THỦ THUẬT GIẢI NHANH

TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN

Tác giả: Trần Công Diêu

Hiểu khái niệm hàm đồng biến, nghịch biến thế nào là đơn giản nhất? Xét hàm số một biến $y = f\left(x\right)$, khi x tăng mà y giảm thì hàm này gọi là hàm nghịch biến, khi x tăng mà y tăng thì hàm số này gọi là hàm đồng biến.

Ta áp dụng điều này để giải nhanh cách bài tập dưới đây:

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. $0 \le m < 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $0 \le m \le 2$. D. $0 < m < 2$.

Hướng dẫn giải.

Bài toán này việc giải tự luận hoàn toàn đơn giản, nhưng ở đây tôi muốn trình bày một con đường khác bằng việc thay đáp án và MTCT để xử lí.

Ta chọn $m = 2 \Rightarrow y = \dfrac{2x+4}{x+2} = 2$ đây là hàm hằng nên ta loại được đáp án C.

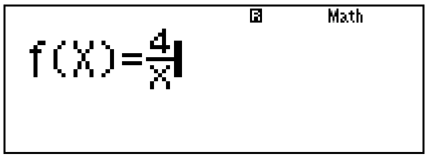
Ta chọn $m = 0 \Rightarrow y = \dfrac{4}{x}$ rõ ràng đây là hàm nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$ nên loại được đáp án A.

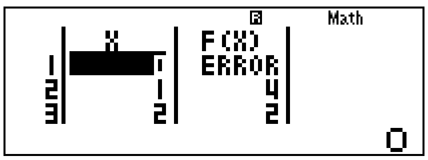
Ta chọn $m = -1 \Rightarrow y = \dfrac{-x+4}{x-1}$ rõ ràng hàm bậc nhất trên bậc nhất này gián đoạn tại 1 nên không thể nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$ loại đáp án B.

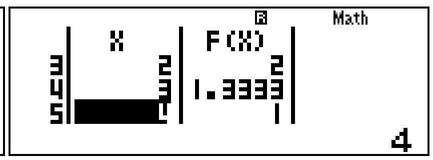
Chọn D.

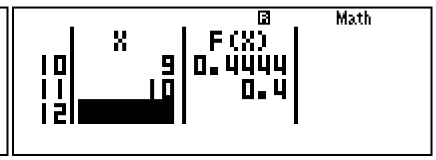
Chú ý: sẽ có nhiều em hỏi rằng tại sao $y = \dfrac{4}{x}$ tôi lại thấy rõ ràng nó là hàm nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$. Tôi xin được giải đáp, để trả lời cho điều này có nhiều cách, đầu tiên ta thấy khi x

dương và tăng lên thì y giảm xuống nên hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$. Có thể lí giải bằng đạo hàm vì $y' = -\dfrac{4}{x^2} < 0$ với x khác không nên hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$. Cuối cùng ta lí giải bằng việc dự đoán dựa vào sử dụng MTCT , bấm **Mode 7** nhập vào hàm chọn **Start** 0 **End** 10 **Step** 1 ta thấy rằng khi x tăng lên thì y giảm xuống nên hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$ như sau:









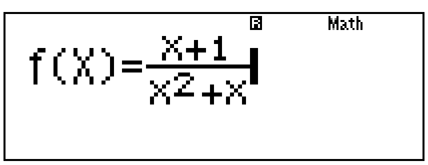
Câu 2. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

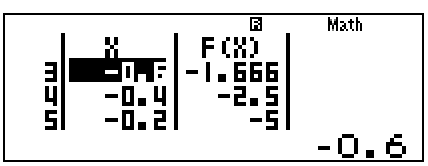
A. $(-3;-2]$. B. $(-\infty;0]$. C. $(-\infty;2]$. D. $(-\infty;2)$.

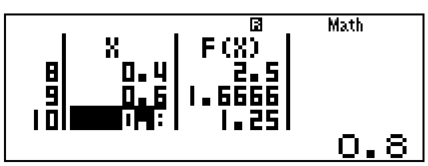
Hướng dẫn giải.

Ở bài toán này chúng ta sẽ thấy được việc xử dụng thay đáp án và MTCT để giải quyết tốt hơn rất nhiều khi giải tự luận, chúng ta cùng đi vào bài toán.

Ta chọn $m=0$, bấm Mode 7 nhập hàm vào máy tính và chọn Start -1 End 1 Step 0.2

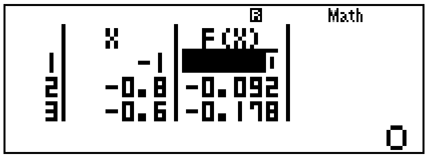


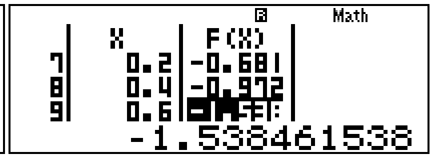




Ta thấy hàm lúc tăng lúc giảm nên giá trị $m=0$ không thỏa, loại đáp án B, C, D.

Ta chọn $m=-2$, bấm **Mode 7** nhập hàm vào máy tính và chọn **Start** -1 **End** 1 **Step** 0.2





Ta thấy hàm giảm nên giá trị này thỏa. Vậy ta có thể khẳng định đáp án A là chính xác.

Chọn A.

Câu 3. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

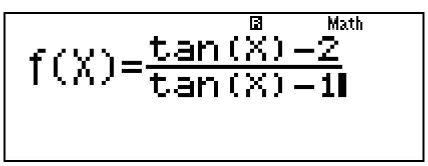
A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. B. $m\le 0$. C. $1\le m<2$. D. $m\ge 2$.

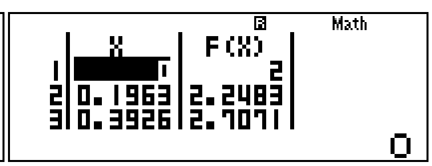
Trích Đề Minh Họa 1 Của Bộ Giáo Dục

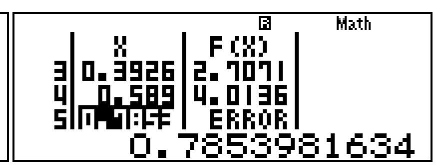
Hướng dẫn giải.

Với $m=2\Rightarrow y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-2}=1$, đây là hàm hằng nên loại D.

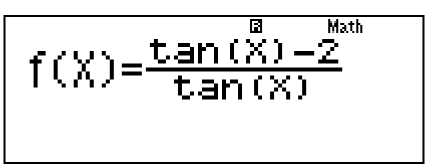
Với $m=1$, ta dùng **Mode 7** với **Start** 0 **End** $\dfrac{\pi}{4}$ **Step** $\dfrac{\pi}{16}$ thấy rằng khi x tăng thì y tăng nên loại B.

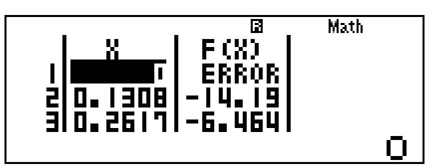


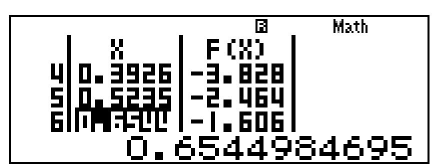




Với $m=0$, ta dùng **Mode 7** với **Start 0 End** $\dfrac{\pi}{4}$ **Step** $\dfrac{\pi}{24}$ thấy rằng khi x tăng thì y tăng nên loại C.







Chọn A.

Chú ý: việc chọn các giá của m là do sự quan sát của bản thân, chọn làm sao phải loại được ít nhất một đáp án. Còn việc chọn **Step** càng nhỏ càng tốt, chú ý máy chỉ tính được 20 giá trị của $f\left(x\right)$ nên không được chọn quá nhỏ.

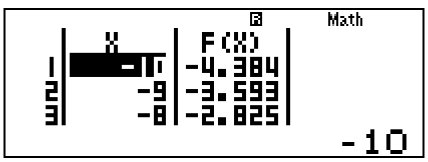
Câu 4. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

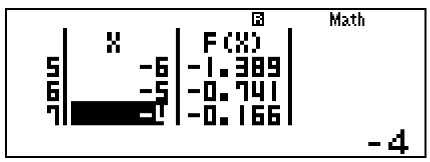
A. $\left(-\infty;-1\right]$. B. $\left(-\infty;-1\right)$. C. $\left[-1;1\right]$. D. $\left[1;+\infty\right)$.

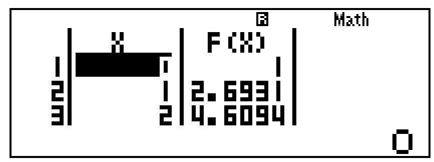
Trích Đề Minh Họa 2 Của Bộ Giáo Dục

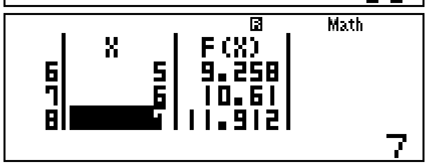
Hướng dẫn giải.

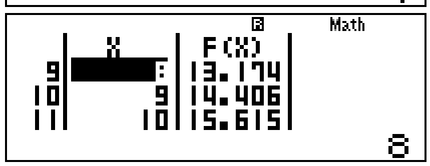
Với $m = -1$, ta dùng **Mode 7** với **Start** -10 **End** 10 **Step** 1 thấy rằng khi x tăng thì y tăng nên loại B, D.



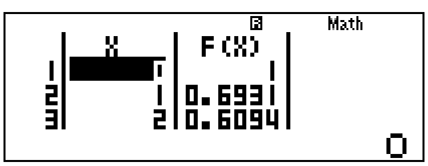


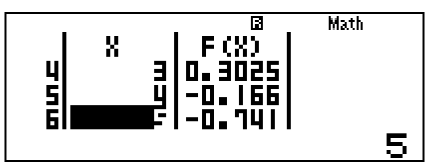


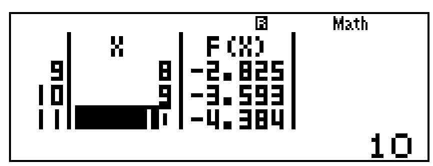




Với $m = 1$, ta dùng **Mode 7** với **Start 0 End 10 Step 1** thấy rằng khi x tăng thì y giảm nên loại C.







Chọn A.

Mọi chuyện có vẻ dễ dàng, không hẳn vậy, người ta có thể khắc chế MTCT bằng cách sau đây:

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

A. 1. B. 2. C. 5. D. vô số.

Hướng dẫn giải.

Rõ ràng ta không thể dùng đáp án để thử nữa rồi, vậy câu hỏi là làm sao để giải được nhanh đây? Đầu tiên ta nhớ rằng hàm số đồng biến trên một khoảng thì đạo hàm của nó phải lớn hơn hoặc bằng 0 trên khoảng đó (chỉ bằng 0 ở một số hữu hạn chỗ).

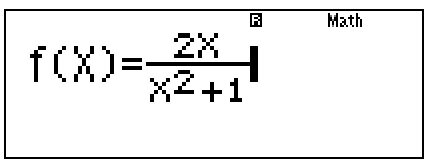
Ta muốn hàm số $y = ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$ thì phải có:

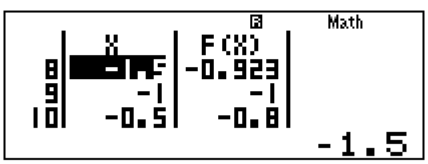
$y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - m \geq 0$ với mọi x thuộc $\left(-\infty;+\infty\right)$

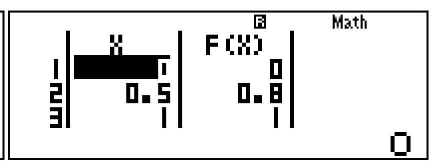
$\Leftrightarrow m \leq \dfrac{2x}{x^2+1},\ \forall x \in \left(-\infty;+\infty\right)$

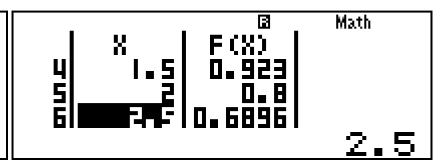
$\Leftrightarrow m \leq min\dfrac{2x}{x^2+1},\ \forall x \in \left(-\infty;+\infty\right).$

Ta dùng **Mode 7** nhập hàm sau vào với **Start** -5 **End** 5 **Step** 0.5 (việc chọn này để chắc chắn tìm ra min các em có thể thăm dò thêm từ 5 đến 15, hoặc từ -15 đến – 5 để có thể khẳng định min chính xác, sau khi thấy min nằm ở một khu vực nào đó thì chọn **Step** thật nhỏ để tìm ra min chính xác nhất)









Ta thấy rằng giá trị nhỏ nhất là -1 do đó $\Leftrightarrow m \leq -1$, từ đây có thể suy ra có vô số giá trị nguyên của để hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$.