = \frac{2}{\theta^2} e^{-\frac{x+y}{\theta}} \qquad ,0 < x < y < \infty$$

a) Demuestre que la media y la varianza de Y son respectivamente $\frac{3\theta}{2}$ y $\frac{5\theta}{4}$.

b) Demuestre que $E[Y/X] = x + \theta$

c) ¿Son X e Y variables aleatorias independientes?

24 Una compañía que ofrece servicios telefónicos transoceánicos cree que los factores clave del costo variable de una llamada son: X *número de segundos que tarda la computadora en colocar la llamada*, e Y número de minutos que tarda una operadora en colocar la llamada. La estructura de las probabilidades puede representarse por medio de la siguiente densidad conjunta:

$$f(x,y) = (0.0625)xe^{-0.5y-\frac{x}{y}} \qquad ,x > 0 \quad ,y > 0$$

a) Encuentre la densidad condicional de X, dado que $Y = y$.

b) En la práctica, ¿deberían ser independientes X e Y?. ¿Lo son en este caso?

25 Los usuarios de una base de datos de computadora, han encontrado que X *número de líneas de código (en miles)* e Y *tiempo en minutos que se requiere para correr el programa*, tiene la densidad conjunta:

$$f(x, y) = \frac{3}{320}(16 - 4x^2 - y^2 + 4xy) \qquad , 0 < x < 2 \quad , 0 < y < 4$$

a) Encuentre la probabilidad de que tanto X como Y sean menores que 0.5.

b) Encuentre la probabilidad de que Y sea mayor que 1.

c) Encuentre $f(y/x)$

d) De acuerdo con la naturaleza de las variables definidas, deberían ser X e Y independientes?. Lo son efectivamente?

26 Dada la siguiente tabla bidimensional de probabilidades. Calcule las probabilidades de que no figuran ($\times$) en la tabla, si se sabe que las dos variables son estadísticamente independientes.

$Y \backslash X$	y_1	y_2	y_3	y_4	$p(x)$
x_1	$\times$	0.125	$\times$	$\times$	0.50
x_2	$\times$	$\times$	$\times$	0.06	$\times$
x_3	0.04	$\times$	$\times$		$\times$
$p(y)$	0.20	$\times$	$\times$	0.20	$\times$

27 Sean X e Y dos variables aleatorias que representan las producciones diarias de dos líneas ensambladoras A y B de automóviles respectivamente. La distribución conjunta $p(x, y)$ de las variables aleatorias esta dada en la tabla siguiente:

$Y \backslash X$	1	2	3
1		1/5	2/15
2	1/6	1/9	1/4
3	1/12		1/18

Calcular:

a) $E[X]$, $E[Y]$

b) $V[X]$, $V[Y]$

c) $E[2X + 3/Y = 2]$

d) $E[Y/X = 3]$

e) $\rho(X, -Y)$

f) $E[XY/Y = 3]$

g) $Cov(3X + 2, 2Y + 4)$

28 Si

$$f(x/y) = \frac{3x^2}{y^3} \qquad \text{para} \quad 0 < x < y$$

Además se sabe que

$$f(y) = 5y^4 \qquad \text{para} \quad 0 < y < 1$$

Calcular $P(X > 0.5)$.

29 Supóngase que X e Y son variables aleatorias tales que (X, Y) puede pertenecer al rectángulo del plano XY que contiene todos los puntos (X, Y) para los cuales $0 \leq x \leq 3$ y $0 \leq y \leq 4$.

Supóngase también que la función de distribución conjunta de X e Y en cualquier punto (X, Y) de este rectángulo es:

$$F(x, y) = \frac{1}{156} xy(x^2 + y)$$

Determinar:

a) $P\left(1 < X < 3, 1 \leq Y \leq \frac{5}{2}\right)$

b) La densidad condicional de Y dado $X = x$.

c) ¿Son X e Y variables aleatorias independientes?

30 Supóngase que X e Y son variables aleatorias bidimensionales, tales que

$$\rho_{XY} = \frac{1}{2} \qquad V[X] = 1 \qquad V[Y] = 4$$

Calcular: $V[X - 2Y]$.

31 De una encuesta sobre presupuestos familiares se publicaron los siguientes resultados:

- Desviación estándar de los ingresos Bs. 200.
- Desviación estándar de los gastos Bs. 200.
- Coeficiente de correlación entre gastos e ingresos 0.85.

En base a estos datos, calcular la desviación estándar de los ahorros. (Se entiende por tales la diferencia entre Ingresos y Gastos).

32 Dos líneas de producción, señaladas I y II, manufacturan cierto tipo de artículo a pequeña escala. Supóngase que la capacidad máxima de producción de la línea I es cinco artículos por día, mientras que para la línea II es 3 artículos/día. Debido a los innumerables factores presentes en todo proceso de producción, el número de artículos realmente producido por cada línea puede pensarse como una variable aleatoria. En conjunto podemos pensar en una variable aleatoria bidimensional (Y, X) discreta, donde la primera componente X corresponde a la producción de la línea I y la segunda componente Y a los artículos que salen de la línea II. La fcp conjunta correspondiente a variables aleatorias bidimensionales suele presentarse, por comodidad, como una tabla. Supongamos que para la v.a. (Y, X) que nos interesa aquí la tabla correspondiente a $p(x_i, y_j)$ es:

Y \ X	0	1	2	3	4	5
0	0	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
1	0.01	0.02	0.04	0.05	0.06	0.08
2	0.01	0.03	0.05	0.05	0.05	0.06
3	0.01	0.02	0.04	0.06	0.06	0.05

a) Verificar que corresponde a un fcp bivariante.

b) Obtener las distribuciones marginales de probabilidad de X e Y

c) ¿Cuál es la probabilidad de qué salgan más artículos de la línea I que de la línea II?

33 Hay tres cajas registradoras a la salida de un supermercado. Dos clientes llegan a las cajas en diferentes momentos cuando no hay otros clientes ante aquellas. Cada cliente escoge una caja al azar e independientemente del otro.

Sean las variables aleatorias X: "número de clientes que escogen la caja 1" e Y: "número de clientes que escogen la caja 2". Hallar la fdp conjunta de (X, Y).

34 Supongamos que una partícula radiactiva se localiza aleatoriamente en un cuadrado con lados de longitud unitaria. Es decir, si se consideran dos regiones de la misma área, la partícula tendrá igual probabilidad de estar en cualquiera de ellas. Sean X e Y las coordenadas que localizan la partícula. Un modelo adecuado para la distribución conjunta de X e Y sería considerar a (X, Y) continua con fdp dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1 \\ \\ 0 & \text{caso contraio.} \end{cases}$$

Cuál es la probabilidad de que la coordenada en X sea menor que 0.2 y la coordenada en Y menor que 0.4?

35 Una máquina vendedora de refrescos se llena al principio de un día dado con una cantidad aleatoria Y, y se despacha durante el día una cantidad aleatoria X (medida en galones). No se le vuelve a surtir durante el día y entonces $X \leq Y$.

Se ha observado que (X, Y) tienen la densidad conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} 1/2 & \text{si } 0 \leq x \leq y \quad 0 \leq y \leq 2 \\ \\ 0 & \text{caso contraio.} \end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que se venda menos de 1/2 galón, dado que la máquina contiene 1 galón al inicio del día?

36 Supongamos que una máquina se usa para un trabajo específico a la mañana y para uno diferente en la tarde. Representemos por X e Y el número de veces que la máquina falla en la mañana y en la tarde respectivamente. Supongamos que la tabla siguiente da la función de probabilidad conjunta (x_i, y_j) de la variable aleatoria bidimensional discreta (Y, X).

Y \ X	0	1	2	$p(y_j)$
0	0.1	0.2	0.2	0.5
1	0.04	0.08	0.08	0.2
2	0.06	0.12	0.12	0.3
$P(x_i)$	0.2	0.4	0.4	1

Deseamos saber si las variables aleatorias X e Y son independientes o dependientes.

37 El ancho del marco de una puerta tiene una distribución normal con media 24 pulgadas y desviación estándar de 1/8 de pulgada. El ancho de la puerta tiene una distribución normal con media 23.875 de pulgadas y desviación estándar de 1/16 de pulgadas. Suponer independencia.

a) Determine la distribución, la media y la desviación estándar de la diferencia entre el ancho del marco y de la puerta.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre el ancho del marco y de la puerta sea mayor que 1/4 de pulgada?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la puerta no quepa en el marco?.

38 Tengo tres mensajes que atender en el edificio administrativo. Sea X_i: "el tiempo que toma el $i-$ésimo mensaje" $(i = 1, 2, 3)$, y sea X_4: "el tiempo total que utilizo para caminar hacia y desde el edificio y entre cada mensaje". Suponga que las X_i son independientes, normalmente distribuidas, con las siguientes medias y desviaciones estándar:

$$\mu_1 = 15 \text{ min.} \qquad \sigma_1 = 4 \qquad \mu_2 = 5 \qquad \sigma_2 = 1\mu_3 = 8 \qquad \sigma_3 = 2\mu_4 = 12 \qquad \sigma_4 = 3$$

Pienso salir de mi oficina precisamente a las 10.00 a.m. y deseo pegar una nota en mi puerta que dice "regreso a las t a.m." ¿A qué hora t debo escribir si deseo que la probabilidad de mi llegada después de t sea 0.01?

39 Sea (X, Y) una v.a. bidimensional con función de densidad conjunta dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{-y}}{y} & \text{si } 0 < x < y,\ y > 0 \\ \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcule $E[X^3/Y = y]$.

40 Si X_1, X_2, X_3, X_4 son variables aleatorias no correlacionadas 2 a 2 cada uno con media 0 y varianza 1, calcule la correlación de:

a) $X_1 + X_2$ y $X_2 + X_3$
b) $X_1 + X_2$ y $X_3 + X_4$

41 Sea (X, Y) un vector aleatorio discreto con función masa de probabilidad

$$P(X = x, Y = y) = \frac{x + y}{15} \qquad x = 0, 1, 2. \qquad y = 1, 2.$$

a) Calcular la función de distribución.
b) Calcular los momentos $E[X^{k_1}Y^{k_2}]$, $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$.
c) Calcular la función generatriz de momentos.
d) Calcular las distribuciones marginales y condicionadas.
e) Calcular $Cov[X, Y]$.

42 Consideremos la siguiente función definida en $\mathbb{R}^2$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{15xy^2}{2} & 0 < x < \alpha; \quad -x < y < x \\ \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determinar el valor de α para que f sea la función de densidad de un vector aleatorio (X, Y).
b) Calcular la función de distribución.
c) Calcular los momentos $E[X^{k_1}Y^{k_2}]$; $k_1, k_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. A partir de ello, obtener $Cov(X, Y)$.
d) Calcular las distribuciones marginales y condicionadas.

43 La función de distribución conjunta de la variable aleatoria bidimensional (X, Y) es:

$$F(x,y) = \begin{cases} (1 - e^{-x})(1 - e^{-y}) & \text{para} \quad x > 0\, y > 0 \\ \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

a) Hallar $P(1 < x < 3, 1 < y < 2)$ utilizando la función de densidad conjunta.
b) Hallar $P(x + y > 3)$ utilizando la función de densidad conjunta.

44 El Ministerio de Economía estudia conjuntamente las tasas de crecimiento de las exportaciones (X, en porcentaje) y del PIB (Y, en porcentaje). El servicio de estudios del ministerio ha investigado el comportamiento probabilística de ambas variables, que viene recogido por la siguiente función de densidad conjunta:

$$f(x,y) = \begin{cases} kxy & ;\text{con } 5 < x < 20 \quad 2 < y < 6 \\ \\ 0 & ;\ \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtener el valor de k.
b) Probabilidad de que las exportaciones crezcan por encima del 8 %.
c) Crecimiento esperado del PIB.

45 El tiempo total (en horas) que permanece un cliente en un determinado restaurante sedivide en:

- X: tiempo de espera hasta que se sirve el primer plato;
- Y: tiempo desde ese momento hasta que el cliente sale del restaurante (es decir, tiempo de comer y pagar).

Las variables aleatorias X e Y tienen distribución conjunta dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & ,0\leq x,y\leq\infty \\ 0 & \text{resto.}\end{cases}$$

Calcular:

a) La probabilidad de que el cliente pase más de una hora en el restaurante;
b) Las distribuciones marginales de X e Y.
c) La probabilidad de que un cliente tarde en ser servido más de una hora.

46 Un vector aleatorio (X,Y) está distribuido uniformemente en el cuadrado de vértices $(1,1),(1,-1),(-1,1)$ y $(-1,-1)$, es decir, la función de densidad conjunta es:

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{4} & ,-1\leq x,y\leq 1 \\ 0 & \text{resto.}\end{cases}$$

Determinar la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) $X^2+Y^2<1$;
b) $2X-Y>0$;
c) $|X+Y|<2$.

47 La variable aleatoria bivariante (X,Y) está definida en el rectángulo $OBCD$.

$$O=(0,0)\qquad B=(1,0)\qquad C=(1,2)\qquad D=(0,2)$$

con función de densidad

$$f(x,y)=ky^2$$

a) Determinar el valor de k;
b) Calcular las densidades marginales;
c) Calcular las densidades condicionadas;
d) ¿Son X e Y independientes?
e) Calcular $P(Y-2X<0)$.

48 La envoltura de plástico para un disco magnético está formada por dos hojas. El espesor de cada una tiene una distribución normal con media 1.5 milímetros y desviación estándar de 0.1 milímetros. Las hojas son independientes.

a) Determine la media y la desviación estándar del espesor total de las dos hojas.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el espesor total sea mayor que 3.3 milímetros?

49 Se lanzan dos dados simultáneamente. Sea X "número de puntos obtenidos por el primer dado" e Y "el número mayor de los puntos obtenidos con los dos dados". Se pide:

a) La función masa de probabilidad conjunta.

b) Las funciones masa de probabilidad marginales.

c) La función masa probabilidad de la variable X condicionada a $Y = 4$.

d) $P(X = 2, Y = 4)$ y $P(X = 3)$.

e) ¿Son independientes las variables X e Y?

50 Sea una urna con 15 bolas rojas, 10 negras y 25 blancas. Se extraen 10 con reemplazamiento y al azar y se considera la variable aleatoria (X, Y) donde X es "número de rojas" y Y es "número de negras".

a) Calcular la función de probabilidad conjunta.

b) Hallar las funciones de distribución marginales.

51 El vector aleatorio (X, Y) tiene la distribución de probabilidad conjunta dada por $P(X = x, Y = y) = k(x + 1)(y + 1)$ donde $x, y = 0, 1, 2$.

a) Calcular el valor de k.

b) Calcular las distribuciones marginales.

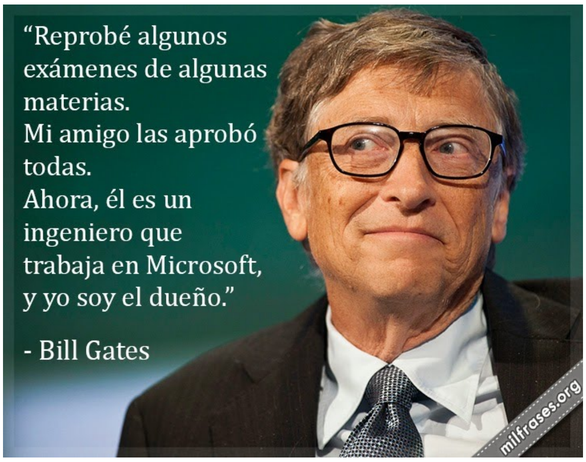
c) Distribuciones de X condicionada a $Y = y$ $(y = 0, 1, 2)$.

d) ¿Son independientes X e Y?

e) Calcular $P(X + Y > 2)$ y $P(X^2 + Y^2 \leq 1)$.

f) Distribuciones de $Z = X + Y$.

52 Consideremos una urna con 3 bolas azules, 2 blancas y 1 roja. Extraemos 3 bolas sin reemplazamiento, y consideremos las variables aleatorias que nos dan el número X de bolas azules y el número Y de bolas blancas que aparecen en la extracción. Calcular la distribución de probabilidad conjunta.



1 En la población $P = \{1, 3, 4, 7, 8, 11\}$, calcule la distribución de media muestral para todas las posibles muestras de tamaño 2. Use el proceso con y sin reemplazamiento, y luego verifique que:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \textbf{con reemplazo}$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \qquad \textbf{sin reemplazo}$$

2 La distribución del número de hijos, por familia, de una zona rural está dada en la siguiente tabla

Nro. de hijos	Porcentaje
0	10
1	20
2	30
3	25
4	15
TOTAL	100

a) Dé, en la forma de una tabla de dos entradas, todas las posibles muestras de dos familias que pueden ser formadas con sus respectivas probabilidades de ocurrencia.

b) Si se hubiera seleccionado una m.a. de tamaño 4, ¿cuál es la probabilidad de observar la cuaterna (2,3,3,1)?

3 En el problema 2, si X indica el número de hijos en la población, X_1 el número de hijos observados en la primera extracción y X_2 en la segunda:

a) Calcule $E(X)$ y $V[X]$

b) Calcule $E(X_i)$ y $V[X_i]$ $i = 1, 2$.

c) Construya la distribución muestral de $\bar{X} = \dfrac{X_1 + X_2}{2}$

d) Calcule $E(\bar{X})$ y $V[\bar{X}]$

e) Calcule $P[|\bar{X} - \mu| > 1]$

4 Las alturas de 5000 estudiantes son normalmente distribuidas con media 172 cm y desviación estándar de 7.5 cm. Si fueron obtenidas 100 muestras con 36 estudiantes cada una, en cuántas muestras se puede esperar que la media muestral se encuentre.

a) entre 169 y 174

b) superior a 170

Suponga que el muestreo es sin reemplazamiento.

5 Una máquina de refrescos está regulada de tal manera que su descarga tiene aproximadamente una distribución normal con media de 207 mililitros por vaso servido y una desviación estándar igual a 15 mililitros. La máquina se prueba periódicamente tomando una m.a. de 9 vasos y calculando el contenido promedio. Si la media $\bar{X}$, de los 9 vasos cae dentro del intervalo $\mu_{\bar{X}} \pm 2\sigma_{\bar{X}}$ se acepta que la máquina está operando satisfactoriamente; de otra forma, se requiere hacerle ajustes. ¿Qué acción correctora debe tomarse si la muestra de 9 vasos tiene un contenido medio de 219 mililitros?

6 Para contar folletos en grupos de 60, rápidamente, lo mejor es pesarlo. Supongamos que la distribución del peso de los folletos, de uno en uno, tiene una media de 2 gramos y desviación estándar de 0.10 gramos. Una pila de folletos se clasifica como pila de 60 folletos si su peso está entre 119 y 121 gramos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una pila de 59 folletos quede contada como pila de 60 con este método?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una pila de 60 folletos no quede correctamente contada por este método?

7 El coeficiente intelectual de los estudiantes se distribuye normalmente con media 100 y desviación típica 11.

a) Si elegimos una persona al azar calcular la probabilidad de que su CI esté entre 100 y 103.

b) Se elige al azar una muestra de 25 personas. Calcular la probabilidad de que la media de sus coeficientes intelectuales esté entre 100 y 103.

8 Si la desviación estándar del peso de los niños del Hospital del niño es de 2.5 kgr., ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de una muestra al azar de 100 de estos niños, difieran en más de medio kilogramo, con respecto al peso medio para todos los niños del hospital?

9 Una v. a. X tiene distribución normal con media 100 y desviación estándar 10.

a) Si $\bar{X}$ es la media muestral de 16 elementos extraidos de esa población, calcule

$$P[90 < \bar{X} < 110]$$

b) ¿Qué tamaño debería tener la muestral para que

$$P[90 < \bar{X} < 110] = 0.95?$$

10 Una máquina de empaquetar un determinado producto empaqueta según una distribución normal, con media μ y una desviación estándar de 20 gr.

a) ¿En cuánto debe ser regulado el peso medio μ para que solamente 10 % de los paquetes tengan menos de 500 gr.

b) Con la máquina así regulada, ¿cuál es la probabilidad de que el peso total de 4 paquetes seleccionados al azar sea inferior a 2 kgr.?

11 En cierta población de alcohólicos, la duración promedio del abuso del alcohol es de 12 años y la desviación estándar de 6 años. ¿Cuál es la probabilidad de que una m.a. de 36 individuos de esta población tenga una duración promedio de abuso del alcohol entre 10 y 11 años?

12 La media de una distribución muestral de medias es 50, y su desviación estándar es 10. Suponga que la distribución de la población original es normal.

a) ¿Qué porcentaje de las medias de la muestra estará entre 45 y 55?

b) ¿Qué porcentaje de los valores medios de la muestra será menor que la media de la población?

13 En el problema 10, después de que la máquina está regulada, se programó un control de calidad. De hora en hora, se retira una muestra de 4 paquetes, y luego son pesados. Si la media de la muestra fuera inferior a 495 gr. o superior a 510 gr. se para la producción para reajustar la máquina, esto es, reajustar el peso promedio.

a) ¿Cuál es la probabilidad de no para la máquina?

b) Si el peso promedio de la máquina se desreguló para 500 gr. ¿Cuál es la probabilidad de continuar con la producción fuera de los patrones deseados?

14 Una máquina vendedora de refrescos está regulada de modo que la cantidad despachada tenga distribución normal con $\mu = 17$ gramos y sigma $\sigma = 2.5$ gramos. Si se toman muestras de 16 vasos, ¿de qué valor excedería el 95 % de las medias de la muestra?

15 Una v.a. X tiene una distribución normal, con media 10 y desviación estándar de 4. A los participantes de un juego, se permite observar una muestra de cualquier tamaño y calcular la media muestral. Gana un premio aquel cuya media muestral fuere mayor que 12.

a) Si un participante selecciona una m.a. de tamaño 16, ¿cuál es la probabilidad de que él gane el premio?

b) Escoja usted un tamaño de muestra diferente de 16 para participar del juego. ¿Cuál es la probabilidad de que ud. gane un premio?

c) Basandose en los resultados anteriores, ¿cuál es el mejor tamaño de muestra para participar del juego?

16 Una cierta marca de bombillas, tiene una vida media de 257.1 horas y una desviación estándar de 20 horas. Un corredor sin ventanas de un edificio de oficinas, tiene una instalación eléctrica poco usual, diseñada para iluminar continuamente el corredor. Consiste de cuatro bombillas, pero sólo una enciende al tiempo. Cuando ésta se quema, la proxima bombilla se enciende automáticamente. Este proceso continúa hasta que se quemen todas las cuatro bombillas. Cada 6 semanas precisamente al mediodía, el administrador viene y reemplza las cuatro bombillas. ¿Cuál es la probabilidad de que se quemen las cuatro bombillas antes de que llegue el administrador para reemplazar?

17 La capacidad máxima de un ascensor es de 500 kilos. Sila distribución de X de los pesos de los usuarios es $N(70, 100)$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 7 pasajeros sobrepasen ese límite?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 6 pasajeros sobrepasen ese límite?

18 Las cuentas de gastos de comidas de los gerentes del Banco Central tiene una media μ de población de \$ 10 000 por persona y una desviación estándar de $\sigma = 800$ por persona. Si se seleccionan muestras aleatorias de 16 cuantas,

a) ¿Por debajo de cuál valor en dinero caerá el 97.5 % de las medias muestrales?

b) ¿Cuántas medias muestrales estará entre \$ 9 500 y \$ 10 500?

19 Definimos la variable $e = \bar{X} - \mu$ como el error muestral de la media. Suponga que la varianza de los salarios de una cierta región sea de 400 unidades al cuadrado.

a) Determine $E[e]$ y $V[e]$

b) ¿Qué proporción de las muestras de tamaño 25 tendrá un error muestral absoluto mayor que 2 unidades?

c) ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que 95 % de los errores muestrales absolutos sean inferiores a una unidad?

20 Cada sección usada para la construcción de un eleoducto tiene una longitud promedio de 5m y una desviación estándar de 20 cm. La longitud total del oleoducto será de 8 km.

a) Si la firma constructora del oleoducto recomendará usar 1600 secciones, ¿cuál es la probabilidad de tener que comprar mas de una sección adicional (esto es, si las 1600 secciones sumaran 7995 m o menos).

b) ¿Cuál es la probabilidad del uso exacto de 1599 secciones, esto es, la suma de las 1599 secciones esté entre 8000 y 8005 m?

21 Se identificaron dos poblaciones de alumnos del último ciclo de la Universidad. La variable de interés en la investigación consistía en los puntajes obtenidos en una prueba de rendimiento en Seminario de Tesis que hicieron los estudiantes de las dos poblaciones. Los investigadores suponían que los puntajes de las dos poblaciones estaban distribuidos nromalmente con las siguientes medias y varianzas.

$$\mu_1 = 50 \qquad \sigma_1^2 = 40 \qquad \mu_2 = 40 \qquad \sigma_2^2 = 60$$

Una m.a. de tamaño $n_1 = 10$ se extrae de la población 1, y una de tamaño 12 de la población 2. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre las medias muestrales esté entre 5 y 15?

22 Supongamos que $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ son medias de dos muestras de tamaño n extraida de una población con varianza σ^2. Determine n de modo que con probabilidad de 0.01, las dos medias muestrales difieren en más de σ.

23 Según el Censo Nacional de Talla en Escolares de 2019 la desnutrición crónica en Bolivia era del 27.9 %. Si se toma una muestra al azar sin reposición, de $n = 1500$ niños y niñas. Calcule e interprete la probabilidad que:

a) la desnutrición crónica muestral se encuentre entre 26 y 30 %?

b) dentro de que límites simétricos alrededor de la proporción verdadera de desnutridos crónicos se encontrará el 95 % de las proporciones muestrales.

24 Una empresa que trabaja en ciudades grandes, considera que el nivel de aceptación de su producto en los hogares de la ciudad 1 es de un 35 % y en la ciudad 2 de un 30 %. Si se toma una muestra aleatoria de 400 hogares de cada ciudad. ¿Cuál es la probabilidad que la diferencia de proporciones muestrales de hogares que prefieren el producto en ambas ciudades sea menor al 8 %? Interpretar el resultado.

25 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño n, de una población X con distribución Bernoulli, con parámetro p, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

26 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño m, de una población X con distribución binomial, con parámetros n y p, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

27 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño n, de una población X con distribución de Poisson, con parámetro λ, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

28 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño n, de una población X con distribución normal, con parámetros μ y σ^2, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

29 Se sabe que en la Ciudad A el gasto medio mensual en arbitrios es de \$/. 250, con una desviación típica de \$/. 60; mientras que en la Ciudad B dicho gasto medio mensual es de \$/. 235, con una desviación típica de \$/. 50. En una auditoría para determinar el gasto medio mensual en arbitrios en las ciudades A y B, se toma una muestra al azar de 300 hogares de cada ciudad. Calcule e interprete la probabilidad de que:

a) El gasto medio mensual en arbitrios en la ciudad B sea mayor que en la ciudad A.

b) El gasto medio mensual en arbitrios en la ciudad A sea al menos \$/. 25 más que el gasto medio mensual en arbitrios en la ciudad B.

30 Dos fábricas A y B productoras de bombillas afirman que el promedio de duración de ellas es de 1980 y 1950 horas, respectivamente, con desviaciones típicas de 90 y 100 horas. Si se seleccionan 100 bombillas al azar de cada fábrica, calcule e interprete la probabilidad de que:

a) Las bombillas B tengan una duración media menor de 1930 horas.

b) Las bombillas B tengan una duración media mayor que la duración media de las bombillas A.

31 Según un estudio del Ministerio de Salud, en Bolivia los varones de 9 años de edad tienen un peso promedio de 26.8 Kg. y una desviación estándar de 2.5 Kg., mientras que las mujeres tienen un peso promedio de 26.7 Kg. y una desviación estándar de 3.8 Kg. Si se toman independientemente dos muestras al azar sin reposición, de $n_1 = 300$ niños y $n_2 = 300$ niñas. Calcule e interprete la probabilidad de que:

a) El peso promedio de los niños sea menor que el peso promedio de las niñas.

b) El peso promedio de los niños sea al menos 0.6 kg. más que el peso promedio de las niñas.

32 En las tiendas Metro el 70 % de las compras es en alimentos y bebidas. Si se seleccionan muestras aleatorias de 200 compras. Calcule e interprete:

a) La probabilidad de que el porcentaje de compras en alimentos y bebidas sea mayor al 80 %.

b) ¿entre que límites simétricos alrededor del verdadero porcentaje de compras en alimentos y bebidas caerá el 99 % de los porcentajes muestrales?

33 El 40 % de los clientes de las tiendas Saga son varones. Si se toma una muestra aleatoria de 200 clientes. Calcule e interprete:

a) La probabilidad que el porcentaje de clientes varones esté entre 36 % y 45 %.

b) ¿dentro de que límites simétricos del porcentaje de mujeres en la población caerá el 95 % de los porcentajes de la muestra?

34 Dos empresas producen cierto artículo, la Empresa 1 produce por término medio 20 % de defectuosos, mientras que la Empresa 2 produce un 30 % de defectuosos. Si se extrae una muestra aleatoria de 300 y 150 artículos respectivamente, calcule e interprete la probabilidad de que el porcentaje de artículos defectuosos producidos por la empresa 2 difiere de los defectuosos producidos por la empresa 1 en 2 % o menos.

35 En una ciudad se sabe que la preferencia de las mujeres por un diario es del 20 % y para los hombres de un 25 %. Si se toma una muestra aleatoria de 200 mujeres y 100 hombres, calcule e interprete la probabilidad de que el porcentaje de mujeres que prefiere el diario difiera del porcentaje de hombres que lo prefiere en 8 % o más.

36 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño n, de una población X con distribución geométrica, con parámetro p, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

37 Si se toma una muestra aleatoria de tamaño n, de una población X con distribución exponencial, con parámetro β, hallar la función de probabilidad conjunta (o de verosimilitud) para dicha muestra.

38 Las cajas con mango tienen un peso medio de 20 Kg. y una desviación estándar de 0.75 Kg. Si se cargan 400 cajas al azar en un camión, calcule e interprete la probabilidad de que:

a) El peso total de las cajas supere la capacidad máxima del camión que es de 8040 Kg.

b) El peso medio de las cajas sea menor a 19.92 Kg.

c) ¿Dentro de que límites simétricos alrededor de la media poblacional caerá el 95 % de las medias muestrales?

39 En una empresa de gaseosas la producción media de los varones es de 52 lts. con una desviación estándar de 7 lts. y la producción media de las mujeres es de 48 lts. con una desviación estándar de 5 lts. Si se toma una muestra aleatoria de 40 trabajadores hombres y 40 mujeres. Calcule e interprete la probabilidad que la producción media de los varones resulte menor que la producción media de las mujeres.

40 El 60 % de los ciudadanos esta de acuerdo con la gestión presidencial. Si se toma una muestra aleatoria de 500 ciudadanos, calcule e interprete:

a) La probabilidad de que más del 65 % esté de acuerdo con la gestión presidencial.

b) Dentro de que límites simétricos, alrededor de la verdadera proporción de ciudadanos esta de acuerdo con la gestión presidencial, esta el 95 % de las proporciones muestrales.

41 El 70 % de las compras con tarjeta de crédito en tiendas Ripley son superiores a \$ 200. Si se seleccionan muestras aleatorias de 100 compras; Calcule e interprete:

a) La probabilidad que las muestras tengan entre 65 % y 80 % de compras mayores que \$ 200?

b) ¿Entre que límites simétricos del porcentaje de compras mayores de \$ 200 en la población caerá el 99 % de los porcentajes muestrales?

42 Dos empresas producen equipos de sonido, la Empresa A produce por término medio 10 % de defectuosos, mientras que la Empresa B produce un 20 %. Si se extrae una muestra aleatoria de 400 y 200 unidades respectivamente, calcule e interprete la probabilidad de que el porcentaje de equipos defectuosos producidos por la Empresa A difiere de los defectuosos producidos por la Empresa B en 7 % o menos.

43 En cierta ciudad se sabe que el 25 % de los hombres y el 30 % de las mujeres están familiarizados con un producto. Si se toma una muestra aleatoria de 200 hombres y 200 mujeres, calcule e interprete la probabilidad de que el porcentaje de hombres familiarizados con el producto sea mayor que el de mujeres.

44 El resultado de una encuesta de opiniones fue que el 59 % de la población boliviana piensa que la situación económica es buena o muy buena. Supongamos, extrapolando los resultados del sondeo a la población entera que la proporción de todos los españoles con esta opinión es efectivamente 0.59.

a) Muchos de los sondeos tienen un margen de error de orden ± 3 puntos. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 300 bolivianos presente una proporción muestral que no se aleje en más de 0.03 de la proporción auténtica $p = 0.59$?.

b) Contesta a la pregunta anterior para una muestra de 600 individuos y otra de 1200.¿Cuál es el efecto de aumentar el tamaño muestral?.

45 En una ciudad existen dos discotecas de gran capacidad que son muy populares. Se sabe que, en la situada en el centro de la ciudad, el 70 % de los clientes tienen, cuando marchan de la fiesta, un grado de alcohol en sangre mayor que el permitido por ley para conducir un vehículo. En la que está situada a las afueras de la ciudad, este porcentaje viene a ser del 60 %. Para tratar de informar y concienciar a la población, durante un fin de semana, la policía pretende llevar a cabo un simulacro de control de alcoholemia situándose en las salidas de los dos lugares. Si se decide elegir aleatoriamente a 45 personas en la discoteca del centro y 38 en la otra, calcule la probabilidad de que la proporción muestral de personas que superan el nivel de alcohol permitido por ley descienda en más de un 5 % de la zona centro a las afueras.

46 Un estudio realizado por una compañia de seguros de automóviles establece que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 169 accidentes cada fin de semana :

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 24 %?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados supere el 85 %?

c) ¿Cuál es, por término medio, el número esperado de hombres accidentados cada fin de semana?

47 El responsable de la sede central de una empresa afirma que las edades de sus empleados siguen una distribución normal con una media de 41 años y una desviación típica de 5 años. Por otro lado, el responsable de una sede de las sucursales de dicha empresa en otro país, ha determinado que sus empleados también tienen edades que se ajustan a una distribución normal con una media de 39 años y desviación típica de 3 años. Con el fin de hacer un estudio comparativo se seleccionan muestras de 40 personas de cada sede de la empresa.

a) Determina la distribución para la diferencia de las medias muestrales.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que los empleados de la sede central tengas una media de edad de al menos 3 años mayor que los de la sucursal extranjera?

48 Una empresa de telefonía móvil dota a sus teléfonos de baterías que provienen de dos fábricas distintas, A y B. Las baterías de la fábrica A duran una media de 114 horas, con una desviación típica de 23 horas, mientras que las de la fábrica B tienen una duración media de 109 horas y una desviación típica de 17 horas. Se toma una mujestra al azar formada por 63 baterías de la fábrica A y 55 de la fábrica B.

a) ¿Cuál es la distribución de la diferencia de medias para la muestra anterior?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia de las medias sea mayor a 18 horas?

49 En el juzgado de una ciudad se presentaron el año pasado 8300 denuncias y este año ha habido 1100 más. Se van a seleccionar muestras aleatorias formadas por un 3 % y un 5 % de ellas, respectivamente. Si se sabe que el tiempo dedicado el año pasado al trámite de las denuncias sigue una distribución normal con media de 8 meses y desviación típica de 3 meses, y que este año los parámetros de distribución han aumentado un 4 % cada uno, calcula la probabilidad de que la diferencia de tiempo medio invertido en los trámites judiciales de las muestras sea menor a 0.2 meses.

50 Se tiene una población de 5 obreros calificados los cuales tienen los siguientes ingresos por laborar horas extra a la semana: $ 758, $618, $550, $589, $720.

a) Determinar el número de muestras posibles de tamaño 3 y 4 sin reemplazo.

b) Elaborar las dos distribuciones muestrales para cada tamaño de muestra.

c) Calcular la Media de medias para ambos casos.

d) Calcular el Error estándar de las dos distribuciones.

e) Redacte sus conclusiones.

51 Un consumidor tiene un total de cuatro tarjetas de crédito cuyas tasas de interés son 9.9, 12.7, 18.9, 17.9 % anual. Para una muestra aleatoria simple de $n = 2$, Elabore:

a) La distribución muestral de la proporción de tarjetas que cobran interés por arriba del 15 %.

b) Calcule la proporción de proporciones.

c) Calcule el error estándar.

52 Un auditor de SIN utiliza la siguiente regla de decisión para examinar o no todas las declaraciones de impuestos sobre la renta que presenta un despacho contable: toma una muestra aleatoria de 60 declaraciones; si 5 % o más indican deducciones no autorizadas, se examinan todas las declaraciones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de examinar todas las declaraciones, si realmente 3 % de estás indican deducciones no autorizadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de no examinar todas las declaraciones, si realmente 7 % de ellas indican deducciones no autorizadas?

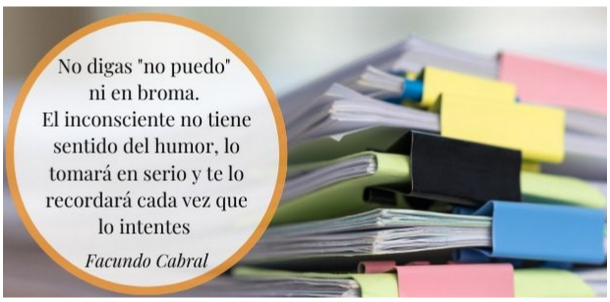
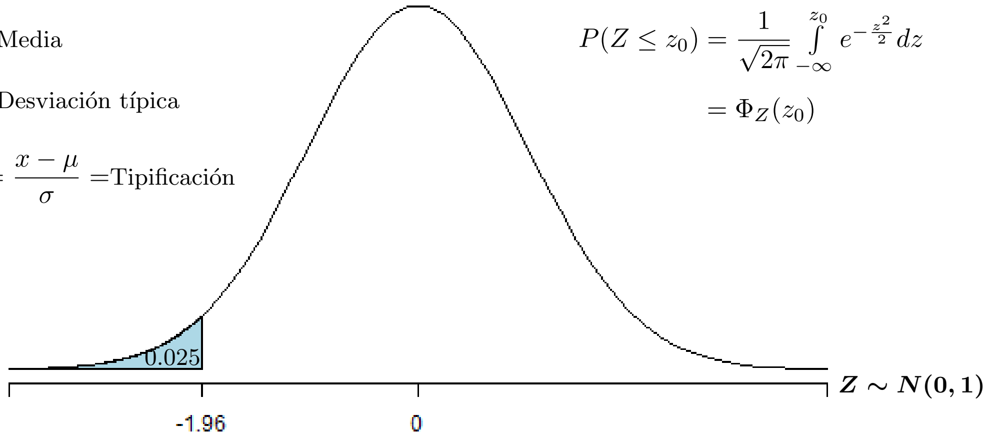


Tabla de Distribución Normal Estándar Acumulada (-)

μ =Media

σ =Desviación típica

$z_0 = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$ =Tipificación



$$P(Z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$
$$= \Phi_Z(z_0)$$

z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-4,0	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
-3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
-3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
-3,7	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
-3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
-3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,00020	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
-3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
-3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
-3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,00060	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,00050
-3,1	0,00097	0,00094	0,00090	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
-3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100
-2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
-2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
-2,7	0,00347	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,00280	0,00272	0,00264
-2,6	0,00466	0,00453	0,00440	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357
-2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,00570	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,00480
-2,4	0,00820	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639
-2,3	0,01072	0,01044	0,01017	0,00990	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842
-2,2	0,01390	0,01355	0,01321	0,01287	0,01255	0,01222	0,01191	0,01160	0,01130	0,01101
-2,1	0,01786	0,01743	0,01700	0,01659	0,01618	0,01578	0,01539	0,01500	0,01463	0,01426
-2,0	0,02275	0,02222	0,02169	0,02118	0,02068	0,02018	0,01970	0,01923	0,01876	0,01831
-1,9	0,02872	0,02807	0,02743	0,02680	0,02619	0,02559	0,02500	0,02442	0,02385	0,02330
-1,8	0,03593	0,03515	0,03438	0,03362	0,03288	0,03216	0,03144	0,03074	0,03005	0,02938
-1,7	0,04457	0,04363	0,04272	0,04182	0,04093	0,04006	0,03920	0,03836	0,03754	0,03673
-1,6	0,05480	0,05370	0,05262	0,05155	0,05050	0,04947	0,04846	0,04746	0,04648	0,04551
-1,5	0,06681	0,06552	0,06426	0,06301	0,06178	0,06057	0,05938	0,05821	0,05705	0,05592
-1,4	0,08076	0,07927	0,07780	0,07636	0,07493	0,07353	0,07215	0,07078	0,06944	0,06811
-1,3	0,09680	0,09510	0,09342	0,09176	0,09012	0,08851	0,08691	0,08534	0,08379	0,08226
-1,2	0,11507	0,11314	0,11123	0,10935	0,10749	0,10565	0,10383	0,10204	0,10027	0,09853
-1,1	0,13567	0,13350	0,13136	0,12924	0,12714	0,12507	0,12302	0,12100	0,11900	0,11702
-1,0	0,15866	0,15625	0,15386	0,15151	0,14917	0,14686	0,14457	0,14231	0,14007	0,13786
-0,9	0,18406	0,18141	0,17879	0,17619	0,17361	0,17106	0,16853	0,16602	0,16354	0,16109
-0,8	0,21186	0,20897	0,20611	0,20327	0,20045	0,19766	0,19489	0,19215	0,18943	0,18673
-0,7	0,24196	0,23885	0,23576	0,23270	0,22965	0,22663	0,22363	0,22065	0,21770	0,21476
-0,6	0,27425	0,27093	0,26763	0,26435	0,26109	0,25785	0,25463	0,25143	0,24825	0,24510
-0,5	0,30854	0,30503	0,30153	0,29806	0,29460	0,29116	0,28774	0,28434	0,28096	0,27760
-0,4	0,34458	0,34090	0,33724	0,33360	0,32997	0,32636	0,32276	0,31918	0,31561	0,31207
-0,3	0,38209	0,37828	0,37448	0,37070	0,36693	0,36317	0,35942	0,35569	0,35197	0,34827
-0,2	0,42074	0,41683	0,41294	0,40905	0,40517	0,40129	0,39743	0,39358	0,38974	0,38591
-0,1	0,46017	0,45620	0,45224	0,44828	0,44433	0,44038	0,43644	0,43251	0,42858	0,42465
-0,0	0,50000	0,49601	0,49202	0,48803	0,48405	0,48006	0,47608	0,47210	0,46812	0,46414