

ARE GRAVITE 2017
LA MATIERE NOIRE DANS LA VOIE LACTEE



Par
MORAND Garance
RENAUT Guillaume
ACHAT Silya
ALLAGUI Bayrem

L'hypothèse de la présence de matière noire a été émise au XXème siècle après des contradictions dans les mesures des vitesses des corps dans les galaxies. En effet, chaque fois la masse détectée avait une vitesse trop élevée pour respecter la seconde loi de Newton sur les forces d'interactions gravitationnelles. La masse intérieure calculée pour les corps atteignant leur vitesse mesurée était toujours supérieure à celle détectable. L'explication trouvée était donc, et est toujours, l'existence d'une masse non détectable qui s'étend tout au long de chaque galaxie et qui ferait augmenter considérablement les vitesses des étoiles.

Dans cet Atelier de Recherche Encadrée, nous nous sommes intéressés à la matière noire dans la Voie Lactée. Nous avons tout d'abord réalisé des mesures à partir d'un radiotélescope et exploité ces données pour en déduire la proportion massique de matière noire dans la Voie Lactée à partir de sa courbe de rotation, et effectuer des simulations informatiques selon l'hypothèse de présence ou non de matière noire. L'objectif de nos travaux est de valider ou non l'hypothèse de la matière noire dans la Voie Lactée.

1.1 Corps étudiés : les nuages d'hydrogènes

Nous nous sommes servis des nuages d'hydrogènes pour pouvoir estimer une courbe de rotation de la Voie Lactée. En effet, très présents dans toutes les galaxies, les nuages de gaz sont facilement détectables, et étant légers par rapport aux autres corps, ils subissent directement l'interaction gravitationnelle tandis qu'eux n'influencent pas les autres corps de par leur masse négligeable. Ainsi, ce sont des « traceurs » de la Voie lactée et l'étude de leur vitesse, en supposant leur trajectoire circulaire uniforme et que chaque corps a une même distance R du centre de la Voie Lactée a une même Vitesse circulaire V, va nous permettre directement d'obtenir une courbe de rotation de la galaxie et de l'exploiter pour simuler sa rotation.

1.2 Outil utilisé : la radio spectroscopie

A l'aide d'un radiotélescope, nous avons pu obtenir les vitesses relatives de nuages de gaz situés dans les quadrants I et II. En effet, les données du télescope traitées par le simulateur sont les spectres de nuages de gaz. De plus, nous connaissons le spectre d'émission de l'hydrogène au repos qui correspond à longueur d'onde de 21cm et donc à une fréquence de 1420 MHz. Or avec l'effet Doppler, nous savons que si la source émettrice s'éloigne de nous, la fréquence qu'on recevra sera inférieure à la fréquence d'absorption de l'hydrogène au repos, et inversement si elle se rapproche de nous, la fréquence reçue sera plus élevée, et ce selon la relation :

(1)

$$\frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{V_r}{c}$$

Où :

$\Delta f = f - f_0$ est le décalage de fréquence

f_0 est la fréquence de la source

f est la fréquence correspondant à la raie mesurée

V_r est la vitesse relative :

$V > 0$: l'objet s'éloigne

$V < 0$: l'objet se rapproche

c est la vitesse de la lumière dans le vide

Ensuite, le simulateur nous donne sur une même ligne de visée la température des gaz en fonction de leur vitesse relative.

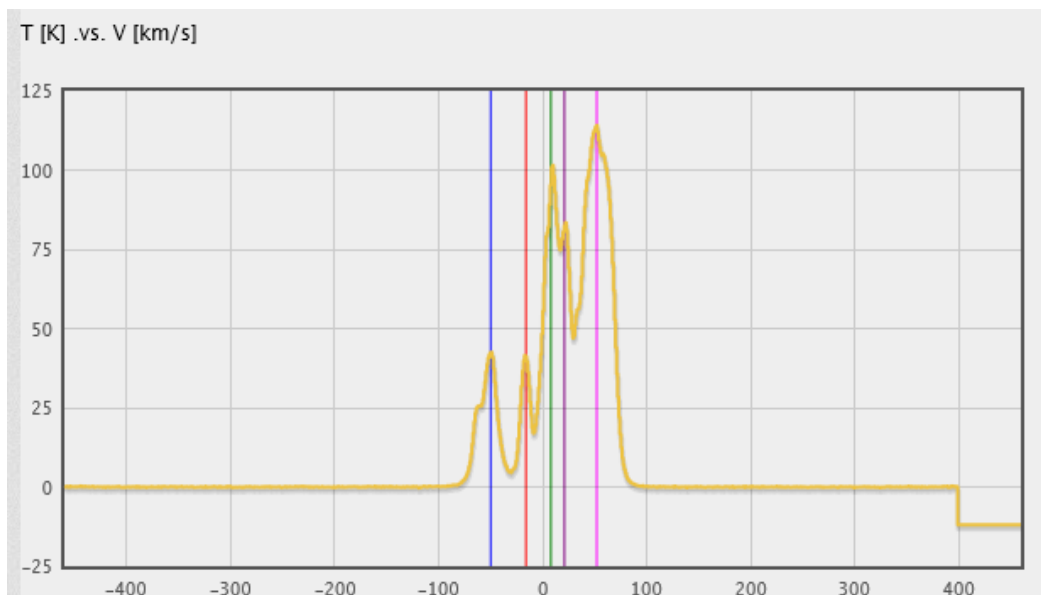


Figure 1 : Exemple de courbes obtenues à partir du simulateur, ici $T=f(V_r)$ sur la ligne de visée de longitude 50° (quadrant I)

En définissant un nuage de gaz comme étant un ensemble d'atomes d'hydrogène se déplaçant à la même vitesse et de température homogène, cela signifie que chaque pic correspond à un nuage de gaz sur la ligne de visée. On peut donc déduire graphiquement leur vitesse relative au Soleil.

A partir de ces mesures de vitesses relatives nous avons dû employer deux méthodes distinctes pour obtenir les vitesses circulaires des nuages d'hydrogène situés respectivement à l'intérieur de la trajectoire du Soleil (quadrant I) et à l'extérieur (quadrant II).

2. Mesures de vitesses circulaires des nuages d'hydrogène

Dans notre étude, on divise la galaxie en quatre quadrants en traçant deux lignes perpendiculaires se croisant au centre du Soleil. Le quadrant 1 est compris entre 0° et 90° , le quadrant 2 entre 90° et 180° , le quadrant 3 entre 180° et 270° et le quadrant 4 entre 270° et 360° . Dans l'objectif d'obtenir une courbe de rotation, nous avons besoin d'obtenir des valeurs de vitesses circulaires de nuages de gaz le long d'un rayon de la Voie Lactée, et donc celles des nuages situés à l'intérieur et à l'extérieur de la trajectoire du Soleil. Donc nous nous restreindrons à l'exploitation des données des quadrants I et II.

2.1 Quadrant I : Méthode du point tangent :

Cette méthode, valable dans les quadrants I et IV situés à l'intérieur de l'orbite solaire, consiste à étudier le nuage de gaz situé le plus proche du centre galactique sur une ligne de visée. La ligne de visée relie le Soleil au nuage et représente le point de vue de l'observateur. Pour un point donné, on cherche le cercle tangent à la ligne de visée.

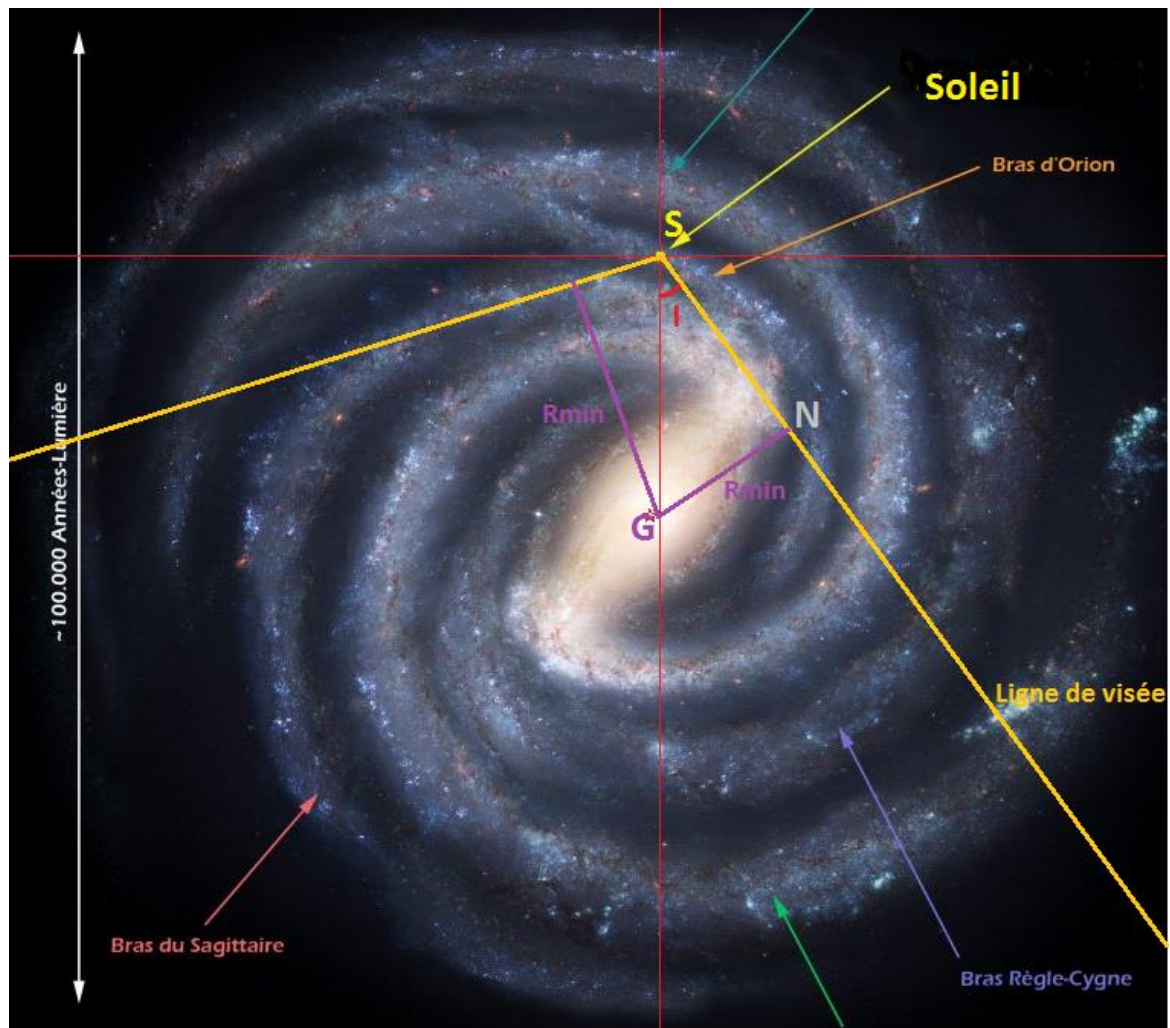


Figure 2 : Voie Lactée et méthode du point tangent

Où :

~N : le nuage d'hydrogène détecté

~G : Le centre de la Galaxie

~S : Le Soleil

Nous avons déjà une formule pour calculer la vitesse relative d'un nuage de gaz :

(2)

$$Vr = \frac{V * R0}{R} * \sin(l) - V0 * \sin(l)$$

Où :

~ R₀ le rayon galactique du Soleil

~V₀ la vitesse circulaire du Soleil

~V la vitesse circulaire du nuage de gaz

~ l la longitude de la ligne de visée sur laquelle se trouve le nuage de gaz

Mais cette formule possède deux inconnues : le rayon R entre le centre galactique et le nuage de gaz, et la vitesse circulaire V du nuage de gaz. Nous cherchons donc à simplifier cette formule avec la méthode du point tangent. Nous pouvons voir sur le schéma ci-dessus que le triangle NGS (entre le centre galactique, le centre du Soleil et le nuage de gaz) est un triangle rectangle lorsque le rayon galactique GN est minimal. Nous pouvons donc calculer R dans ce cas particulier grâce à la formule : $R_{\min} = R_0 * \sin(l)$. En remplaçant dans la formule de base : $Vr = Vc - V0 * \sin(l)$ et donc :

(3)

$$V = Vr + V0 * \sin(l)$$

Nous pouvons donc calculer V et R à partir des mesures de Vr. Afin de mesurer Vr, nous avons utilisé le radiotélescope. Nous avons effectué des simulations pour des valeurs de l variant de 0° à 90°, puis pour des valeurs variant de 270° à 380°.

Nous obtenons ainsi pour chaque simulation le spectre d'émission de chaque nuage de gaz sur une même ligne de visée en fonction de leur vitesse radiale (*cf Figure 1*). On relève pour chaque valeur de l'angle la vitesse radiale Vr du pic le plus à droite correspondant au nuage de gaz avec un rayon galactique minimal. A partir des valeurs de Vr, on calcule R et V.

Longitude (°)	Longitude (radians)	Vr (m/s)	V (m/s)	R (m)
0	0	132000	132000	0
10	0,174528	154000	192201,5	4,56E+19
20	0,349056	158000	233242,3	8,98E+19
30	0,523583	106000	215997,1	1,31E+20
40	0,698111	64000	205409,8	1,69E+20
50	0,872639	54000	222526,1	2,01E+20
60	1,047167	31000	221522,2	2,27E+20
70	1,221694	6000	212729,7	2,47E+20
80	1,396222	10000	226656,1	2,59E+20
90	1,57075	5000	225000	2,63E+20

Figure 3 : mesures et exploitations des données du quadrant I

Ainsi, la méthode du point tangent nous permet de calculer la courbe de rotation de la Voie Lactée dans les quadrants I et IV. Mais elle ne peut pas être utilisée dans les quadrants II et III. En effet, ces deux quadrants comprennent la partie de la galaxie située au-delà de l'orbite du Soleil. La méthode du point tangent permet de calculer la courbe de rotation pour les nuages de gaz situé à l'intérieur de l'orbite du Soleil, mais pas pour ceux situés à l'extérieur, car pour ces nuages de gaz, il est impossible d'obtenir un angle droit entre la ligne de visée et la droite reliant le nuage de gaz au centre de la galaxie. Pour calculer la courbe de rotation de la Voie Lactée au-delà du Soleil (quadrants II et III), il faut donc utiliser une autre méthode.

2.2 Quadrant II : Méthode de la simulation informatique

On souhaite obtenir les valeurs de vitesses circulaires pour des nuages de gaz dans des orbites supérieures à celle du Soleil, c'est-à-dire pour lesquels $R > R_0$. Cependant la méthode du point tangent ne pouvant pas être appliquée dans les quadrants 2 et 3 correspondant à $R > R_0$, on ne peut obtenir que des valeurs de vitesses radiales sans savoir à quelle distance R du centre de la Voie Lactée le nuage de gaz en question se situe. On ne peut donc directement obtenir sa vitesse circulaire en fonction de sa position. Nous n'obtiendrons donc du simulateur que des valeurs de vitesses radiales de nuages de gaz.

Vr (en km/s)
-93
-83
-75
-49
-39
-15
-3

Figure 4 : Valeurs de vitesses radiales pour des nuages de gaz se situant à la longitude 135°

Pour pouvoir estimer la courbe de rotation en $R > R_0$, nous avons donc considéré les vitesses circulaires V se situant dans l'intervalle $[100 ; 300]$ (avec V en km.s^{-1}) sachant que R appartient à l'intervalle $[R_0 ; R_{\text{Voie Lactée}}]$. Puis, à l'aide d'un programme, nous avons testé toutes les combinaisons possibles en faisant varier V de 10 km/s et R de 10^{16} km dans la formule (2), et nous avons gardé les couples (R, V) tels que leur vitesse radiale associée corresponde à une de celles mesurées dans le tableau de la Figure 4.

```
# Quadrant II

L = np.pi/180 *135
V0 = 220 # Vitesse rotation du Soleil
R0 = 2.6265*10**17 # Rayon Centre Galaxie - Soleil
R = R0
Vc = 0
D = [-93,-83,-75,-49,-39,-15,-3]
color= 'bo'

for d in D:
    setR = set()
    setVc = set()
    Vc = 110
    while Vc < 3*V0:
        while R < 2*R0:
            Vr = Vc*(R0/R)*np.sin(L)-V0*np.sin(L)
            if d -0.5<Vr and Vr<d +0.5:
                #print(Vr, ' ', Vc, ' ', R)
                #plt.plot(R, Vc, color)
                setR.add(R)
                setVc.add(Vc)
            R = R + 10**16
        R = R0
        Vc = Vc + 10
    if color == 'ro':
        color = 'bo'
    else:
        color= 'ro'
```

Figure 5 : Programme simulant toutes les combinaisons de V et R par la formule (3)

Nous avons constaté que l'ensemble des combinaisons possibles de V et de R , c'est-à-dire graphiquement l'ensemble des points de coordonnées (R, V) qui par la formule (2) correspondent à une unique vitesse radiale V_r mesurée dans le quadrant II, forme une droite. Nous avons donc choisi pour chaque droite un point en son centre et pris en compte les autres points dans l'incertitude.

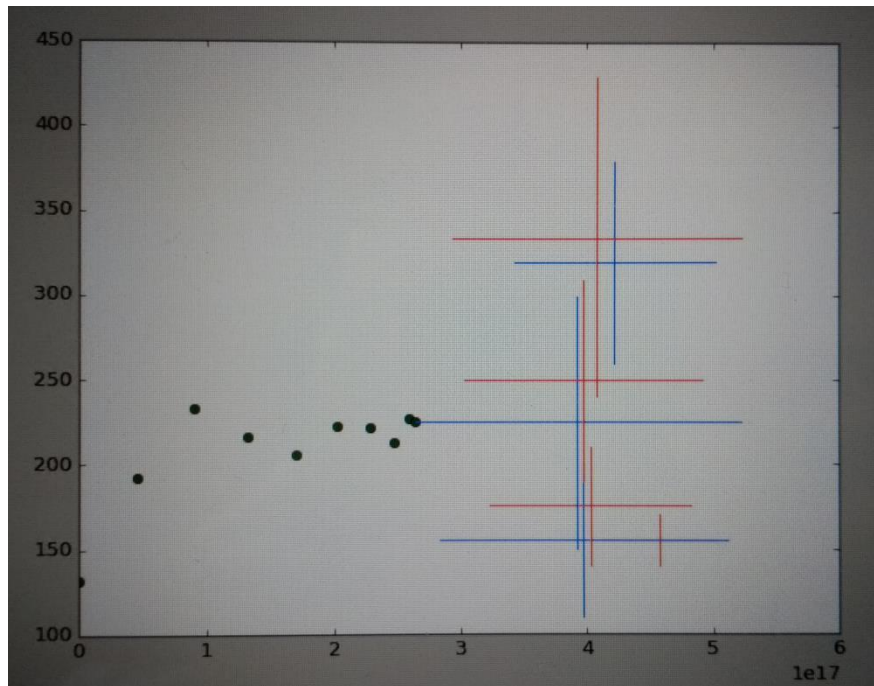


Figure 6 : Courbe de rotation de la Voie Lactée

De ce fait, dans la courbe de rotation obtenue à partir des deux méthodes, pour $R > R_0$ la courbe est très imprécise. Nous constatons cependant qu'elle est globalement constante pour $R > 1 \times 10^{17}$.

3. Modélisations de la Voie Lactée

Dans un premier temps, nous avons cherché à simuler la Voie Lactée à partir de points qui représentent les étoiles de la Galaxie dans un cadre à son échelle, de 10^{17} kilomètres. A chaque point est donc affectée une masse d'une masse solaire, et n'est soumis qu'à l'interaction gravitationnelle avec les autres points. Nous leur avons affecté une vitesse circulaire initiale égale à celle du Soleil de 220 km.s^{-1} . Nous avons constaté que ce modèle ne convenait pas car les points sortaient de leur orbite et s'éloignaient les uns des autres.

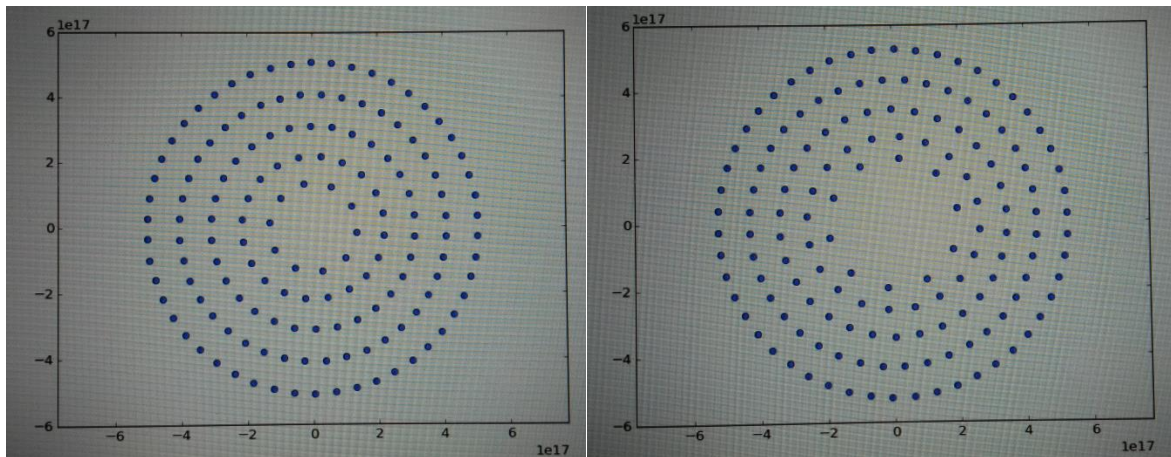


Figure 7 : Extrait de la simulation N corps du modèle « sans matière noire »

Dans un second temps, nous avons effectué une deuxième simulation, cette fois-ci en tenant compte de la courbe de rotation. Puisque nous avons fait l'approximation que la courbe était constante pour $R > 1 \times 10^{17}$ km, et que nous ne considérons pas les points proches du centre de la galaxie, nous avons donc affecté à chaque point une trajectoire circulaire avec la même vitesse circulaire. Pour mettre en évidence la formation de bras spiraux, nous avons réparti les points en croix et les avons reliés et colorés.

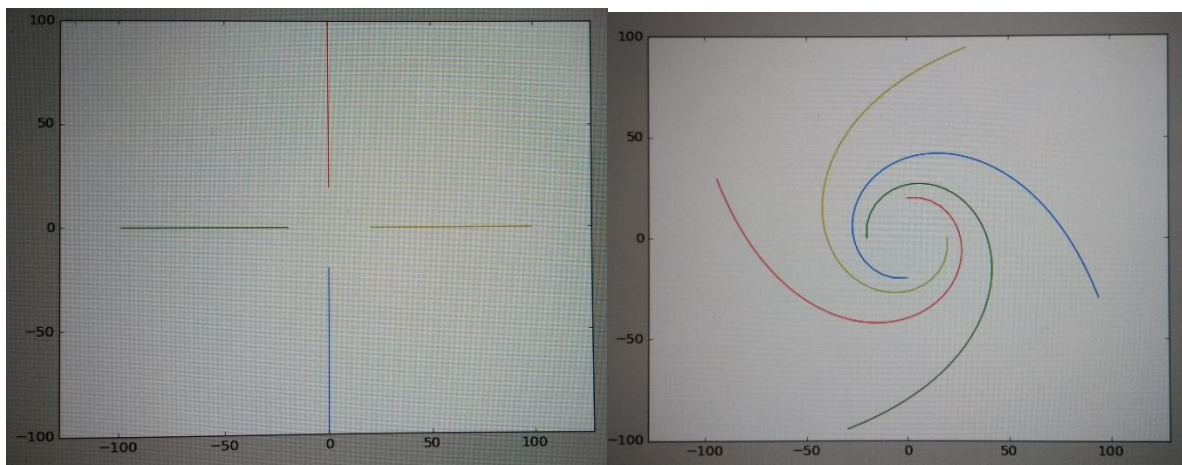


Figure 8 : Simulation N corps du modèle « avec matière noire » tenant compte de la courbe de rotation obtenue.

4. Détermination de la masse de matière noire dans la Voie Lactée

A partir de la vitesse circulaire du nuage de gaz le plus éloigné que nous avons détecté, nous avons pu estimer la masse de matière noire dans une partie de la Voie Lactée ; tout d'abord nous pouvons déterminer la masse intérieure, notée $M_{<R}$, au nuage grâce à sa vitesse par la relation dérivant de la seconde loi de Newton:

(4)

$$M_{<R} = \frac{V_{\text{cmax}}^2 \times R_{\text{max}}}{G}$$

Donc si nous prenons vitesse et rayon de la trajectoire du nuage d'hydrogène le plus éloigné possible du centre galactique de la Voie Lactée, nous avons l'approximation :

$$M_{<R} \approx M_{\text{Voie Lactée}}$$

Graphiquement :

$$V_{R_{\text{max}}} = 340 \text{ km.s}^{-1}$$

$$R_{\text{max}} = 4 \times 10^{17} \text{ km}$$

Donc par la formule (5) en convertissant dans les unités du S.I. :

$$M_{<R_{\text{max}}} = 7 \times 10^{41} \text{ kg} = 4 \times 10^{11} M_{\odot}$$

On en déduit la masse manquante:

$$M_{\text{Matière Noire}} = M_{\text{manquante}} = M_{\text{Voie Lactée}} - M_{\text{étoiles}} = M_{<R_{\text{max}}} - M_{\text{étoiles}} = 4 \times 10^{11} - 2 \times 10^{11} = 2 \times 10^{11} M_{\odot}$$

Ainsi dans un rayon de 4×10^{17} kilomètres, la masse des étoiles ne constituerait que la moitié de la masse de la Voie Lactée. Puisqu'en s'éloignant sur les bords de la Voie Lactée la proportion d'étoiles est faible et que malgré tout la courbe de rotation est constante à ce niveau- là, nous nous attendons à ce que la proportion réelle de masse de matière noire dans la totalité de la Voie Lactée excède les 50% calculés.

Modèles et calculs s'accordent donc à supposer l'existence de matière noire dans la Voie Lactée.