

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Факультет: Информатика и системы управления

Кафедра: Информационная безопасность

Интеллектуальные технологии информационной безопасности

Лабораторная работа №1 на тему:

«Исследование однослойных нейронных сетей на примере моделирования булевых выражений»

Вариант 9

Студент: Овсепян А.Н.

Группа: ИУ8-63

Цель работы

Исследовать функционирование простейшей нейронной сети на базе нейрона с нелинейной функцией активации и обучить ее по правилу Видроу-Хоффа.

Постановка задачи

Получить модель булевой функции на основе однослойной НС с двоичными входами $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$, единичным входом смещения $x_0 = 1$, синоптическими весами $w_0 w_1 w_2 w_3 w_4$, двоичным выходом $y \in \{0, 1\}$ и заданной функцией активации $f: R \to \{0, 1\}$, реализовать обучение с использованием всех комбинаций входов и с частью возможных комбинаций.

Ход работы

Заданная функция
$$f = (x_1 + x_2 + x_3)(x_2 + x_3 + x_4)$$

Таблица истинности БФ

	T	T	1	1
X ₁	X2	X 3	X4	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Функции активации:

1.
$$f(net) = \begin{cases} 1, net \ge 0 \\ 0, net < 0 \end{cases}$$

2.
$$f(net) = \frac{1}{2}(\tanh(net) + 1)$$

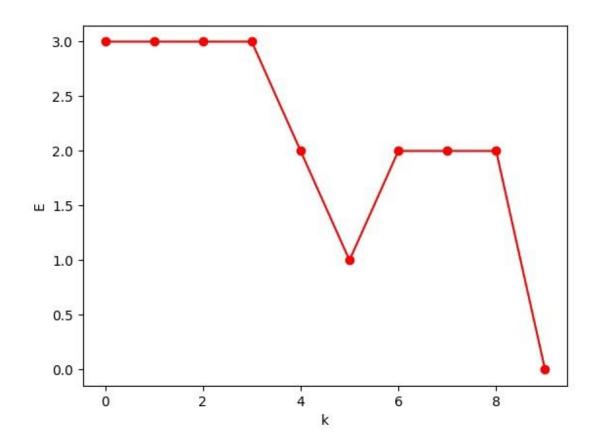
Для обучения использовалась норма обучения $\eta=0.3$

Использование пороговой функции активации

Параметры НС на последовательных эпохах

Номер эпохи k	Вектор весов w	Выходной вектор у	Суммарная ошибка Е
0	00000	111111111111111	3
1	0 0 0 0.3 0.3	11111111111111	3
			•••
9	-0.9 0.6 0.9 0.9 0.3	0011111101111111	0

График суммарной ошибки НС по эпохам обучения

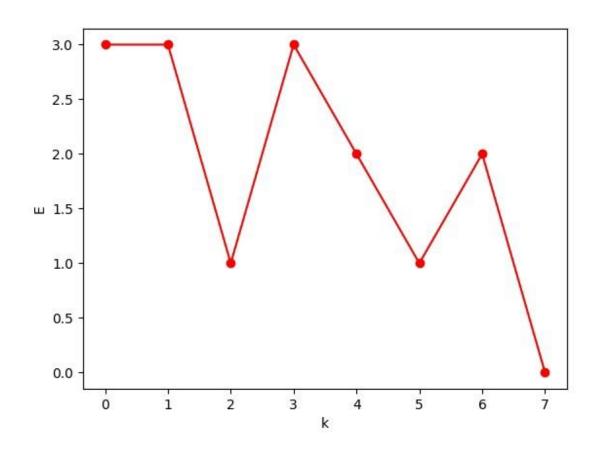


Использование сигмоидальной функции активации

Параметры НС на последовательных эпохах

Номер эпохи k	Вектор весов w	Выходной вектор у	Суммарная ошибка Е
0	00000	111111111111111	3
1	0.147 0 0.15 0.140 0.147	111111111111111	3
•••			•••
7	-0.294 -0.284 0.5 0.297 0.145	0011111101111111	0

График суммарной ошибки НС по эпохам обучения



Обучение с неполным набором входов

Используя сигмоидальную функцию:

Для заданной функции будет найден минимальный набор из 8 векторов:

$$x_1 = (0, 0, 0, 1)$$
 $x_2 = (1, 0, 0, 0)$ $x_3 = (1, 0, 1, 1)$ $x_4 = (1, 1, 0, 0)$

Для обучения потребовалось 7 эпох, а конечный вектор коэффициентов

$$w = (-0.15, 0.147, 0.297, 0.437, 0.139)$$

Приложение – код программы

```
1.from numpy import tanh
2.import matplotlib.pyplot as plt
3.import pylab
4.import itertools
6.
7.def f1 (x):
8. return 1
9.
10.
11.
       def f1(net):
       return 1 if net >= 0 else 0
12.
13.
14.
15.
       def f4(net):
16.
          return 0.5 * (tanh(net) + 1)
17.
18.
       def f4 (x):
19.
          return 0.5 - tanh(x)**2/2
20.
21.
22.
23.
       def f y(net):
          return 1 if net >= 0.5 else 0
24.
25.
26.
       def fun(x1, x2, x3, x4):
27.
28.
          return int((x1 or x2 or x3)*(x2 or x3 or x4))
29.
30.
31.
       xs = [
            [0, 0, 0, 0],
32.
33.
                [0, 0, 0, 1],
34.
                [0, 0, 1, 0],
35.
                [0, 0, 1, 1],
                [0, 1, 0, 0],
36.
37.
                [0, 1, 0, 1],
```

```
38.
                [0, 1, 1, 0],
39.
                [0, 1, 1, 1],
                [1, 0, 0, 0],
40.
41.
                [1, 0, 0, 1],
42.
                [1, 0, 1, 0],
                [1, 0, 1, 1],
43.
44.
                [1, 1, 0, 0],
45.
                [1, 1, 0, 1],
46.
                [1, 1, 1, 0],
47.
                [1, 1, 1, 1]
48.
49.
50.
        def print data():
51.
52.
            true fun = []
53.
            for i in xs:
54.
                x1, x2, x3, x4 = i
55.
                true fun.append(fun(x1, x2, x3, x4))
56.
            print('\n F = ', true fun)
57.
58.
59.
        def print diagram(x, y):
            pylab.xlabel('k')
60.
61.
            pylab.ylabel('E')
62.
            plt.plot(x, y, 'ro-')
63.
            plt.show()
64.
65.
66.
        class NeuralS:
67.
            def f net(self, x, w, w0):
68.
                net = w0
69.
70.
                for (i, j) in zip(x, w):
                    net += i * j
71.
72.
                return net
73.
74.
            def init (self, fun, xs):
75.
                self.true fun = []
76.
                self.xs = xs
77.
                for i in self.xs:
```

```
78.
                     x1, x2, x3, x4 = i
79.
                     self.true fun.append(fun(x1, x2, x3, x4))
80.
81.
                 self.sum errors = []
82.
                 self.weights = []
83.
                 self.y exit = []
84.
85.
            def go(self, mass):
86.
87.
                 self.sum_errors = []
88.
                 self.weights = []
89.
                 w0 = w1 = w2 = w3 = w4 = 0
90.
91.
92.
                 self.y exit = []
93.
                 epoch count = 0
94.
                 while True:
95.
                     sum error = 0
96.
                    y_ = []
97.
98.
                     w0n = w0
99.
                     w1n = w1
                     w2n = w2
100.
101.
                     w3n = w3
102.
                     w4n = w4
103.
104.
                     for (xi, i fun) in zip(self.xs, range(0, 16, 1)):
105.
106.
                         net = self.f_net(xi, [w1, w2, w3, w4], w0)
107.
                          net y new = self.f net(xi, [w1n, w2n, w3n, w4n],
   w0n)
108.
109.
                          y = f y(mass[0](net))
110.
                         y \text{ new} = f y(\text{mass}[0] (\text{net } y \text{ new}))
111.
                          y_.append(y)
112.
113.
                          error = self.true fun[i fun] - y
114.
                          error y new = self.true fun[i fun] - y new
115.
116.
                          sum error += abs(error)
```

```
117.
                        w0n += 0.3 * error_y_new * 1 * mass[1] (net_y_new)
118.
                        wln += 0.3 * error y new * xi[0] *
119.
  mass[1] (net y new)
120.
                        w2n += 0.3 * error_y_new * xi[1] *
mass[1] (net y new)
                        w3n += 0.3 * error y new * xi[2] *
  mass[1] (net_y_new)
                        w4n += 0.3 * error_y_new * xi[3] *
122.
mass[1](net y new)
123.
124.
                    self.weights.append([round(w0, 3), round(w1, 3),
round(w2, 3), round(w3, 3), round(w4, 3)])
125.
                    self.y exit.append(y )
126.
                    self.sum errors.append(sum error)
127.
128.
                    w0 = w0n
129.
                    w1 = w1n
130.
                    w2 = w2n
131.
                    w3 = w3n
132.
                    w4 = w4n
133.
134.
                    if sum error == 0:
135.
                        break
136.
                return self.y exit, self.weights, self.sum errors
137.
            def start(self, mass):
138.
139.
140.
                y exit, weights, sum errors = self.go(mass)
141.
142.
                k = 0
                print(' ' * 150)
143.
144.
                print('||#| iteration
|#|
               w0 w1 w2
                                               w3
145.
                      1 | # |
  values
                                |#|error|#||')
146.
               print('#' * 150)
147.
                for i in range(0, len(y exit)):
                 print('||#| ', "%5d" % i, ' |#| ', end=' (')
148.
149.
                    for j in weights[i]:
```

```
150.
                      print(' ', '%-7s' % str(j), end=' ')
                   151.
 ' |#||')
152.
                   k += 1
               print('-' * 150)
153.
154.
               print diagram(range(0, k), sum errors)
155.
156.
157.
       class MinNeuralWeights:
           def __init__(self, fun, xs):
158.
159.
               self.fun = fun
160.
               self.true fun = []
161.
               self.xs = xs
               for i in self.xs:
162.
163.
                   x1, x2, x3, x4 = i
                  self.true fun.append(fun(x1, x2, x3, x4))
164.
165.
166.
           def f net(self, x, w, w0):
167.
               net = w0
168.
               for (i, j) in zip(x, w):
169.
                   net += i * j
170.
               return net
171.
           def check ok(self, weights, fun):
172.
               for (xi, i fun) in zip(self.xs, range(0, 16, 1)):
173.
                   net = self.f net(xi, [weights[1], weights[2],
174.
weights[3], weights[4]], weights[0])
                   y = f y(fun(net))
175.
176.
177.
                   if self.true fun[i fun] - y != 0:
178.
                       return False
179.
               return True
180.
181.
           def start(self, mass):
182.
              res = []
               for i in range(1, 16, 1):
183.
184.
                   for j in itertools.combinations(xs, 16 - i):
185.
186.
                      used x = list(j)
187.
                       neural = NeuralS(self.fun, used x)
```

```
188.
                        y_exit, weights, sum_errors = neural.go(mass)
189.
190.
                        if self.check ok(weights[-1], f4):
191.
                             res.append([y_exit, weights[-1], sum_errors,
  used x, len(weights)])
192.
                            break
193.
                print(" MIN X RANGES LEN : ", 16 - len(res))
194.
195.
                print(" EPOCH COUNT : ", res[-1][4])
196.
                for (i, j) in zip(res[-1][3], range(0, len(res[-1][3]))):
197.
                    print(" x", j, " = ", i)
198.
                print(" w = ", res[-1][1])
199.
200.
201.
        if name == ' main ':
202.
           print data()
203.
204.
            # 1
205.
            print()
206.
207.
            n1 = NeuralS(fun, xs)
208.
            n1.start([f1, f1 ])
209.
210.
           print()
211.
            print('\n')
212.
213.
            # 2
214.
            print()
215.
            n2 = NeuralS(fun, xs)
            n2.start([f4, f4 ])
216.
217.
218.
            print()
219.
            print('\n')
220.
221.
222.
            print()
223.
224.
            n3 = MinNeuralWeights(fun, xs)
225.
            n3.start([f4, f4 ])
226.
```