PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL
BÀI 21. TÍNH NHANH THỂ TÍCH TRÒN XOAY

1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Dạng 1 : Thể tích vật thể có diện tích thiết diện $S(x)$ tạo bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(a \le x \le b)$. Giả sử $S(x)$ là hàm liên tục thì thể tích vật thể tích theo công thức :

$$V = \int_a^b S(x)\,dx$$

2. Dạng 2 : Cho hình phẳng (H) tạo bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox thì được vật thể tròn xoay có thể tích tính theo công thức :

$$V = \pi\int_a^b \left|f^2(x) \quad g^2(x)\right|dx$$

3. Dạng 3 : Cho hình phẳng (H) tạo bởi các đường $x = f(y)$, $x = g(y)$ và các đường thẳng $y = a$, $y = b$. Khi quay hình phẳng (H) quanh trục Oy thì được vật thể tròn xoay có thể tích tính theo công thức :

$$V = \pi\int_a^b \left|f^2(y) \quad g^2(y)\right|dy$$

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Đề minh họa môn Toán Bộ GD-ĐT lần 1năm 2017]

Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x \quad 1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi hình (H) quay xung quanh trục Ox

A. $V = 4 \quad 2e$ **B.** $V = (4 \quad 2e)\pi$ **C.** $V = e^2 \quad 5$ **D.** $V = (e^2 \quad 5)\pi$

GIẢI

- Hình phẳng được giới hạn bởi trục tung $\Rightarrow$ cận thứ nhất là : $x = 0$
  Trục hoành có phương trình $y = 0$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = 2(x \quad 1)e^x$ và trục hoành $\Rightarrow$ $2(x \quad 1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Vậy cận thứ 2 là : $x = 1$
- Thể tích $V = \pi\int_0^1 \left|\left(2(x \quad 1)e^x\right)^2 \quad 0^2\right|dx$

  Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

  SHIFT x10ˣ ∫□ SHIFT hyp (2 (ALPHA) − 1) ALPHA x10ˣ x■ ALPHA) ▶) x² ▼ 0 ▲ 1 =

  π∫₀¹|(2(X−1)eˣ)²▸
  7.505441089

  $\Rightarrow V = 7.5054... = \pi(e^2 \quad 5)$
- Vậy ta chọn đáp án **D**

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Thể tích $V=\pi\int_0^1\left|\left(2(x\quad 1)e^x\right)^2\quad 0^2\right|dx=4\pi\int_0^1(x\quad 1)^2e^xdx$
- Vì biểu thức dưới dấu tích phân có dạng $u(x).v'(x)$ nên ta sử dụng tích phân từng phần. Tuy nhiên làm dạng này rất mất thời gian. Tác giả khuyến khích bạn đọc làm theo casio, dành thời gian cho việc tư duy xây dựng công thức để bấm máy.

❖ **Bình luận :**

- Qua ví dụ đầu tiên ta cũng đã thấy ngay sức mạnh của Casio khi xử lý các bài tích phân, các bài ứng dụng tích phân so với cách làm tự luận truyền thống.

VD2-[Thi thử Group Nhóm toán lần 3 năm 2017]

Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\sqrt{1\quad x^2};y=0$ quanh trục Ox

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{3}{4}\pi$ **D.** $\frac{4}{3}\pi$

GIẢI

- Hàm thứ nhất : $y=\sqrt{1\quad x^2}$, hàm thứ hai : $y=0$

  Giải phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{1\quad x^2}=0\Leftrightarrow 1\quad x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\quad 1\\x=1\end{array}\right.$

  $\Rightarrow$ Cận thứ nhất : $x=\quad 1$, cận thứ hai : $x=1$
- Thể tích $V=\pi\int_1^1\left|\left(\sqrt{1\quad x^2}\right)^2\quad 0^2\right|dx$

  Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

  SHIFT x10^x ∫ SHIFT hyp 1 − ALPHA) x² ▼ − 1 ▲ 1 =

  $\pi\int_{-1}^{1}|1-X^2|dx$

  $\frac{4}{3}\pi$

  $\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi$
- Vậy ta chọn đáp án **D**

VD3-[Thi thử chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 2 năm 2017]

Cho D là miền hình phẳng giới hạn bởi $y=\sqrt{\sin x};y=0;x=0;x=\frac{\pi}{2}$. Khi D quay quanh Ox tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay thu được là :

A. 1 **B.** π **C.** 2π **D.** 2

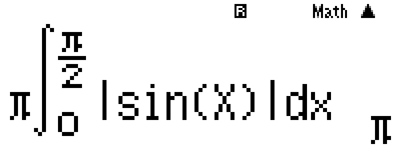
GIẢI

- Hàm thứ nhất : $y=\sqrt{\sin x}$, hàm thứ hai : $y=0$

  Cận thứ nhất : $x=0$, cận thứ hai : $x=\frac{\pi}{2}$
- Thể tích $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left|\left(\sqrt{\sin x}\right)^2\quad 0^2\right|dx$

  Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

SHIFT MODE 4 SHIFT x10^x ∫□ SHIFT hyp sin ALPHA)) ▼ 0 ▲ ▭ SHIFT x10^x ▼ 2 =



$\Rightarrow V=\pi$

- Vậy ta chọn đáp án **B**

VD4-[Sách bài tập giải tích nâng cao lớp 12 T.154]

Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $x=\frac{\sqrt{2y}}{y^2+1}$ và các đường thẳng $y=0; y=1$

A. 2π **B.** 3π **C.** $\frac{1}{2}\pi$ **D.** $\frac{3}{2}\pi$

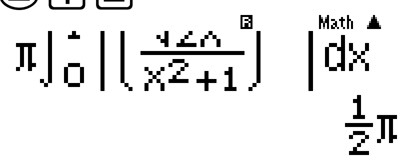
GIẢI

- Hàm thứ nhất $x=\frac{\sqrt{2y}}{y^2+1}$, hàm thứ hai : $x=0$

  Cận thứ nhất $y=0$, cận thứ hai $y=1$
- Thể tích $=\pi\int_0^1\left|\left(\frac{\sqrt{2y}}{y^2+1}\right)^2-(0)^2\right|$

  Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

  SHIFT x10^x ∫□ SHIFT hyp (▭ √□ 2 ALPHA) ▼ ALPHA) x² + 1 ▶) x² ▼ 0 ▲ 1 =



$\Rightarrow V=\frac{1}{2}\pi$

- Vậy ta chọn đáp án **C**

VD5-[Sách bài tập giải tích nâng cao lớp 12 T.154]

Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và các đường thẳng $y=0, y=2$:

A. $\frac{5}{3}\pi$ **B.** $\frac{8}{3}\pi$ **C.** $\frac{7}{5}\pi$ **D.** $\frac{3}{5}\pi$

GIẢI

- Xét $y=2x\quad x^2\Leftrightarrow(x\quad 1)^2=1\quad y$

  Vì $(x\quad 1)^2\geq 0\Leftrightarrow 1\quad y\geq 0\Leftrightarrow y\leq 1$ Khi đó $x\quad 1=\pm\sqrt{1\quad y}\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{1\quad y}$ hàm thứ nhất có dạng $x=1+\sqrt{1\quad y}$, hàm thứ hai : $x=1\quad\sqrt{1\quad y}$
- Phương trình hoành độ giao điểm $1+\sqrt{1\quad y}=1\quad\sqrt{1\quad y}\Leftrightarrow\sqrt{1\quad y}=0\Leftrightarrow y=1$

  Vì $y\leq 1$ $\Rightarrow$ cận thứ nhất $x=0$ và cận thứ hai $y=1$

➢ Thể tích $V=\pi\int_0^1\left|\left(1+\sqrt{1\quad y}\right)^2\quad\left(2\quad\sqrt{1\quad y}\right)^2\right|dy$

Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

SHIFT x10^x ∫ SHIFT hyp (1 + √ 1 − ALPHA) ▶) x² − (1 − √ 1 − ALPHA) ▶) x² ▼ 0 ▲ 1 =

$\pi\int_0^1|(1+\sqrt{1-X})^2-|$

8.37758041

$\Rightarrow V=8,3775...=\frac{8}{3}\pi^2$

➢ Vậy ta chọn đáp án **B**

VD6-[Sách bài tập giải tích nâng cao lớp 12 T.154]

Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng giới hạn bởi hình tròn tròn tâm $I(2;0)$ bán kính $R=1$:

A. 4π **B.** $4\pi^2$ **C.** 5π **D.** $5\pi^2$

GIẢI

➢ Hàm thứ nhất là đừng tròn tâm $I(2;0)$ bán kính $R=1$ có phương trình

$(x\quad 2)^2+(y\quad 0)^2=1\Leftrightarrow(x\quad 2)^2=1\quad y^2$

Vì $(x\quad 1)^2\geq 0\Leftrightarrow 1\quad y^2\geq 0\Leftrightarrow\quad 1\leq y\leq 1$ Khi đó $x\quad 2=\pm\sqrt{1\quad y^2}\Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{1\quad y^2}$

hàm thứ nhất có dạng $x=2+\sqrt{1\quad y^2}$, hàm thứ hai : $x=2\quad\sqrt{1\quad y^2}$

➢ Phương trình hoành độ giao điểm $2+\sqrt{1\quad y^2}=2\quad\sqrt{1\quad y^2}\Leftrightarrow\sqrt{1\quad y^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\quad 1\\y=1\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Cận thứ nhất $y=\quad 1$ cận thứ hai $y=1$

➢ Thể tích $V=\pi\int_{1}^{1}\left|\left(2+\sqrt{1\quad y^2}\right)^2\quad\left(2\quad\sqrt{1\quad y^2}\right)^2\right|dy$

Sử dụng máy tính Casio với lệnh tính tích phân

SHIFT x10^x ∫ SHIFT hyp (2 + √ 1 − ALPHA) x² ▶) x² − (2 − √ 1 − ALPHA) x² ▶) x² ▼ − 1 ▲ 1 =

$\pi\int_{-1}^1|(2+\sqrt{1-X^2})^2$

39.4784176

$\Rightarrow V=39.4784...=4\pi^2$

➢ Vậy ta chọn đáp án **A**

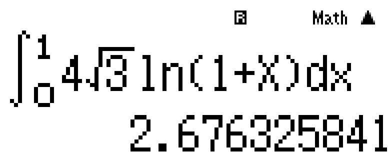
VD7-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017]

Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=1$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\leq x\leq 1)$ là một tam giác đều có cạnh là $4\sqrt{\ln(1+x)}$

A. $4\sqrt{3}\left(2\ln 2\quad 1\right)$ **B.** $4\sqrt{3}\left(2\ln 2+1\right)$ **C.** $8\sqrt{3}\left(2\ln 2\quad 1\right)$ **D.** $16\pi\left(2\ln 2\quad 1\right)$

GIẢI

- Thiết diện của vật thể và mặt phẳng vuông góc với trục Ox là tam giác đều có diện tích $S=S\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}\left(4\sqrt{\ln\left(1+x\right)}\right)^2}{4}=4\sqrt{3}\ln\left(1+x\right)$
- Diện tích $S=S\left(x\right)$ là một hàm liên tục trên $\left[0;1\right]$ nên thể tích vật thể cần tìm được tính theo công thưc $V=\int\limits_0^1 4\sqrt{3}\ln\left(1+x\right)dx=2.7673...=4\sqrt{3}\left(2\ln 2\quad 1\right)$



$\Rightarrow$ Ta chọn đáp án **A**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Đề cương chuyên KHTN Hà Nội năm 2017]
Gọi $\left(S\right)$ là miền giới hạn bởi đường cong $y=x^2$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1;x=2$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi $\left(S\right)$ quay quanh trục Ox :

A. $\dfrac{31\pi}{5}\quad\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{31\pi}{5}+\dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{31\pi}{5}$ **D.** $\dfrac{31\pi}{5}+1$

Bài 2-[Thi thử THPT Nguyễn Đình Chiểu – Bình Định lần 1 năm 2017]
Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\left(2\quad x\right)e^{\frac{x}{2}}$ và hai trục tọa độ

A. $2e^2\quad 10$ **B.** $2e^2+10$ **C.** $\pi\left(2e^2\quad 10\right)$ **D.** $\pi\left(2e^2+10\right)$

Bài 3-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang năm 2017]
Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=\sin x;x=0;x=\pi$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi mặt phẳng $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox bằng :

A. 2π **B.** $\dfrac{\pi^2}{2}$ **C.** $\dfrac{\pi^2}{4}$ **D.** $\dfrac{\pi}{2}$

Bài 4-[Thi thử Trung tâm Diệu hiền – Cần Thơ lần 1 năm 2017]
Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi $y=2x\quad x^2$, $y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $\left(H\right)$ xuong quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\dfrac{a}{b}+1\right)$. Khi đó

A. $a=1;b=15$ **B.** $a=\quad 7;b=15$ **C.** $a=241;b=15$ **D.** $a=16;b=15$

Bài 5-[Câu 54b Sách bài tập giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3$, trục tung và hai đường thẳng $y = 1,\ y = 2$ quanh trục Oy. Khẳng định nào đúng ?

A. $V > 5$ **B.** $V < 2$ **C.** $V > 4$ **D.** $V < 3$

Bài 6-Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi các đường $y = 2x \quad x^2$ (C) , trục tung . Khi quay hình (S) quanh trục Oy sẽ tạo thành vật thể tròn xoay có thể tích là bao nhiêu ?

A. $V = \dfrac{5\pi}{2}$ **B.** $V = \dfrac{9\pi}{4}$ **C.** $V = \dfrac{11\pi}{4}$ **D.** $V = \dfrac{8\pi}{3}$

Bài 7-Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi cho hình tròn tâm $I(2;1)$ bán kính $R = 1$ quay quanh trục Oy

A. $V = 4\pi$ **B.** $V = \dfrac{11}{2}\pi$ **C.** $V = \dfrac{11\pi^2}{2}$ **D.** $V = 4\pi^2$

Bài 8-[Bài 29 trang 172 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = \quad 1$, $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(\quad 1 \le x \le 1)$ là một hình vuông có cạnh là $2\sqrt{1 \quad x^2}$

A. $\dfrac{17}{4}$ **B.** $\dfrac{9}{2}$ **C.** $\dfrac{16}{3}$ **D.** 5

Bài 9-[Bài 30 trang 172 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = \pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le \pi)$ là một tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\sin x}$

A. $\pi\sqrt{3}$ **B.** $2\pi\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

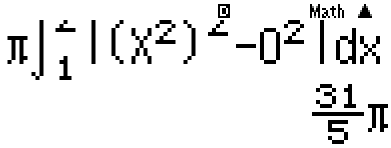
Bài 1-[Đề cương chuyên KHTN Hà Nội năm 2017]

Gọi (S) là miền giới hạn bởi đường cong $y = x^2$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi (S) quay quanh trục Ox :

A. $\dfrac{31\pi}{5} \quad \dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{31\pi}{5} + \dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{31\pi}{5}$ **D.** $\dfrac{31\pi}{5} + 1$

GIẢI

- Đương cong thứ nhất $y = f(x) = x^2$, đường thứ hai là trục hoành có phương trình $y = g(x) = 0$
- Hình phẳng giới hạn bởi đường cong thứ nhất $y = x^2$, trục hoành $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ có thể tích là $V = \pi\int_1^2 \left|f^2(x) \quad g^2(x)\right| dx = \pi\int_1^2 \left|\left(x^2\right)^2 \quad 0^2\right| dx$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

- Chú ý: Chú ý công thức tính thể tích có π và có bình phương của $f^2(x)$, $g^2(x)$. Rất nhiều học sinh thường quên những yếu tố này so với công thức tính diện tích.

Bài 2-[Thi thử THPT Nguyễn Đình Chiểu – Bình Định lần 1 năm 2017]

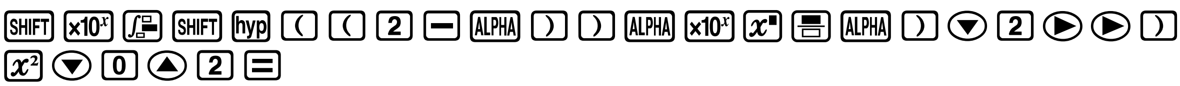
Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(2\quad x)e^{\frac{x}{2}}$ và hai trục tọa độ

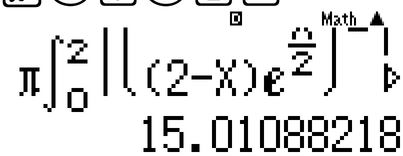
A. $2e^2\quad 10$ **B.** $2e^2+10$ **C.** $\pi(2e^2\quad 10)$ **D.** $\pi(2e^2+10)$

GIẢI

- Hình phẳng được giới hạn bởi đường thứ nhất có phương trình $y=f(x)=(2\quad x)e^{\frac{x}{2}}$ và đường thứ hai là trục hoành có phương trình $y=g(x)=0$ .Hình phẳng được giới hạn bởi trục tung nên có cận thứ nhất $x=0$. Xét phương trình hoành độ giao điểm đường cong $y=f(x)$ và trục hoành : $(2\quad x)e^{\frac{x}{2}}=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow$ Cận thứ hai là $x=2$
- Thể tích cần tìm là $V=\pi\int_1^2\left|f^2(x)\quad g^2(x)\right|dx=\pi\int_0^2\left|\left((2\quad x)e^{\frac{x}{2}}\right)^2\quad 0^2\right|dx$

$=15.0108...=\pi(2e^2\quad 10)$





$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

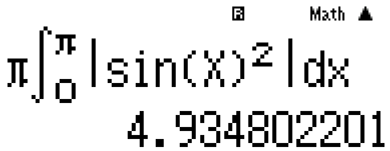
Bài 3-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang năm 2017]

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sin x; x=0; x=\pi$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi mặt phẳng (H) quay quanh trục Ox bằng :

A. 2π **B.** $\frac{\pi^2}{2}$ **C.** $\frac{\pi^2}{4}$ **D.** $\frac{\pi}{2}$

GIẢI

- Hàm thứ nhất $y=f(x)=\sin x$, hàm thứ hai (của trục Ox) là $y=0$. Cận thứ nhất $x=0$, cận thứ hai $x=\pi$.
- Thể tích cần tìm $V=\pi\int_0^{\pi}\left|f^2(x)\quad g^2(x)\right|dx=\pi\int_0^{\pi}\left|(\sin x)^2\quad 0^2\right|dx=4.9348...=\frac{\pi^2}{2}$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

- Chú ý: Để tính tích phân hàm lượng giác ta cần chuyển máy tính về chế độ Radian

  SHIFT MODE 4

Bài 4-[Thi thử Trung tâm Diệu hiền – Cần Thơ lần 1 năm 2017]

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = 2x \quad x^2$, $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xuong quanh trục Ox ta được $V = \pi\left(\frac{a}{b} + 1\right)$. Khi đó

A. $a = 1; b = 15$ **B.** $a = \quad 7; b = 15$ **C.** $a = 241; b = 15$ **D.** $a = 16; b = 15$

GIẢI

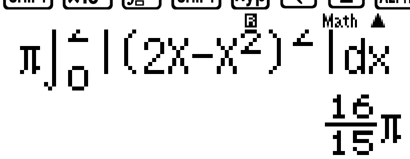
- Phương trình hoành độ giao điểm $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ cận thứ nhất $x = 0$ cận thứ hai $x = 2$

  Ta được cận thứ nhất $x = 0$ và cận thứ hai $x = a$. Khi đó diện tích hình phẳng là :

  $S = \int_0^a \left|2\sqrt{ax} \quad 0\right| dx$

- Tính thể tích $V = \pi\int_0^\pi \left|f^2(x) \quad g^2(x)\right| dx = \pi\int_0^\pi \left|(2x \quad 2)^2 \quad 0^2\right| dx = \frac{16}{15}\pi$

  SHIFT ×10ˣ ∫□ SHIFT hyp (2 ALPHA) − ALPHA)) DEL x²) x² ▼ 0 ▲ 2 =



Mà $V = \pi\left(\frac{a}{b} + 1\right) \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{15} \Rightarrow a = 1; b = 15$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

Bài 5-[Câu 54b Sách bài tập giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3$, trục tung và hai đường thẳng $y = 1$, $y = 2$ quanh trục Oy. Khẳng định nào đúng ?

A. $V > 5$ **B.** $V < 2$ **C.** $V > 4$ **D.** $V < 3$

GIẢI

- Hình phẳng (H) giới hạn bởi đường thứ nhất $x = f(y) = \sqrt[3]{y}$ và đường thứ hai (trục tung) : $x = 0$ .Cận thứ nhất $y = 1$ và cận thứ hai $y = 2$.
- Theo công thức tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay quanh trục Oy :

  $V = \pi\int_1^2 \left[f^2(y) \quad g^2(x)\right] dy$

  $= \pi\int_1^2 \left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 \quad 0^2\right] dy = 4.099... > 4$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

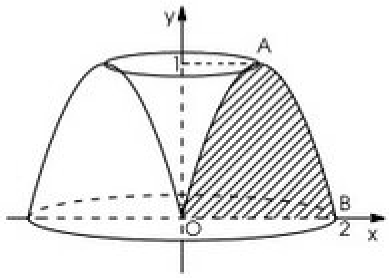
- Chú ý: Để tính thể tích hình phẳng xoay quanh trục Oy thì phải chuyển phương trình đường cong về dạng $x = f(y)$ và $x = g(y)$

Bài 6-Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$ (C) , trục tung . Khi quay hình (S) quanh trục Oy sẽ tạo thành vật thể tròn xoay có thể tích là bao nhiêu ?

A. $V = \frac{5\pi}{2}$ **B.** $V = \frac{9\pi}{4}$ **C.** $V = \frac{11\pi}{4}$ **D.** $V = \frac{8\pi}{3}$

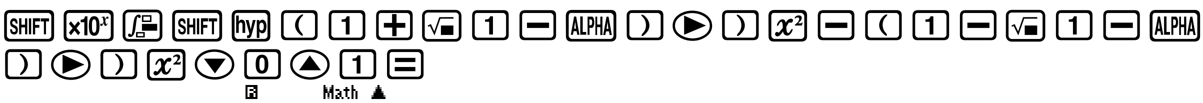
GIẢI

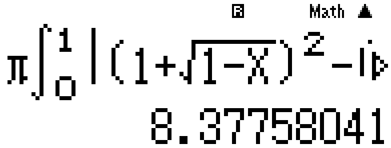
- Xét $y = 2x - x^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 - y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{1-y}\ (AO) \\ x = 1 - \sqrt{1-y}\ (AB) \end{array}\right.$ với $y \le 1$. Đường cong (C) chia làm 2 nhánh.
- Phương trình tung độ giao điểm hai nhánh : $1 + \sqrt{1-y} = 1 - \sqrt{1-y} \Leftrightarrow \sqrt{1-y} = 0 \Leftrightarrow y = 1$



- Theo công thức tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay quanh trục Oy :

$$V = \pi\int_0^1 \left[\left(1+\sqrt{1-y}\right)^2 - \left(1-\sqrt{1-y}\right)^2\right]dy = 8.3775... = \frac{8\pi}{3}$$





$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

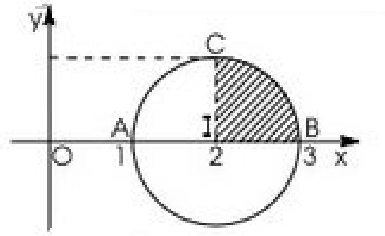
Bài 7-Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi cho hình tròn tâm $I(2;1)$ bán kính $R = 1$ quay quanh trục Oy

A. $V = 4\pi$ **B.** $V = \frac{11}{2}\pi$ **C.** $V = \frac{11\pi^2}{2}$ **D.** $V = 4\pi^2$

GIẢI

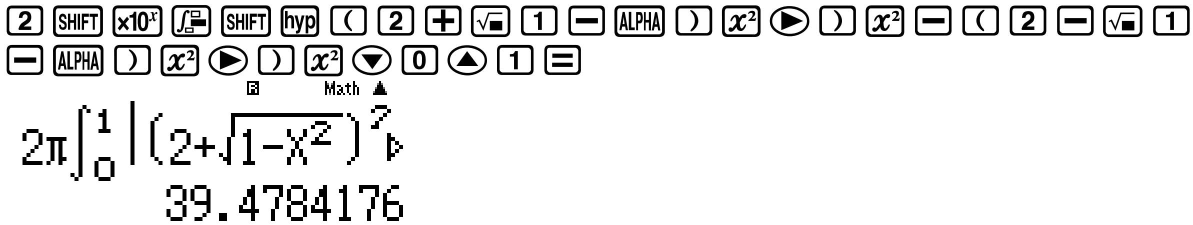
- Phương trình đường tròn $(I;R):(x-2)^2+y^2=1 \Leftrightarrow (x-2)^2=1-y^2 \Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{1-y^2}$.

  Đường tròn (C) chia làm 2 nhánh. $\left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{1-y^2}\ \ (CB) \\ x=2-\sqrt{1-y^2}\ \ (CA) \end{array}\right.$



- Theo công thức tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay quanh trục Oy :

  $V=2\pi\int_0^1\left[\left(2+\sqrt{1-y^2}\right)^2-\left(2-\sqrt{1-y^2}\right)^2\right]dy=39.4784...=4\pi^2$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

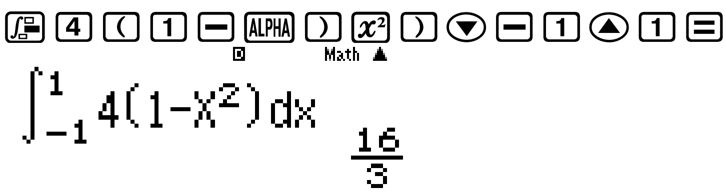
Bài 8-[Bài 29 trang 172 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$, $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh là $2\sqrt{1-x^2}$

A. $\frac{17}{4}$ **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{16}{3}$ **D.** 5

GIẢI

- Thiết diện của vật thể tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox là hình vuông . $\Rightarrow$ Diện tích thiết diện $S=S(x)=4(1-x^2)$.
- Vì hàm $S=S(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ nên vật thể có thể tích là : $V=\int_{-1}^{1}4(1-x^2)dx=\frac{16}{3}$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài 9-[Bài 30 trang 172 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le \pi)$ là một tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\sin x}$

A. $\pi\sqrt{3}$ **B.** $2\pi\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

GIẢI

- Thiết diện của vật thể tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox là tam giác đều $\Rightarrow$ Diện tích thiết diện $S=S\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}\left(2\sqrt{\sin x}\right)^{2}}{4}=\sqrt{3}\sin x$.
- Vì hàm $S=S\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;\pi\right]$ nên vật thể có thể tích là : $V=\int\limits_{0}^{\pi}\sqrt{3}\sin xdx=\dfrac{16}{3}$

$\int_0^{\pi}\sqrt{3}\sin(X)dx$

3.464101615

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D.**