

## CHIA ĐA THỨC CÓ DƯ\_KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Bùi Hùng Vương – Trần Lê Quyền

Sử dụng Casio giúp ta tính toán nhanh hơn, đôi khi chuẩn hơn nháp! Tối ưu hóa phương pháp tính tay!. Ưu điểm lớn nhất của kỹ thuật là có thể sử dụng 100% Casio, không cần nhớ các công thức! Các kỹ thuật này lúc trước để kiểm tra đáp số khi tính tay thôi, nhưng bây giờ trải nghiệm rồi, tùy đáp án ta sẽ có cách bấm máy nhanh hơn nữa! ☺

Chúng ta sẽ kết hợp với tư duy nhé! “Casio + Tư duy là mạnh nhất!” ☺

“Hãy là người bấm máy thông minh” ☺

**Casiotuduy** – “Chúng ta không học bấm máy, chúng ta học để sáng tạo cách bấm máy....”

### ĐẶT VẤN ĐỀ

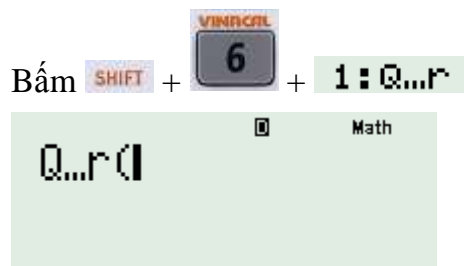
Khi giải toán trắc nghiệm, chúng ta hay gặp một số dạng toán liên quan đến phép chia hai đa thức (chia hết hoặc chia có dư!). Để giải nhanh theo kiểu tăng tốc tính tay thì ta cần một vài mẹo cho phần này. Có ba hướng đi chính. Một là sắp phép chia. Hai là sử dụng giới hạn. Ba là dùng chức năng **1:Q...R** của **Vinacal** ☺

### CƠ SỞ LÝ LUẬN

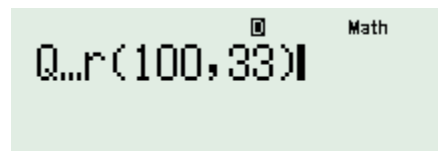
**Dùng chức năng Shift 6 1 ( 1:Q...R ) của Vinacal** ☺


Bản chất là thay vì sắp tính chia thì ta nhờ máy chia giúp mình. Lưu ý kí hiệu  $Q$  là thương,  $R$  là phần dư. Ta xét một ví dụ cơ bản. Xét phép chia

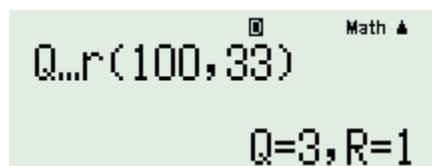
$$\frac{100}{33}$$



Nhập biểu thức của tử và mẫu, ngăn cách nhau bởi dấu “,”



Ấn  thu được kết quả



$$Q...r(100,33)$$


$$Q=3, R=1$$

Khi đó thương là 3 và số dư là 1. ■

Để thực hiện phép chia 2 đa thức thì phối hợp thêm cách gán  $X = 100$  hoặc  $X = 1000$ . Chúng ta xét ví dụ chia

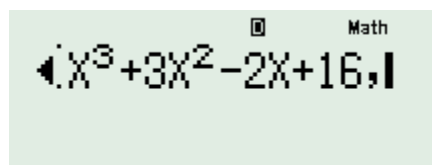
$$\frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 16}{x^2 - x + 1}$$

Bấm  +  + 

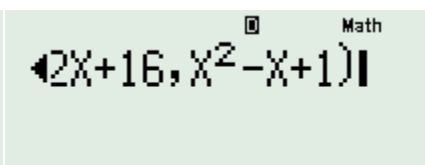


$$Q...r(1$$


Nhập biểu thức của tử và mẫu, ngăn cách nhau bởi dấu “,”

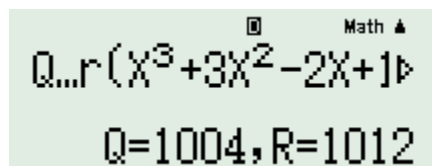


$$(X^3+3X^2-2X+16,|$$



$$(2X+16,X^2-X+1)|$$

Sau đó  cho  $X = 1000$ , thu được



$$Q...r(X^3+3X^2-2X+16)$$

$$Q=1004, R=1012$$


Tức thương là  $1004 = x + 4$  và phần dư  $1012 = x + 12$ . Do đó

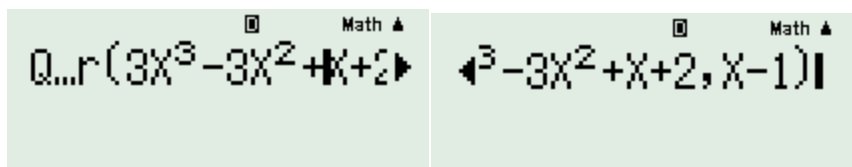
$$\frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 16}{x^2 - x + 1} = x + 4 + \frac{x + 12}{x^2 - x + 1}$$

■

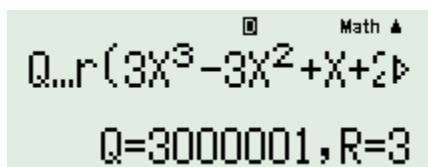
Xét phép chia tiếp theo

$$\frac{3x^3 - 3x^2 + x + 2}{x - 1}$$

Bấm  +  +  . Nhập biểu thức



Sau đó **CALC** cho  $X = 1000$ , thu được



Tức thương là  $3000001 = 3x^2 + 1$  và phần dư 3. Do đó

$$\frac{3x^3 - 3x^2 + x + 2}{x - 1} = 3x^2 + 1 + \frac{3}{x - 1}$$

■

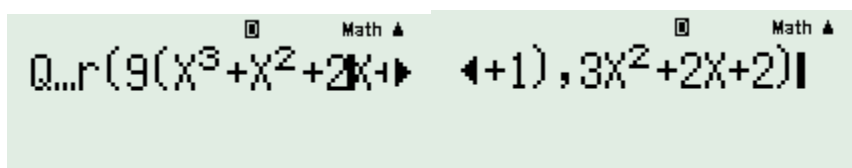
Xét phép chia tiếp theo

$$\frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 2x + 2}$$

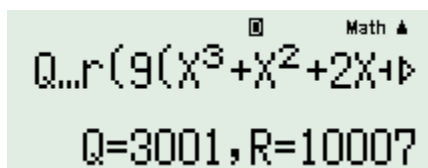
Để ý hạng tử chứa lũy thừa lớn nhất là  $x^3$  trên tử và  $3x^2$  dưới mẫu. Khi chia thì kết quả ra phân số. Do đó ta phải nhân thêm cho 3. Vì phép chia này thực hiện hai lần (phần dư là phải là bậc 1), do đó ta nhân thêm cho 9. Xét phép chia

$$\frac{9(x^3 + x^2 + 2x + 1)}{3x^2 + 2x + 2}$$

Bấm **SHIFT** + **6** + **1:Q...r**. Nhập biểu thức



Sau đó **CALC** cho  $X = 1000$ , thu được



Tức thương là  $3001 = 3x + 1$  và phần dư  $10007 = 10x + 7$ . Do đó

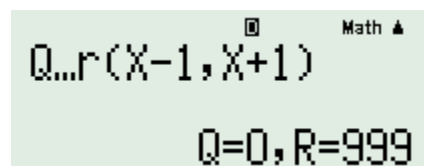
$$\frac{9(x^3 + x^2 + 2x + 1)}{3x^2 + 2x + 2} = 3x + 1 + \frac{10x + 7}{3x^2 + 2x + 2}$$

Chuyển 9 qua ta được kết quả của phép chia ban đầu. ■

° Bây giờ chúng ta xét đến hạn chế đầu tiên của cách chia này. Trong quá trình gán  $X = 1000$ , nếu tử nhỏ hơn mẫu thì ý đồ “chia” sẽ không thực hiện được. Ví dụ chia

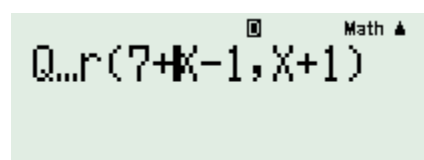
$$\frac{x-1}{x+1}$$

Khi bấm máy thì ☺

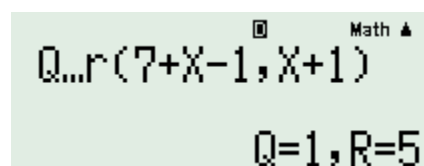


Q...r(X-1,X+1)  
Q=0,R=999

Ta có thể tính tay rất nhanh!. Ta tiếp tục xử lý để hoàn thiện cách bấm máy!. Nguyên nhân là tử nhỏ hơn mẫu nên ta sẽ thêm bớt tử để phép chia “thực hiện được”. Mẫu là bậc nhất nên ta sẽ thêm một hằng số. Nhầm thấy mẫu là 1001, tử đang là 999 nên thêm 2 là vừa khéo! ☺ Thường nếu làm biến nhầm thì ta cứ cộng số lớn vô là xong! Thêm “7” nhé  
Chỉnh lại biểu thức



Q...r(7+K-1,X+1)



Q...r(7+X-1,X+1)  
Q=1,R=5

Thương là 1. Để tính phần dư, vì ta đã thêm “7” nên ta phải trừ ở phần dư cho “7”. Tức phần dư là  $5 - 7 = -2$ . ■

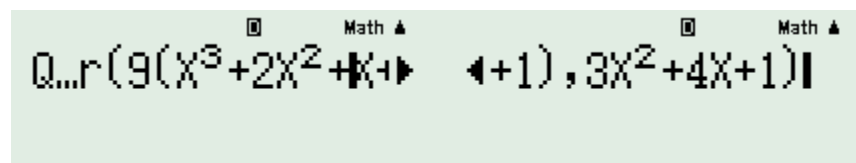
Xét phép chia tiếp theo

$$\frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{3x^2 + 4x + 1}$$


Điều chỉnh lại phép chia

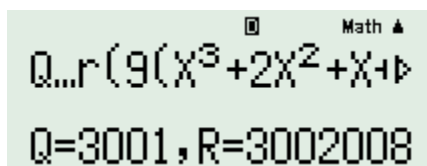
$$\frac{9(x^3 + 2x^2 + x + 1)}{3x^2 + 4x + 1}$$

Bấm  +  +  . Nhập biểu thức



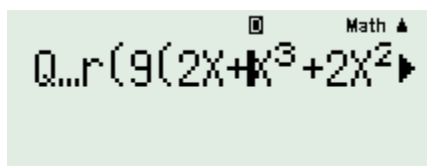
Q...r(9(X<sup>3</sup>+2X<sup>2</sup>+K+1),3X<sup>2</sup>+4X+1)

Sau đó  cho  $X = 1000$ , thu được



Q=3001, R=3002008

Phần dư là bậc 2 bằng với mẫu, do đó cần cộng thêm để phép chia về bậc nhất!. Mẫu là bậc 2 nên lượng thêm ta dùng là đơn thức bậc 1. Nhắm thấy mẫu là ba triệu bốn ngàn, phần dư đang là ba triệu hai ngàn nên ta thêm  $2x$  là vừa khéo! ☺. (Có thể cho lớn hơn khỏi cần phải nhắm!). Ta điều chỉnh lại



Q=3002, R=16007

Tức với phép chia này thì chia hết là  $3002 = 3x + 2$  và dư  $16007 = 16x + 7$ . Do đó, phép chia khi chưa điều chỉnh có chia hết là  $3x + 2$  và dư  $16x + 7 - 18x = -2x + 7$

Chuyển 9 qua ta được thương  $\frac{3}{9}x + \frac{2}{9}$  và phần dư là  $-\frac{2}{9}x + \frac{7}{9}$ . ■

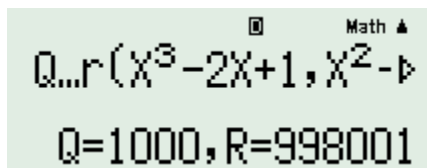
° Bây giờ chúng ta xét đến hạn chế tiếp theo của cách chia này, không chia được nếu có số âm. Trong quá trình gán  $X = 1000$ , nếu có số âm thì ta phải tiến hành đổi dấu trước rồi hãy nhập vào máy tính! ☺. Ví dụ chia

$$\frac{x^3 - 2x + 1}{x - x^2}$$

Ta điều chỉnh lại để nhập máy

$$-\frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - x}$$

Bấm máy ☺



Q=1000, R=998001

Điều chỉnh

$$Q=1001, R=1001$$

Vậy thương là  $x + 1$  và dư  $x + 1 - 2x = -x + 1$ . Nhớ có dấu trừ nên kết quả chia sẽ là thương  $-x - 1$  và dư  $x - 1$ . ■

Xét phép chia tiếp theo

$$\frac{-x^4 + 2x^2 + 3}{-4x^3 + 4x}$$

Điều chỉnh lại phép chia

$$\frac{x^4 - 2x^2 - 3}{4x^3 - 4x}$$

Để được kết quả là số nguyên thì ta nhân thêm cho 16 (do phép chia này được chia tay 2 lần). Khi đó xét phép chia

$$\frac{16(x^4 - 2x^2 - 3)}{4x^3 - 4x}$$

Nhập biểu thức, sau đó  cho  $X = 100$ , thu được

$$Q=399, R=3839552$$

Điều chỉnh lại

$$Q=400, R=159952$$

Vậy thương là  $4x$  và dư  $16x^2 - 48 - 32x^2 = -16x^2 - 48$ . Vậy kết quả chia sẽ là thương  $\frac{1}{4}x$  và dư  $-x^2 - 3$ . ■

## BÀI TẬP

**BHV – TLQ 1.** Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 16}{x^2 - x + 1}$$

A.  $y = x + 2$

B.  $y = x + 4$

C.  $y = x - 4$

D.  $y = x - 2$

**BHV – TLQ 2.** Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{3x^3 - 3x^2 + x + 2}{x - 1}$$

Biết  $F(x) = mx^3 + nx^2 + kx + l \ln|x - 1| + C (m, n, k, l \in \mathbb{Z}, C \in \mathbb{R})$ . Hãy tính

$$m + n + k + l = ?$$

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**BHV – TLQ 3.** Viết phương trình Parabol qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$y = x^3 + 2x^2 + x + 1 (C)$$

A.  $y = \frac{2}{9}x - \frac{7}{9}$

B.  $y = \frac{2}{9}x + \frac{7}{9}$

C.  $y = y = -\frac{2}{9}x + \frac{7}{9}$

D.  $y = y = -\frac{2}{9}x - \frac{7}{9}$