Chào các hạ khi các hạ đang đọc những dòng này tức là đang sở hữu một nửa cuốn Tuyệt Kĩ Casio hạ gục bài hay và khó giúp các hạ đủ sức hành tẩu trong giang hồ nhiều thử thách và điều quan trọng hơn là đủ sức thi đấu trong đại hội võ lâm sắp tới vào 21/6 với nhiều Bí Tịch cực mạnh hạ gục các bài toán để dành một Slot vào trường mình thích.

Để lĩnh hội được sách võ công này yêu cầu các hạ phải có Level 6/10 nắm được các kiến thức và dạng bài cơ bản sách giáo khoa thì khi thi triển kĩ năng mới dễ dàng và hiểu được toàn bộ sự uyên thâm của nó.

Bản Bí Kíp này chứa một nửa tâm pháp và chiêu thức nhưng cũng giúp các hạ tăng công lực rất nhiều, để nhận được nửa bản còn lại các hạ nhập "Mã Code" được đính ở đầu sách vào **check.bikiptheluc.com** để kết nối tới Bang BKTLver3.0 và rèn luyện những kĩ năng còn lại cũng như cập nhật xu thế đề và tham gia khóa LiveStream 7 ngày cuối luyện công cùng sư phụ Lực.

Bí

Kíp

Thế

Lực

Ver3.0

T409

Danh Mục

Giải đề minh họa lần 3..........9

Các kĩ năng Casio cơ bản.......31

Hàm Số.........................41

Mũ-Logarit...........................55

Nguyên Hàm - Tích Phâ.......69

Toán Ứng Dụng..............142

Số Phức..........................88

Hình Oxyz.......................110

Hình học không gian..........122

Hướng dẫn sử dụng:

***Lưu ý:** Sách chỉ được hỗ trợ khi mua từ anh – Nguyễn Thế Lực các em mua ở nơi khác đều không phải là sách gốc nên không được hỗ trợ.

Sau khi nhận được sách thì các em làm theo các bước như sau

Bước 1: Truy cập vào **Check.bikiptheluc.com** để nhập mã "code"

Có 2 dòng các em cần điền đầy đủ thông tin :

Email : Em điền Gmail của em đã đăng kí sách để nhận file

Code : Em nhập các chữ số được đính trên sách ở bìa

Bước 2: Đợi sau 24h và truy cập vào **Bikiptheluc.com/bktl3** để truy cập các File Update

Mọi thắc mắc các em liên hệ :

Nguyễn Thế Lực – fb : https://www.facebook.com/Ad.theluc

Số điện thoại : 0977.543.462 – 0964.243.062 – 0968.368.653

Địa Chỉ: Số 5, ngõ 4C Đặng Văn Ngữ, Đống Đa, Hà Nội (gần THPT Kim Liên)

Bikiptheluc.com – Luyenthipro.vn – Youtube : MrTheluc95

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI THỬ NGHIỆM *(Đề thi gồm 06 trang)*	KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2017 Bài thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ, tên thí sinh...

Số báo danh...

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 2. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \dfrac{1}{x}$. B. $y' = \dfrac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$. D. $y' = \dfrac{1}{10\ln x}$.

Câu 3.Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \dfrac{1}{5} > 0$.

A. $S = (1;+\infty)$. B. $S = (-1;+\infty)$. C. $S = (-2;+\infty)$. D. $S = (-\infty;-2)$.

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a = 3; b = 2$. B. $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. C. $a = 3; b = \sqrt{2}$. D. $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\overline{z} = (4-3i)(1+i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 7\sqrt{2}$. C. $|z| = 5\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. $y_{\text{CĐ}} = 5$. B. $y_{\text{CT}} = 0$.

C. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. D. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

A. $I(-1;2;-4), R = 5\sqrt{2}$. B. $I(-1;2;-4), R = 2\sqrt{5}$. C. $I(1;-2;4), R = 20$. D. $I(1;-2;4), R = 2\sqrt{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}$. B. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{-2}$. C. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. D. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$.

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$. B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{1}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận ?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		‖	$+$	‖	$-$	
y		‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(7-4\sqrt{3}\right)^{2016}$.

A. $P = 1.$ **B.** $P = 7 - 4\sqrt{3}.$ **C.** $P = 7 + 4\sqrt{3}.$ **D.** $P = \left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}.$

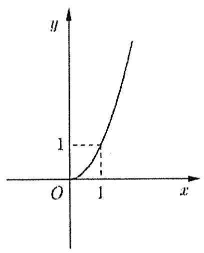
Câu 13. Cho a là số thực dương, a khác 1 và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = 3.$ **B.** $P = 1.$ **C.** $P = 9.$ **D.** $P = \frac{1}{3}.$

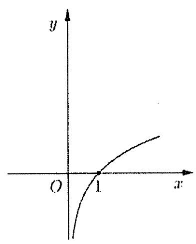
Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 2.$ **B.** $y = 2x^3 - 5x + 1.$ **C.** $y = x^4 + 3x^2.$ **D.** $y = \frac{x+2}{x+1}.$

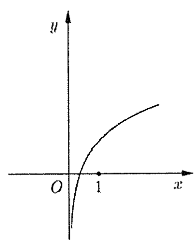
Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x\ln x$. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$?



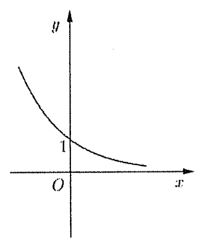
A.



B.



C.



D.

Câu 16. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3)$ và $C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2;0;0)$ hoặc $D(-4;0;0)$. B. $D(0;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.

C. $D(6;0;0)$ hoặc $D(12;0;0)$. D. $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

Câu 18. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2$.

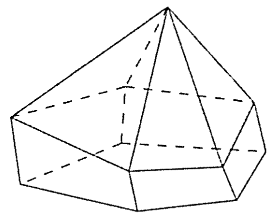
A. $P = 1.$ B. $P = 2.$ C. $P = -1.$ D. $P = 0.$

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}.$ B. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 7.$ C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}.$ D. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}.$

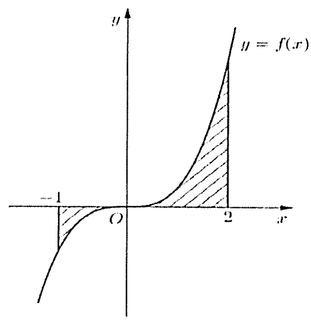
Câu 20. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

A. 6. B. 10. C. 12. D. 11.



Câu 21. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x, b=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $S=b-a$. B. $S=b+a$.
C. $S=-b+a$. D. $S=-b-a$.

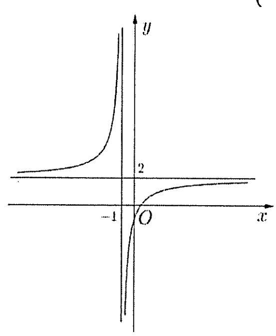


Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$. B. $S=\{4\}$. C. $S=\{3\}$. D. $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$.

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.Hỏi đó là hàm số nào ?

A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.
C. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. D. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

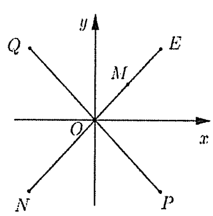


Câu 24. Tính tích phân $I=\int_{1}^{2} 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $I=2\int_{0}^{3}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. B. $I=\int_{1}^{2}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. C. $I=\int_{0}^{3}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. D. $I=\dfrac{1}{2}\int_{1}^{2}\sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$.

A. Điểm N. B. Điểm Q. C. Điểm E. D. Điểm P.



Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l=2\sqrt{2}a$. C. $l=\dfrac{3a}{2}$. D. $l=3a$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}=a+b\ln\frac{1+e}{2}$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

A. $S=2$. B. $S=-2$. C. $S=0$. D. $S=1$.

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=\frac{\pi a^3}{4}$. B. $V=\pi a^3$. C. $V=\frac{\pi a^3}{6}$. D. $V=\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$. B. $x-y-3z+3=0$. C. $x+y+3z-9=0$. D. $x+y-3z+3=0$.

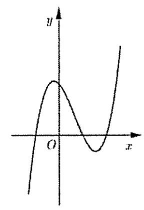
Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

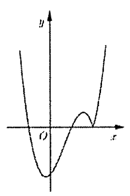
A. $d=\frac{1}{3}$. B. $d=\frac{5}{3}$. C. $d=\frac{2}{3}$. D. $d=2$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ **không** có cực đại.

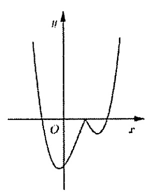
A. $1\le m\le 3$. B. $m\le 1$. C. $m\ge 1$. D. $1<m\le 3$.

Câu 32. Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?

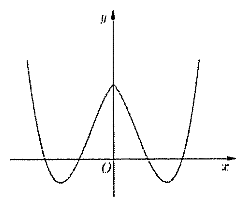




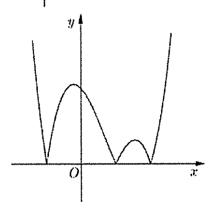
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 33. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\ne 1, a\ne\sqrt{b}$, $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P=-5+3\sqrt{3}$. B. $P=-1+\sqrt{3}$. C. $P=-1-\sqrt{3}$. D. $P=-5-3\sqrt{3}$.

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(1\le x\le 3\right)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. B. $V=\frac{124\pi}{3}$. C. $V=\frac{124}{3}$. D. $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$.

Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2-6x+\ln(x+1)^3+1=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V=\sqrt{3}a^3$. C. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^1(x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$. B. $I=8$. C. $I=12$. D. $I=-8$.

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. B. $y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$. C. $y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. D. $2y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$. B. $OA'=5\sqrt{3}$. C. $OA'=\sqrt{46}$. D. $OA'=\sqrt{186}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\sqrt{3}a$. B. $R=\sqrt{2}a$. C. $R=\dfrac{25a}{8}$. D. $R=2a$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. B. $I=0$. C. $I=-2$. D. $I=6$.

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất ?

A. 2017. B. 4014. C. 2018. D. 4015.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0. B. 6. C. –6. D. 3.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử điểm $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho vectơ $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véctơ $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. B. $MN=1+2\sqrt{2}$. C. $MN=3\sqrt{2}$. D. $MN=14$.

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P=m+M$.

A. $P=\sqrt{13}+\sqrt{73}$. B. $P=\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$. C. $P=5\sqrt{2}+\sqrt{73}$. D. $P=\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}$.

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h>R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h=\sqrt{3}R$. B. $h=\sqrt{2}R$. C. $h=\frac{4R}{3}$. D. $h=\frac{3R}{2}$.

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. B. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$. D. $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$.

------------------------ **HẾT** ------------------------

Full tuyệt kĩ Casio Hạ Gục Đề Minh Họa Lần 3

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm giao điểm của (C) và trục hoành.

A.2 B.3 C. 1 D.0

Hướng dẫn:

Các em vào giải phương trình bậc 3 trong máy tính

MODE 5 4 1 = 0 = − 3 = 0 = =

Vậy khoanh đáp án B.

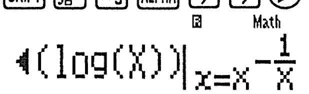
Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$

A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

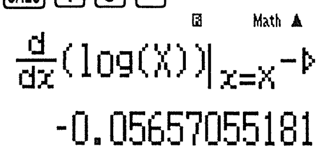
Hướng dẫn

Các em xét hiệu đạo hàm tại X với các đáp án

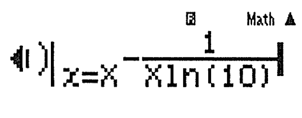
SHIFT ∫ log ALPHA)) ▶ ALPHA) ▶ − ▭/▭ 1 ▼ ALPHA)

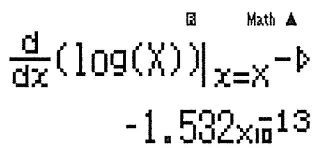


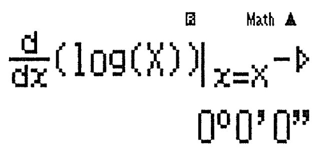
CALC 1 0 =



Nó không bằng 0 mình sang đáp án khác, không cần bấm CALC nữa nhé, bấm = luôn







Vậy khoanh đáp án C

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0$.

A. $S=(1;+\infty)$. B. $S=(-1;+\infty)$. C. $S=(-2;+\infty)$. D. $S=(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn

Các em nhập biểu thức rồi CALC từng đáp án

[5] [$x^{\blacksquare}$] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [▭] [1] [▼] [5]

$5^{X+1}-\frac{1}{5}$

Xét các giá trị đặc trưng từng đáp án

$X=-10$ (Đáp án D) $X=10$ (Đáp án A,B,C) $X=-1.9$ (Đáp án D)

[CALC] [−] [1] [0] [=] [CALC] [1] [0] [=] [CALC] [−] [1] [.] [9] [=]

$5^{X+1}-\frac{1}{5}$ $5^{X+1}-\frac{1}{5}$ $5^{X+1}-\frac{1}{5}$

-0.199999488 48828124.8 0.03492378862

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a=3;b=2$. B. $a=3;b=2\sqrt{2}$. C. $a=3;b=\sqrt{2}$. D. $a=3;b=-2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: D

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z}=(4-3i)(1+i)$.

A. $|z|=25\sqrt{2}$. B. $|z|=7\sqrt{2}$. C. $|z|=5\sqrt{2}$. D. $|z|=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

$|z|=|\bar{z}|$ nên các em bấm thẳng luôn

[MODE] [2] [SHIFT] [hyp] [(] [4] [−] [3] [ENG] [)] [(] [1] [+] [ENG] [)] [=]

$|(4-3i)(1+i)|$

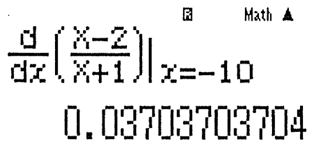
$5\sqrt{2}$

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số không xác định tại $x=-1$ loại C.



Vậy khoanh B

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

A. $y_{CD}=5$. B. $y_{CT}=0$.
C. $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. D. $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$.

Hướng dẫn: khoanh A

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A. $I(-1;2;-4), R=5\sqrt{2}$. B. $I(-1;2;-4), R=2\sqrt{5}$. C. $I(1;-2;4), R=20$. D. $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn: Khoanh D

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$.

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Hướng dẫn: Khoanh D

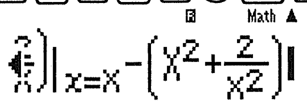
Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

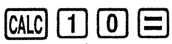
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{2}{x}+C.$ B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{1}{x}+C.$

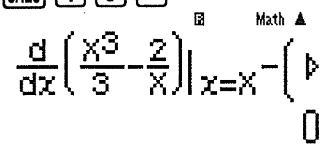
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{2}{x}+C.$ D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{x}+C.$

Hướng dẫn

Xét hiệu đạo hàm các đáp án với biểu thức cần tính

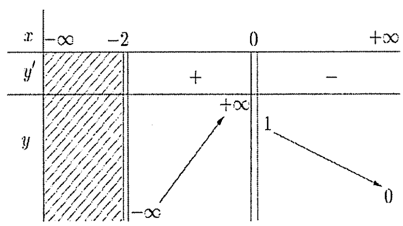






Bằng 0 hay xấp xỉ là đáp án đúng ấn để kiểm tra.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận ?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn

Tiệm cận đứng $x=-2, x=0$ Tiệm cận ngang $y=0$

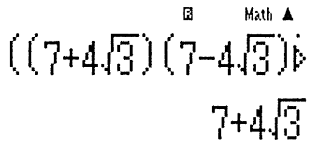
Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(7-4\sqrt{3}\right)^{2016}$.

A. $P=1.$ **B.** $P=7-4\sqrt{3}.$ **C.** $P=7+4\sqrt{3}.$ **D.** $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}.$

Hướng dẫn

Các em bấm trực tiếp y như vậy sẽ không ra được các em bấm thành :

$P=\left[\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right)\right]^{2016}.\left(7+4\sqrt{3}\right)$



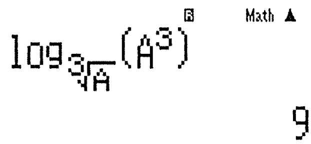
Câu 13. Cho a là số thực dương, a khác 1 và $P=\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=3$. B. $P=1$. C. $P=9$. D. $P=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Chọn $a=2$



Vậy khoanh đáp án C.

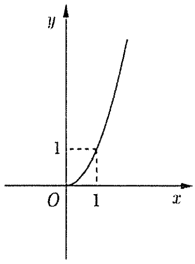
Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. B. $y=2x^3-5x+1$. C. $y=x^4+3x^2$. D. $y=\frac{x+2}{x+1}$.

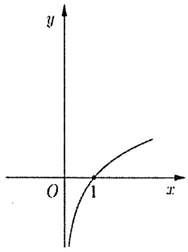
Hướng dẫn

Các em có thể dùng Table hoặc nhẩm nhanh $y=3x^3+3x-2 \to y'=9x^2+3>0$

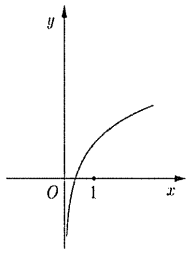
Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x\ln x$. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$?



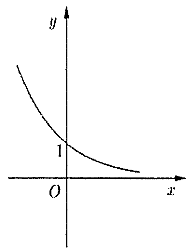
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn

SHIFT ∫ ALPHA) ln ALPHA)) ▶ 0 = ◀ DEL 1 =

$\frac{d}{dx}(X\ln(X))\Big|_{x=0}$ Math ERROR [AC] :Cancel [◀][▶]:Goto $\frac{d}{dx}(X\ln(X))\Big|_{x=1}$ 1

Tại 0 không xác định, tại x=1,y=1 nên khoanh C

Câu 16. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn

Nhẩm nhanh : $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3)$ và $C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A. $D(-2;0;0)$ hoặc $D(-4;0;0)$. B. $D(0;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.

C. $D(6;0;0)$ hoặc $D(12;0;0)$. D. $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

Hướng dẫn

Thiết lập nhanh phương trình trên máy : $(A-3)^2+(4)^2+(0)^2-(4^2+3^2)$

CALC ra đáp án D

Câu 18. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính $P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2$.

A. $P=1$. B. $P=2$. C. $P=-1$. D. $P=0$.

Hướng dẫn

Vào giải phương trình bậc 2: MODE 5 3 1 = 1 = 1 = =

Lưu nghiệm X1 vào X : SHIFT RCL) X2 vào Y : = SHIFT RCL S⇔D Rồi MODE 2

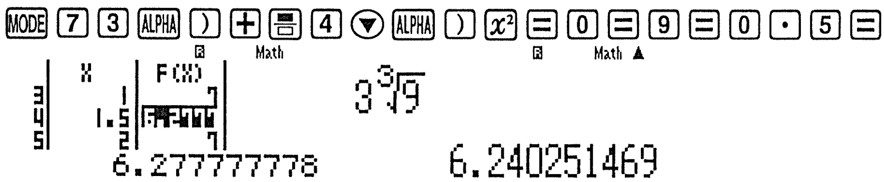
X1= $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ X2= $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ X^2+Y^2+XY 0

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$. B. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=7$. C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=\frac{33}{5}$. D. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2\sqrt[3]{9}$.

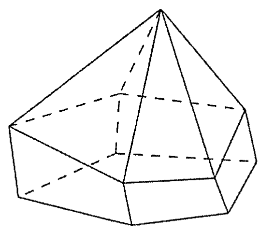
Hướng dẫn

Dùng **Table : Start 0= End 9= Step 0.5=**



Vậy khoanh đáp án A

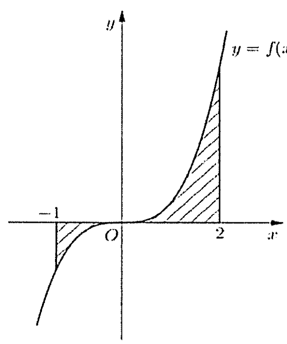
Câu 20. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?



A. 6. B. 10. C. 12. D. 11.

Hướng dẫn : Đếm xong khoanh D

Câu 21. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x, b=\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $S=b-a$. B. $S=b+a$.

C. $S=-b+a$. D. $S=-b-a$.

Hướng dẫn: Đáp án A.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$. B. $S=\{4\}$. C. $S=\{3\}$. D. $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$.

Hướng dẫn:

Các em nhập phương trình vào máy :

[log□] [2] [▶] [ALPHA] [)] [−] [1] [▶] [+] [log□] [2] [▶] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [3]

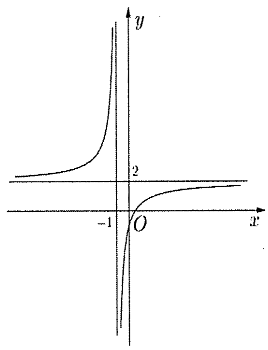
```
◀)+log2(X+1)-3
```

[CALC] [−] [3] [=]   [◀] [CALC] [4] [=]   [CALC] [3] [=]

```
Math ERROR              log2(X-1)+log2(▶     log2(X-1)+log2(▶
[AC]  :Cancel
[◀][▶]:Goto                  0.9068905956                       0
```

Vậy khoanh đáp án C

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.Hỏi đó là hàm số nào ?



A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.   B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$.   D. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Hướng dẫn: Dựa vào tiệm cận đứng => A,B , dựa vào giao Oy => B

Câu 24. Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

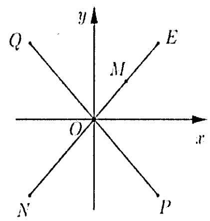
A. $I=2\int_0^3\sqrt{u}du$.   B. $I=\int_1^2\sqrt{u}du$.   C. $I=\int_0^3\sqrt{u}du$.   D. $I=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{u}du$.

Hướng dẫn

Tính tích phân rồi so với giá trị ở các đáp án

$$\int_1^2 2X\sqrt{X^2-1}\,dx \quad 3.464101615 \qquad \int_0^3\sqrt{X}\,dx \quad 3.464101615$$

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$.



A. Điểm N. B. Điểm Q. C. Điểm E. D. Điểm P.

Hướng dẫn: Chọn C

Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l=2\sqrt{2}a$. C. $l=\dfrac{3a}{2}$. D. $l=3a$.

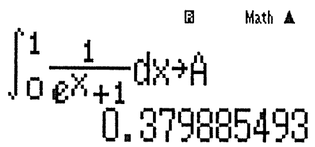
Hướng dẫn: $S_{xq}=\pi rl \to l=3a$

Câu 27. Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}=a+b\ln\frac{1+e}{2}$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

A. $S=2$. B. $S=-2$. C. $S=0$. D. $S=1$.

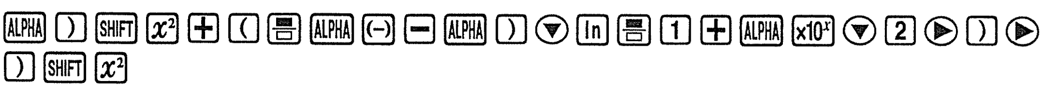
Hướng dẫn

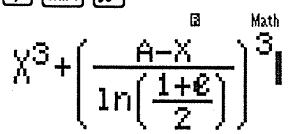
Tính tích phân lưu vào A



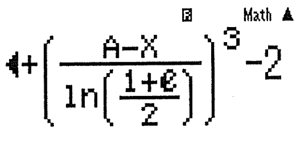
$A=a+b\ln\dfrac{1+e}{2} \Rightarrow b=\dfrac{A-a}{\ln\dfrac{1+e}{2}}$ thay vào $S=a^3+b^3=$ Đáp án giải ra xem a,b đẹp không

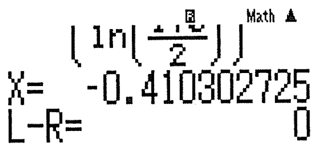
Nhập vào máy:



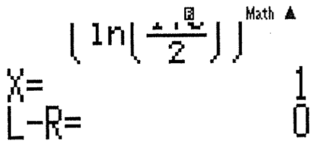


Đáp án A : 



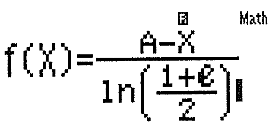


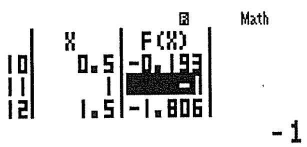
Tương tự với các đáp án khác cuối cùng là C:



Vậy khoanh đáp án C.

Các em có thể dùng Table nếu thích : **Start -4= , End 4= , Step 0.5=**





Vậy $a=1,b=-1\to S=0\to C$

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=\frac{\pi a^3}{4}$. B. $V=\pi a^3$. C. $V=\frac{\pi a^3}{6}$. D. $V=\frac{\pi a^3}{2}$.

Hướng dẫn:

Vẽ hình nhanh : $\begin{cases} h=a \\ r=\frac{a}{\sqrt{2}} \end{cases}\to V=\pi.\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2.a\to D$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$. B. $x-y-3z+3=0$. C. $x+y+3z-9=0$. D. $x+y-3z+3=0$.

Hướng dẫn:

Ở đây chúng ta dùng điều kiện tiếp xúc : $d_{I\to(mp)}=IA=\sqrt{11}$

Đáp án A Đáp án B Đáp án C

$$\frac{|3+2-3(-1)-8|}{\sqrt{1+1+9}} \qquad 0$$

$$\frac{[illegible]}{\sqrt{1+1+9}} \qquad \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

$$\frac{[illegible]}{\sqrt{1+1+9}} \qquad \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

Đáp án D:

$$\frac{|3+2-3(-1)+3|}{\sqrt{1+1+9}} \qquad \sqrt{11}$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=\frac{1}{3}$. B. $d=\frac{5}{3}$. C. $d=\frac{2}{3}$. D. $d=2$.

Hướng dẫn

ở đây Δ và (P) song song với nhau nên mới có khoảng cách và nó bằng khoảng cách từ 1 điểm trên d tới (P) do đó ta có :

$$\frac{|2\times1-2\times-2-1+1|}{\sqrt{4+4+1}} \qquad 2$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ **không** có cực đại.

A. $1\le m\le 3$. B. $m\le 1$. C. $m\ge 1$. D. $1<m\le 3$.

Hướng dẫn:

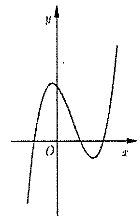
Các em kiểm tra nhanh bằng mẹo như sau :

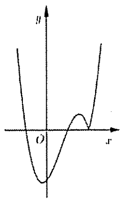
$m=10 \to y=9x^4-14x^2+1$ các em để ý ab trái dấu là có 3 cực trị rồi với $y=ax^4+bx^2+c$

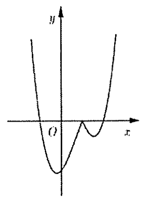
$m=-10 \to y=-11x^4+26x^2+1$ tương tự nên chúng ta loại được B,C

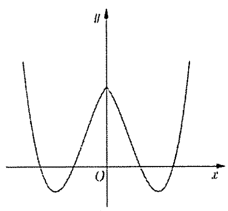
Xét $m=1 \to y=4x^2+1 \to$ Đúng nên chúng ta khoanh A.

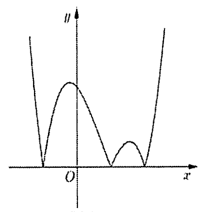
Câu 32. Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?




Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Hướng dẫn

$y=|x-2|(x^2-1)\le 0 \to -1\le x\le 1 \to$ A

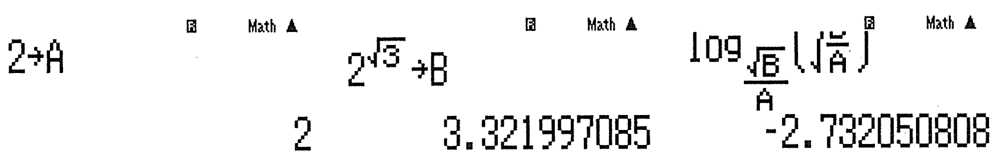
Câu 33. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\ne 1, a\ne\sqrt{b}, \log_a b=\sqrt{3}$. Tính $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P=-5+3\sqrt{3}$. B. $P=-1+\sqrt{3}$. C. $P=-1-\sqrt{3}$. D. $P=-5-3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

Các em chọn $a=2 \to b=2^{\sqrt{3}}$

2 SHIFT RCL (−) 2 $x^{\blacksquare}$ $\sqrt{\blacksquare}$ 3 SHIFT RCL °'''



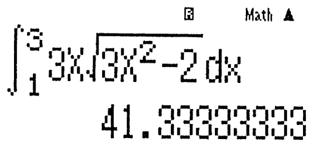
Vậy khoanh đáp án C

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \dfrac{124\pi}{3}$. C. $V = \dfrac{124}{3}$. D. $V = \left(32 + 2\sqrt{15}\right)\pi$.

Hướng dẫn

$V(x) = \int_1^3 S(x)\,dx$ bấm máy ta được C.



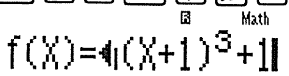
Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

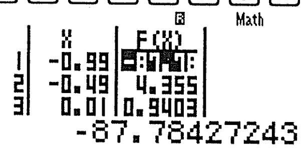
Hướng dẫn

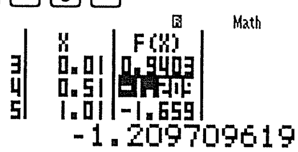
Dùng Table : Start $-0.99 =$ End $9 =$ Step $0.5 =$

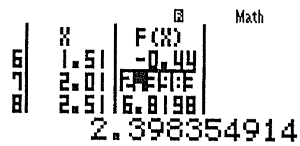
MODE 7 3 ALPHA) x^2 − 6 ALPHA) + ln ALPHA) + 1) SHIFT x^2 + 1



− 0 . 9 9 = 9 = 0 . 5 =







Hàm đổi dấu 3 lần là có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn:

Câu này khá đơn giản các em vẽ hình và xác định được góc là $ASD = 30^o$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.AD\cot 30^o.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$.   B. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t.\\z=3+4t\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t.\\z=3-t\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t.\\z=7+4t\end{cases}$

Hướng dẫn

$$d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z-3}{4}\Rightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=-5-t\\z=3+4t\end{cases}$$

Các em tìm giao của d và $x+3=0$ thì điểm này cũng thuộc d' là hình chiếu của d

$x+3=0\to(1+2t)+3=0\to t=-2\to H(-3,-3,-5)$ em thay tọa độ điểm này vào các đáp án xem nó thuộc đáp án nào ?

Duy nhất chỉ có đáp án D thỏa mãn $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t=-3\to t=-3\\z=7+4t=7+4(-3)=-5\end{cases}$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1(x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$.   B. $I=8$.   C. $I=12$.   D. $I=-8$.

Hướng dẫn

Mình có 2 dữ kiện nên sẽ tìm hàm 2 ẩn thỏa mãn 2 điều kiện trên : Giả sử $f(\mathrm{x})=ax+b$

$$\begin{cases} 2f(1)-f(0)=2. \\ \int_0^1 (x+1)a\,dx = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a+b)-b=2 \\ a.\frac{x^2}{2}+ax\Big|_0^1 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=2 \\ \frac{a}{2}+a=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{-34}{3} \\ a=\frac{20}{3} \end{cases} \rightarrow f(x)=\frac{20}{3}x-\frac{34}{3}$$

$\int_0^1 \left(\frac{20}{3}X-\frac{34}{3}\right)dx$

-8

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} a^2+(b-1)^2=25 \\ a^2-b^2+2abi=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+(b-1)^2=25 \\ a=\pm b\neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a^2+(a-1)^2=25 \\ a^2+(a+1)^2=25 \end{cases}$$

$X_1=$ 4 $X_2=$ -3 $X_1=$ 3 $X_2=$ -4

Vậy khoanh đáp án C

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $2y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$. B. $y'+xy''=\frac{1}{x^2}$. C. $y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$. D. $2y'+xy''=\frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn:

Các em sử dụng cách tính đạo hàm cấp 2 bằng Casio như sau:

$y''=\frac{\Delta y'}{\Delta x}$ Tính $\frac{d}{dx}(f(x))_{|x=X} \rightarrow C$ $\frac{d}{dx}(f(x))_{|x=X+0.001} \rightarrow D$ Suy ra: $f''(x)=\frac{D-C}{0.001} \rightarrow A$

Áp dụng vào bài :

SHIFT ∫□ □/□ ln ALPHA)) ▼ ALPHA) ▶ ▶ 1 0 SHIFT RCL hyp

Math ▲

$\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(X)}{X}\right)\Big|_{x=10^{\div}}$

-0.01302585093

◀ DEL DEL · 0 0 0 1 SHIFT RCL sin

Math ▲

$\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(X)}{X}\right)\Big|_{x=10.}$

-0.01302569041

▭ ALPHA sin − ALPHA hyp ▼ 0 · 0 0 0 1 SHIFT RCL (−)

Math ▲

$\frac{D-C}{0.0001}\rightarrow A$

1.605156378×10^{-3}

Như vậy là ta vừa tính đạo hàm cấp 2 của hàm $y=\frac{\ln x}{x}$ tại $X=10$ đang lưu vào A

Bây giờ xét hiệu các đáp án, xét đáp án A:

2 SHIFT ∫▭ ▭ ln ALPHA)) ▼ ALPHA) ▶ ▶ 1 0 ▶ + 1 0 ALPHA (−) + ▭ 1 ▼ 1 0 x^2

Các em ấn thêm °'" xem nó có về 0 hay không là được.

Math ▲ Math ▲

$2\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(X)}{X}\right)\Big|_{x=1C}$ $2\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(X)}{X}\right)\Big|_{x=1C}$

$-1.380798728\times10^{-7}$ 0°0'0"

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn

Câu này các em làm tay thôi : $y'=3(m^2-1)x^2+2(m-1)x-1$

$y'=0\rightarrow\Delta'=(m-1)^2+3(m^2-1)=4m^2-2m-2$

Để hàm nghịch biến $(-\infty;+\infty)$ thì $\begin{cases} m^2-1<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \to \dfrac{-1}{2}\le m\le 1 \to m=0, m=1 \to A$

Để cho chắc các em cứ kiểm tra lại.

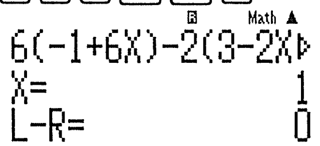
Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$. B. $OA'=5\sqrt{3}$. C. $OA'=\sqrt{46}$. D. $OA'=\sqrt{186}$.

Hướng dẫn

Tìm nhanh hình chiếu H của A lên (P) kết hợp tham số hóa và giải phương trình tìm tham số luôn : $6(-1+6t)-2(3-2t)+(6+t)-35=0$

[6] [(] [−] [1] [+] [6] [ALPHA] [)] [)] [−] [2] [(] [3] [−] [2] [ALPHA] [)] [)] [+] [(] [6] [+] [ALPHA] [)] [)]
[−] [3] [5] [SHIFT] [CALC] [=]

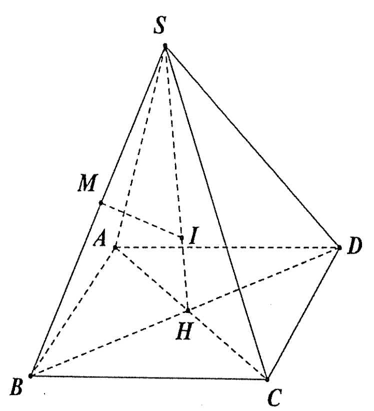


$H(5,1,7)$ là trung điểm của AA′ nên $A'(11,-1,8) \to OA=\sqrt{186}$

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\sqrt{3}a$. B. $R=\sqrt{2}a$. C. $R=\dfrac{25a}{8}$. D. $R=2a$.

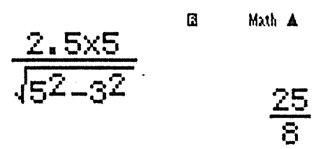
Hướng dẫn:



Câu này khá đơn giản các em vẽ hình ra:

$\Delta SIM \sim \Delta SHB$

$\Rightarrow \dfrac{SI}{SH}=\dfrac{SM}{SB} \Rightarrow SI=\dfrac{SM.SB}{SH}$



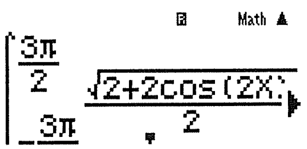
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x},\ \forall x\in\mathbb{R}$.

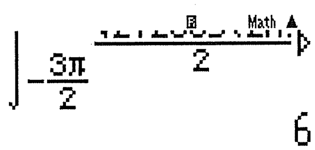
Tính $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. B. $I=0$. C. $I=-2$. D. $I=6$.

Hướng dẫn

Giả sử $f(\text{x})$ là hàm chẵn $\to f(\text{x})=f(-\text{x})=\dfrac{\sqrt{2+2\cos(2x)}}{2}$





Vậy khoanh D

Máy tính các em tính sẽ hơi lâu khoảng 2-3 phát trong thời gian đó các em cứ để đấy chuyển xuống làm câu khác.

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất ?

A. 2017. B. 4014. C. 2018. D. 4015.

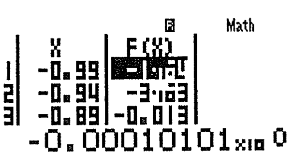
Hướng dẫn

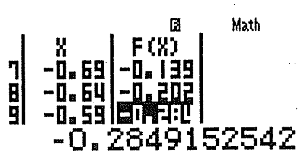
Điều kiện : $\begin{cases} mx>0 \\ x>-1 \end{cases}$

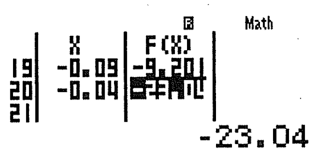
$\log(mx)=2\log(x+1)\Leftrightarrow \log(mx)=\log(x+1)^2 \Leftrightarrow mx=(\text{x}+1)^2 \Leftrightarrow m=2+x+\dfrac{1}{x}=f(\text{x})$

Chúng ta sẽ khảo sát hàm trên 2 khoảng $(-1;0)$ và $(0;+\infty)$

***Xét** $(-1;0)$ với **Start -0,99= End -0,01= Step 0,05=**

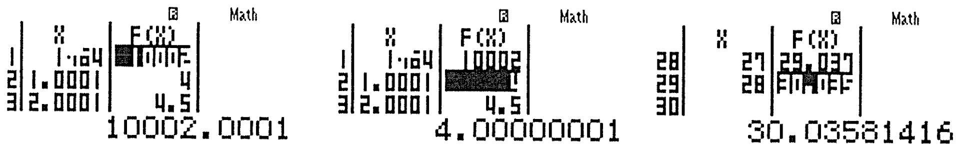






Giá trị hàm giảm dần từ 0 tới $-\infty \Rightarrow m \in (0,+\infty)$ kết hợp với $[-2017;2017]$ thì m có 2017 giá trị từ -1 tới 2017

*Xét $(0;+\infty)$ với **Start 0.0001= End 29= Step 1=**



Nó đi từ $+\infty \to 4 \to +\infty$ vậy để phương trình có nghiệm duy nhất thì $m = 4$

Vậy tổng hợp 2 trường hợp thì ta có 2018 giá trị của m

Ngoài ra các em có thể khảo sát hàm bằng cách lập bảng biến thiên.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0. B.6. C. –6. D. 3.

Hướng dẫn

A,B luôn đối xứng với nhau qua điểm uốn lên 2 điểm này đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = 5x - 9$. thì điểm uốn sẽ thuộc đường này

$y'' = 2x - 2m \to U(\text{m}, \frac{m^3}{3} - \text{m})$ thay vào đường thẳng ta được :

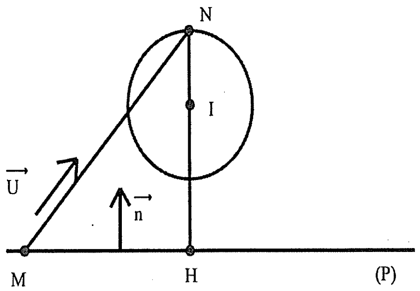
$\frac{m^3}{3} = 5m - 9 \leftrightarrow \frac{m^3}{3} - 5m + 9 = 0$

Theo Vi-et bậc 3 : $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 0 \to A$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho vectơ $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véctơ $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN = 3$. B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. C. $MN = 3\sqrt{2}$. D. $MN = 14$.

Hướng dẫn



Do góc $\widehat{NMH}$ không đổi nên MN lớn nhất khi NH lớn nhất $\Rightarrow N$ ở vị trí như hình vẽ.

$$NH = r + d_{I\to P} = 1+2 = 3$$

$$\cos\widehat{MNH} = \left|Cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \to MN = \frac{NH}{\cos\widehat{MNH}} = 3\sqrt{2}$$

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P = m+M$.

A. $P=\sqrt{13}+\sqrt{73}.$ B. $P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}.$ C. $P=5\sqrt{2}+\sqrt{73}.$ D. $P=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}.$

Hướng dẫn:

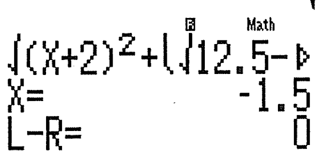
***Cách 1:** Từ đáp án các em có nhận thấy

Min có khả năng là $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}, \sqrt{13}, 5\sqrt{2}$ Max có thể là $\sqrt{73}, \dfrac{\sqrt{73}}{2}$

Ý tưởng là từ $|z-1+i| = A$ chúng ta rút ra b rồi thế vào phương trình trên Solve xem có tồn tại a không với $z = a+bi$

Giả sử $m = \dfrac{5\sqrt{2}}{2} \to (a-1)^2 + (b+1)^2 = 12.5 \to b = \sqrt{12.5-(a-1)^2} - 1$ thay vào

$$|z+2-i|+|z-4-7i| = 6\sqrt{2} \to \sqrt{(a+2)^2+\left(\sqrt{12.5-(a-1)^2}-2\right)^2} + \sqrt{(a-4)^2+\left(\sqrt{12.5-(a-1)^2}-8\right)^2} - 6\sqrt{2}$$

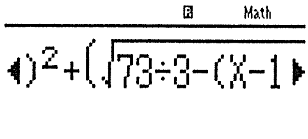


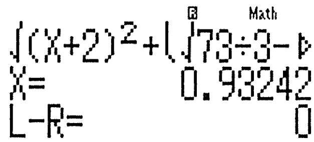
Vậy có tồn tại số phức z để min là $m = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ Chú ý khi xét Max

Ta có

$\sqrt{73} > \dfrac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} > \dfrac{\sqrt{73}}{2}$ ra sẽ thử số $M = \dfrac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}}$ xem có tồn tại số phức nào không ?

Các em sử chút chỗ 12.5 thành 73:3 thôi.



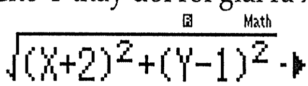


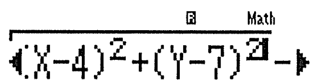
Như vậy tồn tại số phức để $M=\frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}}>\frac{\sqrt{73}}{2}$ vậy $M=\sqrt{73}$ là đúng

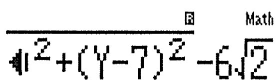
Ở đây anh đã thử giải trực tiếp $M=\sqrt{73}$ nhưng máy không tính được ra x có thể nó ở dạng Bất đẳng thức nên mới bị Can't Solve như vậy (kinh nghiệm)

***Cách 2: Từ giả thuyết** $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$.

Cho Y thay đổi rồi giải ra X với $z=X+Yi$





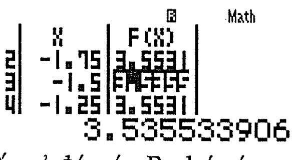


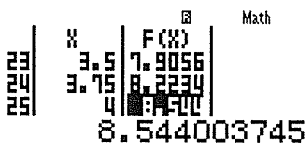
Solve

Y	1	2	3	4	5	6	7	8
X	Can't	-1	0	1	2	3	4	Can't

2 bên xung quanh là nó vô nghiệm chỉ có vùng từ 2 tới 7 thôi: các em thấy quy luật là $Y-X=3 \to y=x+3$

Do đó $|z-1+i|=\sqrt{(x-1)^2+(x+4)^2}$ dùng Table : **Start -2= End 5= Step 0.25=**



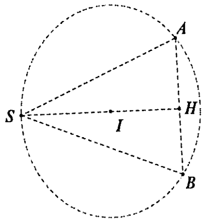


Xấp xỉ đáp án B nhé các em.

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h>R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h=\sqrt{3}R$. B. $h=\sqrt{2}R$. C. $h=\frac{4R}{3}$. D. $h=\frac{3R}{2}$.

Hướng dẫn:



Các em thiết lập nhanh phương trình tính thể tích nón.Chọn R=1

$SH = h = R + IH \Rightarrow IH = h - 1$ **Bán kính** $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{1-(h-1)^2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi\left[1-(h-1)^2\right].h$ **CALC từng đáp án**

CALC √■ 3 = S⇔D

X(1-(X-1)²)

0.8038475773

CALC √■ 2 = S⇔D

X(1-(X-1)²)

1.171572875

CALC 4 ■/■ 3 = S⇔D

X(1-(X-1)²)

1.185

CALC 1 . 5 =

X(1-(X-1)²)

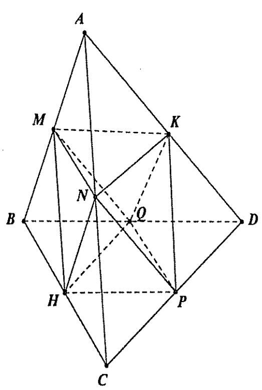
1.125

Nhìn vào kết quả là mình khoanh C.

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Hướng dẫn:



$V_{A.MNK} = V_{B.MNQ} = V_{C.HNP} = V_{D.PNK}$

$\frac{V_{A.MNK}}{V.ABC} = \frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}.\frac{AK}{AD} = \frac{V}{8}$

$\rightarrow V_{MHQKNP} = V - \left(V_{A.BCD} + V_{A.MNK} + V_{B.MNQ} + V_{C.HNP} + V_{D.PNK}\right) = V - 4.\frac{1}{8}V = \frac{V}{2}$

Các kĩ thuật Casio và dạng toán cơ bản cần nắm

I.CALC – Tính nhanh giá trị biểu thức với giá trị các biến cho trước

Tính năng này chủ yếu để thử đáp án, tính giới hạn … khi đáp án đã chứa sẵn kết quả chỉ việc thử ví dụ như thử nghiệm của phương trình, bất phương trình có rất nhiều ví dụ các em tham khảo ở phía dưới nhé.

II. SOLVE – Dò nghiệm của phương trình một ẩn bất kì

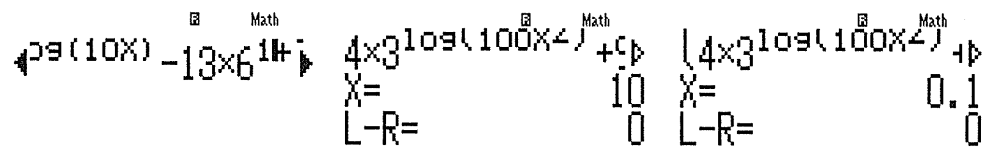
Ví dụ em muốn tìm nghiệm của phương trình $f(x)=0$ thì em chỉ việc nhập $f(x)$ vào máy ở hệ COMP rồi bấm [=] để lưu phương trình lại (không cần bấm $=0$)

Sau đó bấm [SHIFT] [CALC] để máy dò nghiệm, nếu ra nghiệm xấu thì em lưu vào A [SHIFT] [RCL] [(−)] rồi đẩy lên để tìm phương trình cũ và đẩy sang trái sửa thành $f(x):(X-A)$ rồi lại xét lặp lại như lúc đầu để tìm nghiệm thứ 2 , thứ 3 …

Ví dụ 1: Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $4.3^{\log(100x^2)}+9.4^{\log(10x)}=13.6^{1+\log x}$.

A. 100. B. 10. C. 1. D. $\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn



Lưu ý: Solve dò Mũ-Log cực lâu nếu không dùng Table tìm khoảng nghiệm trước,còn nó giải phương trình vô tỉ khá là nhanh, các em nên lưu ý điều này để tránh mất thời gian đợi nó, trong lúc đợi thì có thể lôi máy khác ra làm bài khác.

III. Table – Skill linh hoạt là ứng dụng nhiều

Khó mà có thể liệt kê hết ứng dụng của nó chủ yếu là mạnh về dò tìm ngoài chức năng chính là Max – Min , một đồ thị thu nhỏ từ đó ứng dụng sang cực trị, tương giao

IV. Các dạng toán cơ bản và kết hợp các kĩ thuật

Xin lưu ý, vì đây là cuốn sách luyện 8-9-10 nên các kĩ thuật cơ bản này anh chỉ rút gọn lại mỗi dạng 1-2 ví dụ thay vì đầy đủ nhiều ví dụ và có nhiều bài tập tự luyện như Bí Kíp Thế Lực ver2.0 các em vui lòng xem các kĩ thuật ở File PDF là một nửa cuốn 3.0 còn lại anh gửi qua Email khi đăng kí cùng sách để học nhiều kĩ thuật hơn nữa.

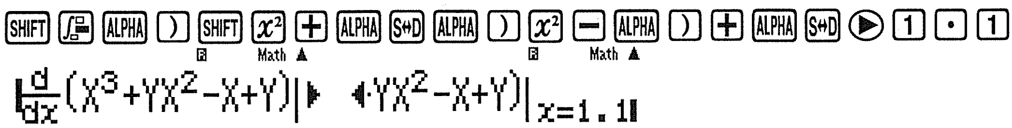
Tuyệt Kĩ 1: Sự biến thiên

Ví dụ 1.1: Tìm tập hợp tất cả các giác trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+mx^2-x+m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

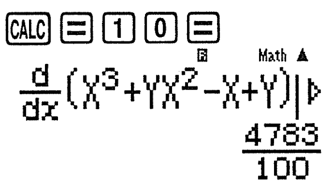
A. $\left(-\infty;-\frac{11}{4}\right)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $[-1;+\infty)$. D. $\left(-\infty;-\frac{11}{4}\right]$.

Hướng dẫn

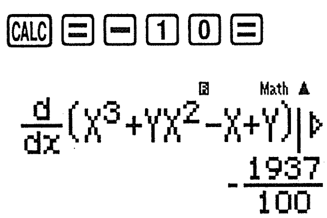
Dùng d/dx : tính năng tính đạo hàm tại 1 điểm của hàm 1 biến.

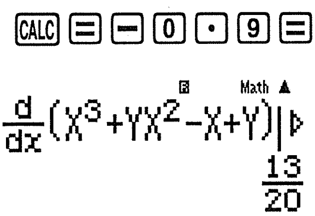


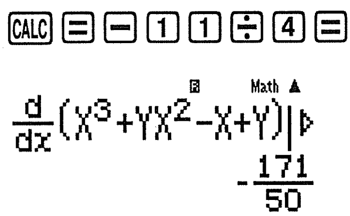
Ta sẽ xét các giá trị đặc trưng của các đáp án : Đáp án C tính tại X=10



Ta sẽ loại được C và xét tiếp sự khác biệt A,B,D







Vậy khoanh đáp án D.

Tuyệt Kĩ 2: Giải nhanh dạng toán về Max-Min, Cực Trị

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x)=x+m+\dfrac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $f(-2)=-2$.

A. Không tồn tại giá trị của m, n. B. $m=-1; n=1$.

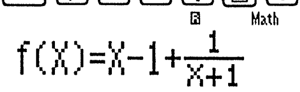
C. $m=n=1$. D. $m=n=-2$.

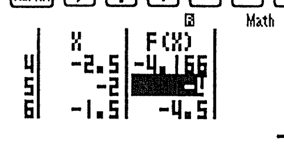
Hướng dẫn

Các em thay từng giá trị m,n vào hàm rồi dùng Table : $\boxed{\text{MODE}}\ \boxed{7}$

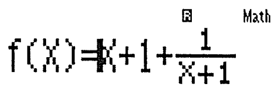
Đáp án B:

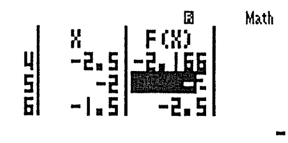
$\boxed{\text{ALPHA}}\ \boxed{)}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{\frac{\square}{\square}}\ \boxed{1}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{\text{ALPHA}}\ \boxed{)}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}\ \boxed{-}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{0}\ \boxed{\cdot}$





Đáp án C: Sửa rồi các em ấn $\boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$





Thấy nó thỏa mãn đúng yêu cầu là cực đại luôn vậy đáp án đúng là C

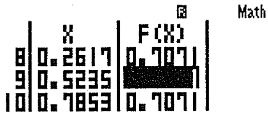
Ví dụ 2: Cho hàm số $y=3\sin x-4\sin^3 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng:

A. -1. B. 3. C. 1. D. 7.

Hướng dẫn

Chú ý để chế độ góc ở Radian: $\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\text{MODE}}\ \boxed{4}$

Vào Mode 7 : Start $-\dfrac{\pi}{2}$ End $\dfrac{\pi}{2}$ và Step là $\dfrac{\pi}{12}$ (đây là bước nhảy mặc định cho lượng giác.)



1

Vậy khoanh đáp án C

***Lưu ý về cách chọn Step :**

+Chỉ dùng bảng F(X) để tính được 30 giá trị : [SHIFT] [MODE] [▼] [5] [1]

+Nếu người ta không cho khoảng hàm số thường là đa thức các em để **Start -9= End 9= Step 1=**

Muốn khảo sát kĩ thì **Start -4= End 4= Step 0.5**

Trong đoạn nhỏ cho sẵn thì để **Step là 0.1 hoặc 0,25**

\+ Hàm lượng giác không nói gì đến khoảng các em để **Start** $-\pi =$ **End** $\pi =$ **Step** $\frac{\pi}{12} =$

Tuyệt Kĩ 3: Giải nhanh dạng toán về Tiệm Cận

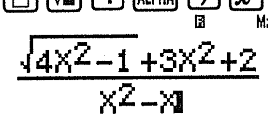
Ví dụ 1: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn

Nhập biểu thức như đề bài :

[▭/▭] [√▭] [4] [ALPHA] [)] [x²] [−] [1] [▶] [+] [3] [ALPHA] [)] [x²] [+] [2] [▼] [ALPHA] [)] [x²] [−] [ALPHA] [)]



***Tìm tiệm cận đứng :** Thường là nghiệm của mẫu nên ta sẽ tính giới hạn bằng cách lấy giá trị xấp xỉ nghiệm đó

Ví dụ $x=1 \rightarrow CALC \quad X=1.0000001$

CALC 1 . 0 0 0 0 0 0 1 =

$\frac{\sqrt{4X^2-1}+3X^2+2}{X^2-X}$

67320516.39

CALC 0 . 0 0 0 0 0 0 1 =

Math ERROR

[AC] :Cancel

[◄][►]:Goto

Vậy chỉ có một tiệm cận đứng là $x=1$

***Tiệm cận ngang:** Ta sẽ tính giới hạn tại $10^6(+\infty)$ và $-10^6(-\infty)$

CALC 1 0 $x^\blacksquare$ 6 =

$\frac{\sqrt{4X^2-1}+3X^2+2}{X^2-X}$

3.000005

CALC − 1 0 $x^\blacksquare$ 6 =

$\frac{\sqrt{4X^2-1}+3X^2+2}{X^2-X}$

2.999999

Vậy là có thêm một đường tiệm cận ngang $y=3$

Tuyệt Kĩ 4: Giải nhanh Tương Giao

Lí thuyết chung là khi giá trị hàm đổi dấu âm sang dương hay dương sang âm lúc này hàm sẽ phải đi qua số 0 tức là có 1 nghiệm lẻ, qua nghiệm chẵn thì dấu của hàm không đổi

Ví dụ 1: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực m để phương trình sau có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$: $x^3+x^2+x=m(x^2+1)^2$

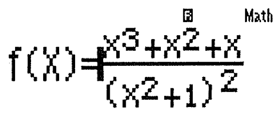
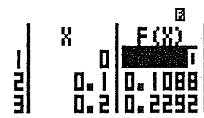
A. $m\geq 1$ **B.** $m\leq 1$ **C.** $0\leq m\leq 1$ **D.** $0\leq m\leq \frac{3}{4}$

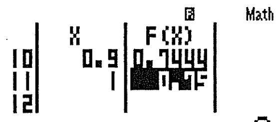
Hướng dẫn :

***Cách 1:** Cô lập được m thì dùng cách này nhanh hơn

$$x^3+x^2+x=m(x^2+1)^2 \to m=\frac{x^3+x^2+x}{(x^2+1)^2}=f(x)\to \text{Min}_{f(x)}\leq m\leq \text{Max}_{f(x)}$$

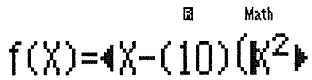
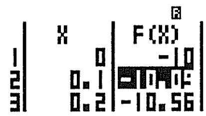
Table : Start 0= End 1= Step 0.1 =

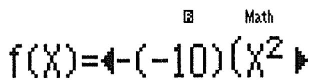
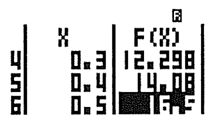


***Cách 2:** thử từng giá trị đặc trưng các đáp án và quan sát đổi dấu

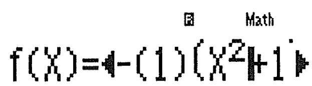
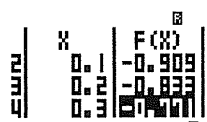
Đáp án A : $m=10$ không thấy sự đổi dấu

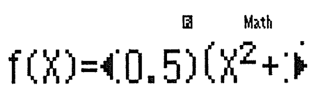
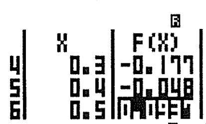
Đáp án B : $m=-10$ không thấy sự đổi dấu

Đáp án C : $m=1$ không thấy sự đổi dấu

Vậy khoanh đáp án D, các em thử $m=0.5$ mà xem

Tuyệt Kĩ 5: Hàm số Mũ – Log

Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\ln\left(e^{2x}+1\right)$.

A. $f'(x)=\dfrac{1}{e^{2x}+1}$. B. $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$. C. $f'(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$. D. $f'(x)=\dfrac{e^{2x}}{2\left(e^{2x}+1\right)}$.

Hướng dẫn

Nhập biểu thức đạo hàm rồi xét hiệu với các đáp án

SHIFT ∫□ ln SHIFT ln 2 ALPHA) ▶ + 1) ▶ ALPHA) ▶ − ▭/▭ 1 ▼ SHIFT ln 2 ALPHA) ▶ + 1

$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2X}+1))|_{x=}$ ... $+1))|_{x=X}-\frac{1}{e^{2X}+1}$

CALC 1 0 =

$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2X}+1))|_{x=}$

1.999999994

Tương tự xét B,C,D

$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2X}+1))|_{x=}$ 1.999909196

$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2X}+1))|_{x=}$ 9.079161541×10^{-5}

$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2X}+1))|_{x=}$ 1.499999997

Vậy khoanh đáp án C

Ví dụ 2: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=2^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1,2]$.

A. $m>\frac{1}{3}$. B. $m\geq\frac{1}{3}$. C. $m\geq-1$. D. $m>-8$.

Hướng dẫn

Làm tương tự như phần sự biến thiên

CALC = − 7 =

$\frac{d}{dx}(2^{X^3-X^2+YX})|_{x=}$ -0.02019176667

CALC = − 1 =

$\frac{d}{dx}(2^{X^3-X^2+YX})|_{x=}$ 0.1512117539

CALC = 1 ÷ 3 =

$\frac{d}{dx}(2^{X^3-X^2+YX})|_{x=}$ 1.713808028

Vậy khoanh đáp án C

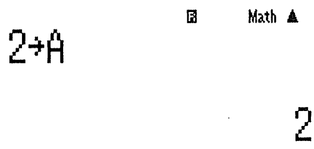
Tuyệt Kĩ 6: Rút gọn, biểu diễn mũ-log

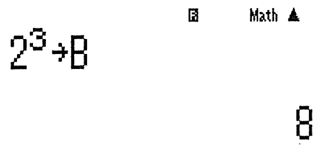
Ví dụ 1: Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b=3$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$.

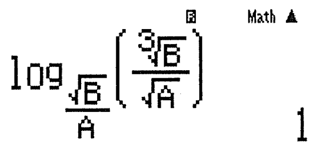
A. $T=1.$ B. $T=4.$ C. $T=-\frac{3}{4}.$ D. $T=-4.$

Hướng dẫn

Các em chọn $a=2\rightarrow b=a^{\sqrt{3}}$





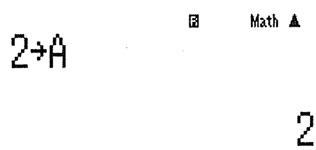


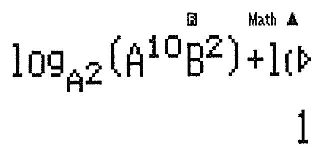
Ví dụ 2: Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}b^{-2}$ (với $0<a\neq 1;0<b\neq 1$).

A. $P=2.$ B. $P=1.$ C. $P=\sqrt{3}.$ D. $P=\sqrt{2}.$

Hướng dẫn

Về bản chất nó chỉ là bài toán rút gọn tuy nhiên kết quả không phụ thuộc a,b nên các em chọn a,b thỏa mãn điều kiện là được.





Tuyệt Kĩ 7: Phương trình, bất phương trình Mũ-Log

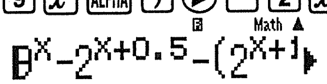
Ví dụ 1: Biết phương trình $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1}$ có nghiệm là a. Tính giá trị biểu thức $P=a+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2.$

A. $P=\frac{1}{2}.$ B. $P=1-\log_{\frac{9}{2}}2.$ C. $P=1.$ D. $P=1-\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2.$

Hướng dẫn

Các em nhập phương trình vào máy

9 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) + 0 • 5 ▶ − (2 $x^{\blacksquare}$



SHIFT CALC =

$9^X-2^{X+0.5}-(2^{X+1}$ $X+\frac{1}{2}\log_{4.5}(2)$
X= 0.7695772897
L-R= 0 1

Ví dụ 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;0)$. **C.** $S=(0;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;+\infty)$.

Hướng dẫn

Cứ gặp BPT là các em nhập nguyên lại rồi CALC từng giá trị đặc trưng của đáp án thôi

2 $x^\blacksquare$ ALPHA) − 1 ▶ − (▭ 1 ▼ 1 6 ▶) $x^\blacksquare$ ▭ 1 ▼ ALPHA)

$2^{X-1}-\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{X}}$

CALC 1 0 = CALC − 1 0 = CALC 0 . 1 =

$2^{X-1}-\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{X}}$ 511.2421417

$2^{X-1}-\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{X}}$ -1.31901963

$2^{X-1}-\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{X}}$ 0.5358867313

Vậy khoanh đáp án C.

Tuyệt Kĩ 8: Tìm nhanh nguyên hàm

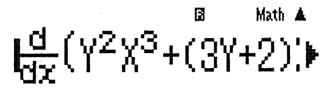
Ví dụ 1: Tìm giá trị của m để hàm số $F(x)=m^2x^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$.

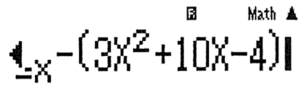
A. $m=2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn:

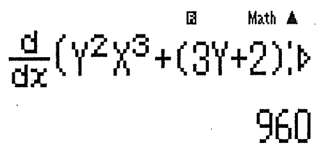
Các em xét đạo hàm $F(x)$ tại 10 rồi trừ đi $f(10)$ CACL xem giá trị m nào cho KQ bằng 0

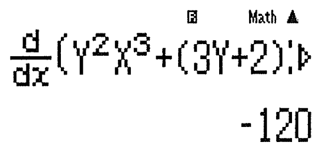
SHIFT $\frac{d}{dx}\blacksquare$ ALPHA S⇔D x^2 ALPHA) SHIFT x^2 + (3 ALPHA S⇔D + 2) ALPHA) x^2 − 4 ALPHA) + 3 ▶ ALPHA) ▶ − (3 ALPHA) x^2 + 1 0 ALPHA) − 4)

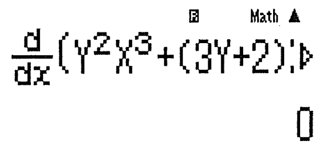




CALC 2 = 1 0 =   CALC − 1 = =   CALC 1 = =







Vậy khoanh đáp án D

Tuyệt Kĩ 9: Nguyên Hàm Nâng Cao

Xem phần bài tập nguyên hàm

Tuyệt Kĩ 10: PT số phức bậc 1

Xem phần bài tập số phức

Tuyệt Kĩ 11: PT số phức bậc 2

Dạng hệ số thực thì vào EQN , hộ số phức dùng nhanh biểu thức sau để tính căn :

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{|\Delta|}\angle\frac{agr(\Delta)}{2}$ **xem thêm phần số phức**

Tuyệt Kĩ 12: PT số phức bậc bất kì

Xem thêm thuật toán Newton – Raphton phần số phức

Tuyệt Kĩ 13: Ứng dụng Casio giải nhanh Oxyz

Xem File Update tại : http://bikiptheluc.com/bktl3

Hàm số

Câu 1: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{\sin^3 x-3\sin^2 x\cos x+(1-m)\sin x.\cos^2 x+\cos^3 x}{\cos^3 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $-2<m\le 1$ **B.** $m\ge 1$ **C.** $m\le -2$ **D.** $m>0$

Hướng dẫn:

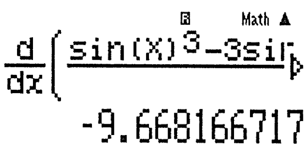
Đầu tiên chúng ta phải dùng Radian : [SHIFT] [MODE] [4]

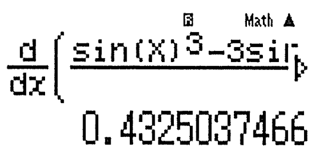
Sau đó sử dụng $\dfrac{d}{dx}(\text{bieu\_thuc})_{|x=...}$ và thay m=Y

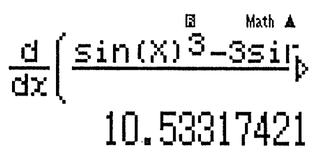
Các em chọn x=0.1 rồi CALC Y=m=10

Vậy đáp án B hoặc D có khả năng đúng vì đúng với m=10 để cho chắc chắn thì em tính tại m=0 , m= -10 thì thấy giá trị dương nên loại A và C

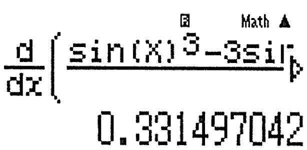
[CALC] [=] [1] [0] [=] [CALC] [=] [0] [=] [CALC] [=] [−] [1] [0] [=]







Xét tiếp tại m=0.1 ta được : [CALC] [=] [0] [•] [1] [=]



Vậy các em khoanh đáp án B.

Câu 2: Cho các số thực x,y thỏa mãn $x^2+2xy+3y^2=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x-y)^2$ là:

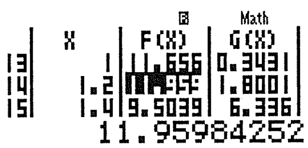
A. $\max P=8.$ **B.** $\max P=12.$ **C.** $\max P=16.$ **D.** $\max P=4.$

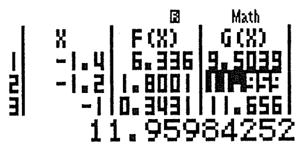
Hướng dẫn:

Chày cối rút ra y : $x^2+2xy+3y^2=4$.

$\Delta'=y^2-(3y^2-4)=4-2y^2\geq 0\rightarrow -\sqrt{2}\leq y\leq\sqrt{2}$

$x=-y\pm\sqrt{4-2y^2}$ vào Table : $F(X)=\left(-2y-\sqrt{4-2y^2}\right)^2;G(X)=\left(-2y+\sqrt{4-2y^2}\right)^2$





Vậy khoanh B

Câu 3: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây:

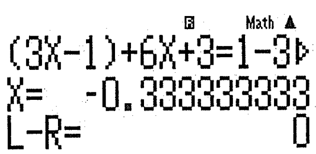
A. $(-1;0)$ B. $(0;1)$ C. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2};2\right)$

Hướng dẫn

Câu này các em nên vẽ hình ra sẽ dễ định hình bài toán hơn thì giao điểm ở giữa là trung điểm của 2 điểm còn lại, nên chỉ cần áp dụng vi-et bậc 3 là ra :

$$(3m-1)x+6m+3=x^3-3x^2+1\rightarrow\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\ \dfrac{x_1+x_3}{2}=x_2\end{cases}\rightarrow x_2=1$$

Thay vào phương trình rồi giải tìm m ta được :



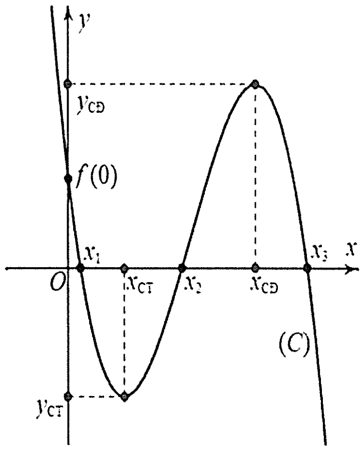
Vậy khoanh đáp án A.

Câu 4: Cho hàm số $x^3-3x^2+3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là :

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

Hướng dẫn

Các em vẽ phác đồ thị dạng bậc 3 ra sẽ thấy :



***Cách 1:** Thay m ở từng đáp án rồi giải phương trình bậc 3 sau đó xét tích phân sau : $\int_{x_1}^{x_3} f(x)dx=0$

Do 2 phần khi bằng nhau nhưng trái dấu

Các em nên dùng 2 máy, một máy để giải nghiệm, một máy để tính tích phân

*Cách 2: Các em nhận thấy x_2 là trung điểm của 2 điểm còn lại do đó $x_2=1$ tương tự như bài trước thay vào giải phương trình tìm m được :

```
                 Math ▲
1-3+3X+X-1
X=           0.75
L-R=            0
```

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 5: Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x+3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3.

A. $m>6$. **B.** $m=9$. **C.** $m<0$ hoặc $m>6$. **D.** $m<0$.

Hướng dẫn

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2-m \end{array}\right.$

Hàm số nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3 khi và chỉ khi

$$|2-m-(-1)|>3 \Leftrightarrow |3-m|>3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-m>3 \\ 3-m<-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>6 \end{array}\right..$$

Câu 6: Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-(m-3)x+2017m$ đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(0;3)$ là đoạn $T=[a;b]$. Tính a^2+b^2.

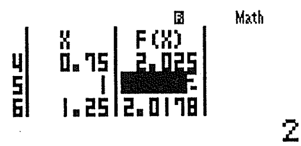
A. $a^2+b^2=13$. **B.** $a^2+b^2=8$. **C.** $a^2+b^2=10$. **D.** $a^2+b^2=5$.

Hướng dẫn

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=x^2-2(m-1)x-(m-3) \Leftrightarrow x^2+2x+3 \ge m(2x+1)$

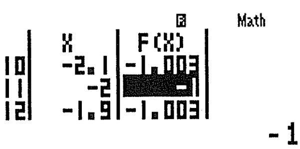
* Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;3) \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in (0;3)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x+3}{2x+1} \ge m,\ \forall x \in (0;3) \to \min f(\mathrm{x}) \ge \mathrm{m}$.



*Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1) \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in (-3;-1)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x+3}{2x+1} \le m,\ \forall x \in (-3;-1) \to \max f(\mathrm{x}) \le \mathrm{m}$.



Do đó $m \in [-1;2] \Rightarrow a^2+b^2=5$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.

A. $M(0;-1)$. **B.** $M(2;2)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $M(4;3)$.

Hướng dẫn

+Loại B vì làm giá trị hàm không xác định, loại A vì hoành độ không dương bây giờ còn 2 điểm M thì các em tính khoảng cách tới 2 tiệm cận

Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $d_1: y=1 \Leftrightarrow y-1=0$ tiệm cận đứng là $d_2: x=2 \Leftrightarrow x-2=0$

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0-2}\right)\in(C),(x_0\neq 2;x_0>0)$, ta có tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là

$$d=d(M,d_1)+d(M,d_2)=\left|\frac{x_0+2}{x_0-2}-1\right|+|x_0-2|$$

$\left|\dfrac{X+2}{X-2}-1\right|+|X-2|$

CALC 1 =

$\left|\dfrac{X+2}{X-2}-1\right|+|X-2|$

5

CALC 4 =

$\left|\dfrac{X+2}{X-2}-1\right|+|X-2|$

4

Vậy khoanh C.

Câu 8: Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn

Các em thay từng giá trị m ở các đáp án vào rồi **Table , start 1= , end 2=, step 0.1=**

	X	F(X)
1	1	1
2	1.1	1.0476
3	1.2	1.0909

1

Dễ dàng khoanh được đáp án A.

Câu 9: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(x_A;y_A),B(x_B;y_B)$ thỏa mãn $x_A^2+x_B^2=2$.

A. $m=0$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=\pm 3$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn

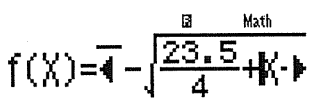
Các em có thể làm theo kiểu tự luận rồi kết hợp với Solve để tìm nhanh m, cách đơn giản hơn là các em thay từng giá trị của m vào giải phương trình bậc 2 của máy tính rồi xem 2 nghiệm có thỏa mãn không.

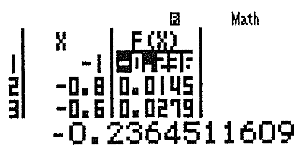
Câu 10: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{1+x}=\sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

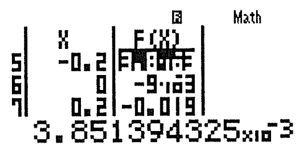
A. $m\in\left[5;\frac{23}{4}\right]$. **B.** $m\in[5;6]$. **C.** $m\in\left(5;\frac{23}{4}\right)\cup\{6\}$. **D.** $m\in\left[5;\frac{23}{4}\right)\cup\{6\}$.

Hướng dẫn

Các dạng toán tương giao như thế này thì các em cứ dùng Table mà chiến thôi, đầu tiên ta xét $\frac{23.5}{4}>\frac{23}{4}$ mà B có còn A,D,C không có với Start -1= , End 2= Step 0.2= do điều kiện của phương trình





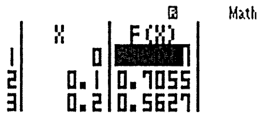


Thấy hàm đổi dấu 2 lần là yên tâm có 2 nghiệm phân biệt nhé, vậy khoanh B

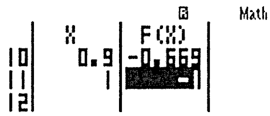
Câu 11: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x}-2x^2}{\sqrt{x}+1}$. Khi đó giá trị của $M-m$ là:

A. –2. **B.** –1. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn: Dùng Table chú ý điều kiện $0\le x\le 1$ để chọn start end



1



-1

Vậy khoanh D.

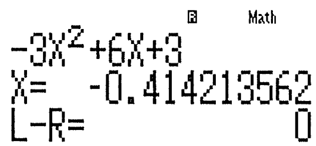
Câu 12: Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là

A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \le m \le 0$. C. $-1 \le m < 0$. D. $-1 < m \le 0$.

Hướng dẫn:

Ở đây họ cho sẵn khoảng nghịch biến rồi nên chúng ta không cần thử d/dx mà ở đây đồ thị không có tiếp tuyến song song với trục hoành tức là không tồn tại m để $y' = 0$

Ta sẽ t hay $m = 0, m = -1$ $y' = 0$ vào giải phương trình xem có tồn tại x hay không?



Vậy khoanh đáp án D, do $m = -1$ tồn tại x để $y' = 0$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{mx+1}{x-m}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;2]$ bằng -2. Khi đó giá trị m bằng

A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Các em thay từng giá trị của m vào rồi Table

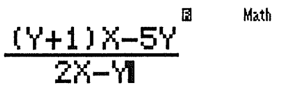
Câu 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = 2.$ B. $m = \dfrac{5}{2}.$ C. $m = 0.$ D. $m = 1.$

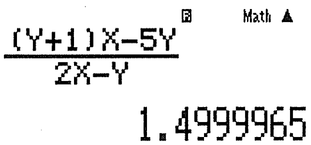
Hướng dẫn

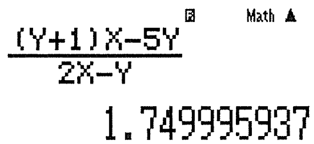
Các em nhập :

[▭/▭] [(] [ALPHA] [S⇔D] [+] [1] [)] [ALPHA] [)] [−] [5] [ALPHA] [S⇔D] [▼] [2] [ALPHA] [)] [−] [ALPHA] [S⇔D]

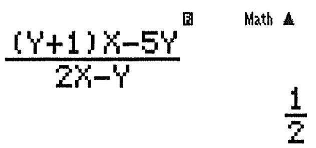


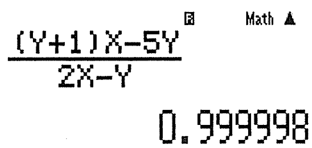
[CALC] [2] [=] [1] [0] [$x^{\blacksquare}$] [6] [=]   [CALC] [2] [•] [5] [=] [=]





[CALC] [0] [=] [=]   [CALC] [1] [=] [=]



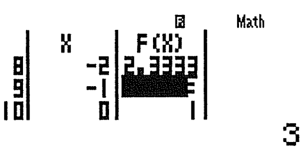


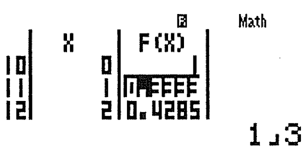
Vậy các em khoanh D

Câu 15: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\cdot$ Khi đó tích $m.M$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 1.

Hướng dẫn: Table Start -9= , End 9- , step 1=





Vậy khoanh D.

Câu 16: Cho hàm số $y=x^4-mx^2+2m-1$ có đồ thị là (C_m). Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành bốn đỉnh của một hình thoi.

A. $m=1+\sqrt{2}$ hoặc $m=-1+\sqrt{2}$. **B.** Không có giá trị m.

C. $m=4+\sqrt{2}$ hoặc $m=4-\sqrt{2}$. D. $m=2+\sqrt{2}$ hoặc $m=2-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: Anh cho thêm để các em rèn tay

Xét hàm số $y=x^4-mx^2+2m-1 \Rightarrow y'=4x^3-2mx=2x\left(2x^2-m\right)$

Khi $m>0: y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=2m-1 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2m}}{2} \Rightarrow y=-\dfrac{m^2}{4}+2m-1 \end{array}\right.$

Ta có ba điểm cực trị là $A(0;2m-1), B=\left(\sqrt{\dfrac{m}{2}};-\dfrac{m^2}{4}+2m-1\right), C=\left(-\sqrt{\dfrac{m}{2}};-\dfrac{m^2}{4}+2m-1\right)$ và tam giác ABC cân tại A. Để $OBAC$ là hình thoi khi $H=\left(0;-\dfrac{m^2}{4}+2m-1\right)$ là trung điểm BC cũng là trung điểm của OA. Suy ra $-\dfrac{m^2}{4}+2m-1=\dfrac{2m-1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=2-\sqrt{2} \\ m=2+\sqrt{2} \end{array}\right.$

Câu 17: Đồ thị của các hàm số $y=x^3+x^2-3x-2$ và $y=x^2-x-1$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt M,N,P. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 3 điểm M,N,P.

A. $R=1$. B. $R=\dfrac{3}{2}$. C. $R=2$. D. $R=\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+x^2-3x-2=x^2-x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$.

Toạ độ giao điểm $M(-1;1), N\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};0\right), P\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};0\right)$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMNP.

Ta có I thuộc đường trung trực của $NP \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};y\right)$.

Lại có $IM = IN \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + y^2 \Leftrightarrow y = 1$. $\Rightarrow R = IM = \frac{3}{2}$.

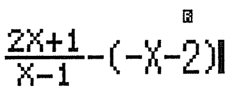
Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0;-2)$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của AB.

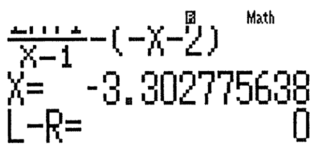
A. $(d): y = -x - 2$. **B.** $(d): y = -2x - 2$. **C.** $(d): y = -3x - 2$. **D.** $(d): y = -4x - 2$.

Hướng dẫn

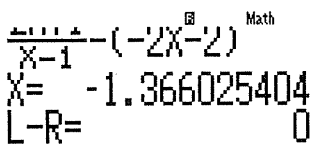
Ta sẽ tìm nhanh Giao điểm của (C) và (d) bằng Solve chứ quy đồng lên giải phương trình bậc 2 ngại lắm

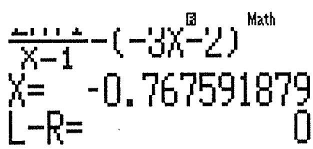
*Đáp án A: Nghiệm xấu khả năng là sai rồi sang đáp án có nghiệm đẹp xét trước



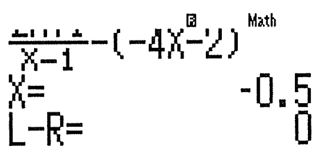


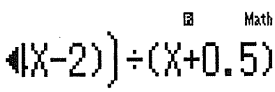
*Đáp án B: *Đáp án C

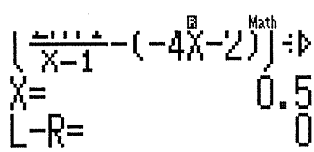




Đáp án D

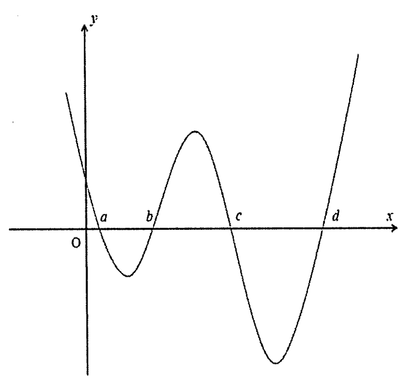






Vậy đáp án D thỏa mãn rồi ^^

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình sau).



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f(a)>f(b)>f(c)>f(d)$.

B. $f(a)>f(c)>f(d)>f(b)$.

C. $f(c)>f(a)>f(d)>f(b)$.

D. $f(c)>f(a)>f(b)>f(d)$.

Hướng dẫn: Các em tham khảo ví dụ phần tích phân

Đo bằng thước cho dễ $a=0.2, b=1.1, c=2.5, d=4.1$

Hàm $f'(\mathrm{x})=(\mathrm{x}-0.2)(\mathrm{x}-1.1)(\mathrm{x}-2.5)(\mathrm{x}-4.1)$

Lưu ý là nếu $x\to+\infty$ mà $y\to-\infty$ thì ta phải thêm dấu "-" vào $f'(\mathrm{x})$ phần tích phân cũng có ví dụ tương tự đó.

$f(\mathrm{b})=f(\mathrm{a})+\int_a^b f'(\mathrm{x})\mathrm{dx}$ $\qquad$ $f(\mathrm{c})=f(\mathrm{a})+\int_a^c f'(\mathrm{x})\mathrm{dx}$ $\qquad$ $f(\mathrm{d})=f(\mathrm{a})+\int_a^d f'(\mathrm{x})\mathrm{dx}$

$\int_{0.2}^{1.1}(X-0.2)(X-1$ ▷ $\quad$ -0.7803945

$\int_{0.2}^{2.5}(X-0.2)(X-1$ ▷ $\quad$ 0.8577735

$\int_{0.2}^{4.1}(X-0.2)(X-1$ ▷ $\quad$ -3.8853945

Vậy $f(c)>f(a)>f(b)>f(d)$

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị (C) (a,b là các hằng số dương, $ab=4$). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y=c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng $T=3a+b-24c$

A. $T=1$. **B.** $T=4$. **C.** $T=7$. **D.** $T=11$.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\dfrac{a}{4}$. Tiệm cận ngang $y=c\Rightarrow\dfrac{a}{4}=c$.

(C) có một tiệm cận đứng nên phương trình $4x^2+bx+9=0$ có nghiệm kép.

$\Delta=0 \Leftrightarrow b^2-144=0 \Leftrightarrow b=\pm 12$. Vì $b>0 \Rightarrow b=12 \Rightarrow a=\dfrac{1}{3} \Rightarrow c=\dfrac{1}{12}$. Vậy $T=11$.

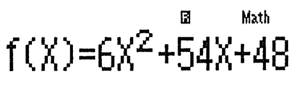
Câu 21: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x+2017$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b-a>3$ là

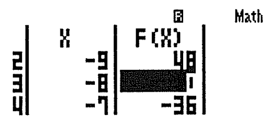
A. $m>6$. **B.** $m=9$. **C.** $m<0$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>6 \end{array}\right.$.

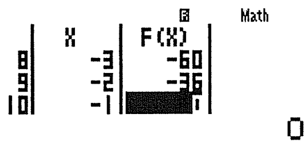
Hướng dẫn

Chọn $m=10$ xem A, D đúng không

***Cách 1: Dùng Table + đạo hàm tay**



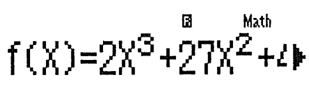


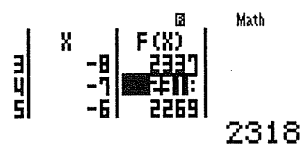


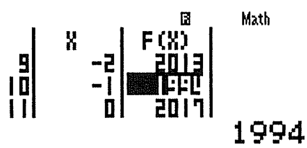
Đoạn nghịch biến nó kéo dài từ -8 đến -1 nên thừa sức lớn hơn 3 nhé

Tương tự xét $m=-10$ xem $m<0$ đúng không?

Cách 2: Nhập cả hàm vào Table rồi quan sát sự tăng giảm







Vậy ta cũng được kết quả tương tự.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Biết $f(x+1)=x^3+3x^2+3x+2$. Hãy xác định biểu thức $f(x)$.

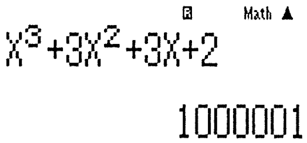
A. $f(x)=x^3+3x^2+3x+1$. **B.** $f(x)=x^3+1$.

C. $f(x)=x^3+3x^2$. **D.** $f(x)=x^3+3x+2$.

Hướng dẫn

Mình coi $t=x+1=100 \to x=99$

Các em nhập biểu thức rồi CALC 99=



Đây chính là $f(x+1)=f(99+1)=100^3+1=(x+1)^3+1=t^3+1=f(t)$

Câu 23: Giả sử đồ thị (C) của hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $M(-1;7),N(5;-7)$. Gọi x_1,x_2,x_3 là hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó $x_1+x_2+x_3$ bằng ?

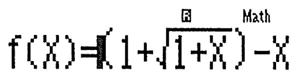
Hướng dẫn: $f'(x)=3ax^3+2bx^2+c\to\frac{-2b}{3a}=-1+5\to\frac{-b}{a}=6=x_1+x_2+x_3$

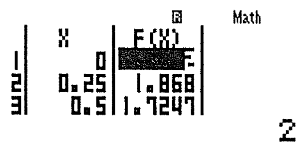
Câu 24: Giá trị m của hàm số $f(x)=m(1+\sqrt{1+x})-x$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng 2 là

A.2 **B.**$\sqrt{3}$ **C.**1 **D.**3

Hướng dẫn

Thay từng giá trị của m vào rồi ngắm Table : start 0= , End 3= , Step 0.25=



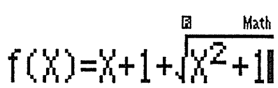


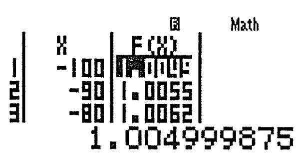
Câu 25 :Tập giá trị của hàm số $y=x+1+\sqrt{x^2+1}$ là :

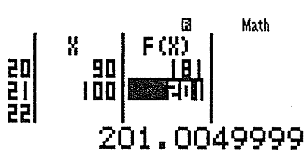
A.$(-\infty;1]$ B.$[1;+\infty)$ C.$(0;+\infty)$ D.$(1;+\infty)$

Hướng dẫn

Các em vào Table: Start -100= , End 100= , Step 10=







Vậy khoanh đáp án D, các em có thể giải thêm $y = x+1+\sqrt{x^2+1} = 1$ xem có tồn tại x hay không hoặc đánh giá đơn giản $x+\sqrt{x^2+1} > x+\sqrt{x^2} \geq x+|x| \geq 0$

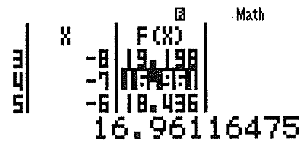
Câu 26: Cho m,n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m,n để hàm số $y = m\sin x - n\cos x - 3x$ nghịch biến trên R

A. $m^3+n^3 \geq 9$ **B.** $m^3+n^3 \leq 9$ **C.** $m=2, n=1$ **D.** $m^2+n^2 \leq 9$

Hướng dẫn

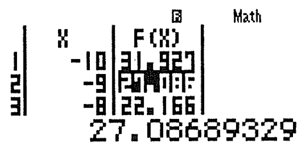
Dạng biến thiên trên một khoảng rộng R như thế này thì các em nên thay các giá trị đặc trưng của tham số rồi dùng Table

Xét đáp án A : $m=5, n=1$ với Start -10, End 10= ,



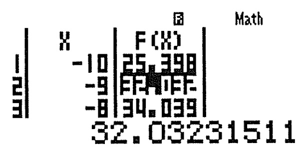
Chúng ta thấy nó không giảm đều do đó đáp án A bị loại

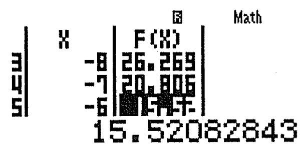
Xét đáp án C: $m=2, n=1$



Các em thấy nó giảm đều nên có thỏa mãn nhưng xem đã đủ chưa bằng cách kiểm tra các đáp án khác

B. $m^3+n^3 \leq 9 \rightarrow m=-10, n=1$ **D.** $m^2+n^2 \leq 9 \rightarrow m=-2, n=2$





Vậy khoanh D vì đáp án D giảm đều còn B thì tăng

Mũ –Logarit

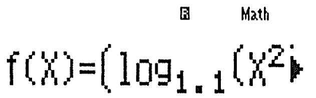
Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của $P=(\log_a b^2)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2$ với a,b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b}>a>1$

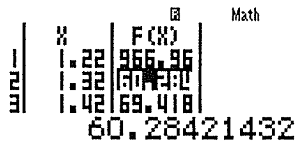
A.30 B.40 C.50 D.60

Hướng dẫn:

Dùng Table: cho a=1.1 chạy từ $1.1^2+0.01$ tới 3 step 0.1=

MODE 7 (log▫□ 1 . 1 ▶ ALPHA) x² ▶) x▫ 2 ▶ + 6 (log▫□ ▭/▭ √▫ ALPHA)
▼ 1 . 1 ▶ ▶ ▭/▭ √▫ ALPHA) ▼ √▫ 1 . 1 ▶ ▶ ▶ x² =





Vậy khoanh D

Câu 2: Xét các số thực a,b thỏa mãn $a\ge b>1$. Biết rằng biểu thức $P=\frac{1}{\log_{ab}a}+\sqrt{\log_a\frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b=a^k$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

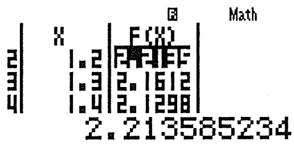
A. $k\in(2;3)$ **B.** $k\in\left(\frac{3}{2};2\right)$ **C.** $k\in(-1;0)$ **D.** $k\in\left(0;\frac{3}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn b=1.1 sau đó dùng Table kiểm tra xem b bằng bao nhiêu hàm đạt giá trị lớn nhất

MODE 7 ▭/▭ 1 ▼ log▫□ 1 . 1 ALPHA) ▶ ALPHA) ▶ ▶ + √▫ log▫□ ALPHA) ▶ ▭/▭
ALPHA) ▼ 1 . 1

Sart 1.1= End 3= Step 0.1=



Vậy b=1.2 thì hàm gần đạt giá trị lớn nhất

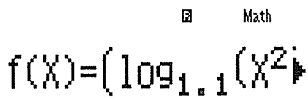
Do đó: $k=\log_a b=\log_{1.2} 1.1=0.523 \to D$

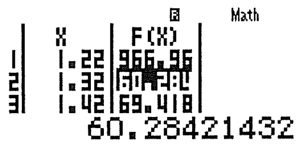
Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của x $P=(\log_a b^2)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2$ với a,b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b}>a>1$

A.30 B.40 C.50 D.60

Hướng dẫn: Dùng Table: cho a=1.1 chạy từ $1.1^2+0.01$ tới 3 step 0.1=

[MODE] [7] [(] [log■□] [1] [.] [1] [▶] [ALPHA] [)] [x²] [▶] [)] [x■] [2] [▶] [+] [6] [(] [log■□] [■/■] [√■] [ALPHA] [)] [▼] [1] [.] [1] [▶] [▶] [■/■] [√■] [ALPHA] [)] [▼] [√■] [1] [.] [1] [▶] [▶] [▶] [x²] [=]





Vậy khoanh D

Câu 4: [Chuyên KHTN Lần 5] : Cho $f(x)=\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}}+1\right)^{\frac{1}{2}}-1$. Giá trị của $f(f(2017))$ bằng ?

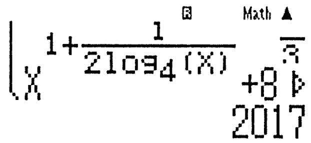
A.2000 B. 1500 C. 2017 D.1017

Hướng dẫn:

Bước 1: Nhập Hàm y sì như tác giả cho

Bước 2: [CALC] [2] [0] [1] [7] [=]

Bước 3: [CALC] [Ans] [=]

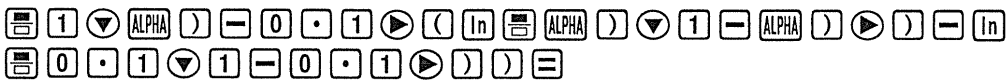


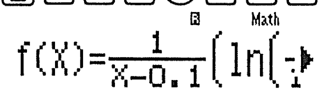
Câu 5: Cho $0<x<y<1$ đặt $m=\frac{1}{y-x}\left(\ln\frac{y}{1-y}-\ln\frac{x}{1-x}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

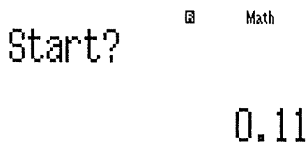
A. $m=4$ B. $m<1$ C. $m>4$ D. $m<2$

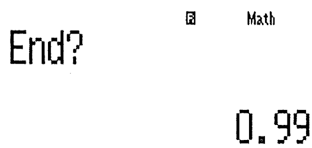
Hướng dẫn: Bikiptheluc.com

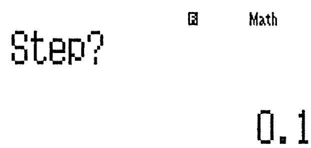
Các em dùng Table : cho $x=0.1, y=X$



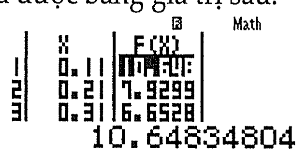


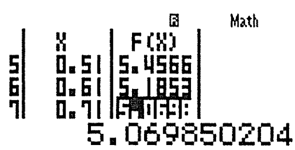






Ta được bảng giá trị sau:





Vậy khoanh C

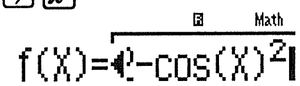
Câu 6: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi;2017\pi]$

A. Vô nghiệm **B.** 2017 **C.**2022 **D.**2023

Hướng dẫn

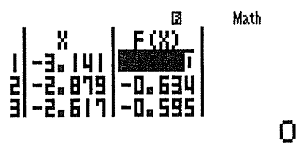
Các em vào Table để tìm nghiệm của phương trình trên :

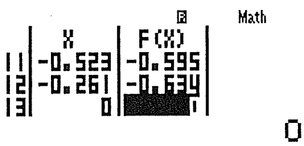
MODE 7 2 0 1 7 $x^{\blacksquare}$ sin ALPHA)) ▶ − sin ALPHA)) − √ 2 − cos ALPHA)
) x^2

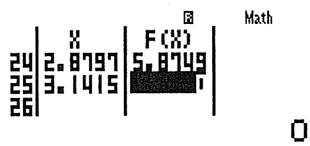


Chúng ta chỉ nên dùng f(x) thôi bằng cách : SHIFT MODE ▼ 5 1

Start $-\pi=$ End $-\pi=$ Step $\dfrac{\pi}{12}=$







Nghiệm của phương trình có dạng: $x=k\pi\in[-5\pi;2017\pi]\rightarrow 2023$

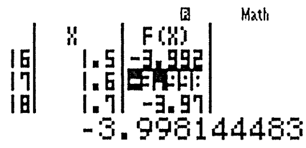
<u>**Câu 31:**</u> Trong hệ thập phân, số 2016^{2017} có bao nhiêu chữ số.

A. 2017 **B.** 2018 **C.** 6666 **D.** 6665

Câu 7 [Chuyên Thái Nguyên]: Gọi a,b,c là ba số thực khác 0 thay đổi và thỏa mãn điều điện $3^a=5^b=15^{-c}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)$

A. $-3-\log_5 3$ **B.** -4 **C.** $-2-\sqrt{3}$ **D.** $-2-\log_3 5$

$3^a=5^b=15^{-c}\rightarrow\begin{cases} b=a\log_5 3 \\ c=-a\log_{15}3\end{cases}$ vào Table ta được :



Vậy khoanh B

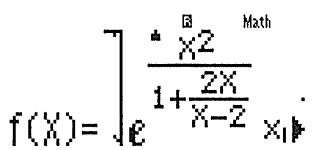
Câu 8 [Sở GD Hải Phòng]: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log(x+2y) = \log x + \log y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}.e^{\frac{y^2}{1+x}}}$

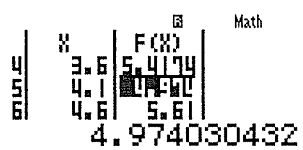
A. $e^{\frac{1}{2}}$ B. e C. $e^{\frac{8}{5}}$ D. $e^{\frac{5}{8}}$

Hướng dẫn:

Biến đổi tí : $\log(x+2y) = \log x + \log y \rightarrow x + 2y = xy \rightarrow y = \dfrac{x}{x-2}$

Table : Start 2.1= , End 9= , Step 0.5=



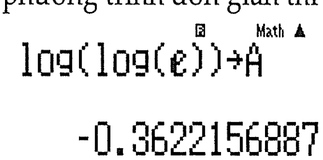


Câu 9: Cho $f(x) = a\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) + b\sin x + 6$ với $a, b \in R$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$

A.10 B. 2 C.4 D.8

Hướng dẫn

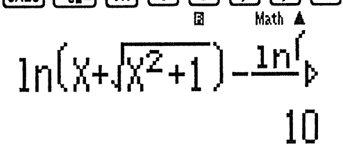
Chúng ta chỉ có một phương trình duy nhất $f(\log(\log e)) = 2$ mà có tới 2 ẩn a và b do đó ta sẽ chọn 1 ẩn a giá trị tùy ý đơn giản là a=1 rồi giải phương trình tìm b, để phương trình đơn giản thì ta lưu $\log(\log e) \rightarrow A$



$$f(\text{A}) = \ln\left(A+\sqrt{A^2+1}\right) + b\sin\text{A} + 6 = 2 \to b = -\frac{\ln\left(A+\sqrt{A^2+1}\right)+4}{\sin\text{A}}$$

Các em rút ra như thế này cho dễ hiểu hơn Solve

CALC log▫ ln 1 0)) = =



Câu 10: Với x,y,z,t là các số tự nhiên đôi một nguyên tố cùng nhau thoả mãn $x\log_{2016}2 + y\log_{2016}3 + z\log_{2016}7 = t$. Tính giá trị của biểu thức $P = x^y + y^z + z^t$

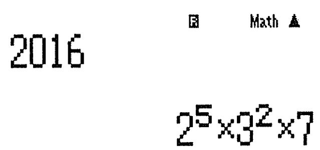
A. 3130 B. 28 C. 58 D. 57

Hướng dẫn:

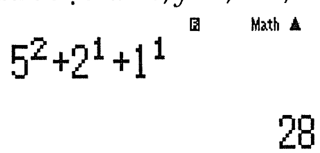
$x\log_{2016}2 + y\log_{2016}3 + z\log_{2016}7 = t \Leftrightarrow \log_{2016}2^x + \log_{2016}3^y + \log_{2016}7^z = t$

$\Leftrightarrow \log_{2016}\left(2^x.3^y.7^z\right) = t \Leftrightarrow 2^x.3^y.7^z = 2016^t$

$*t = 1$ các em bấm 2 0 1 6 = SHIFT °'''



Ta được $x = 5, y = 2, z = 1, t = 1$ thỏa mãn là số nguyên tố



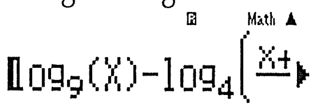
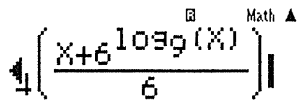
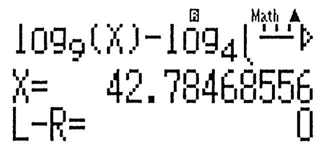
Câu 11: Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4\left(\frac{x+y}{6}\right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. $\frac{x}{y}=4$. B. $\frac{x}{y}=3$. C. $\frac{x}{y}=5$. D. $\frac{x}{y}=2$.

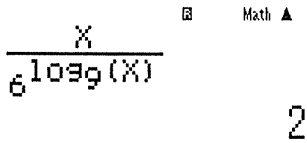
Hướng dẫn

$\log_9 x=\log_6 y \to y=6^{\log_9 x} \Rightarrow \log_9 x=\log_4\left(\frac{x+6^{\log_9 x}}{6}\right)$.

Chúng ta dùng SOLVE để giải tìm X

Tỉ số cần tìm là



Câu 12 : Cho hàm số $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng

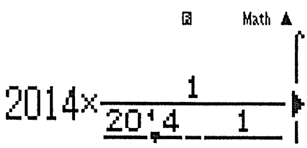
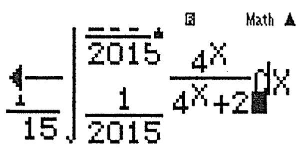
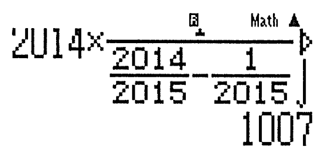
$$S=f\left(\frac{1}{2015}\right)+f\left(\frac{2}{2015}\right)+f\left(\frac{3}{2015}\right)+\cdots+f\left(\frac{2013}{2015}\right)+f\left(\frac{2014}{2015}\right)$$

A. 2014. B. 2015. C. 1008. D. 1007.

Hướng dẫn

Sử dụng công thức tính nhanh giá trị trung bình của hàm trên một đoạn

$\overline{f(x)}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$ nhân với số lượng các số hạng nữa là ra tổng

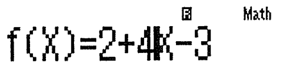
Câu 13: Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b)\ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2a+4b-3$ là

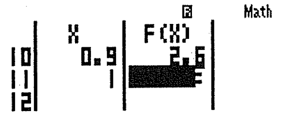
A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{1}{2}\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn

Các em biến đổi điều kiện một chút ta được $\begin{cases}\log_{a^2+b^2}(a+b)\geq 1\\ a^2+b^2>1\end{cases}\Leftrightarrow a+b\geq a^2+b^2$

Các em lấy $a=1\to b\geq b^2\to 0\leq b\leq 1$ các em vào **Table Start 0= End 1= Step 0.1=**



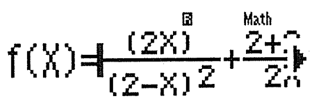


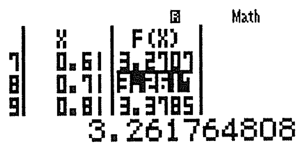
Câu 14: Cho hai số thực a,b thỏa mãn $a>0,\ 0<b<2$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\dfrac{(2b)^a}{(2^a-b^a)^2}+\dfrac{2^a+2b^a}{2b^a}$.

A. $P_{\min}=\dfrac{9}{4}$. B. $P_{\min}=\dfrac{7}{4}$. C. $P_{\min}=\dfrac{13}{4}$. D. $P_{\min}=4$.

Hướng dẫn

Casio: Các em chọn $a=1$ rồi dùng Table , **Start 0.01= End 1.99= Step 0.1=**





Tự Luận : Ta có: $P=\dfrac{(2b)^a}{(2^a-b^a)^2}+\dfrac{2^a+2b^a}{2b^a}=\dfrac{\left(\frac{2}{b}\right)^a}{\left(\left(\frac{2}{b}\right)^a-1\right)^2}+\dfrac{\left(\frac{2}{b}\right)^a+2}{2}$. Đặt $t=\left(\dfrac{2}{b}\right)^a,(t>1)$.

Khi đó: $P=g(t)=\dfrac{t}{(t-1)^2}+\dfrac{t+2}{2}(t>1)\ g'(t)=\dfrac{t^3-3t^2+t-3}{2(t-1)^3},g'(t)=0\Leftrightarrow t=3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
y'		||	$-$	0	$+$	
y		|| $+\infty$	$\searrow$	$\frac{13}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $P_{min}=\dfrac{13}{4}$.

Câu 15: Cho các số thực x, y, z, t, a, b, c thỏa mãn $\dfrac{\ln x}{a}=\dfrac{\ln y}{b}=\dfrac{\ln z}{c}=\ln t$ và $xy=z^2t^2$. Tính giá trị $P=a+b-2c$ bằng

A. 4. B. $\dfrac{1}{2}$. C. –2. D. 2.

Hướng dẫn:

Casio : Chọn $x=y=2, a=b=2 \to t=e^{\frac{\ln 2}{2}}, z=\sqrt{\dfrac{xy}{t^2}}, c=\dfrac{\ln z}{\ln t}$

$e^{\frac{\ln(2)}{2}} \to A$ 1.414213562 $\sqrt{\dfrac{4}{A^2}} \to B$ $\sqrt{2}$ $\dfrac{\ln(B)}{\ln(A)}$ 1

Vậy $P=a+b-2c=2+2-2.1=2$

Tự Luận:

$$\frac{\ln x}{a}=\frac{\ln y}{b}=\frac{\ln z}{c}=\ln t \Rightarrow a=\frac{\ln x}{\ln t}=\ln_t x; b=\frac{\ln y}{\ln t}=\ln_t y; c=\frac{\ln z}{\ln t}=\ln_t z$$

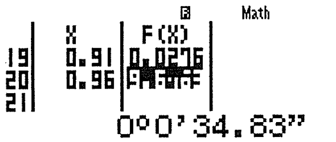
$$P=a+b-2c=\ln_t x+\ln_t y-2\ln_t z=\ln_t\left(\frac{xy}{z^2}\right)=\ln_t\left(\frac{z^2t^2}{z^2}\right)=2.$$

Câu 16: Tìm m để phương trình $m\ln(1-x)-\ln x=m$ có nghiệm $x\in(0;1)$

A. $m\in(0;+\infty)$. B. $m\in(1;e)$. C. $m\in(-\infty;0)$. D. $m\in(-\infty;-1)$.

Hướng dẫn

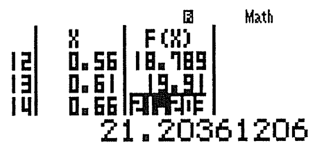
Cách 1: Các em cô lập $m = \dfrac{\ln x}{\ln(1-x)-1} = f(x)$ rồi xét hàm bằng Table



Vậy các em khoanh đáp án B

Cách 2: Thay từng giá trị m rồi quan sát đổi dấu

Xét $m=-10$



Chúng ta không thấy sự đổi dấu nào cả do đó loại C, D tương tự với $m=10$ loại A

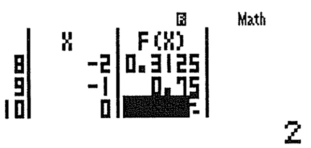
Câu 17: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (1-3m)2^x + 2m^2 - m = 0$ có nghiệm.

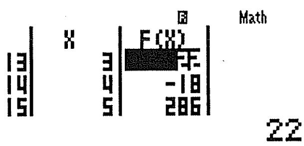
A. $(0;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $[0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0]$

Hướng dẫn

Các em có thể làm tự luận xét Delta hoặc thay từng giá trị m đặc trưng cho đáp án rồi **Table start -9 = End 9= Step 1=**

$m=0$ $m=10$





Vậy khoanh A, do tại $m=0$ hàm không đổi dấu , còn $m=10$ đổi dấu

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left(7-3\sqrt{5}\right)^{x^2} + m\left(7+3\sqrt{5}\right)^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

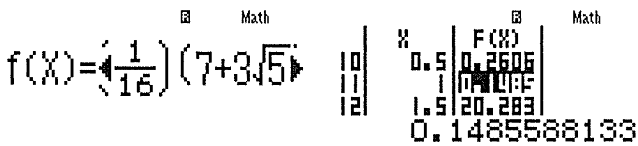
A. $m<\frac{1}{16}$. B. $0\le m<\frac{1}{16}$. C. $-\frac{1}{2}<m\le\frac{1}{16}$. D. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}<m\le 0\\ m=\frac{1}{16}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn

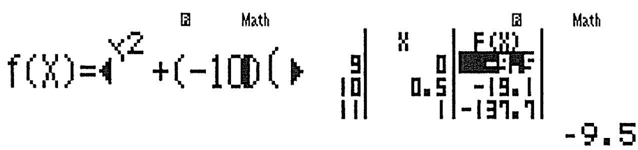
Chúng ta cũng dùng Table, 2 nghiệm phân biệt thì đổi dấu 2 lần,

Start -4= , End 4= , Step 0.5=

Với $m=\frac{1}{16}$ không thấy sự đổi dấu



Với $m=-10$ cũng không đổi dấu



Vậy loại C,D,A cuối cùng chọn B

Câu 20: Cho $\log_7 12=x$, $\log_{12}24=y$ và $\log_{54}168=\frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S=a+2b+3c$.

A. $S=4$. **B.** $S=19$. **C.** $S=10$. **D.** $S=15$.

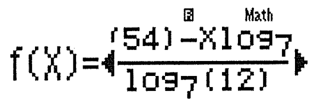
Hướng dẫn : $\log_7 12=x,\log_{12}24=y\to xy=\log_7 24$

$$\log_{54}168=\frac{\log_7 168}{\log_7 54}=\frac{\log_7 24+1}{\log_7 54}=\frac{axy+1}{bxy+cx}\to a=1$$

Ta có: $\log_7 54=b\log_7 24+c\log_7 12\to c=\frac{\log_7 54-b\log_7 24}{\log_7 12}$

(Nháp thôi, đi thi vào Table luôn)

Dùng Table : **Start -9= , End 9= , Step 1=**



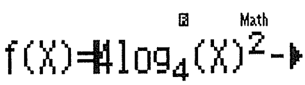
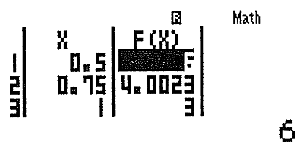
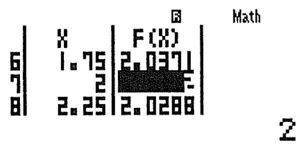

Vậy $a=1, b=-5, c=8 \rightarrow S=15$

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2};4\right]$.

A. $m \in [2;3]$ **B.** $m \in [2;6]$ **C.** $m \in \left[\frac{11}{4};15\right]$ **D.** $m \in \left[\frac{11}{4};9\right]$.

Hướng dẫn

Ở đây dùng Cô lập m xét hàm cho nhanh ^^

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 22: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1;e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

A. $S = 135$. **B.** $S = 24$. **C.** $S = 22$. **D.** $S = 32$.

Hướng dẫn

Table lần 1: Tìm Max

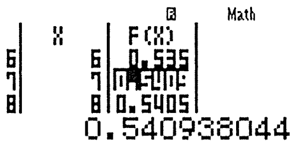
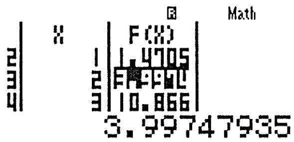


Table lần 2: $0.541 \approx M = \dfrac{m}{e^n} \to 0.541e^n = m$ Tìm n nguyên dương để m nguyên dương



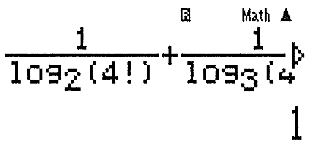
Vậy $n = 2, m = 4 \to S = 32$

Câu 23: Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\dfrac{1}{\log_2 n!} + \dfrac{1}{\log_3 n!} + ... + \dfrac{1}{\log_n n!}$ bằng

A. 0. **B.** n. **C.** $n!$. **D.** 1.

Hướng dẫn

Các em chọn $n = 4$ xem ra KQ bao nhiêu?



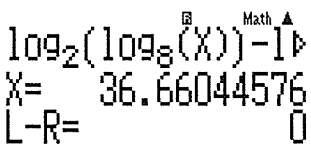
Vậy khoanh D.

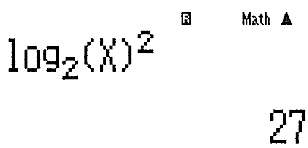
Câu 24: Nếu $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 27. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Các em Solve thôi





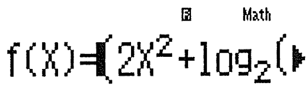
Câu 25: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$.

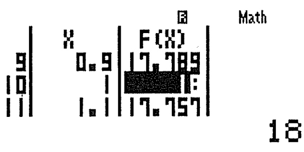
A. $P_{\max} = \dfrac{27}{2}$. B. $P_{\max} = 18$. C. $P_{\max} = 27$. D. $P_{\max} = 12$.

Hướng dẫn

$2^x + 2^y = 4 \to y = \log_2\left(4-2^x\right) \to P = \left[2x^2 + \log_2\left(4-2^x\right)\right]\left[2\log^2{}_2\left(4-2^x\right)+x\right] + 9x\log_2\left(4-2^x\right)$

Nhập vào Table : **Star 0.1= End 2= Step 0.1=**



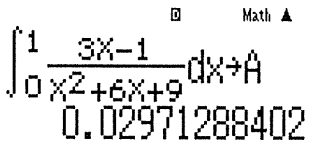


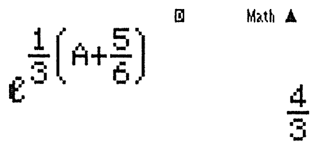
Nguyên Hàm – Tích Phân Hay & Khó

Câu 1: Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}dx = 3\ln\frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ trong đó a,b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính ab

A. $ab=-5$ **B.** $ab=\frac{5}{4}$ **C.** $ab=12$ **D.** $ab=6$

Hướng dẫn:



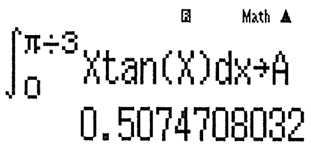


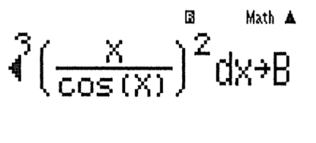
Câu 2: Cho $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\int_0^a x\tan x dx = m$. Tính $\int_0^a \left(\frac{x}{\cos x}\right)^2 dx$ theo a và m

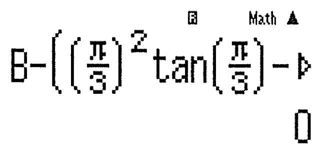
A. $I = a\tan a - 2m$ **B.** $I = -a^2\tan a + m$ **C.** $I = a^2\tan a - 2m$ **D.** $I = -a^2\tan a - m$

Hướng dẫn:

Chọn $a = \frac{\pi}{3}$ sau đó các em xét hiệu







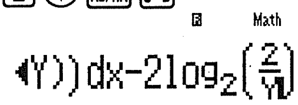
Câu 3: [Chuyên ĐHSP – lần 3] : Giải phương trình $\int_0^2 (t - \log_2 x)dt = 2\log_2\frac{2}{x}$ (ẩn x)

A. $x=1$ **B.** $x\in\{1;4\}$ **C.** $x\in(0;+\infty)$ **D.** $x\in\{1;2\}$

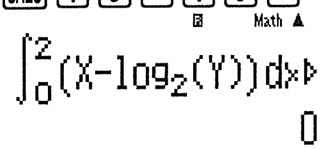
Hướng dẫn

Trong máy tính thì mặc định x là biến nên các em sẽ sửa lại là t thành X và x thành Y

[∫□] [(] [ALPHA] [)] [−] [log□] [2] [▶] [ALPHA] [S⇔D] [▶] [)] [▶] [0] [▲] [2] [▶] [−] [2] [log□] [2] [▶] [□/□] [2] [▼] [ALPHA] [S⇔D]



[CALC] [1] [0] [=] [1] [0] [=]



Vậy đáp án C đúng

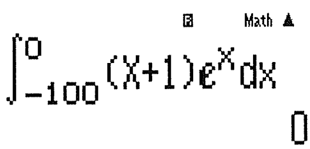
Câu 4[Chuyên Vinh -3]: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x+1)e^x$ và $\int f(x)dx=(ax+b)e^x+c$, với a,b,c là các hằng số. Khi đó:

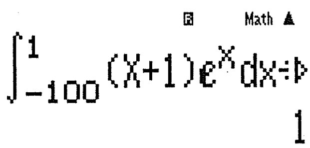
A. $a+b=2.$ **B.** $a+b=3.$ **C.** $a+b=0.$ **D.** $a+b=1.$

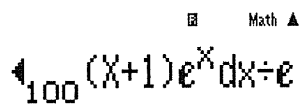
Hướng dẫn:

Ta có $f(\text{x})=(c\text{x}+d).\text{e}^x$ nên dễ dàng ta có thể tìm c,d như sau :

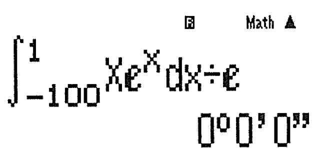
$\int\limits_{-100}^{0} f'(\text{x})\text{dx}=f(0)-f(-100)\approx f(0)=d$ $\int\limits_{-100}^{1} f'(\text{x})\text{dx}=f(0)-f(-100)\approx f(1)=(\text{c}+d)\text{e}$







Vậy $f(\text{x})=\text{x}.\text{e}^x$ Tương tự với cách tư duy trên tính $a+b$ như sau :



Vậy khoanh C.

Câu 5: Nếu $f(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ thì $a+b+c$ có giá trị là?

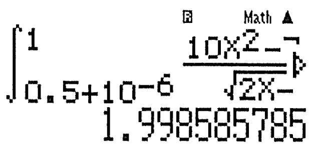
A.3 B.0 C.4 D. 2

Hướng dẫn

Chúng ta để ý một chút : $f(1)=a+b+c$ $\quad f(\frac{1}{2})=0$

Do đó : $\int\limits_{0.5}^{1} g(x)dx=a+b+c$ tuy nhiên $g(x)$ không xác định $x=0.5$ do đó ta phải xét $x=0.5+\Delta x$ để làm cho tích phân vẫn xác định

$\Rightarrow \int\limits_{0.5+\Delta x}^{1} g(x)dx=a+b+c$ các em bấm vào máy như sau :



Vậy mình khoanh đáp án là D.2

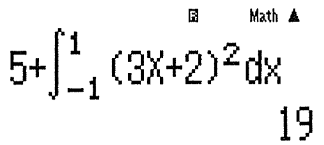
Câu 6: Hàm số $f(x)=(3x+2)^2$ có một nguyên hàm là $F(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn $F(-1)=5$ khi đó $a+b+c+d$ bằng ?

A.5 **B.** 13 **C.**19 **D** .20

Hướng dẫn

Để ý như bài trước : $f(1)=a+b+c+d$

$$\int\limits_{-1}^{1}(3x+2)^2dx=(a+b+c+d)-f(-1)\Rightarrow a+b+c+d=f(-1)+\int\limits_{-1}^{1}(3x+2)^2dx$$



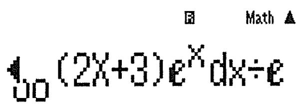
Câu 7: Biết $F(x)=(ax+b).e^x$ là nguyên hàm của hàm số $y=(2x+3).e^x$. Khi đó $a+b$ là

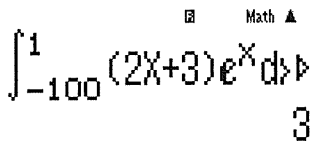
A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Hướng dẫn

Ý tưởng giải nhanh ở đây vẫn như trước : $F(1)=(a+b)e$ $\quad F(-100)=(ax+b)e^{-100}\approx 0$

$$\Rightarrow \int_{-100}^{1}(2x+3)e^x\,dx = F(1)-F(100)\approx(a+b)e \rightarrow a+b=\int_{-100}^{1}(2x+3)e^x\,dx : e$$





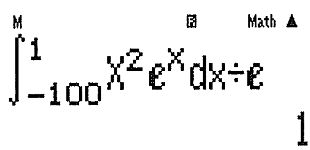
Vậy khoanh B

Câu 8: Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2 e^x$. Tính a,b,c

A. $a=1,b=2,c=-2$ **B.** $a=2,b=1,c=-2$ **C.** $a=-2,b=2,c=1$ **D.** $a=1,b=-2,c=2$

Hướng dẫn

Các em làm tương tự như bài trên :



Câu 9 : Biết rằng $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^3 x+\sin x}{\sin x}dx = a\pi+b+c\ln 2\left(a,b,c\in\mathbb{Q}\right)$ **Tính tổng** $S=a+b+c$

A. $S=1$ **B.** $S=\frac{13}{24}$ **C.** $S=\frac{23}{24}$ **D.** $S=\frac{7}{24}$

Hướng dẫn:

Các em phải tách ra 1 chút :

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos^3 x}{\sin x} + 1 \right) dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx + \frac{\pi}{3} \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

Các em tiến hành tính tích phân và vào giải hệ phương trình $\begin{cases} b + c\ln 2 = A - \dfrac{\pi}{3} \\ b + c = \{A,B,C,D\} - \dfrac{1}{3} \end{cases}$

$\int_{\pi\div 6}^{\pi\div 2} \frac{\cos(X)^3+\sin}{\sin(X)}$ 1.365344732 | X= -0.375 | Y= 1

Vậy khanh đáp án C

Câu 10: Tính tích phân $\int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx.$

A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}$ B. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$ C. $\frac{3^{2017}}{4034} - \frac{2^{2018}}{2017}$ D. $\frac{3^{2020} - 2^{2020}}{4040}$

Hướng dẫn: Khi tích phân này đúng với số mũ lớn thì có nghĩ nó có quy luật và đúng với số mũ nhỏ hơn từ đó các em tính số mũ nhỏ hơn và tìm ra nhanh quy luật rồi loại trừ chọn đáp án đúng nhất.

[∫] [▭/▭] [(] [ALPHA] [)] [+] [2] [)] [x■] [ALPHA] [S⇔D] [▼] [ALPHA] [)] [x■] [ALPHA] [S⇔D] [+] [2] [▼] [1] [▲] [2]

$\int_1^2 \frac{(X+2)^Y}{X^{Y+2}} dX$

[CALC] [=] [1] [=] — $\int_1^2 \frac{(X+2)^Y}{X^{Y+2}} dX$ $\frac{5}{4}$

[CALC] [=] [2] [=] — $\int_1^2 \frac{(X+2)^Y}{X^{Y+2}} dX$ $\frac{19}{6}$

[CALC] [=] [3] [=] — $\int_1^2 \frac{(X+2)^Y}{X^{Y+2}} dX$ $\frac{65}{8}$

Để ý chút các em thấy Tử là $3^{Y+1}-2^{Y+1} \to A,B$, Mẫu $2(Y+1) \to B$

Vậy khoanh B.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để bất phương trình sau đây nghiệm đúng với mọi giá trị thực của x: $\int_0^x \left(\frac{1}{2}t+2(a+1)\right)dt \ge -1$

A. $a \in \left[-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right]$. **B.** $a \in [0;1]$. **C.** $a \in [-2;-1]$. **D.** $a \le 0$.

Hướng dẫn

Dạng này giải tay cho chuẩn nhé: $\int_0^x \left(\frac{1}{2}t+2(a+1)\right)dt = \frac{1}{4}t^2+2(a+1)t\Big|_0^x = \frac{x^2}{4}+2(a+1)x \ge -1$

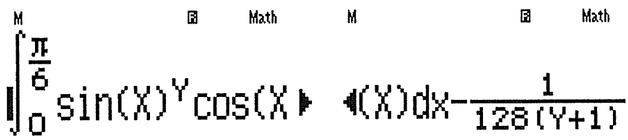
$\Rightarrow x^2+8(a+1)x+4 \ge 0 \to \Delta' = 16(a+1)^2-4 \le 0 \to \frac{-3}{2} \le a \le \frac{-1}{2} \to A$

Câu 12: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{128(n+1)}$ .Tìm giá trị của n

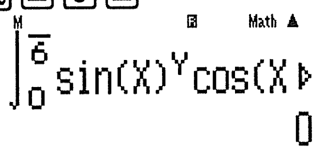
A. n = 5 **B.** n = 4 **C.** n = 3 **D.** n = 6

Hướng dẫn

Các em chỉ cần thay n=Y rồi CALC từng đáp án



CALC = 6 =



Vậy khoanh đáp án D, Khi Calc thì máy hỏi X các em ấn = để bỏ qua, hỏi Y thì nhập đáp án vào.

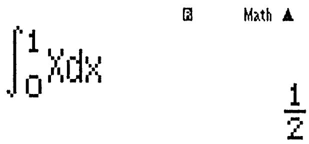
Câu 13: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)dx = 2017$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x.f(\sin 2x)dx$.

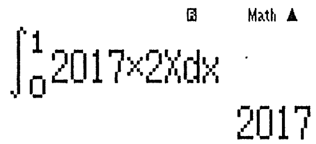
A. $I = \frac{2017}{2}$. B. $I = -\frac{2017}{2}$. C. $I = 2017$. D. $I = -\frac{2}{2017}$.

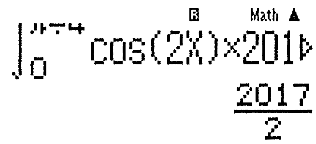
Hướng dẫn:

Những trường hợp họ cho 1 dữ kiện như thế này các em chỉ việc chọn một hàm thỏa mãn là được, ta sẽ chọn hàm cơ bản là $f(x) = x$ rồi sửa để hàm thỏa mãn thường là nhân thêm hằng số rồi bấm biểu thức cần tính

$f(x) = 4034x \to \cos(2x)f(\sin 2x) = \cos(2x).(4034\sin 2x)$



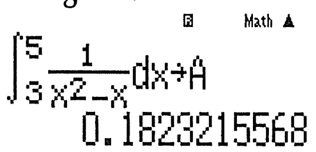




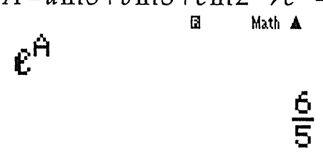
Câu 14: Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a\ln 5 + b\ln 3 + c\ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

A. $S = -2$. B. $S = 3$. C. $S = 0$. D. $S = 6$.

Hướng dẫn:



$A = a\ln 5 + b\ln 3 + c\ln 2 \to e^A = 5^a.3^b.2^c$

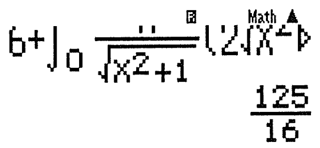


$5^a.3^b.2^c = \frac{6}{5} = 2.3.5^{-1} \to a = -1, b = c = 1$ Vậy khoanh D

Câu 15: Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1} + 5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{125}{16}$. B. $\frac{126}{16}$. C. $\frac{123}{16}$. D. $\frac{127}{16}$.

Hướng dẫn



Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=x^2, \forall x\in\mathbb{R}$.

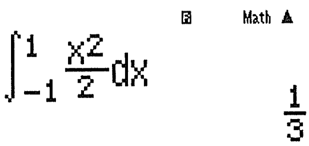
Tính $I=\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn:

$f(x)+f(-x)=x^2 \rightarrow$ Chọn $f(x)=\frac{x^2}{2}$ ở đây mình lấy hàm chẵn để $f(x)=f(-x)$

$\rightarrow f(x)=\frac{x^2}{2}$

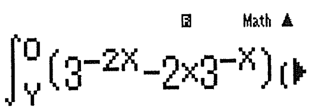


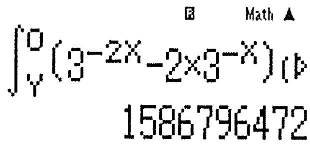
Câu 17: Tìm $a<0$ để $\int_a^0 3^{-2x}-2.3^{-x}\ dx\geq 0$

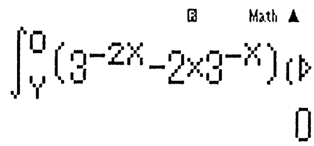
A. $-1\leq a<0$ **B.** $a\leq -1$. **C.** $a\leq -3$. **D.** $a=-3$.

Hướng dẫn:

Thay a=Y rồi CALC các giá trị đặc trưng của từng đáp án nhé







Vậy khoanh B.

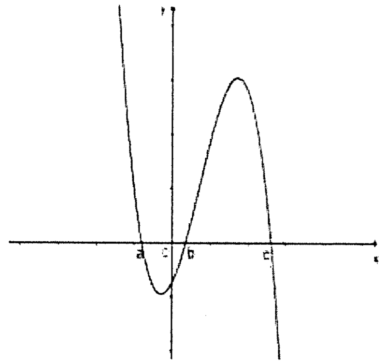
Câu 18: Cho hàm số y=f(x) có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a<b<c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng:

A. $f(c)>f(a)>f(b)$

B. $f(c)>f(b)>f(a)$

C. $f(a)>f(b)>f(c)$

D. $f(b)>f(a)>f(c)$

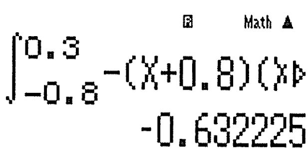


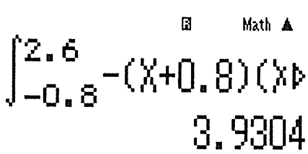
Hướng dẫn :

Chúng ta áng nghiệm của $f'(x) \to a = x_1 = -0.8, b = x_2 = 0.3, c = x_3 = 2.6$

Để ý là khi x âm thì y dương do đó $f'(x) = -(x+0.8)(x-0.3)(x-2.6)$

Ta có: $f(b) = f(a) + \int_a^b f'(x)$ $\quad f(c) = f(a) + \int_a^c f'(x)dx$





Vậy chúng ta khoanh đáp án A.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên ℝ và f(2)=16, $\int_0^2 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x.f'(2x)dx$

A. 13 B. 12 C. 20 D. 7

Hướng dẫn:

Các em đơn giản hóa như sau: mình có 2 dữ kiện $f(2)=16$, $\int_0^2 f(x)dx=4$ mình sẽ chọn hàm bậc nhất vì nó có 2 ẩn rồi tìm ra hàm thỏa mãn cả 2 điều kiện trên

$$\begin{cases} f(2)=16 \\ \int_0^2 (ax+b)\,dx=4 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=16 \\ \left.\dfrac{ax^2}{2}+bx\right|_0^2=4 \end{cases} \rightarrow \text{ vào giải phương trình bậc nhất}$$

X= 14 Y= -12

$\rightarrow f(x)=14x-12 \rightarrow f'(x)=14 \rightarrow f'(2x)=14$

Sau đó chỉ việc bấm máy đúng biểu thức cần tính

$\int_0^1 X\times(14)dx$ 7

Câu 20: Cho hàm số f(x) liên tục trên ℝ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx=4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}dx=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)dx$

A. 6 B. 2 C. 3 D. 1

Hướng dẫn

Tự Luận : Đặt $t=\tan x \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx=4=\int_0^1 \frac{f(t)}{t^2+1}dt=\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx$

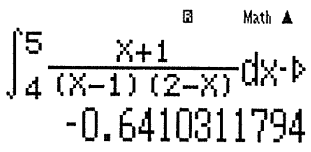
$I=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx+\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}dx=6$ Vậy khoanh đáp án A

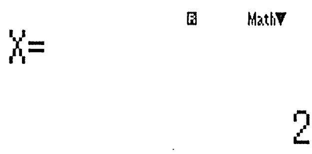
Câu 21: Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)}dx = a.\ln|x-1| + b.\ln|x-2| + C$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

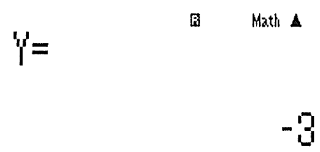
A. $a+b=1$. B. $a+b=5$. C. $a+b=-1$. D. $a+b=-5$.

Hướng dẫn :

Các em thay cận 4 và 5 (chọn khoảng cận không chứa giá trị làm cho hàm không xác định) rồi tính lưu vào A thay số giải hệ : $\begin{cases} a\ln\frac{4}{3} + b\ln\frac{3}{2} = A \\ a+b = \{A,B,C,D\} \end{cases}$







Vậy khoanh C.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $f^2(x).f'(x) = 1+2x+3x^2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$.

B. $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$.

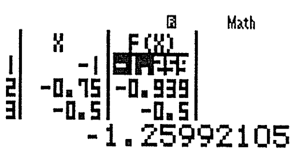
C. $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$.

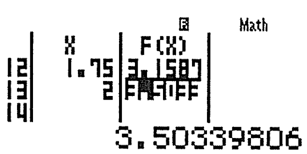
D. $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max\limits_{x\in[-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$.

Hướng dẫn giải.

Xét $\int f^2(x).f'(x)dx = \int(1+2x+3x^2)dx \Rightarrow \frac{f^3(x)}{3} = x + x^2 + x^3 + C$ (C là hằng số)

Do $f(0)=1$ nên $C=\frac{1}{3}$. Vậy $f(x) = \sqrt[3]{3x^3+3x^2+3x+1}$ với $x\in[-1;2]$. Khoanh C





Câu 23: Tích phân $I=\int_{-2}^{2}\frac{x^{2016}}{e^x+1}\mathrm{d}x$ có giá trị là:

A. 0. **B.** $\frac{2^{2018}}{2017}$. **C.** $\frac{2^{2017}}{2017}$. **D.** $\frac{2^{2018}}{2018}$.

Hướng dẫn

Cứ đúng với số mũ lớn là nó có quy luật lặp đi lặp lại nên ta sẽ thử các số bé để thấy quy luật

$$\int_{-2}^{2}\frac{x^{10}}{e^x+1}dx \qquad \frac{2048}{11}$$

Quy luật là : $\frac{2^{n+1}}{n+1}$ Vậy khoanh đáp C

Câu 24: Giả sử $I=\int_{1}^{64}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}=a\ln\frac{2}{3}+b$ với a,b là số nguyên. Khi đó giá trị $a-b$ là

A. -17. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 17.

Hướng dẫn

Các em giải hệ như các bài trước :

$$\int_{1}^{64}\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx \to A \qquad 8.567209352$$

$$X= \quad 6.000000001 \qquad Y= \quad 11$$

Câu 25: Cho số phức $z=m-2+\left(m^2-1\right)i$ với $m\in\mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và Ox.

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi $M(x;y),(x;y\in\mathbb{R})$ là điểm biểu diễn số phức z.

Ta có: $\begin{cases}x=m-2\\y=m^2-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=x+2\\y=(x+2)^2-1\end{cases}$ $(C)\cap Ox\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\end{array}\right.$ $\Rightarrow S=\int_{-3}^{-1}\left|x^2+4x+3\right|dx=\frac{3}{4}$

Câu 26: Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2+2ax+1)dx$ bằng

A. $3b^2+2ab$. B. b^3+b^2a+b. C. b^3+b. D. $a+2$.

Hướng dẫn

Chọn b=1, a=2

```
∫₀¹(3X²+4X+1)dx        1³+1²×2+1
               4                4
```

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=4$ và $\int_0^{\pi/2} f(\sin x)\cos x dx=2$. Tích phân $I=\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. $I=2$. B. $I=6$. C. $I=4$. D. $I=10$.

Hướng dẫn

Đặt $t=\sqrt{x} \Rightarrow dt=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$ $\Rightarrow \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 2\int_1^3 f(t)dt=4 \to \int_1^3 f(t)dt=2.$

Đặt $t=\sin x; x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dt=\cos dx \Rightarrow \int_0^{\pi/2} f(\sin x)\cos x dx=\int_0^1 f(t)dt=2.$

$I=\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^3 f(x)dx=2+2=4.$

Câu 28: Để hàm số $f(x)=a\sin\pi x+b$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\int_0^1 f(x)dx=4$ thì a,b nhận giá trị:

A. $a=\pi, b=0$. B. $a=\pi, b=2$. C. $a=2\pi, b=2$. D. $a=2\pi, b=3$.

Hướng dẫn

Các em thay a,b ở các đáp án vào tính $f(1)=2 \to B,C$

```
πsin(π)+2        2πsin(π)+2        ∫₀¹(πsin(πX)+2)c▸
         2                 2                        4
```

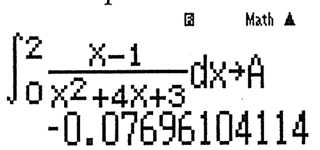
Câu 29: Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx = a\ln 5 + b\ln 3;\ a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $P=a.b$.

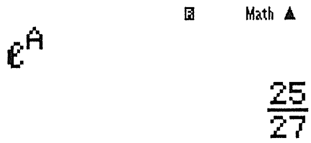
A. $P=8$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=-5$.

Hướng dẫn :

Cách 1:

Tính tích phân lưu vào A rồi tiến hành e^ lên

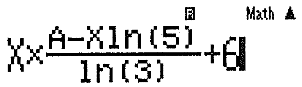


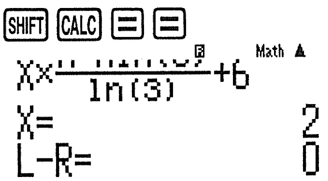


Do đó được $5^2.3^{-3} \to a=2, b=-3 \to B$

Cách 2 các em rút b theo a :

$A = a\ln 5 + b\ln 3 \to b = \frac{A-a\ln 5}{\ln 3}$ rồi sử dụng đáp án $ab=${A,B,C,D} rồi solve



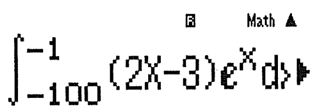


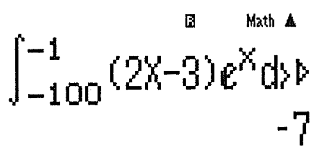
Câu 30: Cho hàm số $f(x)=(2x-3)e^x$. Nếu $F(x)=(mx+n)e^x\ (m,n\in\mathbb{R})$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì hiệu $m-n$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Hướng dẫn: câu này các em giải nhanh như các ví dụ trước:

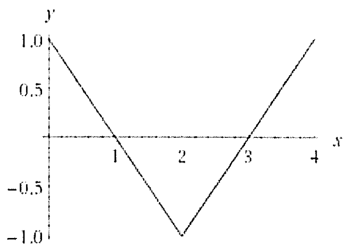
Để ý : $f(-1)=(-m+n)e^{-1} \to n-m \approx \int_{-100}^{-1} f(x)dx : e^{-1}$





Vậy khoanh đáp án A

Câu 31: Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, trong các giá trị $f(0), f(1), f(2), f(3)$ số nào có giá trị lớn nhất



A. $f(0)$

B. $f(1)$

C. $f(2)$

D. $f(3)$

Hướng dẫn

Ở đây các em nhận dạng được nó là dạng đồ thị của hàm chứa dấu giá trị tuyệt đối và cụ thể là hàm $y = f'(x) = |x-2|-1$ Từ đó ta có :

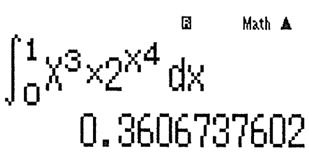
$f(1) = f(0) + \int_0^1 f'(x)\,dx = f(0) + 0.5$ $\quad$ $f(2) = f(0) + \int_0^2 f'(x)\,dx = f(0) + 0$

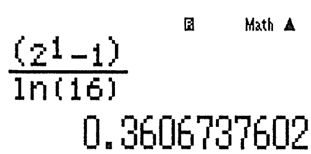
$f(3) = f(0) + \int_0^3 f'(x)\,dx = f(0) - 0.5$ Vậy khoanh B

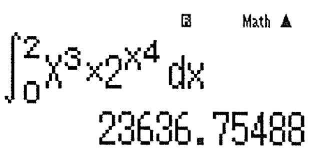
Câu 32: Tính tích phân $I = \int_0^5 x^3 2^{x^4}\,dx$

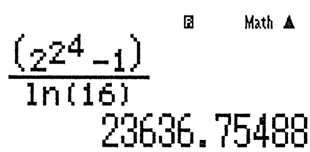
A. $I = (2^{625}-1)\ln 16$ $\quad$ B. $I = \dfrac{2^{625}-1}{\ln 16}$ $\quad$ C. $\dfrac{2^{625}-1}{\ln 2}$ $\quad$ D. $\dfrac{2^{625}-1}{16}$

Hướng dẫn : Khoanh đáp án B









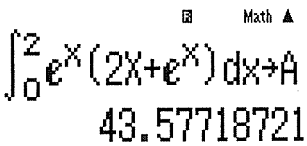
Câu 33: Biết $\int_0^2 e^x(2x+e^x)dx = a.e^4 + b.e^2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $S = a+b+c$.

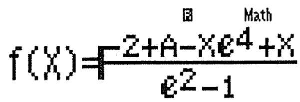
A. $S = 2$. **B.** $S = -4$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 4$.

Hướng dẫn

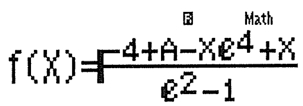
Xét đáp án A: $S = a+b+c = 2 \rightarrow c = 2-a-b$

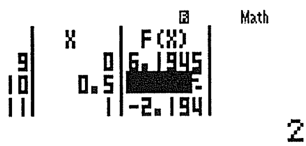
$$A = a.e^4 + b.e^2 + c = a.e^4 + b.e^2 + (2-\text{a}-\text{b}) \rightarrow \text{b} = \frac{-2+A-ae^4+a}{e^2-1}$$





Sau đó xem các giá trị đẹp, không đẹp thì các em thay số -2 thành các số khác ở các đáp án





Vậy khoanh đáp án D.

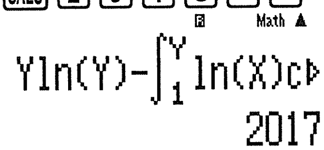
Câu 34 : Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho $n\ln n - \int_1^n \ln x dx$ có giá trị không vượt quá 2017?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 4034. **D.** 4036.

Hướng dẫn:

Các em thay n=Y rồi nhập vào máy CALC từng đáp án nhé

CALC 2 0 1 8 = =

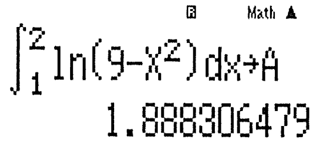


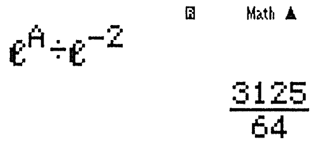
Câu 35: Cho biết $\int_1^2 \ln\left(9-x^2\right)dx = a\ln 5 + b\ln 2 + c$, với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=|a|+|b|+|c|$.

A. $S=34.$ **B.** $S=13.$ **C.** $S=18.$ **D.** $S=26.$

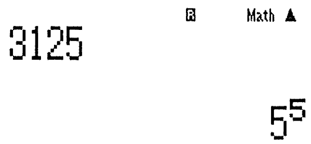
Hướng dẫn

Dạng này các em tính tích phân rồi e^ lên rồi có thể dùng Table dò không thì thay lần lượt từng số





3 1 2 5 = SHIFT °'" 6 4 = SHIFT °'"



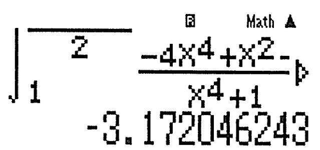
Vậy : $e^A = 5^a.2^b.e^c \to e^A : e^c = 5^a.2^b \to c=-2, a=5, b=-6 \to S=13$

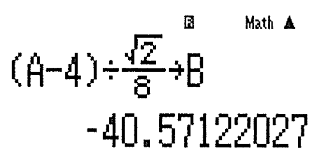
Câu 36: Tính tích phân $\int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1}dx = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(a\sqrt{3}+b+c\pi\right)+4$ với a,b,c là các số nguyên. Khi đó biểu thức $a+b^2+c^4$ có giá trị bằng:

A.20 **B. 241** **C. 196** **D.48**

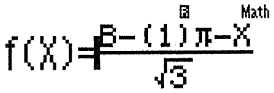
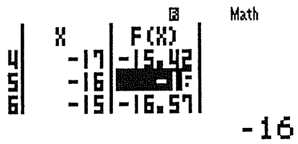
Hướng dẫn

Lưu tích phân vào A rồi tính biểu thức $a\sqrt{3}+b+c\pi$





Ở đây a,b,c là các số nguyên nên các em có thể yên tâm chọn c rồi vào Table dò

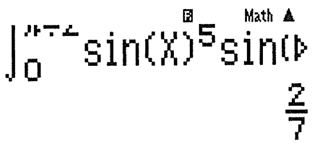
Tuy nhiên theo thói quen mình thường dó từ -9 đến 9 và step là 1 sẽ không ra được vì $a=b=-16$ nên các em cần cẩn trọng khi giá trị biểu thức to thì a,b,c cũng to theo.

Câu 37: Có bao nhiêu số $a\in(0;20\pi)$ sao cho $\int\limits_0^a \sin^5 x\sin 2x dx=\frac{2}{7}$.

A. 20. **B.** 19. **C.** 9. **D.** 10.

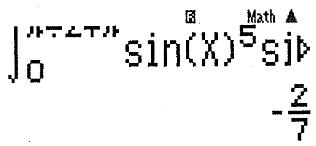
Hướng dẫn :

Ta tính một số trường hợp đặc biệt và được $a=\frac{\pi}{2}$



Chúng ta thấy hàm tuần hoàn với chu kì 2π : $\sin^5(x+2\pi)\sin(2x+2\pi)=\sin^5 x\sin 2x$

Các em có thể xem tuần hoàn với chu kì π không bằng cách tính $a=\frac{\pi}{2}+\pi$



Vậy : $a=\frac{\pi}{2}+k2\pi\in(0;20\pi)\to k=0,1,..,9$ Vậy có 10 giá trị

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị của a trong đoạn $\left[\frac{\pi}{4};2\pi\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^a \frac{\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}dx=\frac{2}{3}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn

Chúng ta lại thử một vài giá trị a đẹp thấy có trường hợp này được còn đa phần lỗi do làm cái mẫu biểu thức trong dấu tích phân không xác định

$$\int_0^{\pi\div 2}\frac{\sin(X)}{\sqrt{1+3\cos(X)}}$$
0.6666666667

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[0;2017)$ của m để $\int_0^m \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)dx \neq 0$

A.16 **B.**8 **C.**1008 **D.**1009

Hướng dẫn

$\int_0^0 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = 0

$\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = 0.6366197724

$\int_0^2 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = 0

$\int_0^3 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = -0.6366197724

$\int_0^4 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = 0

$\int_0^5 \cos\left(\frac{\pi X}{2}\right)dx$ = 0.6366197724

Cứ số chẵn là giá trị tích phân ra âm do đó ta sẽ khoanh 1008.

Các em vui vòng truy cập vào http://bikiptheluc.com/bktl3 để cập nhật thêm các kĩ năng và bài tập mới sau khi điền đầy đủ Code tại : http://check.bikiptheluc.com

***Lưu ý:**

Chỉ mua sách gốc của Nguyễn Thế Lực - https://www.facebook.com/Ad.theluc thì mới được cập nhật nửa cuốn còn lại và hỗ trợ tới lúc thi và học khóa LiveStream 7 ngày cuối định hướng các dạng bài thi.

Bikiptheluc.com – Luyenthipro.vn – 0977.543.462

Địa chỉ: Số 5 ngõ 4C đặng Văn Ngữ, Đống Đa, Hà Nội

Số Phức

I.Các dạng toán liên quan tới tính toán số phức

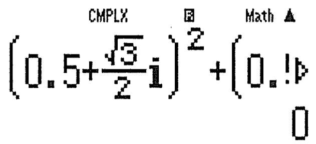
Câu 1: [Chuyên Biên Hòa – Hà Nam]Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thoả mãn điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Tính $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$

A.1 **B.**0 **C.** -1 **D.** $1+i$

Hướng dẫn

Chọn : $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -1$

Bấm máy ta được:



Câu 2: Cho số phức z, w khác 0 sao cho $|z-w| = 2|z| = |w|$. Phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$ là:

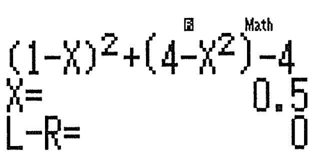
A. $a = -\frac{1}{8}$. **B.** $a = \frac{1}{4}$. **C.** $a = 1$. **D.** $a = \frac{1}{8}$.

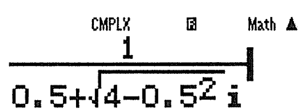
Hướng dẫn

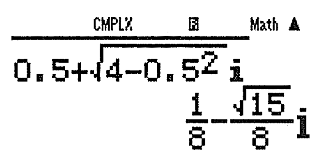
Bài này có 4 biến mà có 2 phương trình từ đó suy ra là chúng liên hệ với nhau theo 1 mối quan hệ chứ không phải là 1 số cụ thể.

Chọn $z = 1 \rightarrow |1-w| = |w| = 2$ ta có phương trình nhập luôn vào máy :

$(1-x)^2 + (4-x^2) = 4$







Vậy khoanh đáp án D.

Câu 3. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $w=(3+4i)z-3i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\sqrt{5}$. **B.** $r=5$. **C.** $r=\sqrt{10}$. **D.** $r=25$.

Hướng dẫn:

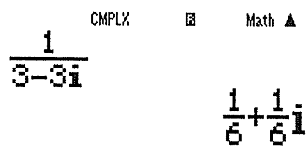
Các em biến đổi đơn giản như sau: $w=(3+4i)z-3i \Leftrightarrow w+3i=(3+4i)z$ lấy module 2 vế ta được : $|w+3i|=|3+4i||z|=25$ vậy tập hợp biểu diễn w là đường tròn tâm $(0;-3)$ và bán kính là 25

Câu 4: Nếu số phức $z\neq 3$ thoả mãn $|z|=3$ thì phần thực của $\frac{1}{3-z}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 6 D. 3

Hướng dẫn

Ở đây bài toán đúng với mọi số $z\neq 3$ thoả mãn $|z|=3$ nên các em chỉ cần chọn một số z bất kì thỏa mãn là được chúng ta chọn là $3i$



Vậy khoanh đáp án B

Câu 5: Gọi (C) là đường tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa điều kiện $|z+1|=|z-2i|$ Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C) trục hoành và đường thẳng x= -1

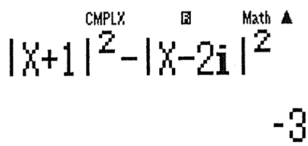
A. $\frac{13}{16}$ B. $\frac{15}{16}$ C. $\frac{17}{16}$ D. $\frac{25}{16}$

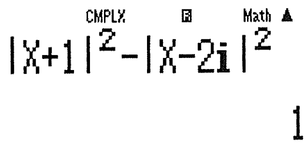
Hướng dẫn

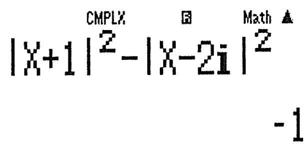
Các em CACL nhanh ra đường thẳng : $|z+1|^2-|z-2i|^2$

(Các em xem giải thích ở Câu 2 Max-Min phía dưới)

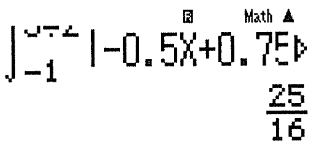
CACL 0= **CALC i=** **CALC 1=**







Vậy phương trình là: $2x+4y-3=0 \to y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ tìm giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung (các em nên vẽ hình ra)



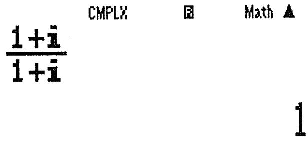
Vậy khoanh đáp án D.

Câu 6: Nếu hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $z_1.z_2 \neq 1$ thì số phức $w=\frac{z_1+z_2}{1+z_1.z_2}$ có phần ảo

A. bằng 1 B. bằng -1 C. bằng 0 D. lớn hơn 1

Hướng dẫn:

Làm tương tự như câu 1 thì các em chọn $z_1=1, z_2=i$ không thích các em có thể chọn : $-1,-i,\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i;\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}$......



Vậy khoanh đáp án A.

Câu 7: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_2|=|z_2|=1$. Khi đó $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn

Tương tự như ví dụ trên : $z_1=1, z_2=i$

CMPLX Math ▲

$|1+i|^2+|1-i|^2$

4

Câu 8: Nếu z là số phức thực sự và thỏa mãn $\frac{1}{|z|-z}$ có phần thực bằng 4 thì môđun của số phức z là:

A. $|z|=\frac{1}{4}$ B. $|z|=\frac{1}{8}$ C. $|z|=4$ D. $|z|=\frac{1}{16}$

Hướng dẫn

Các em chọn bừa 1 số phức có phần thực là 4 rồi tìm z: $\frac{1}{|z|-z}=4+i \Leftrightarrow |z|-z=\frac{1}{4+i}$

Đến đây em có thể gọi $z=a+bi$ rồi tiến hành giải phương trình hoặc dùng Newton-Raphson (anh bấm vài lần = rồi lấy sấp sỉ thôi xem thêm ở phần phương trình phức)

CMPLX Math▼▲

$X=X-\frac{\ldots 4+i}{-1}$

-0.1102940504+i

CMPLX Math ▲

$|X|$

0.1249999407

Câu 9: Cho số phức $z \neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w=\frac{z}{1+z^2}$ là số thực.

Tính $\frac{|z|}{1+|z|^2}$ **A.** $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn :

Chọn : $w=\frac{z}{1+z^2}=1 \to z^2+1-z=0$

M Math▼
X1=

$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

Các em ấn [SHIFT] [RCL] [)] để lưu vào X xong vào luôn [MODE] [2]

M CMPLX Math ▲

$\frac{|X|}{1+|X|^2}$

$\frac{1}{2}$

Vậy khoanh đáp án B

II. Phương trình số phức

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{10}+10iz^9+10iz-11=0$. Tính modun của số phức

A. $|z|=10$ B. $|z|=1$ C. $|z|=11$ D. $|z|=\sqrt{221}$

Hướng dẫn

Để cho nhanh thì các em thay X thành Ans luôn, thuật toán Newton-Raphson khá đơn giản xuất phát từ : $f'(x)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ nếu coi x_2 là nghiệm thì $f(x_2)=0$

Do đó $x_2-x_1=\frac{-f(x_1)}{f'(x)} \Leftrightarrow x_2=x_1-\frac{f(x_1)}{f'(x)}$ khi nhập vào máy thì các em có 2 cách

$X=X-\frac{f(X)}{f'(X)}$ hoặc $Ans-\frac{f(Ans)}{f'(Ans)}$ để giảm 1 phép gán đi

Lưu ý chúng ta coi $i,|z|,|z|^2$ như là 1 số cụ thể nào đó còn z là biến các em nên đưa phương trình về dạng đa thức rồi mới áp dụng và CACL $1+i$ bằng tới khi kết quả không đổi thì đó chính là nghiệm trong nhiều trường hợp để tiết kiệm thời gian ta chỉ bấm bằng tới khi nó không còn thay đổi nhiều nữa là lấy luôn gần đúng.

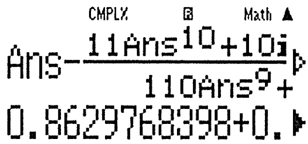
Ứng dụng cho bài này : vào CMPLX

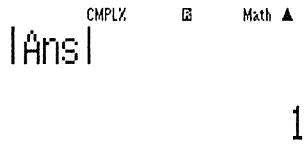
[Ans] [−] [▭] [1] [1] [Ans] [x■] [1] [0] [▶] [+] [1] [0] [ENG] [Ans] [x■] [9] [▶] [+] [1] [0] [ENG] [Ans] [−] [1] [1] [▼] [1] [1] [0] [Ans] [x■] [9] [▶] [+] [9] [0] [ENG] [Ans] [x■] [8] [▶] [+] [1] [0] [ENG]

CMPLX Math ▲

◀ iAns^9+10iAns−1 ▶
+90iAns^8+10i

[1] [+] [ENG] [=] tới khi kết quả không thay đổi





Câu 2. Cho các số phức $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\frac{2}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{z_1+z_2}$. Tính giá trị biểu thức $P=\left|\frac{z_1}{z_2}\right|+\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$

A. $P=\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $P=\sqrt{2}$ C. $P=2$ D. $P=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

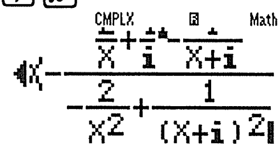
Hướng dẫn:

Các em chọn $z_2=i$ các em sẽ dùng thuật toán Newton – Raphson để nghiệm z_1

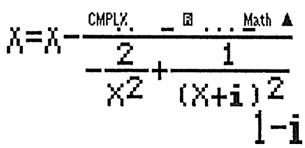
Theo công thức : $X=X-\frac{f(X)}{f'(X)}$ nhập vào máy tính như sau:

[MODE] [2]

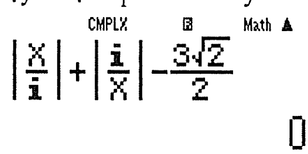
[ALPHA] [)] [ALPHA] [CALC] [ALPHA] [)] [−] [▭/▭] [▭/▭] [2] [▼] [ALPHA] [)] [▶] [+] [▭/▭] [1] [▼] [ENG] [▶] [−] [▭/▭] [1] [▼] [ALPHA] [)] [+] [ENG] [▼] [−] [▭/▭] [2] [▼] [ALPHA] [)] [x^2] [▶] [+] [▭/▭] [1] [▼] [(] [ALPHA] [)] [+] [ENG] [)] [x^2]



[CALC] [1] [+] [ENG] [=] tới khi kết quả không thay đổi



Vậy được $z_1=1-i$ thay vào tính P là xong :



Hoặc các em có thể quy đồng lên được phương trình : $ix^2-2x-2i=0$ rồi giải sẽ dễ hơn.

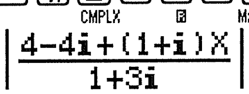
Câu 3: Tìm mô đun của số phức z biết $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$

A. $|z|=4$ B. $|z|=1$ C. $|z|=\frac{1}{2}$ D. $|z|=2$

Hướng dẫn:

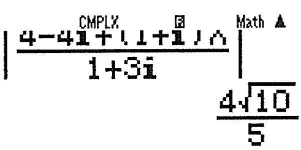
Các em đưa ra $z=\dfrac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ kiểm tra lần lượt các đáp án

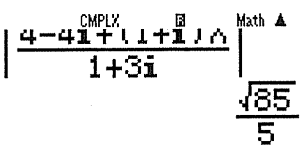
SHIFT hyp ▭/▭ 4 − 4 ENG + (1 + ENG) ALPHA) ▼ 1 + 3 ENG

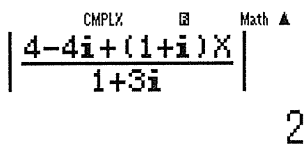


Sau đó CALC luần lượt từng đáp án, đáp án nào cho KQ như nhập vào là đúng

CALC 4 = CALC 1 = CALC 2 =







Câu 4: Xét số phức $z\#0$ thỏa mãn $z\sqrt{3z.\overline{z}+1}=|z|(2+6iz)$. Mệnh đề nào đúng ?

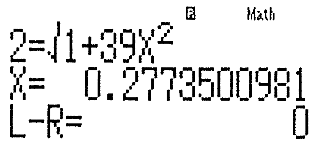
A. $\frac{1}{4}<|z|<\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}<|z|<\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}<|z|<1$ **D.** $|z|<\frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Cách 1: Tự luận

Các em để ý chút : $z.\overline{z}=|z|^2 \Rightarrow z\sqrt{3|z|^2+1}=|z|(2+6iz)\Rightarrow z\left(\sqrt{3|z|^2+1}-6i|z|\right)=2|z|$

$$z=\frac{2|z|}{\sqrt{3|z|^2+1}-6i|z|}\Rightarrow |z|=\left|\frac{2|z|}{\sqrt{3|z|^2+1}-6i|z|}\right|=\frac{2|z|}{\sqrt{\left(3|z|^2+1\right)+36|z|^2}}=\frac{2|z|}{\sqrt{1+39|z|^2}}$$

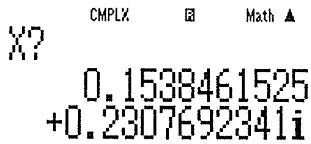


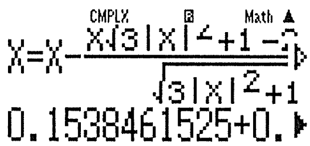
Vậy khoanh A.

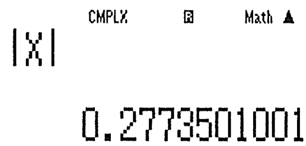
Cách 2: Dùng Newton Raphton

Chúng ta coi z là biến và nhập phương trình : $X = X - \dfrac{X\sqrt{3|X|^2+1}-2|X|-6i|X|X}{\sqrt{3|X|^2+1}-6i|X|}$

CALC $1+i$ bấm = tới khi kết quả không đổi







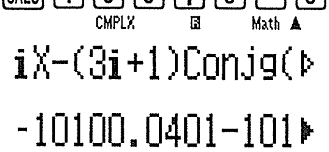
Câu 5: Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\dfrac{iz-(3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$. Số phức $w = \dfrac{26}{9}iz$ có module là :

A. 9 **B.** $\sqrt{26}$ **C.** $\sqrt{6}$ **D.** 5

Hướng dẫn :

Quy đồng rồi nhập biểu thức vào máy

CALC 1 0 0 + 0 . 0 1 ENG =

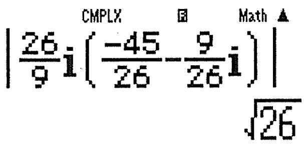


Ta được $-10100.0401-10199.9901i$ khi đó phần thực và ảo có biểu thức

Nó giống như việc các em thay $z = x + yi$ tuy nhiên ở đây ta thay $x = 100, y = 0.01$

$$\begin{cases} 10100.0401 = 100^2 + 100 + 0.4 + 0.1^2 = x^2 + x + 4y + y^2 = 0 \\ 10199.9901 = 100^2 + 2.100 - 0.0099 = 100^2 + 2.100 - (0.01 - 0.01^2) = x^2 + 2x + y^2 - y = 0 \end{cases} \Rightarrow x - 5y = 0$$

Ta có phương trình : $(5y)^2 + 5y + 4y + y^2 = 0 \to y = -\frac{9}{26} \to x = -\frac{45}{26}$



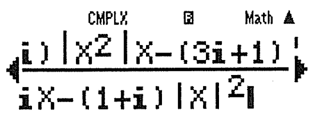
***Dùng Newton – Raphson**

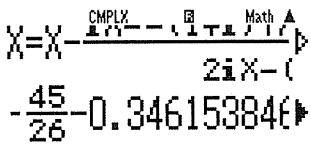
Biến đổi $\frac{iz - (3i+1)\overline{z}}{1+i} = |z|^2$ không để z dưới mẫu :

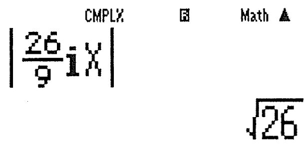
$$\frac{iz - (3i+1)\overline{z}}{1+i} = |z|^2 \Leftrightarrow iz - (3i+1)\overline{z} = (1+i)|z|^2$$

$$\Leftrightarrow iz - (3i+1)\frac{|z|^2}{z} = (1+i)|z|^2 \Leftrightarrow iz^2 - (1+i)|z|^2 z - (3i+1)|z|^2 = 0$$

CALC $1+i = \dots$







Tương tự các em có thể luyện ví dụ sau :

Cho số phức z thỏa mãn $(3-4i)z - \frac{4}{|z|} = 8$. Trên mặt phẳng tọa độ, khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm biểu diễn số phức z thuộc tập nào ?

A. $\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right)$ **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$ **D.** $\left(2;\frac{9}{4}\right)$

Đáp số : $|z| = 2$

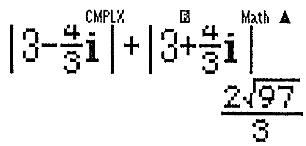
Câu 6: [Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị] Cho số phức w và hai số thực a,b. Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ và hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$

A. $T = 2\sqrt{13}$ B. $T = \dfrac{2\sqrt{97}}{3}$ C. $T = \dfrac{2\sqrt{85}}{3}$ D. $T = 4\sqrt{13}$

Hướng dẫn: Để ý đơn giản thôi nghiệm phương trình bậc 2 hệ số thực : $z = n \pm mi$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 = 2n = 3w + 2i - 3 \to 3b + 2 = 0 \to b = \frac{-2}{3} \qquad (w = a + bi)$$

$$\Rightarrow z_2 - z_1 = 2mi = w - 2i - 3 \to a - 3 = 0 \to a = 3 \Rightarrow w = 3 - \frac{2}{3}i \to z_1 = 3 + \frac{4}{3}i; z_2 = 3 - \frac{4}{3}i$$



Áp dụng tương tự :

Cho số phức w và hai số thực a, b. Biết rằng $2w+i$ và $3w-5$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tìm phần thực của số phức w.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **<u>D.</u>** 5.

Câu 7: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $Q = |z_1 + z_2|$

A. $Q = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ B. $Q = \sqrt{3}$ C. $Q = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ D. $Q = 2$

Hướng dẫn:

Các em làm tương tự $z_1; z_2$ là 2 nghiệm của cùng một phương trình bậc 2 nên : $z = a \pm bi$ (trường hợp hệ số thực mới được nhé, hệ số phức không được)

Do đó $|z_1 - z_2| = |2bi| = 1 \to b = \dfrac{1}{2}$ chúng ta chỉ chọn 1 giá trị b thôi cho đỡ bị lặp

Bây giờ thế vào $|2z-i|=|2+iz| \rightarrow (2a)^2=(a^2+1.5^2) \rightarrow a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy 2 nghiệm là $z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pm\dfrac{1}{2}i$ Vậy $Q=\sqrt{3}$

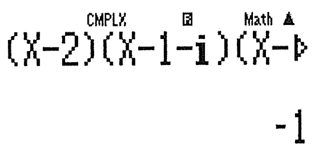
Câu 8. Cho số thực *a, b, c* sao cho phương trình $z^3+az^2+bz+c=0$ nhận $z=1+i$ và $z=2$ làm nghiệm của phương trình. Khi đó tổng giá trị $a+b+c$ là

A. –2. **B.** –4. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn:

Để ý chút các em thấy : $f(z)=z^3+az^2+bz+c \rightarrow f(1)=1+a+b+c$

Câu này các em phải tư duy nhanh : khi phương trình bậc 2 có nghiệm $z=1+i$ tức là sẽ có nghiệm $z=1-i$ vậy ta có hàm $f(z)=(z-2)(z-1-i)(z-1+i)$ các em thay $z=1$ vào là tính được $a+b+c+1$



Từ đó suy ra : $a+b+c=-2$

Câu 9: Cho số phức z thoả mãn $(1+2i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

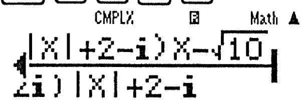
A. $\dfrac{3}{2}<|z|<2$ B. $|z|>2$ C. $|z|<\dfrac{1}{2}$ D. $\dfrac{1}{2}<|z|<\dfrac{3}{2}$

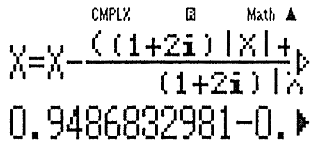
Hướng dẫn:

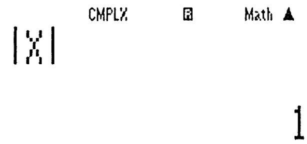
Các em dùng Newton – Raphson : Lưu ý là đừng để z dưới mẫu vì nó khó hội tụ, các em quy đồng lên thành phuwong trình mới

$$(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i \Leftrightarrow \left[(1+2i)|z|+2-i\right]z-\sqrt{10}=0$$

CALC 1 + ENG =





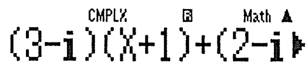


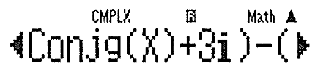
Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $(3-i)(z+1)+(2-i)(\bar{z}+3i)=1-i$. Tính mô đun của số phức $w=\frac{i-z}{1+z}$

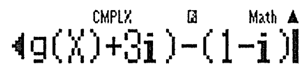
A. $\frac{\sqrt{82}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{82}}{8}$ C. $\frac{2\sqrt{82}}{9}$ D. $\frac{3\sqrt{82}}{5}$

Hướng dẫn

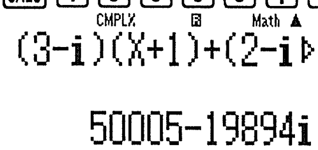
Đây là dạng phương trình bậc nhất của số phức các em nhập y lại phương trình :





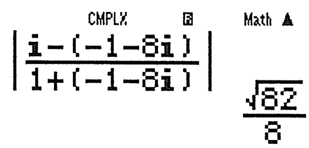


CALC 1 0 0 0 0 + 1 0 0 ENG =



Chúng ta được hệ phương trình :

$$\begin{cases} 50005=50.000+5=5a+5 \\ 19894=20.000-100-6=2a-b-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a+5=0 \\ 2a-b=6 \end{cases} \Rightarrow a=-1, b=-8 \rightarrow z=-1-8i$$



Vậy khoanh đáp án B

Câu 11: Trên tập số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+4i-2=0$
Tính giá trị

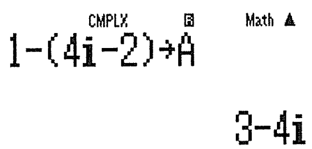
biểu thức $P=\dfrac{|z_1|+|z_2|}{4+|z_1|.|z_2|}$

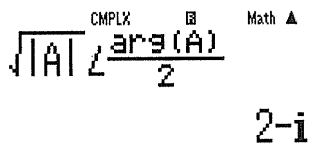
A. $\dfrac{-\sqrt{10}+2\sqrt{2}}{2}$ B. $\dfrac{-\sqrt{10}+3\sqrt{2}}{2}$ C. $\dfrac{\sqrt{10}+3\sqrt{2}}{2}$ D. $\dfrac{-\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{2}$

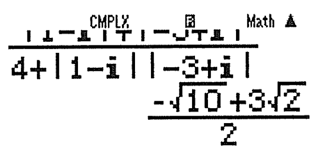
Hướng dẫn:

Bài này dễ nhưng chủ yếu anh muốn hướng dẫn cách tính nhanh căn bậc 2 của số phức

Tính Δ' rồi tính ra nghiệm : $z_1=1-i; z_1=-3+i$







Vậy khoanh đáp án B

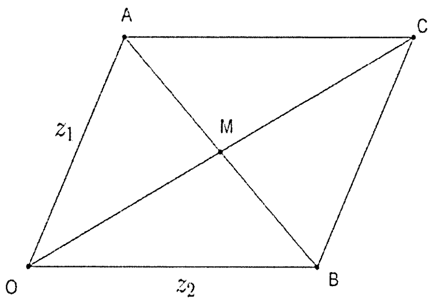
III. Max-Min module số phức

Câu 1: Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$

A. $P=5+3\sqrt{5}$. **B.** $P=2\sqrt{26}$. **C.** $P=4\sqrt{6}$. **D.** $P=34+3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Cách 1: Tự Luận



Đặt $OA=|z_1|, OB=|z_2|$ (với O là gốc tọa độ, A,B là điểm biểu diễn của z_1,z_2).

Dựng hình bình hành $OACB$, khi đó ta có $AB=|z_1-z_2|=2, OC=|z_2+z_1|=10, OM=5$

Theo định lý đường trung tuyến ta có

$$OM^2=\frac{2\left(OA^2+OB^2\right)-AB^2}{4}\Rightarrow OA^2+OB^2=52\Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=52$$

Ta có $|z_1|+|z_2|\le\sqrt{2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)}=2\sqrt{26}\Rightarrow P_{\max}=2\sqrt{26}$

***Cách 2: Casio làm nhanh**

$z_1+z_2=8+6i\to z_2=(8+6i)-z_1\to|2z_1-(8+6i)|=2\to(2a-8)^2+(2b-6)^2=4$

Các em cho b rồi giải phương trình tìm a

b=0,b=1 can't solve ,

$b=2\to z_1=4+2i$ $b=3\to z_1=3+3i$ $b=4\to z_1=4+4i$

(2X-8)²+(2Y-6)²▸ X= 4 L-R= 0	(2X-8)²+(2Y-6)²▸ X= 3 L-R= 0	Solve for X 4
|X|+|8+6i-X| 10.1289902	|X|+|8+6i-X| 10.07359258	|X|+|8+6i-X| 10.1289902

Các kết quả này đều xấp xỉ và nhỏ hơn đáp án B

$2\sqrt{26}$

10.19803903

Câu 2: Cho số phức z thoả mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là:

A. $\sqrt{13}+2$ B. 4 C. 6 D. $\sqrt{13}+1$

Hướng dẫn

Ở đây các em sử dụng lý thuyết sau:

$|z-z_o|=R$ thì tập hợp các điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $z_o=a_o+b_oi \to I(a_o;b_o)$

và bán kính là R , khi đó $\begin{cases} |z|_{\max}=R+|z_o| \\ |z|_{\min}=\left|R-|z_o|\right| \end{cases}$ chúng ta sẽ ứng dụng giải nhanh như sau :

$|\bar{z}+1+i|^2=(a+1)^2+(b-1)^2=|z+1-i|^2$

Đặt : $w=z+1-i$ bài toán trở thành : $|w-3-2i|=1$. Hỏi $|w|_{\max}=?$ áp dụng luôn công thức ta được :

$|w|_{\max}=1+\sqrt{3^2+2^2}=1+\sqrt{13}$

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$, biết rằng z thoả mãn điều kiện $\left|\frac{4+2i}{1-i}z-1\right|=1$

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. -1

Hướng dẫn:

Các em đưa về dạng chuẩn như ở trên :

$$\left|\frac{4+2i}{1-i}z-1\right|=1 \Leftrightarrow |(1+3i)z-1|=1 \Leftrightarrow \left|z-\frac{1}{1+3i}\right|=\frac{1}{|1+3i|} \Rightarrow |z|_{\min}=\frac{1}{|1+3i|}-\left|\frac{1}{1+3i}\right|=0$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 4: Cho số phức z thỏa mãn: $|z^2-2z+5|=|(z-1+2i)(z+3i-1)|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của môđun số phức w, với $w=z-2+2i$

A. $|w|_{min}=\frac{3}{2}$ B. $|w|_{min}=2$ C. $|w|_{min}=1$ D. $|w|_{min}=\frac{1}{2}$

Hướng dẫn:

Các em vào giải phương trình bậc 2 $z^2-2z+5=0$ ta được :

X1= 1+2i X2= 1-2i

Do đó :

$$\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|z-1+2i|=0\to z=1-2i\to w=-1\to|w|=1\\ |z-1-2i|=|z+3i-1|\quad(*)\end{array}\right.$$

Ta đã biết (*) có dạng đường thẳng: $ax+by+c=0$ do đó các em CALC nhanh như sau :

Nhập biểu thức : $|z-1-2i|^2-|z+3i-1|^2$

|X-1-2i|²-|X+3i

*CACL $0=$ tức là $z=0\to a=b=0\to c=-5$

*CACL $i=$ tức là $z=i\to a=0;b=1\to b+c=-15\to b=-10$

*CACL $1=$ tức là $z=1\to a=1;b=0\to a+c=-5\to a=0$

|X-1-2i|²-|X+3i -5 |X-1-2i|²-|X+3i -15 |X-1-2i|²-|X+3i -5

Vậy ta có phương trình đường : $-10y-5=0\Leftrightarrow y=-0.5\to z=a-0.5i\to w=(a-2)+1.5i$

$|w|^2=(a-2)^2+\frac{9}{4}\ge\frac{9}{4}\to|w|_{min}=\frac{3}{2}$ Vậy tổng kết 2 trường hợp ta có $|w|_{min}=1$

Câu 5: Cho số phức z thỏa mãn: $|z-3|+|z+3|=10$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 10 và 4 B. 5 và 4 C. 4 và 3 D. 5 và 3

Hướng dẫn:

Đây là dạng của phương trình Elip với $c=3, a=5 \to b=4$ nên $|z|_{max}=a=5; |z|_{min}=b=4$

Tuy nhiên thì không phải em nào cũng tư duy được như vậy, nếu đi thi chúng ta sẽ thử đáp án như sau :

Bây giờ min chỉ có thể là 3 hoặc 4 ; xét trường hợp 3 xem có tồn tại số phức nào không

$|z|^2 = x^2 + y^2 = 9 \quad |z-3| + |z+3| = 10 \to \sqrt{(x-3)^2 + (9-x^2)} + \sqrt{(x+3)^2 + (9-x^2)} - 10 = 0$

Dùng SOLVE ở hệ COMP

```
Can't Solve
[AC]  :Cancel
[◀][▶]:Goto
```

Vậy loại được đáp án C,D tiếp tục thử với max là 10 thì chỉ việc thay 9 thành 100

```
Can't Solve
[AC]  :Cancel
[◀][▶]:Goto
```

Vậy loại đáp án A và cuối cùng chọn B.

Như vậy khi xét bài toán max-min ta dựa vào đáp án, chọn giá trị nhỏ nhất và lớn nhất ở các đáp án để thử xem có tồn tại số phức nào thỏa mãn hay không, nếu có thì đáp án đó có khả năng đúng còn không là loại

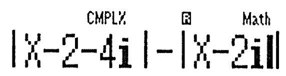
Câu 6: Trong các số phức z thỏa điều kiện $|z-2-4i| = |z-2i|$. Điểm biểu diễn cho số phức z có môđun nhỏ nhất có tọa độ là :

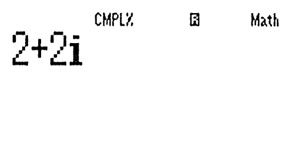
A. $(2;2)$ B. $(-2;-2)$ C. $(2;-2)$ D. $(-2;2)$

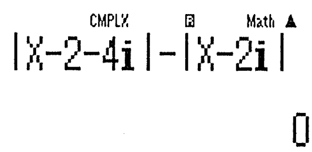
Hướng dẫn:

Em nào rảnh có thể viết phương trình đường từ điều kiện rồi biện luận phương trình bậc hai, còn đi thi để cho nhanh các em chỉ việc kiểm tra liệu điểm đó có thỏa mãn điều kiện trên hay chưa ?

Nhập hệ thức rồi CACL số phức tương ứng ví dụ $(2;2) \to z = 2+2i$







Vậy đáp án A thỏa mãn, các em có thể xét B,C,D để kiểm chứng.

Câu 7: Cho số phức z thỏa $|z| \geq 2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \left|\frac{z+i}{z}\right|$

A. $\frac{1}{4}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{3}{4}$

Hướng dẫn:

Câu này chúng ta áp dụng BĐT vecto sau : $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

$$P = \left|\frac{z+i}{z}\right| = \left|1 + \frac{i}{z}\right| \to 1 - \left|\frac{i}{z}\right| \leq P \leq 1 + \left|\frac{i}{z}\right| \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|}$$

Ta có $|z| \geq 2 \to \frac{1}{|z|} \leq 2 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq 1 + \frac{1}{2}$ Vậy khoanh đáp án D.

***Một số dạng khác**

Câu 1: Kí hiệu z_1; z_2; z_3 là ba nghiệm của phương trình phức $z^3 + 2z^2 + z - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

A. $T = 4$. **B.** $T = 4 + \sqrt{5}$. **C.** $T = 4\sqrt{5}$. **D.** $T = 5$.

Hướng dẫn

Các em vào giải phương trình bậc 3

X1= 1 X2= $-\frac{3}{2}+1.322875656i$ X3= $-\frac{3}{2}-1.322875656i$

Để lưu nghiệm $X2$ vào X các em bấm [SHIFT] [RCL] [)] hiện như thế này là được

Stored to X

Sau đó lưu nghiệm $X3$ vào Y sau đó phải vào hệ CMPLX không được sang hệ COMPL không là mất phần ảo

[MODE] [2]

$|1|+|X|+|Y|$

5

Câu 2: Cho phương trình $\frac{a}{z}+\frac{b}{z-2}=1\ (a,b\in\mathbb{R},z\in\mathbb{C})$ có 2 nghiệm $z_1=1+i\sqrt{3}$ và z_2 . Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ là một số thực dương.

A. $n=2$ **B.** $n=4$ **C.** $n=6$ **D.** $n=3$

Hướng dẫn:

Các em có thể làm theo tự luận là thế z_1 rồi giải tìm a,b nhưng để đơn giản hơn thì ta làm như sau :

$$z_1=1+i\sqrt{3}\to z_2=1-i\sqrt{3}\to\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^n$$

$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^3$

1

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 3: Cho các số phức z,w thỏa mãn $\left|z+2-2i\right|=\left|z-4i\right|$, $w=iz+1$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|w\right|$ là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: Các em CALC nhanh ra phương trình :

CALC 0= CALC 1= CALC i=

CMPLX Math ▲	CMPLX Math ▲	CMPLX Math ▲
|X+2-2i|²-|X-4i▷	|X+2-2i|²-|X-4i▷	|X+2-2i|²-|X-4i▷
-8	-4	-4

Ta có phương trình : $4x+4y-8=0 \Leftrightarrow x+y=2 \rightarrow y=2-x$

$w=iz+1=i(\text{x}+yi)+1=1-\text{y}+\text{xi} \rightarrow \left|w\right|=(1-\text{y})^2+x^2=(1+\text{x})^2+x^2=2x^2+2x+1$

$\left|w\right|_{\min} \leftrightarrow x=\frac{-1}{2} \rightarrow \left|w\right|_{\min}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ .Vậy khoanh đáp án C

Câu 4: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính giá trị $P=z_1^{2017}+z_2^{2017}$.

A. $P=1$. B. $P=-1$. C. $P=0$. D. $P=2$.

Hướng dẫn :

Chúng ta giải ra 2 nghiệm của phương trình là : $z_1=\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$ những dạng như thế này thì nó lặp lại theo chu kì vậy các em lưu 2 nghiệm vào X,Y

M CMPLX Math▼▲	M CMPLX Math ▲	M CMPLX Math ▲
X^1+Y^1	X^2+Y^2	X^3+Y^3
-1	-1	2

M CMPLX Math ▲
X^4+Y^4
-1

M CMPLX Math ▲
X^5+Y^5
-1

M CMPLX Math ▲
X^6+Y^6
2

Ở đây thì thay vì tính 2017 thì các em tính tại 17 vì $2017=2000+17$, 2000 chia hết cho 4, thông thường các bài toán như vậy số phức thường lặp lại với chu kì là 4 giống như lượng giác vậy

M CMPLX Math ▲
$X^{17}+Y^{17}$
-1

Vậy khoanh đáp B.

Câu 5: Cho số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ thoả mãn điều kiện $|z^2+4|=2|z|$. Đặt $P=8(b^2-a^2)-12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=(|z|-2)^2$ B. $P=(|z|^2-4)^2$ C. $P=(|z|-4)^2$ D. $P=(|z|^2-2)^2$

Hướng dẫn

Ở bài toán này chỉ với điều kiện $|z^2+4|=2|z|$ ta không thể giải ra được điều kiện cụ thể do đó ta sẽ chọn $b=\sqrt{3}\to z=a+i\sqrt{3}$ và tiến hành giải phương trình trình tìm a

$$|z^2+4|=2|z|\to|a^2+3i^2+2\sqrt{3}ai+4|=2|a+i\sqrt{3}|\to(a^2+1)^2+12a^2-4(a^2+3)=0$$

$$\leftrightarrow(a^2+1)^2+10a^2-11=0\to\left[\begin{array}{l}a^2=1\\a^2=-11\end{array}\right.\to a=1\to z=1+i\sqrt{3}\to D$$

Ngoài ra các em có thể chọn $b=2\to z=a+2i$

$$|z^2+4|=2|z|\to|a^2+4i^2+4ai+4|=2|a+2i|\to a^4+16a^2-4(a^2+4)=0$$

M Math
$X^4+16X^2-4(X^2+4)$
X= 1.100501045
L-R= 0

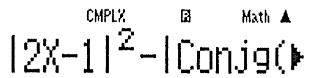
M CMPLX Math ▲
◂-(|X+2i|²-2)²
0

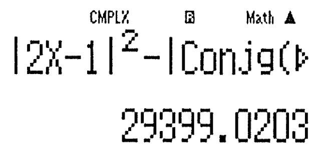
M CMPLX Math ▲
8(4-X²)-12-(|X+▸
0

Câu 6: Tính tích modun của tất cả các các số phức z thỏa mãn $|2z-1|=|\bar{z}+1+i|$, đồng thời điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn có tâm $I(1;1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Nhập biểu thức CALC $100+0,01i$





Nó sẽ phân ra 2 lớp :

Lớp x : $29399=30000-600-1=3x^2-6x-1$

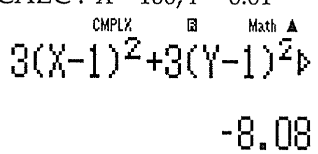
Lớp y : $.0203=.02+.0003=2y+3y^2$

Vậy $|2z-1|=|\bar{z}+1+i| \Rightarrow 3x^2+3y^2-6x+2y-1=0$

Bây giờ kết hợp với phương trình : $(x-1)^2+(y-1)^2=5$ nhân 3 vào trồi trừ phương trình trên là ra mối quan hệ x và y :

Các em nhập vào máy : $3\left[(x-1)^2+(y-1)^2-5\right]-\left(3x^2+3y^2-6x+2y-1\right)$

CALC : $X=100;Y=0.01$



Vậy $-(8+8y)=0 \to y=-1 \to x=0, x=2 \to M=1.\sqrt{5}=\sqrt{5}$

Còn Update nhiều bài hay lắm các em nhớ vào phần Update kèm sách đừng có lười nhé ^^

Hình Oxyz

Phần kĩ thuật Casio Oxyz các em xem tại : http://bikiptheluc.com/bktl3

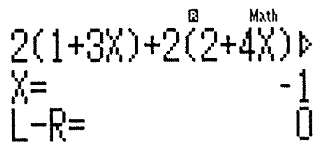
Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc 90^0. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $J(-3;2;7)$. **B.** $H(-2;-1;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $I(-1;-2;3)$.

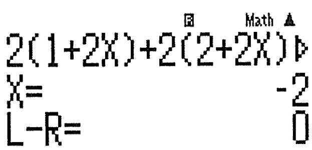
Hướng dẫn:

Tìm nhanh các dữ kiện như sau :

$$(\text{d}):\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases} \rightarrow B=(\text{d})\cap(Q)=(-2,-2,1)$$

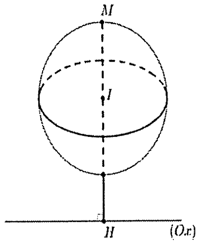


$AB^2=AM^2+BM^2$ nên BM lớn nhất khi AM ngắn nhất hay M là hình chiếu của A lên (P) từ đó có tìm được $M(-3,-2,-1)$ Nhìn 4 đáp án khoanh D vì $y_B=y_C=-2$



Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+7=0$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn nhất.

A. $M(0;-3;2)$. **B.** $M(2;-2;3)$. **C.** $M(1;-1;1)$. **D.** $M(1;-3;3)$.



Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính là $R=\sqrt{1+2^2+2^2-7}=\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của $I(1;-2;2)$ lên Ox nên $H(1;0;0)$.

$d(I;Ox)=IH=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}>R$ nên khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn $\Leftrightarrow \dfrac{IM}{IH}=\dfrac{R}{IH}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$ và $\overrightarrow{IM}$, $\overrightarrow{IH}$ ngược hướng (xem hình)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M-1=0 \\ y_M+2=-\dfrac{1}{2}.2 \\ z_M-2=-\dfrac{1}{2}(-2) \end{cases} \Leftrightarrow M(1;-3;3)\to D$$

Hướng dẫn giải nhanh : Đầu tiên kiểm tra M thuộc mặt cầu thì cả 4 điểm đều thuộc

Gọi $M(a,b,c)$ có hình chiếu lên Ox là $H(a,0,0)$ khoảng cách M tới Ox là $MH=\sqrt{b^2+c^2}$

chúng ra kiểm tra thì thấy $M(1;-3;3)$ cho KQ lớn nhất

Câu 3: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(6;-3;4)$, $B(a;b;c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng toạ độ (Oxy), (Oxz) và (Oyz). Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM=MN=NP=PB$, khi đó giá trị của tổng $a+b+c$ là:

A. 11. **B.** −11. **C.** 17. **D.** −17.

Hướng dẫn

$M\in(Oxy)\Rightarrow M(x_M;y_M;0)$ $N\in(Oxz)\Rightarrow N(x_N;0;z_N)$ $P\in(Oyz)\Rightarrow P(0;y_P;z_p)$

Từ giả thiết $AM=MN=NP=PB$ suy ra $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow 0-4=\frac{1}{4}(c-4)\Leftrightarrow c=-12$

$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\Rightarrow N$ là trung điểm AB $\Rightarrow y_N=\dfrac{y_A+y_B}{2}\Leftrightarrow 0=\dfrac{b-3}{2}\Leftrightarrow b=3$

$\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow -6=\frac{3}{4}(a-6)\Leftrightarrow a=-2$ Vậy $a+b+c=-11$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ và $M(x_0;y_0;z_0)\in(S)$ sao cho $A=x_0+2y_0+2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Hướng dẫn

Tacó: $A=x_0+2y_0+2z_0 \Leftrightarrow x_0+2y_0+2z_0-A=0$ nên $M\in(P):x+2y+2z-A=0$,do đó điểm M là điểm chung của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P).

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và bán kính $R=3$.

Tồn tại điểm M khi và chỉ khi $d(I,(P))\le R \Leftrightarrow \frac{|6-A|}{3}\le 3 \Leftrightarrow -3\le A\le 15$

Do đó, với M thuộc mặt cầu (S) thì $A=x_0+2y_0+2z_0\ge -3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi M là tiếp điểm của $(P):x+2y+2z+3=0$ với (S) hay M là hình chiếu của I lên (P). Suy ra $M(x_0;y_0;z_0)$ thỏa: $\begin{cases} x_0+2y_0+2z_0+3=0 \\ x_0=2+t \\ y_0=1+2t \\ z_0=1+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x_0=1 \\ y_0=-1 \\ z_0=-1 \end{cases}$

Vậy $\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-1\rightarrow B$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-6)$. Nếu tam giác $A'B'C'$ thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$ thì tọa độ trọng tâm của tam giác đó là

A. $(1;0;-2)$. **B.** $(2;-3;0)$. **C.** $(3;-2;0)$. **D.** $(3;-2;1)$.

Hướng dẫn

Ta có: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$ (1) $\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{A'G'}+\overrightarrow{G'G}+\overrightarrow{GA}\right)+\left(\overrightarrow{B'G'}+\overrightarrow{G'G}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{C'G'}+\overrightarrow{G'G}+\overrightarrow{GC}\right)=\vec{0}$.

$\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\left(\overrightarrow{A'G'}+\overrightarrow{B'G'}+\overrightarrow{C'G'}\right)+3\overrightarrow{G'G}=\vec{0}$ (2)

Nếu G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, $A'B'C'$ nghĩa là

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{A'G'}+\overrightarrow{B'G'}+\overrightarrow{C'G'}$ thì $(2)\Leftrightarrow \overrightarrow{G'G}=\vec{0}\Leftrightarrow G'\equiv G$.

Tóm lại (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác ABC, $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G=(1;0;-2)$. Vậy khoanh A.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Hướng dẫn

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;4)$ và có bán kính $R=4$.

$IM=\sqrt{(3-2)^2+(3-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{14}<R$

$\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu (S), nên mọi đường thẳng Δ qua M đều cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Để AB nhỏ nhất thì khoảng cách từ I đến Δ lớn nhất, khoảng cách này lớn nhất khi $IM\perp\Delta$.

Gọi VTCP của Δ là $\vec{u}$ ta có: $\begin{cases}\Delta\subset(\alpha)\\ \Delta\perp MI\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\ \vec{u}\perp\overrightarrow{MI}\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{MI}\right]=(1;-2;1)$

Đường thẳng Δ qua $M(2;1;1)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-2;1)$ là $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

Cách khác: $\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{n_\alpha}=0 \Rightarrow$ chỉ có đáp án A thỏa.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{3}$ mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ O đến (α) đạt giá trị lớn nhất. Khi đó góc giữa mặt phẳng (α) và trục Ox là φ thỏa mãn:

A. $\sin\varphi=\frac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sin\varphi=\frac{2}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\sin\varphi=\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(1;2;3)$

Gọi H là hình chiếu của O lên d, K là hình chiếu của O lên (α) ta có:

$d(O,(\alpha))=OK\le OH\Rightarrow d(O,(\alpha))$ lớn nhất bằng OH khi $K\equiv H$. Khi đó (α) chứa d và nhận $\vec{n}=\overrightarrow{OH}$ làm VTPT. $H\in d\Rightarrow H(4+t;5+2t;3t)\Rightarrow\overrightarrow{OH}=(4+t;5+2t;3t)$

Vì $OH\perp d\Rightarrow\overrightarrow{OH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4+t+2(5+2t)+3.3t=0\Leftrightarrow 14t+14=0\Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(3;3;-3)$, $\overrightarrow{OH}=(3;3;-3)$.

Trục Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$ $\sin\varphi=\frac{|\vec{i}.\vec{n}|}{|\vec{i}|.|\vec{n}|}=\frac{|3|}{\sqrt{1}.\sqrt{3^2+3^2+(-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$. **B.** $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$.

C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$.

Hướng dẫn

Giả sử $d\cap d_2=M \Rightarrow M(2+t;-1-t;1+t)$ $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$ d_1 có VTCP $\vec{u_1}=(1;4;-2)$.

$d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u_1} = 0 \Leftrightarrow 1+t-4t-2(t-2)=0 \Leftrightarrow -5t+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$ có phương trình là:

$d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 8 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6;0;6)$, $B(8;-4;-2)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;5)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó $a-b+3c$ có giá trị bằng

A. 24. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 26.

Hướng dẫn

$\overrightarrow{CD}=(1;1;-1)$ Đường thẳng CD có phương trình: $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=6-t \end{cases}$.

$M \in CD$ nên $M(t;t;6-t)$.Ta có chu vi ΔMAB bằng: $MA+MB+AB$. Do đó chu vi nhỏ nhất khi và chỉ khi $P=MA+MB$ nhỏ nhất.

$MA=\sqrt{3t^2-12t+36}=\sqrt{3(t-2)^2+24}$, chọn $\vec{u}=\left(\sqrt{3}(t-2);2\sqrt{6}\right)$

$MB=\sqrt{3t^2-24t+144}=\sqrt{3(t-4)^2+96}$, chọn $\vec{v}=\left(-\sqrt{3}(t-4);4\sqrt{6}\right)$

Ta có: $\vec{u}+\vec{v}=\left(2\sqrt{3};6\sqrt{6}\right)$ và $P=|\vec{u}|+|\vec{v}| \geq |\vec{u}+\vec{v}| = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(6\sqrt{6}\right)^2}=2\sqrt{57}$

Dấu "=" xảy ra khi và khi $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}(t-2)}{-\sqrt{3}(t-4)} = \dfrac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{6}} \Leftrightarrow t=\dfrac{8}{3}$.

Suy ra: $M\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{8}{3};\dfrac{10}{3}\right)$ Vậy $a-b+3c=10$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-4)^2+z^2=5$ .Tìm tọa độ điểm A thuộc trục Oy, biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua A có các vectơ pháp tuyến lần lượt là các vectơ đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là 11π

A. $\left[\begin{array}{l} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} A(0;0;0) \\ A(0;8;0) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} A(0;6;0) \\ A(0;0;0) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} A(0;2;0) \\ A(0;8;0) \end{array}\right.$.

Hướng dẫn

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;0)$ bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi $A(0;a;0)$.Ba mặt phẳng theo giả thiết đi qua A có pt lần lượt là $\begin{array}{l} (\alpha_1): x=0 \\ (\alpha_2): z=0 \\ (\alpha_3): y-a=0 \end{array}$

Vì $d(I;\alpha_1)=d(I;\alpha_2)=0$ nên mặt cầu (S) cắt $(\alpha_1);(\alpha_2)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có bán kính $R=\sqrt{5}$.Diện tích hai hình tròn đó là $S_1+S_2=2\pi R^2=10\pi$

Suy ra mặt cầu (S) cắt (α_3) theo giao tuyến là 1 đường tròn có diện tích tương ứng $S_3=\pi$

Bán kính đường tròn đó là: $r_3=\frac{S_3}{\pi}=1$ $d(I,\alpha_3)=|4-a|=IH$ Ta có :

$$IH^2+r_3^2=R^2 \Rightarrow IH=|4-a|=2 \rightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{array}\right. \rightarrow A$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1;0;0),B(-1;1;-2),C(-2;0-3),D(0;-1;-1)$.Gọi H là trung điểm CD , $SH\perp(ABCD)$. Biết khối chóp có thể tích bằng 4. Kí hiệu tọa độ của điểm S là $S(x_0;y_0;z_0),x_0>0$.Tìm x_0

A. $x_0=1$. **B.** $x_0=2$. **C.** $x_0=3$. **D.** $x_0=4$.

Hướng dẫn

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-2),\overrightarrow{AC}=(-3;0;-3),\overrightarrow{AD}=(-1;-1;-1)$ $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;0;3),\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=(-3;0;3)$

$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ACD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|+\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+0^2+3^2}+\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+0^2+3^2}=3\sqrt{2}$$

$H\left(-1;-\frac{1}{2};-2\right)$ Đường cao SH đi qua H và nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ làm VTCP nên có phương trình $\begin{cases} x=-1-3t \\ y=-\frac{1}{2} \\ z=-2+3t \end{cases}$ $S\in SH \Rightarrow S(-1-3t;-\frac{1}{2};-2-3t)$

ĐK: $-1-3t>0 \Leftrightarrow t<-\frac{1}{3} \Rightarrow SH=\sqrt{(-3t)^2+(-3t)^2}=3|t|\sqrt{2}$

$V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH=\frac{3V}{S_{ABCD}}=\frac{3.4}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ $\quad 3|t|\sqrt{2}=2\sqrt{2} \Rightarrow t=-\frac{2}{3} \Rightarrow S\left(1;-\frac{1}{2};0\right)$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+2z-1=0$, điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P), (Q) cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B,C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. Khi đó phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Q)?

A. $(Q):x+2y+2z-4=0$. **B.** $(Q):x+2y+2z-6=0$.

C. $(Q):x+2y+2z-3=0$. **D.** $(Q):x+2y+2z-2=0$.

Hướng dẫn

(P) song song với (Q), nên mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-c=0,\ (c\neq 1)$.

Giao điểm của (Q) và tia $0x$ là $B(c;0;0)$. Giao điểm của (Q) và tia $0y$ là $C\left(0;\frac{c}{2};0\right);c>0$

$\overrightarrow{AB}=(c-2;-1;-5);\ \overrightarrow{BC}=\left(-c;\frac{c}{2};0\right),\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(\frac{5c}{2};5c;\frac{c^2}{2}-2c\right)$.

Diện tích tam giác ABC bằng $5\sqrt{5}$ nên

$\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]\right|=5\sqrt{5} \Leftrightarrow \left(\frac{5c}{2}\right)^2+(5c)^2+\left(\frac{c^2}{2}-2c\right)^2=500 \Rightarrow c=4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2>0$) đi qua hai điểm $B(1;0;2), C(-1;-1;0)$ và cách $A(2;5;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $F=\dfrac{a+c}{b+d}$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{2}{7}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn

$\overrightarrow{BC}=(-2;-1;-2)$. Phương trình đường thẳng $BC:\begin{cases}x=1-2t\\y=-t\\z=2-2t\end{cases}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P).

Ta có $AH=d(A,(P))\le AI$. Do đó AH đạt giá trị lớn nhất khi $H\equiv I$, khi đó mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với AI.

$I\in BC \Rightarrow I(1-2t;-t;2-2t)$, $\overrightarrow{AI}=(1+2t;5+t;1+2t)$

$AI\perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -2-4t-5-t-2-4t=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Mặt phẳng (P) qua $I(3;1;4)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AI}=(-1;4;-1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x-4y+z-3=0$ Vậy $F=\dfrac{a+c}{b+d}=-\dfrac{2}{7}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(-1;0;1)$ và điểm M thay đổi trên đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB$ là

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 3.

Hướng dẫn

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\ y=1-t\\ z=1+t\end{cases}$.

Do $M\in d\Rightarrow M(t;1-t;1+t)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}=(1-t;t;-1-t)\Rightarrow MA=\sqrt{3t^2+2}$ và $\overrightarrow{MB}=(-1-t;-1+t;-t)\Rightarrow MB=\sqrt{3t^2+2}$.

Do vậy $T=MA+MB=2\sqrt{3t^2+2}\ge 2\sqrt{2}$. Suy ta $T_{\min}=2\sqrt{2}$ khi $t=0\Rightarrow M(0;1;1)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;1)$; $B(1;1;0)$; $C(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi điểm $M(x;y;z)$.

Vì điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$ nên

$$\begin{cases}M\in(P)\\ MA=MB\\ MA=MC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-z-1=0\\ x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=(x-1)^2+(y-1)^2+z^2\\ x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=(x-1)^2+y^2+(z-1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-z-1=0\\ x-z=0\\ x-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\Rightarrow M(1;1;1)\\ z=1\end{cases}$$

Ta có $\begin{array}{l}\overrightarrow{MA}=(1;0;0);\ \overrightarrow{MB}=(0;0;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right]=(0;-1;0)\\ \overrightarrow{MC}=(0;1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right].\overrightarrow{MC}=-1\end{array}$ $\quad V_{M.ABC}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right].\overrightarrow{MC}\right|=\frac{1}{6}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x+2y+3z-11=0$.
B. $(P): x+2y+3z-14=0$.
C. $(P): x+2y+z-14=0$.
D. $(P): x+y+z-6=0$.

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi $OH\perp(ABC)$ tại H. Ta có: $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}\ge\frac{1}{OM^2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chi khi $H\equiv M$.

Do đó: $\left(\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}\right)_{\min}=\frac{1}{OM^2}$ khi (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ có VTPT $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$

Vậy (P) có phương trình: $(P): x+2y+3z-14=0$.

Cách 2:

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a.b.c\neq 0$.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$ (1).

Ta có: $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiakopxki ta có: $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\le\sqrt{14\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)}$.

suy ra $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge\frac{\sqrt{14}}{14}$, dấu "=" xảy ra khi $a=2b=3c$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\frac{14}{3} \end{cases}$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là: $x+2y+3z-14=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 3x+2y+3z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$. Phương trình của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm $A(1;2;-1)$ là

A. $x^2+y^2+z^2+5x-4y-7z=0$.

B. $x^2+y^2+z^2+4x+2y+2z=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0$.

D. $x^2+y^2+z^2-7x-z=0$.

Hướng dẫn

Cách 1:

Phương trình mặt cầu (S_1) qua giao tuyến của mặt phẳng $(P): 3x+2y+3z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$ có dạng: $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m(3x+2y+3z)=0$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+(3m-2)x+(2m-2)y+(3m-4)z=0.$$

Mà $A(1;2;-1)\in(S_1)\Rightarrow 1^2+2^2+(-1)^2+(3m-2).1+(2m-2).2+(3m-4)(-1)=0\Leftrightarrow m=-1.$

Vậy phương trình mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0.$

Cách 2: Phương trình $(C): \begin{cases}3x+2y+3z=0\\ x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0\end{cases}$

Ta có $O(0;0;0), K(-1;0;1), B\left(0;-\frac{6}{13};\frac{4}{13}\right)\in(C).$

Phương trình mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ đi qua các điểm O, K, B, A

$\Rightarrow a=\frac{5}{2}, b=2, c=\frac{7}{2}$. Vậy $(S_1): x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0.$

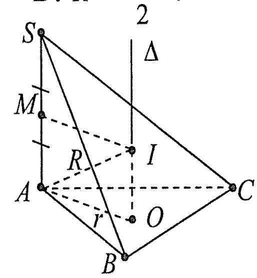
Phần Oxyz này các em xem ở File Update sẽ có nhiều kĩ thuật Casio hơn, do thời gian khá gấp anh chưa viết được nhiều các em chịu khó xem trên file Update nhé.

Luyện Hình Học Không Gian Hay và Khó

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có $AB=a, AC=2a,\ BAC=60^{\circ},\ SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $R=\dfrac{a\sqrt{55}}{6}$. B. $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. C. $R=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. D. $R=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Hướng dẫn.



Ta có $BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A}=a\sqrt{3}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC và $\Delta\perp(ABC)$ tại O.

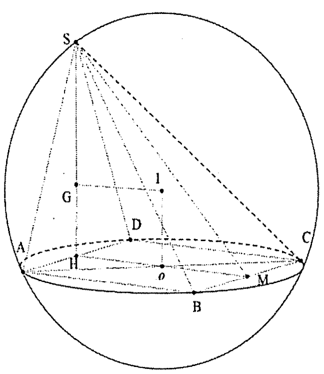
Trong mặt phẳng (SA,Δ), đường trung trực của SA cắt Δ tại I. Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ta có $r=AO$. Áp dụng đinh lý sin trong ΔABC ta có

$\dfrac{BC}{\sin A}=2r\Rightarrow AO=r=a\Rightarrow R^2=r^2+\dfrac{SA^2}{4}=\dfrac{7a^2}{4}\Rightarrow R=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD, $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. B. $\dfrac{16\pi a^2}{9}$. C. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. D. $\dfrac{16\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn



Ta có: $HD=\dfrac{a}{2},\ SA=SD=\sqrt{SH^2+HD^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}}=a.$

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Dựng đường thẳng Δ qua O và vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Tam giác SAD đều cạnh bằng a.

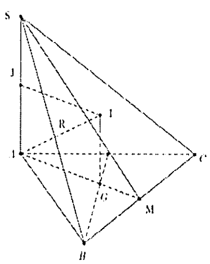
Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Dựng trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD cắt Δ tại I. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. $SG=\frac{2}{3}SH=\frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$IG=HO=a$. $R=IS=\sqrt{IG^2+SG^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{3}}=\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. Vậy $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2=\frac{16\pi a^2}{3}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{43\pi}{4}$. B. $\frac{43\pi}{36}$. C. $\frac{43\pi}{12}$. D. $\frac{4\pi a^3}{16}$.

Hướng dẫn



Ta có: $AM=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $AG=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Dựng đường thẳng Δ qua G và vuông góc mặt phẳng (ABC). Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi J là trung điểm SA. Trong mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng SA và Δ kẻ đường thẳng trung trực của đoạn SA cắt Δ tại I. I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$((SBC),(ABC))=SMA=60°$.

Tam giác SAM vuông tại A: $\tan SMA=\frac{SA}{AM}\Rightarrow SA=\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3}{2}$. $JA=\frac{SA}{2}=\frac{3}{4}$.

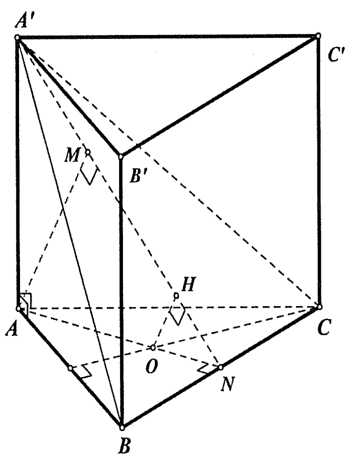
ΔIAG vuông tại J: $R=IA=\sqrt{IG^2+AG^2}=\sqrt{JA^2+AG^2}=\sqrt{\frac{9}{16}+\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{129}}{12}$

$S=4\pi R^2=4\pi\frac{129}{144}=\frac{43\pi}{12}$.

Câu 4: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ tâm O của ΔABC đến $(A'BC)$ là $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn



Gọi O là tâm, N là trung điểm BC, M là hình chiếu của A lên $A'N$. Khi đó ta có

$$d(O,(A'BC)) = \frac{a}{6} \Rightarrow AM = \frac{a}{2}.$$

Trong $\Delta AA'N$ vuông nên ta có

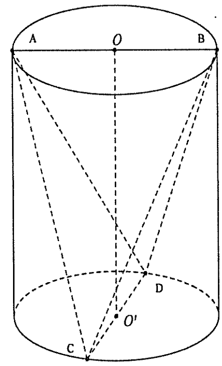
$$\frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AM^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{\frac{3}{8}}$$

suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 5: Hình trụ có bán kính bằng a. Gọi AB, CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB \perp CD$. Thể tích khối trụ đó bằng bao nhiêu khi $ABCD$ là tứ diện đều.

A. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn



Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên chiều cao của hình trụ $h = OO'$

Ta có: $AO = a$; $AO' = \sqrt{AC^2 - O'C^2} = a\sqrt{3}$. Suy ra:

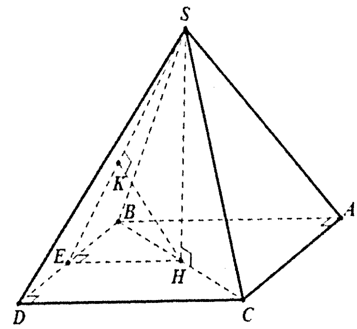
$OO' = \sqrt{O'A^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V = \pi R^2 h = \pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a\sqrt{3}, AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Hướng dẫn



Vẽ $BD // AC \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow d(AC;SB) = d(AC;(SBD)) = d(C;(SBD))$ (1)

Dễ thấy, H là trung điểm của BC (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $d(C;(SBD)) = 2d(H;(SBD))$ (3)

Gọi E là trung điểm của BD và K là hình chiếu cuả H lên SE.

Khi đó $HK = d(H;(SBD))$ (4)

Từ (1), (3) và (4) $\Rightarrow$ $d(AC;SB) = 2HK$ (5). Mặt khác, $SH = \frac{1}{2}BC = a$ và $HE = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác vuông SHE, có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{2}{a\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{7}{3a^2}$

$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ (6) Từ (5), (6) $\Rightarrow$ $d(AC;SB) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

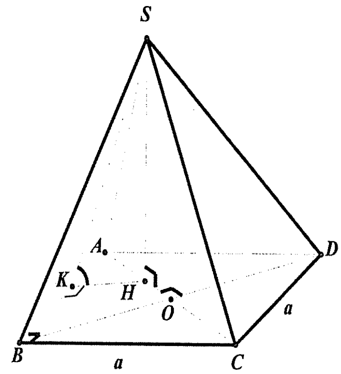
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Mặt bên (SAB) tạo với đáy một góc $60°$. Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn

Vẽ $HK \perp AB$ (1).

Do $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AB$ (2).



Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp SK$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow ((SAB);(ABCD)) = (KS;KH) = SKH = 60^\circ$

Dễ thấy $\Delta KAH \sim \Delta OAB(g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{KH}{OB} = \dfrac{AH}{AB} \Leftrightarrow KH = \dfrac{AH.OB}{AB}$ (4)

Do $\begin{cases} AH = \dfrac{2}{3}AO = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3} \\ OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}; AB = a \end{cases}$ (5) Từ (4) và (5) $\Rightarrow KH = \dfrac{a}{3}$.

Vì ΔHKS vuông tại $H \Rightarrow SH = KH.\tan SKH = \dfrac{a}{3}\cdot\tan 60^\circ = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Do đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a}{\sqrt{3}}\cdot a^2 = \dfrac{a^3}{3\sqrt{3}}$ (6)

Mặt khác $V_{S.ABCD} = 2V_{C.SAB} = 2.\dfrac{1}{3}d(C;(SAB)).S_{SAB} \Rightarrow d(C;(SAB)) = \dfrac{3.V_{S.ABCD}}{2.S_{SAB}}$ (7)

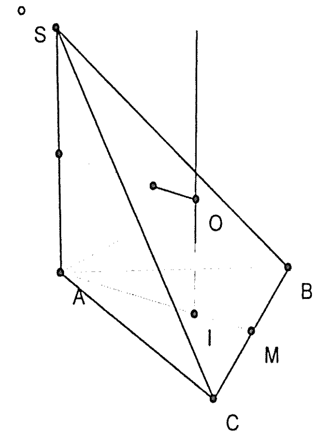
Trong đó $S_{SAB} = \dfrac{1}{2}AB.SK = \dfrac{1}{2}AB.\sqrt{HK^2+SH^2} = \dfrac{1}{2}a.\sqrt{\left(\dfrac{a}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{a^2}{3}$ (8)

Từ (6), (7) và (8) $\Rightarrow d(C;(SAB)) = \dfrac{3}{2}.\dfrac{a^3}{3\sqrt{3}}:\dfrac{a^2}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos ACB = \dfrac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \dfrac{65\pi a^2}{4}$. **B.** $S = 13\pi a^2$. **C.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{4}$. **D.** $S = 4\pi a^2$.

Hướng dẫn



Gọi M là trung điểm đoạn BC.

$\cos ACB=\frac{MC}{AC}=\frac{1}{3}\Rightarrow AC=3a\sqrt{2}\Rightarrow AM=4a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=4a^2\sqrt{2}$

Gọi tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là I, r.

Gọi tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là O, R.

Ta có: $r=\frac{AB.BC.CA}{4S_{\Delta ABC}}=\frac{9a}{4}=IA$.

Ta có: $R=\sqrt{OI^2+IA^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+r^2}=\frac{a\sqrt{97}}{4}$ Vậy $S_{mc}=4\pi R^2=\frac{97\pi a^2}{4}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh $A, AB=1(cm), AC=\sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$. **B.** $20\pi(cm^2)$. **C.** $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$. **D.** $5\pi(cm^2)$.

Hướng dẫn

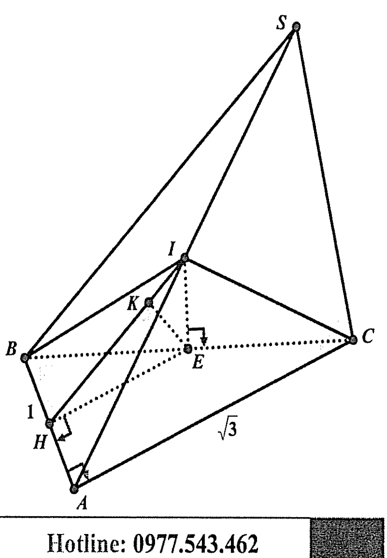
Gọi I là trung điểm của $SA \Rightarrow IA=IB=IC=IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi E,H lần lượt là trung điểm của BC, AB

Ta có : $AB\perp AC\Rightarrow EI\perp AB, AB\perp SB\Rightarrow IH\perp AB$

$\Rightarrow AB\perp(IHE)\Rightarrow(SAB)\perp(IHE)$

Kẻ $EK\perp IH\Rightarrow EK\perp(SAB)$



$\Rightarrow EK = d\left(E,\left(SAB\right)\right) = \dfrac{d\left(C,\left(SAB\right)\right)}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Do ΔIBC cân tại I $\Rightarrow IE \perp BC$

Mà $IE \perp AB \Rightarrow IE \perp \left(ABC\right) \Rightarrow IE \perp EH$

Xét ΔIHE vuông tại E $\Rightarrow \dfrac{1}{EK^2} = \dfrac{1}{EH^2} + \dfrac{1}{IE^2} \Rightarrow \dfrac{1}{IE^2} = \dfrac{1}{EK^2} - \dfrac{1}{EH^2} = \dfrac{16}{3} - \dfrac{4}{3} = 4$

$\Rightarrow IE^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow IC^2 = IE^2 + EC^2 = \dfrac{5}{4} \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 5\pi$

Câu 10: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$ là

A. $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Hướng dẫn

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$

Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Do tam giác ABC vuông cân đỉnh A nên trung điểm O của II' là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

Bán kính mặt cầu là $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{BC^2 + C'C^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2a^2} = a$. Diện tích mặt cầu là $4\pi a^2$.

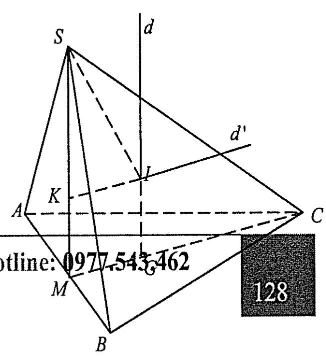
Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. **B.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm AB, G, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SAB.

Ta có:



$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SM\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SM\perp(ABC)$$

Dựng d, d' lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, SAB, suy ra $d\perp(ABC)$ tại G, $d'\perp(SAB)$ tại K.

Gọi $I=d\cap d'$ suy ra $IS=IA=IB=IC$, nên I là tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp và có bán kính là IS. Ta có $GMKI$ là hình chữ nhật

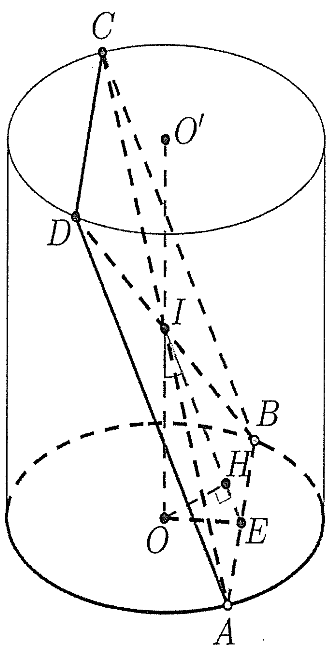
$\Rightarrow KI=GM=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SK=\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $IS=\sqrt{SK^2+KI^2}=\frac{a\sqrt{15}}{6}$. Vậy $V_{(S)}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{5a^3\sqrt{15}}{54}$.

Câu 12: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r=5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO', cắt hai đáy của hình trụ và tạo với đường thẳng OO' một góc $45°$. Tính diện tích S của thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và hình trụ.

A. $S=24\sqrt{2}$. **B.** $S=36$. **C.** $S=36\sqrt{2}$. **D.** $S=48\sqrt{2}$.

Hướng dẫn



Ta có: Thiết diện là hình bình hành $ABCD$ nhận I làm tâm.

Gọi E là trung điểm của AB. Ta có: $OE\perp AB$

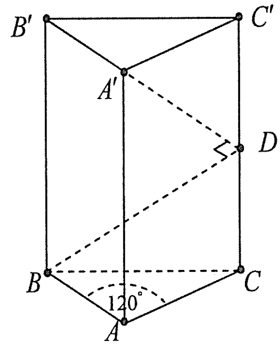
Gọi $OH\perp IE$ tại H. Suy ra: $OH\perp(\alpha)$ nên $\widehat{OIE}=45^0$ và $IE\perp AB$. Suy ra:

$OE=IO=3$; $IE=3\sqrt{2}$; $AB=2AE=8$.

Vậy $S=S_{ABCD}=4S_{IAB}=4\frac{1}{2}.IE.AB=2.3\sqrt{2}.8=48\sqrt{2}$

Câu 13: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AC=2$, $BAC=120^\circ$. Giả sử D là trung điểm của cạnh CC' và $BDA'=90^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2\sqrt{15}$. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{2}$. **D.** $3\sqrt{15}$.



Hướng dẫn

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos BAC=7 \Rightarrow BC=\sqrt{7}$.

Đặt $AA'=h \Rightarrow BD^2=\frac{h^2}{4}+7, A'B^2=h^2+1, A'D^2=\frac{h^2}{4}+4$.

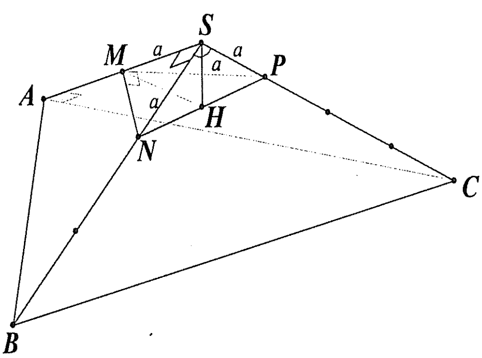
Do tam giác BDA' vuông tại D nên $A'B^2=BD^2+A'D^2 \Rightarrow h=2\sqrt{5}$.

Suy ra $V=\sqrt{15}$.

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=2a, SB=3a, SC=4a$, $ASB=SAC=90^\circ$ và $BSC=120^\circ$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $3a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn



Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy M, N, P sao cho $SM=SN=SP=a$. Ta có: $MP=a$, $MN=a\sqrt{2}, NP=a\sqrt{3}$. Suy ra ΔMNP vuông tại M. Hạ SH vuông góc với mp (MNP) thì H là trung điểm của PN mà:

$S_{\Delta MNP}=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}, SH=\frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{SM}{SA}\frac{SN}{SB}\frac{SP}{SC}=\frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.ABCD}=2a^3\sqrt{2}$. $S_{\Delta ABC}=3a^2$

Vậy: $d\left(C,(SAB)\right)=\dfrac{3V_{S.ABCD}}{S_{\Delta SAB}}=\dfrac{6a^3\sqrt{2}}{3a^2}=2a\sqrt{2}$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, SA=SB=SC=a$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

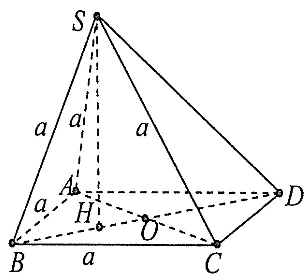
A. $\dfrac{3a^3}{8}$. B. $\dfrac{a^3}{2}$. C. $\dfrac{a^3}{8}$. D. $\dfrac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn

Kẻ $SH\perp(ABCD)$ tại $H \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.Mà ΔABC cân tại B và $AC\perp BD \Rightarrow H\in BD$. Gọi O là giao điểm AC và BD.

Ta có: $OB^2=AB^2-OA^2=a^2-\left(SA^2-SO^2\right)=SO^2\Rightarrow SO=OB=OD\Rightarrow \Delta SBD$ vuông tại S.

$\Rightarrow SH.BD=SB.SD\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.\dfrac{1}{2}AC.BD=\dfrac{1}{6}SB.SD.AC=\dfrac{1}{6}a.AC.SD$



Lại có $SD=\sqrt{BD^2-SB^2}=\sqrt{BD^2-a^2}$.

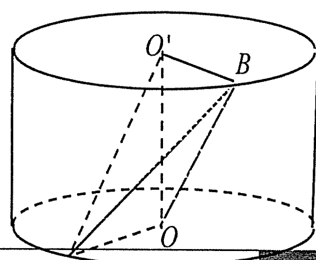
Mà $AC=2OA=2\sqrt{AB^2-OB^2}=2\sqrt{a^2-\dfrac{BD^2}{4}}=\sqrt{4a^2-BD^2}$.

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}a.\sqrt{4a^2-BD^2}.\sqrt{BD^2-a^2}\le\dfrac{a}{6}.\dfrac{\left(4a^2-BD^2\right)+\left(BD^2-a^2\right)}{2}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 16: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $4cm$. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B', sao cho $AB=4\sqrt{3}cm$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

A. $\dfrac{64}{3}cm^3$. B. $32cm^3$. C. $64cm^3$. D. $\dfrac{32}{3}cm^3$.

Hướng dẫn



Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow O'A=4\sqrt{2}$.

Tam giác $O'AB$ có $AB^2=O'B^2+O'A^2$

$\Rightarrow \Delta O'AB$ vuông tại $O' \Rightarrow O'B\perp AO'$

Lại có $OO' \perp O'B \Rightarrow O'B \perp (OAO')$.

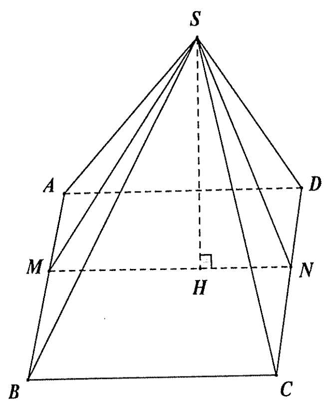
Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow S_{\Delta OAO'} = 8(cm^2)$

$$\Rightarrow V_{B.OAO'} = \frac{1}{3}.O'B.S_{\Delta OAO'} = \frac{1}{3}.4.8 = \frac{32}{3}(cm^3)$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.



Hướng dẫn

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.Do $AB \perp (MN; SM) \Rightarrow AB \perp (SMN)$

Ta có $(SMN) \perp (ABCD)$ nên hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ thuộc MN.

$SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SN = \frac{a}{2}$, $MN = a$. $SM^2 + SN^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 = MN^2$ nên tam giác SMN vuông tại S.

$$SH.MN = SM.SN \Rightarrow SH = \frac{SM.SN}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \quad V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{4}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 18: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC

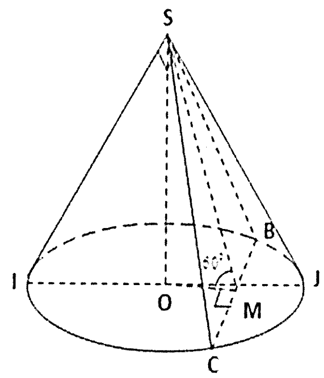
A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S = \frac{a^2}{3}$. **C.** $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn

Dựng $OM \perp BC$ (M là trung điểm của BC).

Vì $BC \perp SO$ nên $BC \perp SM$, từ đó ta có

$\left[(SBC); đáy\right] = \left[SM, OM\right] = SMO = 60°$.

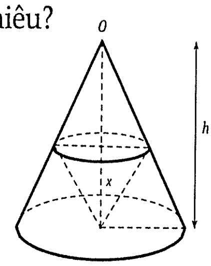


Vì $SO = \frac{1}{2}IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $SM = \frac{SO}{\sin 60°} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $CM = \sqrt{SC^2 - SM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SM.BC = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 19: Cho khối nón đỉnh O, chiều cao là h. Một khối nón khác có đỉnh là tâm I của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh I lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?



A. $\frac{h}{2}$. B. $\frac{h}{3}$.

C. $\frac{2h}{3}$. D. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi x là chiều cao cần tìm. R, r lần lượt là chiều cao của khối nón lớn và bé. Khi đó

$\frac{r}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R(h-x)}{h}$. Thể tích khối nón đỉnh I là

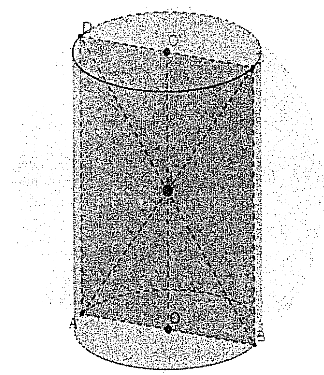
$$V = \frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x = \frac{\pi R^2}{6h^2}(h-x)^2 2x \overset{Cauchy}{\leq} \frac{\pi R^2}{6h^2}\frac{(h-x+h-x+2x)^3}{27} = \frac{4\pi R^2 h}{81}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $h - x = 2x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

Câu 20: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $4\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $2\sqrt{2}\pi R^2$. D. $\sqrt{2}\pi R^2$.

Hướng dẫn



Gọi h là chiều cao của hình trụ thì bán kính đáy của hình trụ là $\frac{h}{2}$.

Gọi O,O' là tâm của hai đáy hình trụ thì tâm I của mặt cầu là trung điểm của OO' hay $IO=\frac{h}{2}$.

Ta có hình trụ nội tiếp mặt cầu nên

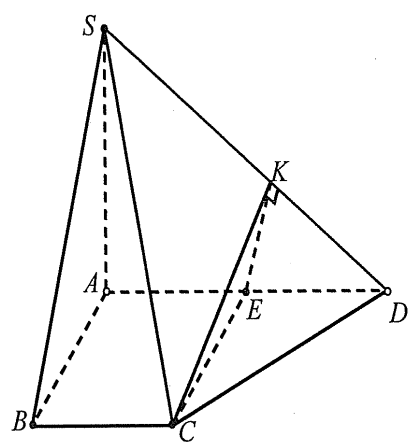
$2IO^2=R^2 \Rightarrow 2\frac{h^2}{4}=R^2 \Rightarrow h=R\sqrt{2}$.

$S_{xq}=2\pi.\frac{h}{2}.h=2\pi R^2$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK\perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S,A,B,C,E,K bằng:

A. $\frac{1}{2}a$. B. a. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Hướng dẫn



Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành

$\Rightarrow AB//CE \Rightarrow CE\perp AD$ Mà $CE\perp SA$ $\Rightarrow CE\perp(SAD)$

$\Rightarrow CE\perp SD$ mà $EK\perp SD \Rightarrow SD\perp(CEK)\Rightarrow SK\perp CK$

Suy ra các điểm A,B,E,K cùng nhìn hai điểm S,C dưới một góc vuông nên 6 điểm S,A,B,C,E,K cùng thuộc mặt cầu đường kính SC.

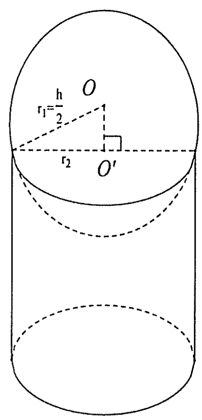
Bán kính mặt cầu: $R=\frac{SC}{2}=\frac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\frac{\sqrt{2a^2+2a^2}}{2}=a$.

Câu 22: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $9V_1=8V_2$. **B.** $3V_1=2V_2$. **C.** $16V_1=9V_2$. **D.** $27V_1=8V_2$.

Hướng dẫn

Gọi r_1 là bán kính quả bóng, r_2 là bán kính chiếc chén, h là chiều cao chiếc chén.



Theo giả thiết ta có $h=2r_1\Rightarrow r_1=2h$ và $OO'=\frac{r_1}{2}=\frac{h}{4}$.

Ta có $r_2^2=\left(\frac{h}{2}\right)^2-\left(\frac{h}{4}\right)^2=\frac{3}{16}h^2$.

Thể tích của quả bóng là $V_1=\frac{4}{3}\pi r_1^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3=\frac{1}{6}\pi h^3$

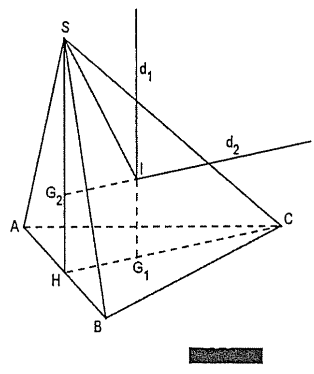
và thể tích của chén nước là $V_2=B.h=\pi r_2^2h=\frac{3}{16}\pi h^3\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{9}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích xung quanh mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{5\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{5\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{3}$. **D.** $\frac{5\pi a^2}{12}$.

Hướng dẫn

Do mặt phẳng (SAB) vuông góc (ABC) với theo giao tuyến AB.



Dựng $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của ΔABC và ΔSAB.

Dựng đường thẳng d_1 đi qua G_1 và vuông góc với (ABC), dựng đường thẳng d_2 đi qua G_2 và vuông góc với (SAB). Gọi d_1 cắt d_2 tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ và bán kính là $R = SI$.

Ta có $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG_2 = \dfrac{2}{3}SH = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$ và $G_2I = HG_1 = \dfrac{1}{3}HC = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Khi đó $R = SI = \sqrt{SG_2^2 + G_2I^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$. Vậy $S_{xq} = 4\pi R^2 = \dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 24: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = CAB$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB. Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

A. $\alpha = 60°$. **B.** $\alpha = 45°$. **C.** $\arctan\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\alpha = 30°$.

Hướng dẫn

$AC = AB.\cos\alpha = 2R.\cos\alpha$ $\quad CH = AC.\sin\alpha = 2R.\cos\alpha.\sin\alpha;$ $\quad AH = AC.\cos\alpha = 2R.\cos^2\alpha$

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB là

$V = \dfrac{1}{3}AH.\pi CH^2 = \dfrac{8}{3}R^3.\cos^4\alpha.\sin^2\alpha$. Đặt $t = \cos^2\alpha$ $(0 < t < 1)$ $\Rightarrow V = \dfrac{8}{3}R^3t^2(1-t)$

$= \dfrac{8}{6}R^3.t.t(2-2t) \le \dfrac{8}{6}R^3\left(\dfrac{t+t+2-2t}{3}\right)^3$ Vậy V lớn nhất khi $t = \dfrac{2}{3}$ khi $\alpha = \arctan\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 25: Người ta bỏ 5 quả bóng bàn cùng kích thước vào một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 5 quả bóng bàn , S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là :

A. 2. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn

Gọi bán kính của quả bóng bàn là R $(R>0)$

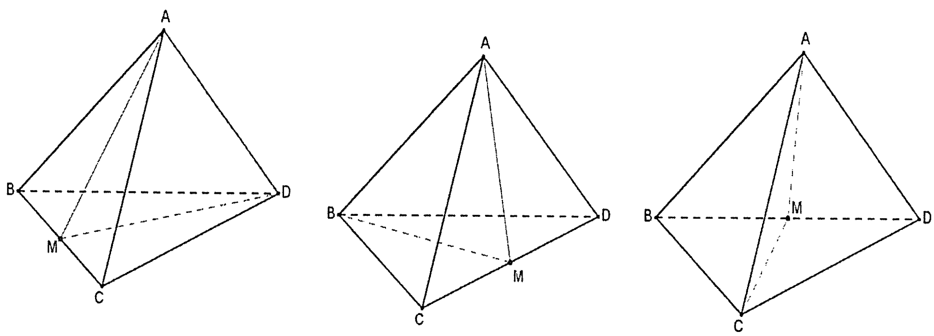
Ta có chiều cao h của hình trụ bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn nghĩa là :
$h=5.2R=10R$ Khi đó : $S_1=5.4\pi.R^2=20\pi R^2$

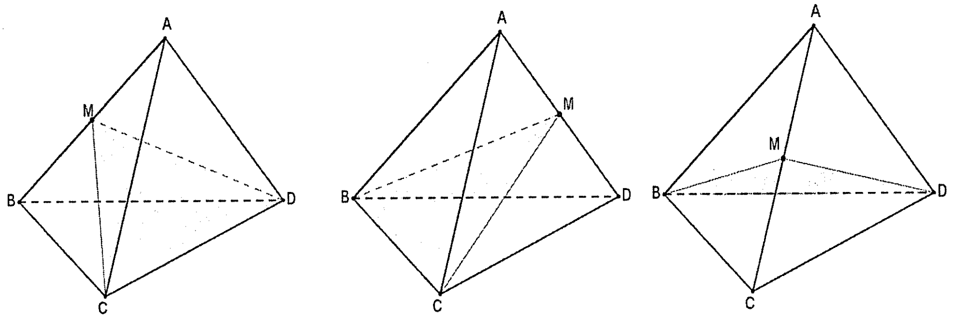
Và $S_2=2\pi R.h=2\pi R.10R=20\pi R^2$ Vậy : $\frac{S_1}{S_2}=1$.

Câu 26 : Số mặt đối xứng của hình tứ diện đều là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Hình tứ diện đều có 6 mặt đối xứng (Hình vẽ).





Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có một tâm đối xứng.

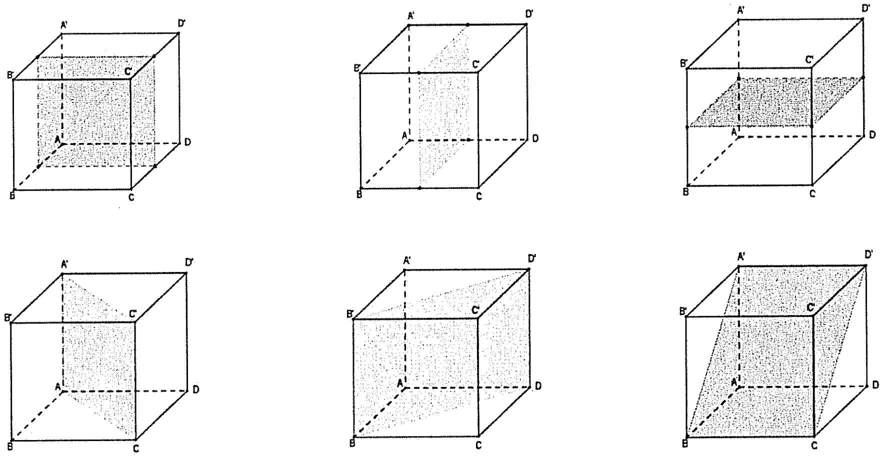
B. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần là $6a^2$.

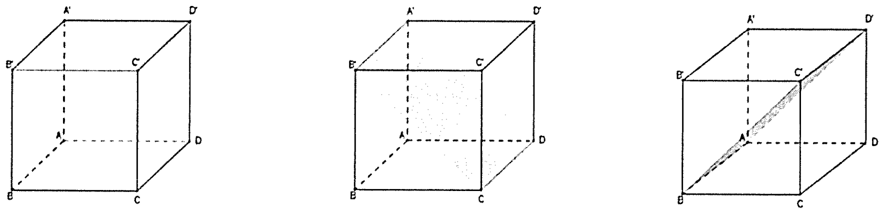
C. Hình lập phương có 8 mặt đối xứng.

D. Thể tích của tứ diện $A'ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn

Hình lập phương có 9 mặt đối xứng (Hình vẽ).

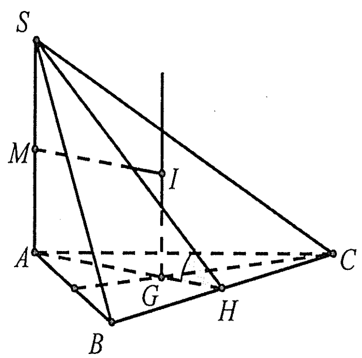




Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{43\pi}{48}$. B. $\frac{43\pi}{36}$. C. $\frac{43\pi}{4}$. D. $\frac{43\pi}{12}$.

Hướng dẫn



Gọi H, M lần lượt là trung điểm BC, SA;

G là trọng tâm ΔABC.

Ta có $\left[(SBC),(ABC)\right]=\left(SH,AH\right)=SHA=60°$

ΔABC đều, cạnh bằng 1 $\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SA=AH\tan 60°=\frac{3}{2}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

$$R^2=IA^2=IG^2+AG^2=\left(\frac{SA}{2}\right)^2+\left(\frac{2}{3}AH\right)^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{43}{48}$$

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=4\pi\cdot\frac{43}{48}=\frac{43\pi}{12}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD, $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

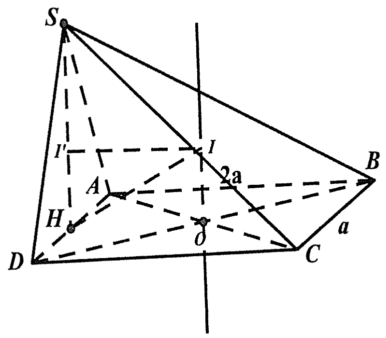
A. $\frac{16\pi a^2}{3}$. B. $\frac{16\pi a^2}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi I' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAD

O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$



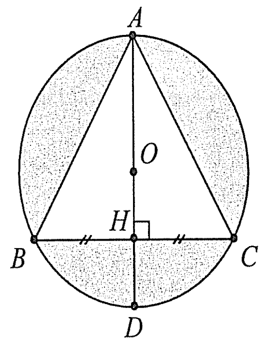
Ta có $SD = SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = a \Rightarrow \Delta SAD$ đều

$\Rightarrow I'A = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{I'A^2 + I'I^2} = \sqrt{I'A^2 + HO^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

Vậy $S = 4\pi R^2 = \frac{16\pi a^2}{3}$

Câu 30: Cho tam giác ABC đều cạnh a và nội tiếp trong đường tròn tâm O, AD là đường kính của đường tròn tâm O. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm (hình vẽ bên) quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $\frac{23\pi a^3\sqrt{3}}{126}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{20\pi a^3\sqrt{3}}{217}$. D. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

Hướng dẫn

Khi quay tam giác ABC quanh trục AD được khối nón có thể tích là:

$N = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.HC^2.AH = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$

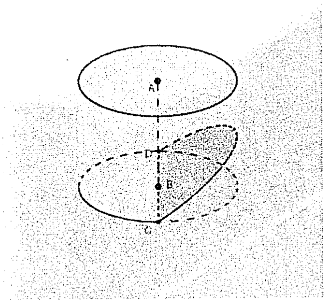
Khi quay đường tròn tâm O quanh trục AD được khối cầu có thể tích là:

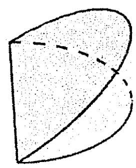
$$V=\frac{4}{3}\pi.R^3=\frac{4}{3}\pi.AO^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm: $V-N=\dfrac{23\sqrt{3}\pi a^3}{216}$

Toán Ứng Dụng

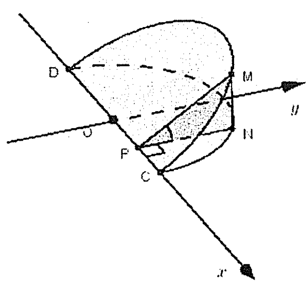
Câu 1: Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng $10(cm)$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45^o. Thể tích của khối gỗ bé là





A. $\frac{2000}{3}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{1000}{3}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{2000}{7}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{2000}{9}\left(cm^3\right)$.

Hướng dẫn



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.Khi đó khúc gỗ bé có đáy là nửa hình tròn có phương trình: $y=\sqrt{100-x^2}$, $x\in[-10,10]$

Một một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x, $x\in[-10,10]$

cắt khúc gỗ bé theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ (xem hình).

Dễ thấy $NP=y$ và $MN=NP\tan 45^o=y=\sqrt{100-x^2}$.

Suy ra $S(x) = \frac{1}{2}MN.PN = \frac{1}{2}\left(100 - x^2\right)$

Khi đó thể tích khúc gỗ bé là : $V = \int_{-10}^{10} S(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_{-10}^{10}\left(100 - x^2\right)dx = \frac{2000}{3}\left(cm^3\right)$.

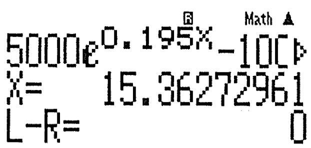
Công thức giải nhanh : $V = \frac{2}{3}R^3 \tan\alpha$

Câu 2: Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t) = Q_0.e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?

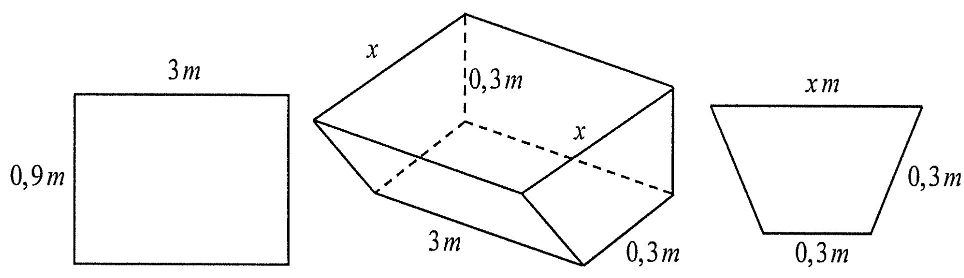
A. 20. **B.** 24. **C.** 15,36. **D.** 3,55.

Hướng dẫn

Từ giả thiết ta suy ra $Q(t) = 5000.e^{0.195t}$. Để số lượng vi khuẩn là 100.000 con thì



Câu 3: Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (bị cắt bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất ?



(a) Tấm tôn (b) Máng xối (c) Mặt cắt

A. $x = 0,5m$. **B.** $x = 0,65m$. **C.** $x = 0,4m$. **D.** $x = 0,6m$.

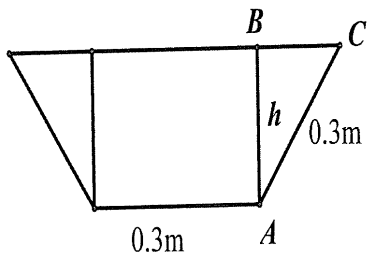
Hướng dẫn

Gọi h là chiều cao của lăng trụ

Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất

Ta có $S=\frac{h}{2}(x+0,3)$ $BC=\frac{x-0,3}{2}(x>0,3)\Rightarrow h=\sqrt{(0,3)^2-\frac{(x-0,3)^2}{4}}$

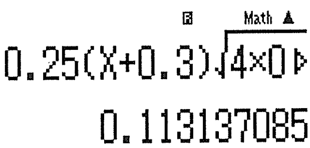
ĐK: $(0,3)^2-\frac{(x-0,3)^2}{4}>0;(0,3<x<0,9)$

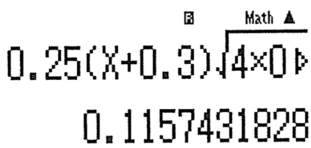


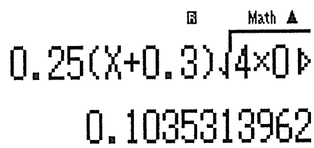
Khi đó:

$S=\frac{1}{4}(x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}$

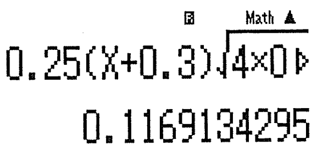
CALC các đáp án







Đáp án D.



Câu 4: Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định đúng là:

A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $3.200.000$ (đồng).

B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $2.700.000$ (đồng).

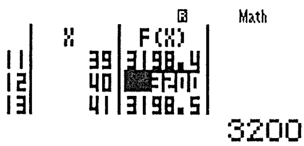
D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

Hướng dẫn

Số tiền của chuyến xe buýt chở x hành khách là

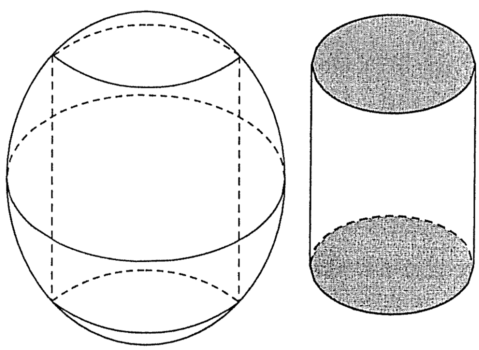
$$f(x)=20x.\left(3-\frac{x}{40}\right)^2\ (0<x\le 50)$$

Table: 2 lần 1 lần chạy từ 1 tới 29, 1 lần chạy từ 29 tới 50



Vậy: một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng: 3.200.000 (đồng)

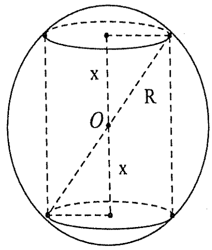
Câu 5: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R, người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.



A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$ D. $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$

Hướng dẫn

Giả sử $2x$ là chiều cao hình trụ $(0<x<R)$ (xem hình vẽ)



Bán kính của khối trụ là $r=\sqrt{R^2-x^2}$. Thể tích khối trụ là: $V=\pi(R^2-x^2)2x$.

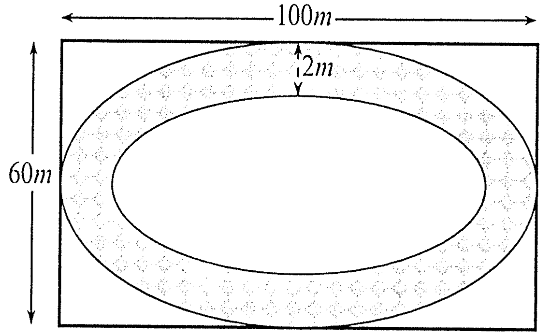
Xét hàm số $V(x)=\pi(R^2-x^2)2x,\ 0<x<R$, có $V'(x)=2\pi(R^2-3x^2)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{R\sqrt{3}}{3}$		R
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$	0	↗	$\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$	↘	0

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$; $V_{\max}=\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 6: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 293904000. **B.** 283904000. **C.** 293804000. **D.** 283604000.

Hướng dẫn

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình Elip.

Phương trình Elip của đường viền ngoài của con đường là $(E_1):\frac{x^2}{50^2}+\frac{y^2}{30^2}=1$. Phần đồ thị của (E_1) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y=30\sqrt{1-\frac{x^2}{50^2}}=f_1(x)$.

Phương trình Elip của đường viền trong của con đường là $(E_2):\frac{x^2}{48^2}+\frac{y^2}{28^2}=1$.Phần đồ thị của (E_2) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y=28\sqrt{1-\frac{x^2}{48^2}}=f_2(x)$.

Gọi S_1 là diện tích của (E_1) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y=f_1(x)$. Gọi S_2 là diện tích của (E_2) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y=f_2(x)$.

Gọi S là diện tích con đường. Khi đó

$$S=S_1-S_2=2\int_{-50}^{50}30\sqrt{1-\frac{x^2}{50^2}}dx-2\int_{-48}^{48}28\sqrt{1-\frac{x^2}{48^2}}dx.$$

Tính tích phân $I=2\int_{-a}^{a}b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}dx,\left(a,b\in\mathbb{R}^+\right)$.

Đặt $x = a\sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a\cos t dt$.

Đổi cận $x = -a \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

Khi đó $I = 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} b\sqrt{1-\sin^2 t}.a\cos t\,dt = 2ab\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\,dt = ab\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2t)\,dt$

$= ab\left(t + \frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = ab\pi$.

Do đó $S = S_1 - S_2 = 50.30\pi - 48.28\pi = 156\pi$.

Vậy tổng số tiền làm con đường đó là $600000.S = 600000.156\pi \approx 294053000$ (đồng).

Giải nhanh: Nhớ nhanh công thức tính diện tích Elip là $S = \pi ab$ trừ lớn cho bé cho nhanh

Câu 7: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r > 0)$, t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

A. 3 giờ 20 phút. **B.** 3 giờ 9 phút. **C.** 3 giờ 40 phút. **D.** 3 giờ 2 phút.

Hướng dẫn giải

Ta có : $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$ Gọi thời gian cần tìm là t.

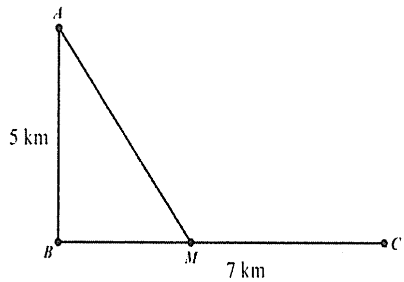
Theo yêu cầu bài toán, ta có : $200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{5.\ln 2}{\ln 3} \approx 3{,}15(h)$

Vậy $t =$ 3 giờ 9 phút

Câu 8: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A trên mặt biển cách bờ biển một khoảng $AB = 5km$. Trên bờ biển có một cái kho ở cách B 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo đò đến điểm M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6km/h$. Vị trí của điểm M cách B một khoảng bằng bao nhiêu để người đó đi đến kho C ít tốn thời gian nhất.

A. $0\ km$. **B.** $7\ km$. **C.** $2\sqrt{5}\,km$. **D.** $5\sqrt{2}\,km$.

Hướng dẫn



Đặt $BM = x$, ta có $AM = \sqrt{x^2+25}, BC = 7-x$

Thời gian để người canh hải đăng

đi từ A đến C là $\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}, (0\le x\le 7)$

CALC các đáp án $\Rightarrow BM = 2\sqrt{5}(km)$.

Câu 9: Một sợi dây kim loại dài $0{,}9m$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tìm độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) sao cho tổng diện tích của tam giác và hình chữ nhật là nhỏ nhất.

A. $\dfrac{60}{2-\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{60}{\sqrt{3}+2}$. **C.** $\dfrac{30}{1+\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{240}{\sqrt{3}+8}$.

Hướng dẫn

Gọi a,b lần lượt là độ dài cạnh tam giác đều và chiều rộng hình chữ nhật.

Khi đó $3a+6b=90(cm)\Rightarrow b=\dfrac{30-a}{2}(cm)$.

$S=S_{\Delta}+S_{\square}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}+2b^2=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}+2\left(\dfrac{30-a}{2}\right)^2=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)a^2-120a+1800}{4}$.

Để S nhỏ nhất thì $f(a)=\left(2+\sqrt{3}\right)a^2-120a+1800$ nhỏ nhất với $a\in(0;30)$.

$f'(a)=2\left(2+\sqrt{3}\right)a-120$, $f'(a)=0\Leftrightarrow a=\dfrac{60}{2+\sqrt{3}}\in(0;30)$.

Ta có $f(0)=1800$, $f(30)=900\sqrt{3}$, $f\left(\dfrac{60}{2+\sqrt{3}}\right)=3600\sqrt{3}-5400$.

Nên $\min\limits_{a\in(0;30)} f(a)=f\left(\dfrac{60}{2+\sqrt{3}}\right)=3600\sqrt{3}-5400$.

Vậy $a=\dfrac{60}{2+\sqrt{3}}$ thì S nhỏ nhất.

Câu 10: Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π, tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

A. $r=\dfrac{3}{2}$. B. $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $r=2\sqrt{2}$. D. $r=3$.

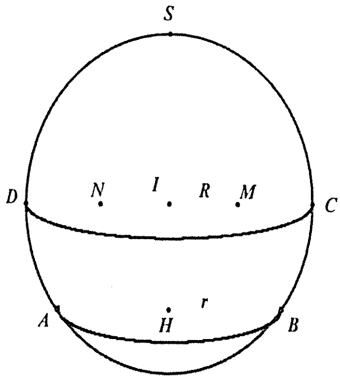
Hướng dẫn giải

Gọi bán kính và thể tích của hình cầu là R và V_C

Theo giả thiết $V_C=36\pi \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi R^3=36\pi \Leftrightarrow R=3$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi.r.SA=\pi.r.\sqrt{SH^2+r^2}$ (1) Mà

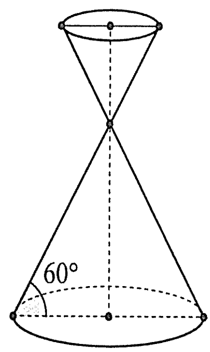
$$\begin{cases} SH=SI+IH=R+IH=3+IH \\ IH=\sqrt{IA^2-HA^2}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{9-r^2} \end{cases} \Rightarrow SH=3+\sqrt{9-r^2}\ (2)$$



Từ (1) và (2) $\Rightarrow S_{xq} = \pi.r.\sqrt{\left(3+\sqrt{9-r^2}\right)^2+r^2}$

Các em CALC từng đáp án $\rightarrow C$

Câu 12: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc $60°$ như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30cm$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\ cm^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu ?



A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn

Gọi $h, h', r, r'\left(h \geq \frac{30}{2} = 15\right)$ lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía trên của đồng hồ. Ta có: $r = \frac{h}{\tan 60°} = \frac{h}{\sqrt{3}}; h' = 30 - h; r' = \frac{h'}{\sqrt{3}} = \frac{30-h}{\sqrt{3}}$. Khi đó: thể tích của đồng hồ:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r'^2 h' = \frac{1}{3}\pi\left(\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2 h + \left(\frac{30-h}{\sqrt{3}}\right)^2 (30-h)\right) = 1000\pi$$

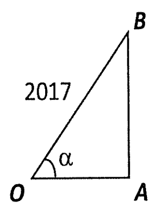
$$SOLVE \Rightarrow \left[\begin{array}{l} h=20 \\ h=10(<15) \end{array}\right. \Leftrightarrow h=20 \Rightarrow h'=10$$

Do 2 hình nón đồng dạng nên $\dfrac{V_1}{V_2}=\left(\dfrac{h'}{h}\right)^3=\dfrac{1}{8}$.

Câu 13 : Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác OAB vuông ở A thuộc trục hoành, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất và $OB=2017$, $AOB=\alpha, \left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi quay tam giác OAB quanh trục Ox ta được một khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón đó lớn nhất khi:

A. $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn



Khi xoay tam giác OAB quanh trục Ox tạo thành hình nón có đường cao là $OA=2017.\cos\alpha$ và bán kính đáy là $AB=OB.\sin\alpha=2017.\sin\alpha$.

Thể tích khối nón bằng: $V=\dfrac{1}{3}\pi.AB^2.OA=\dfrac{1}{3}\pi(2017.\sin\alpha)^2.2017.\cos\alpha$

$=\dfrac{1}{3}\pi 2017^3.\sin^2\alpha.\cos\alpha$

Xét hàm số $f(t)=(1-t^2)t$ với $t=\cos x; t\in(0;1)$ do $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Ta có: $f'(t)=-3t^2+1$

Ta có bảng biến thiên:

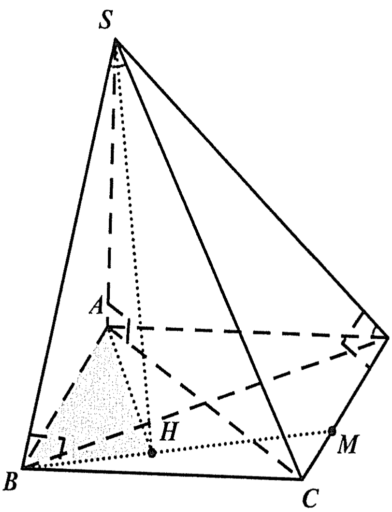
t	$-\infty$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy thể tích khối nón lớn nhất khi $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ hay $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng BM. Khi điểm M di động trên cạnh CD thì thể tích của khối chóp $S.ABH$ đạt giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn



Góc giữa SC và (SBC) là $\widehat{CSB} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^0$

Ta có

$\tan\widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = a\sqrt{3}; SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Đặt $CM = x, (0 \le x \le a) \Rightarrow DM = a - x$,

Ta có

$\begin{cases} BM \perp SH \\ BM \perp SA \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAH) \Rightarrow BM \perp AH$

Ta có $S_{BMC} = \frac{1}{2}BC.CM = \frac{1}{2}ax, S_{ADM} = \frac{1}{2}AD.DM = \frac{1}{2}a.(a-x); S_{ABM} = S_{ABCD} - S_{AMC} - S_{ADM} = \frac{a^2}{2}$

Ta có $S_{ABM} = \frac{1}{2}AH.BM \Rightarrow AH = \frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$; $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$

Thể tích của khối chóp $S.ABH$ là

$$V = \frac{1}{3}SA.S_{ABH} = \frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}BH.AH = \frac{1}{6}a\sqrt{2}.\frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}.\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{x}{a^2+x^2} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{a^2+x^2}, x \in [0;a]$

Ta có $f'(x) = \frac{a^2-x^2}{(a^2+x^2)^2}; f'(x) = 0 \Rightarrow x = a$

Trên đoạn $[0;a]$ ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in [0;a]$

Vậy giá trị lớn nhất của V tại $x = a \Rightarrow V_{mzx} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

<u>**Cách 2:**</u> Từ (*) $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{x}{a^2+x^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. Dấu= khi : $x = a$.

<u>**Cách 3:**</u> Dễ thấy H nhìn AB dưới góc vuông nên $V_{S.ABH}$ lớn nhất khi S_{ABH} lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv O$ (tâm của hình vuông) $\Leftrightarrow x = a$. Từ đó có kết quả.

Câu 15: Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm ngân hàng loại kỳ hạn 6 tháng với lãi suất kép là 8,5% một năm. Hỏi sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng bác nông dân đó không rút vốn cũng như lãi trong tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn với lãi suất 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

A. 31.802.750(đồng). **B.** 31.803.311(đồng). **C.** 32.833.110(đồng). **D.** 33.083.311(đồng)

Hướng dẫn

Một kì hạn 6 tháng có lãi suất là $\frac{8,5\%}{2} = 4,25\%/\text{kỳ}$

Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức 11 kỳ hạn), số tiền cả vốn lẫn lãi bác nông dân nhận được là $A = 20000000.(1+4,25\%)^{11}$ (đồng).

Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng (hay dư 60 ngày) nên trong vòng 60 ngày, số tiền A sẽ được tích lũy theo lãi không kỳ hạn 0,01% một ngày. Cuối cùng bác nông dân thu được

$$B = A.(1+0,01\%)^{60} = 20000000.(1+4,25\%)^{11}.(1+0,01\%)^{60} \approx 31.803.310,72 \text{ (đồng)}.$$

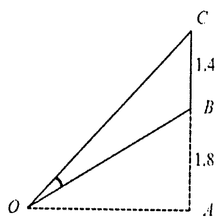
Câu 16: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ được đặt ở độ cao $1,8m$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Tính khoảng cách từ vị trí đó đến màn ảnh.

A. $1,8m$. **B.** $1,4m$. **C.** $\frac{84}{193}m$. **D.** $2,4m$.

Hướng dẫn

Đặt $OA = x\,(m),\ x > 0$. Theo yêu cầu bài toán, ta phải xác định x để góc BOC lớn nhất.

Điều này xảy ra khi $\tan BOC$ lớn nhất.



Ta có, $\tan BOC = \tan\left(AOC - AOB\right) = \dfrac{\tan AOC - \tan AOB}{1+\tan AOC.\tan AOB} = \dfrac{\frac{3,2}{x}-\frac{1,8}{x}}{1+\frac{3,2}{x}.\frac{1,8}{x}} = \dfrac{1,4x}{x^2+5,76}$

Các em CALC cho nhanh hoặc tham khảo cách tự luận dưới đây

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1,4x}{x^2+5,76}, \forall x \in (0;+\infty)$. Ta có $f'(x) = \dfrac{-1,4x^2+8,064}{\left(x^2+5,76\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2,4 \\ x = -2,4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	0		2.4		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	||	$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ đạt được tại $x=2,4(m)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $SAB=SCB=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC). Ta có: $AB\perp SA, AB\perp SD \Rightarrow AB\perp(SAD)$ $\Rightarrow AB\perp AD$. Tương tự $CB\perp(SCD)\Rightarrow BC\perp DC$. Suy ra $ABCD$ là hình vuông

Gọi H là hình chiếu của D trên $SC \Rightarrow DH\perp(SBC)\Rightarrow d(A,(SBC)=d(D,(SBC)=DH=a\sqrt{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SCD, ta có $\frac{1}{SD^2}=\frac{1}{SH^2}-\frac{1}{DC^2}\Rightarrow SD=a\sqrt{6}$.

Gọi I là trung điểm SB ta có $IA=IB=IC=IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Suy ra bán kính mặt cầu là $r=\frac{SC}{2}=a\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S=4\pi r^2=12\pi a^2$

Câu 18: Một vật chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t)=3t+t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

A. $\frac{3400}{3}$m. **B.** $\frac{4300}{3}$m. **C.** $\frac{130}{3}$m. **D.** 130m.

Hướng dẫn

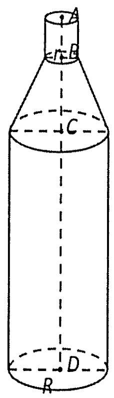
Ta có $v(t)=\int a(t)\,\mathrm{d}t=\int(3t+t^2)\,\mathrm{d}t=\dfrac{3t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}+C$.

Do $v(0)=10$ nên $C=10$.

Vậy quãng đường vật di chuyển trong 10s kể từ khi chuyển động là:

$$\int_0^{10} v(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^{10}\left(\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+10\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{t^3}{2}+\frac{t^4}{12}+10t\right)\Bigg|_0^{10}=\left(\frac{10^3}{2}+\frac{10^4}{12}+10\times10\right)=\frac{4300}{3}\ (\mathrm{m})$$

Câu 19: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R=5cm$, bán kính cổ $r=2cm$, $AB=3cm$, $BC=6cm$, $CD=16cm$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:



A. $495\pi\left(cm^3\right)$.

B. $462\pi\left(cm^3\right)$.

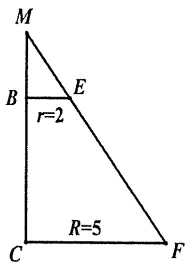
C. $490\pi\left(cm^3\right)$.

D. $412\pi\left(cm^3\right)$.

Hướng dẫn

Thể tích khối trụ có đường cao CD: $V_1=\pi R^2.CD=400\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích khối trụ có đường cao AB: $V_2=\pi r^2.AB=12\pi\left(cm^3\right)$.



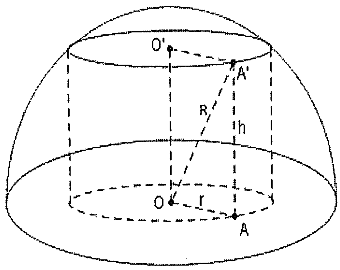
Ta có $\dfrac{MC}{MB}=\dfrac{CF}{BE}=\dfrac{5}{2}\Rightarrow MB=4$

Thể tích phần giới hạn giữa BC: $V_3=\dfrac{\pi}{3}\left(R^2.MC-r^2.MB\right)=78\pi\left(cm^3\right)$.

Suy ra: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi\left(cm^3\right)$. Chọn C

Câu 20: Khi cắt mặt cầu $S(O, R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O, R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R = 1$, tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O, R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, h = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r = \dfrac{\sqrt{6}}{2}, h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r = \dfrac{\sqrt{6}}{3}, h = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r = \dfrac{\sqrt{3}}{3}, h = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

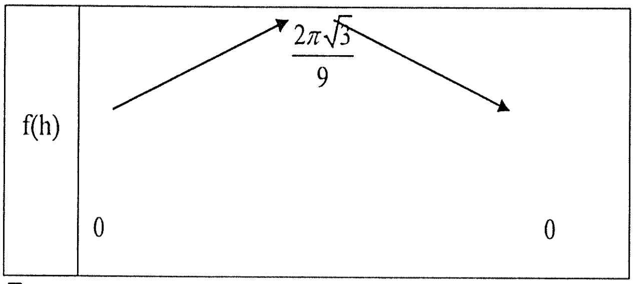


Hướng dẫn

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2 + r^2 = R^2$ $\left(0 < h \le R = 1\right) \Rightarrow r^2 = 1 - h^2$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi(1-\mathrm{h}^2)\mathrm{h} = f(\mathrm{h}) \;\; \Rightarrow f'(\mathrm{h}) = \pi(1-3\mathrm{h}^2) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{h} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

h	0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		1
f(h)		+	0	–	



Vậy: $\underset{(0;1]}{Max}V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 21: Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}m.$ **B.** $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}m.$ **C.** $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}m.$ **D.** $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}m.$

Hướng dẫn

Bạn A chia sợi dây thành hai phần có độ dài $x(m)$ và $20-x(m)$, $0<x<20$ (như hình vẽ).

Phần đầu uốn thành tam giác đều có cạnh $\frac{x}{3}(m)$, diện tích

$$S_1 = \left(\frac{x}{3}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x^2\sqrt{3}}{36}\left(m^2\right)$$

Phần còn lại uốn thành hình vuông có cạnh $\frac{20-x}{4}(m)$, diện tích

$$S_2 = \left(\frac{20-x}{4}\right)^2\left(m^2\right)$$

Tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $f(x)=\frac{x^2\sqrt{3}}{36}+\left(\frac{20-x}{4}\right)^2$ nhỏ nhất trên khoảng $(0;20)$.

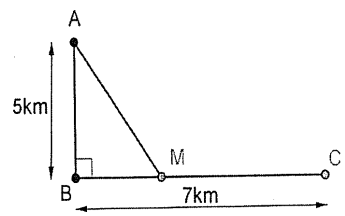
Ta có: $f'(x)=\frac{x\sqrt{3}}{18}-\frac{20-x}{8}=0\Leftrightarrow x=\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$		20
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta được $x=\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Câu 22: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ $5km$, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc $6km/h$. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.



A. $3\sqrt{2}\,km$. **B.** $\frac{7}{3}km$. **C.** $2\sqrt{5}$ km. **D.** $\frac{7}{2}km$.

Gọi $BM=x\ (km)$, $0\le x\le 7$. Khi đó: $AM=\sqrt{25+x^2}$ và $MC=7-x$

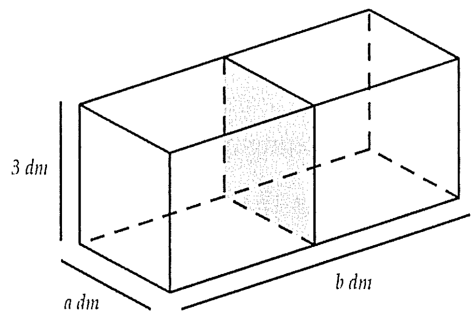
Theo đề bài ta có: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}$ $f'(x)=\dfrac{3x-2\sqrt{25+x^2}}{4\sqrt{25+x^2}}$

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{25+x^2}=3x \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x=\pm 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$

Khi đó: $f(0)=\dfrac{29}{12}$, $f(7)=\dfrac{\sqrt{74}}{4}$ và $f\left(2\sqrt{5}\right)=\dfrac{14-\sqrt{5}}{12}$

Vậy $\min\limits_{x\in[0;7]} f(x)=f\left(2\sqrt{5}\right)=\dfrac{14-\sqrt{5}}{12}$.

Câu 23: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị dm) như hình vẽ.



Tính a, b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.

A. $a=\sqrt{24},\ b=\sqrt{24}$. **B.** $a=3,\ b=8$. **C.** $a=3\sqrt{2},\ b=4\sqrt{2}$. **D.** $a=4,\ b=6$.

Hướng dẫn

Có: $V=72 \Leftrightarrow 3.ab=72 \Leftrightarrow a=\dfrac{24}{b}$ (1)

Bể cá tốn ít nguyên liệu nhất nghĩa là diện tích toàn phần nhỏ nhất.

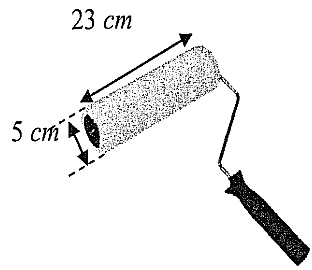
Ta có diện tích toàn phần của bể cá là: $S_{tp}=3.3a+ab+2.b3=\dfrac{216}{b}+6b+24$

(Đến đây các em CALC các đáp án được rồi)

Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $S_{tp}=\frac{216}{b}+6b+24\geq 2\sqrt{\frac{216}{b}.6b}+24=96$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{216}{b}=6b\Leftrightarrow b=6\left(b>0\right)$. Từ (1), ta suy ra: $a=4$.

Câu 24: Một cái tục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5cm$, chiều dài lăn là $23cm$ (hình bên). Sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện diện tích là



A. $1725\pi\ cm^2$. **B.** $3450\pi\ cm^2$.

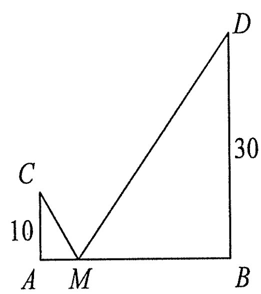
C. $1725\pi\ cm^2$. **D.** $862,5\pi\ cm^2$.

Hướng dẫn

Diện tích xung quanh của mặt trụ là $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.5.23=230\pi cm^2$.

Sau khi lăn 15 vòng thì diện tích phần sơn được là: $S=230\pi.15=3450\pi cm^2$.

Câu 25: Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố X muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón xuân Đinh Dậu 2017 nên đã nhờ bạn Na đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Na biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí A và B có độ cao lần lượt là $10m$ và $30m$, khoảng cách giữa hai trụ đèn $24m$ và cũng yêu cầu bạn Na chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh C và D của trụ đèn (như hình vẽ). Hỏi bạn Na phải đặt chốt ở vị trí cách trụ đèn B trên mặt đất là bao nhiêu để tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

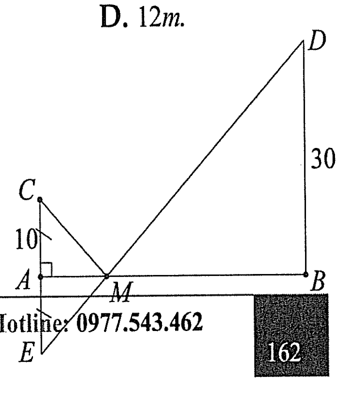


A. $20m$. **B.** $6m$. **C.** $18m$. **D.** $12m$.

Hướng dẫn

Gọi E là điểm đối xứng của C qua AB.

Gọi $M=DE\cap AB$, khi đó bạn Na đặt chốt ở vị trí M thì tổng độ dài hai sợi dây đèn led ngắn nhất.



Ta có $\frac{AE}{BD}=\frac{MA}{MB}=\frac{1}{3}\Rightarrow MB=3MA$,

mà $MB+MA=AB=24$, suy ra $MA=6$ và $MB=18$.

Câu 26: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sao bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 (giờ). **B.** 45 (giờ). **C.** 25 (giờ). **D.** 15 (giờ).

Hướng dẫn

Ta có $A=1500$, 5 giờ = 300 phút.

Sau 5 giờ, số vi khuẩn là $S(300)=500\cdot e^{300r}=1500\Rightarrow r=\frac{\ln 300}{3}$

Gọi t_0 (phút) là khoảng thời gian, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con. Ta có $121500=500\cdot e^{rt_0}$

$\Rightarrow t_0=\frac{\ln 243}{r}=\frac{300\ln 243}{\ln 3}=1500$ (phút) = 25 (giờ).

Câu 27: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t)=\frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Sau 10 ngày, đám vi trùng có khoảng bao nhiêu con?

A. 302542 con. **B.** 322542 con. **C.** 312542 con. **D.** 332542 con.

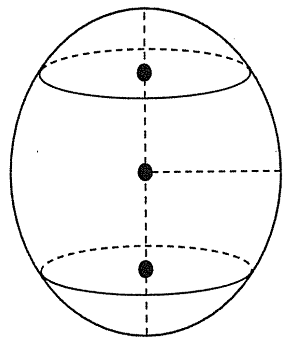
Hướng dẫn

Ta có $N(t)=\int N'(t)\mathrm{d}t=\int\frac{7000}{t+2}\mathrm{d}t=7000\ln|t+2|+C$

Do $N(0)=300000\Rightarrow C=300000-7000\ln 2$

Khi đó $N(10)=7000\ln 12+300000-7000\ln 2=312542$. Chọn C

Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi\left(dm^3\right)$ B. $\frac{43}{3}\pi\left(dm^3\right)$ C. $41\pi\left(dm^3\right)$ D. $132\pi\left(dm^3\right)$

Hướng dẫn

Trên hệ trục tọa độ Oxy, xét đường tròn $(C):(x-5)^2+y^2=25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của (C) quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5. Nếu cho hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C), trục Ox, hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2+y^2=25 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{25-(x-5)^2}$

$\Rightarrow$ Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y=\sqrt{25-(x-5)^2}=\sqrt{10x-x^2}$

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là:

$$V_1=\pi\int_0^2\left(10x-x^2\right)dx=\pi\left(5x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2=\frac{52\pi}{3}$$

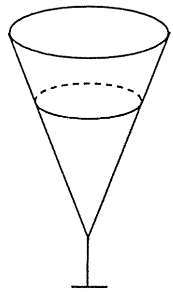
Thể tích khối cầu là: $V_2=\frac{4}{3}\pi.5^3=\frac{500\pi}{3}$

Thể tích cần tìm: $V=V_2-2V_1=\frac{500\pi}{3}-2.\frac{52\pi}{3}=132\pi\left(dm^3\right)$

Cách 2: Hai phần cắt đi có thể tích bằng nhau, mỗi phần là một chỏm cầu có thể tích

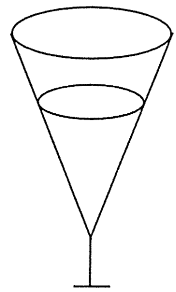
$$V_1 = \pi\int_d^R \left(R^2 - x^2\right)dx = \pi\int_3^5 \left(25 - x^2\right)dx = \frac{52\pi}{3}$$

Vậy thể tích của chiếc lu là $V = V_c - 2V_1 = \frac{4}{3}\pi.5^3 - 2\frac{52}{3}\pi = 132\pi$



Câu 28: Một cái ly có dạng hình nón được rót nước vào với chiều cao mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao hình nón. Hỏi nếu bịch kính miệng ly rồi úp ngược ly xuống thì tỷ số chiều cao mực nước và chiều cao hình nón xấp xỉ bằng bao nhiêu?

A. $0,33$. **B.** $0,11$. **C.** $0,21$. **D.** $0,08$



Hướng dẫn

Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của cái ly lần lượt là h và R.

Khi để cốc theo chiều xuôi thì lượng nước trong cốc là hình nón có chiều cao và bán kính đường tròn đáy lần lượt là $\frac{2h}{3}$ và $\frac{2R}{3}$.

Do đó thể tích lượng nước trong bình là $\frac{8V}{27} \Rightarrow$ Phần không chứa nước chiếm $\frac{19}{27}V$.

Khi úp ngược ly lại thì phần thể tích nước trong ly không đổi và lúc đó phần không chứa nước là hình nón và ta gọi h' và R' lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của phần hình nón không chứa nước đó.

Ta có $\frac{R'}{R} = \frac{h'}{h}$ và phần thể tích hình nón không chứa nước là $\frac{19}{27}V$

$$\Rightarrow \frac{h'}{3}.\pi R'^2 = \frac{19}{27}.\frac{h}{3}.\pi R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \frac{19}{27} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{\sqrt[3]{19}}{3}.$$

Do đó tỷ lệ chiều cao của phần chứa nước và chiều cao của cái ly trong trường hợp úp ngược ly là $1 - \frac{h'}{h} = \frac{3 - \sqrt[3]{19}}{3}$.

***Tổng Kết:**

Như vậy là đã hết một nửa của cuốn bí kíp, tuy nhiên phần còn lại vẫn còn tiếp tục cập nhật để các em rèn luyện nhớ là phải chăm cày nhé

Truy cập vào http://check.bikiptheluc.com để điền mã

Và vào http://bikiptheluc.com/bktl3 để cập nhật các kĩ năng và bài tập tự luyện mới.

Hi vọng cuốn sách này sẽ giúp các em tiến bộ hơn nhiều so với lúc nhận nó và điều quan trọng hơn là nó giúp em đỗ vào trường mình thích, anh chỉ mong muốn như vậy là đã cảm thấy tự hào về em lắm rồi ! Cố gắng lên em nhé !!!

Cảm ơn các em đã luôn tin tưởng và ủng hộ anh !

Casio Expert : Nguyễn Thế Lực

Hà Nội, 16/5/2017