BÀI 23. GIẢI NHANH BÀI TOÁN TÍCH PHÂN CHỐNG LẠI CASIO

1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Kỹ thuật ép hệ phương trình: Cho hệ thức $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = f(a,b,c)$, muốn tìm a,b,c thỏa mãn hệ thức $h(a,b,c)=m$. Ta sẽ tính giá trị tích phân $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx =$ rồi lưu vào A .

Vậy ta sẽ ép được hệ phương trình $\begin{cases} f(a,b,c)=A \\ h(a,b,c)=m \end{cases}$. Để giải hệ phương trình này ta sẽ sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE hoặc chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio

(Xem ví dụ minh họa 1, 2, 3, 4, 5, 6)

2. Kỹ thuật ép cận nguyên hàm: Cho nguyên hàm gốc $\int f(x)dx$ và nguyên hàm hệ quả $\int f(u(t))dt$ qua phép đổi biến $x=u(t)$. Để sử dụng được máy tính Casio ta ép hệ số cho nguyên hàm gốc để trở thành tích phân xác định $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$. Vì nguyên hàm gốc và nguyên hàm hệ quả là tương đương nên $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(u(t))dx$ (α', β' là 2 cận mới)

(Xem ví dụ minh họa 7,8,9)

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1. Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$

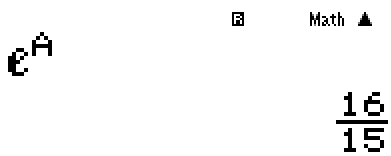
A. $S=6$ **B.** $S=2$ **C.** $S=$ 2 **D.** $S=0$

(Câu 26 Đề minh họa Bộ GD-ĐT lần 2 năm 2017)

Lời giải:

➢ Tính tích phân $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x}$ và lưu vào biến A

➢ Khi đó $A = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5 \Leftrightarrow A = \ln\left(2^a.3^b.5^c\right) \Leftrightarrow 2^a.3^b.5^c = e^A = \frac{16}{15}$



Dễ thấy $\frac{16}{15}=\frac{2.2.2.2}{3.5}=2^4.3^{\ 1}.5^{\ 1}=2^a.3^b.5^c\Rightarrow a=4;b=\ \ 1;c=\ \ 1\Rightarrow S=2$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

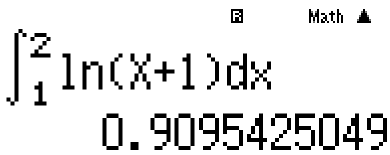
VD2. Cho $I=\int_1^2\ln(x+1)dx=a\ln3+b\ln2+c\ \ (a,b,c\in Z)$. Tính giá trị của biểu thức $A=a+b+c$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Internet 2017)

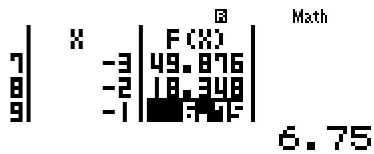
Lời giải:

➢ Tính giá trị tích phân $I=\int_1^2\ln(x+1)dx$ rồi lưu giá trị này vào biến A



➢ Khi đó $a\ln3+b\ln2+c=A\Leftrightarrow\ln(3^a.2^b.e^c)=\ln e^A\Leftrightarrow3^a.2^b.e^c=e^A\Leftrightarrow3^a.2^b=\frac{e^A}{e^c}$

Để tính được $3^a.2^b$ ta sử dụng chức năng MODE 7 với hàm $f(X)=3^a.2^b=\frac{e^A}{e^c}$



Quan sát màn hình xem giá trị nào của $f(X)$ (cũng là của $3^a.2^b$) là số hữu tỉ thì nhận

Dễ thấy với $X=c=\ \ 1$ thì $3^a.2^b=6.75=\frac{27}{4}=3^3.2^{\ 2}\Rightarrow a=3;b=\ \ 2$

Tóm lại $a+b+c=3\ \ 2\ \ 1=0$

$\Rightarrow$ Đáp án **A** là đáp án chính xác.

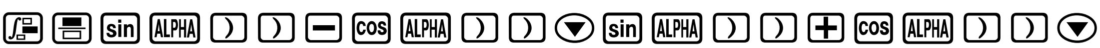
VD3. Cho $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\ \ \cos x}{\sin x+\cos x}dx=(a+b)\ln3+c\ln2\ \ (a,b,c\in Q)$. Tính giá trị của biểu thức : $A=a+b+c$

A. 0 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 2

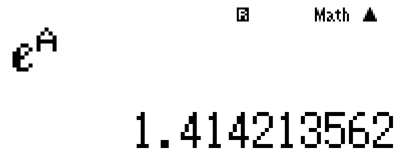
(Tổng hợp tích phân chống Casio – Internet 2017)

Lời giải:

➢ Tính giá trị tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\ \ \cos x}{\sin x+\cos x}dx$ rồi lưu giá trị này vào biến A



- Khi đó $(a+b)\ln 3 + c\ln 2 = A \Leftrightarrow \ln(3^{a+b}.2^c) = \ln e^A$. Mà ta tính được $e^A = \sqrt{2}$



$\Rightarrow 3^{a+b}.2^c = \sqrt{2} = 3^0.2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a+b=0; c=\dfrac{1}{2}$

Tóm lại $a+b+c = 0+\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Đáp án **B** là đáp án chính xác.

VD4 . Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x dx = \pi a + b \quad (a,b \in Q)$. Tính giá trị của biểu thức $A = a+b$

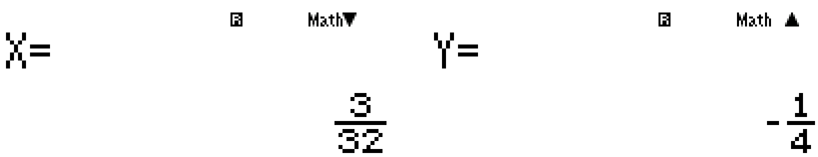
A. $\dfrac{11}{32}$ **B.** $\dfrac{5}{32}$ **C.** 4 **D.** 7

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $I = \int_1^2 \ln(x+1)dx$ rồi lưu giá trị này vào biến A

- Khi đó $\pi a + b = A$. Nếu đáp số A đúng thì hệ $\begin{cases} \pi a + b = A \\ a+b = \dfrac{11}{32} \end{cases}$ có nghiệm hữu tỉ (thuộc Q)



Rõ ràng $a = \dfrac{3}{32}; b = \dfrac{1}{4}$ là các số hữu tỉ

$\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác

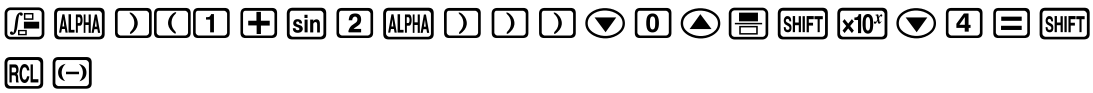
VD5. Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1+\sin 2x)dx=\frac{\pi^2+a}{b}\to (a,b,c\in Z)$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính biểu thức $A=a+b$

A. 20 **B.** 40 **C.** 60 **D.** 10

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1+\sin 2x)dx$ rồi lưu giá trị này vào biến A

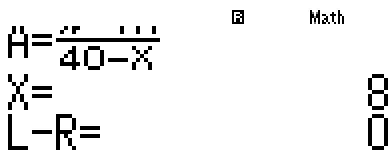


- Khi đó $\frac{\pi^2+a}{b}=A$. Nếu đáp số **A** đúng thì $a+b=20\Rightarrow b=20\quad a\Rightarrow A=\frac{\pi^2+a}{20\quad a}$

Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE để tìm a (với a là số nguyên)

Kết quả không ra một số nguyên $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Nếu đáp số **B** đúng thì $a+b=40\Rightarrow b=40\quad a\Rightarrow A=\frac{\pi^2+a}{40\quad a}$



Vậy $a=8\Rightarrow b=32$

$\Rightarrow$ Đáp án **A** là đáp án chính xác

VD6. Cho $I=\int_1^2 x^3\ln^2 xdx=\frac{ae^4+b}{c}$ $(a,b,c\in Z)$ với $\frac{a}{c};\frac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính biểu thức $A=a+b$

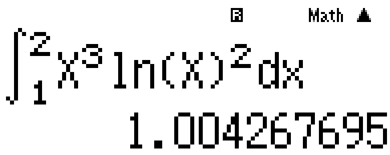
A. 15 **B.** 28 **C.** 36 **D.** 46

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $I=\int_1^2 x^3\ln^2 xdx$ rồi lưu giá trị này vào biến A

[∫] [ALPHA] [)] [(] [1] [+] [sin] [2] [ALPHA] [)] [)] [)] [▼] [0] [▲] [▭/▭] [SHIFT] [x10^x] [▼] [4] [=]
[SHIFT] [RCL] [(−)]



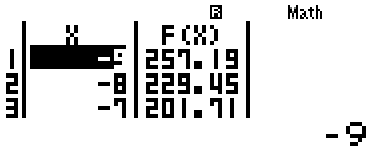
➢ Khi đó $\frac{ae^4+b}{c} = A$. Nếu đáp số **A** đúng thì $c = 15 \quad a \quad b$

$\Rightarrow 15A \quad a.A \quad b.A = a.e^4 + b$

$\Rightarrow b = \frac{15A \quad a.A \quad a.e^4}{A+1}$

Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm a (với a là số nguyên)

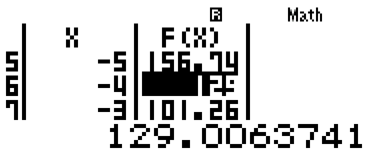
[MODE] [7] [▭/▭] [1] [5] [ALPHA] [(−)] [−] [ALPHA] [(−)] [ALPHA] [)] [−] [ALPHA] [x10^x] [x■] [4] [▶] [ALPHA] [)] [▼]
[ALPHA] [(−)] [+] [1] [=] [=] [−] [9] [=] [1] [0] [=] [1] [=]



Kết quả không tìm ra một số nguyên $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

➢ Tương tự như vậy với đáp số **C** đúng thì $\Rightarrow b = \frac{36A \quad a.A \quad a.e^4}{A+1}$

[AC] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [3] [6] [=] [=] [=] [=] [=]



Ta tìm được nghiệm $a = 129$ là một số hữu tỉ

$\Rightarrow$ Đáp án **C** là đáp án chính xác

VD7. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin x$ thì :

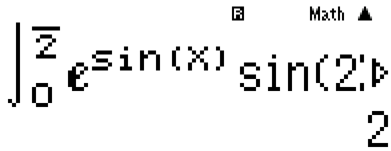
A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t.t.dt$ **B.** $I = \int_0^1 e^t.t.dt$ **C.** $I = 2\int_0^1 e^t.t.dt$ **D.** $I = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t.t.dt$

(Trích đề thi ĐH khối B năm 2005)

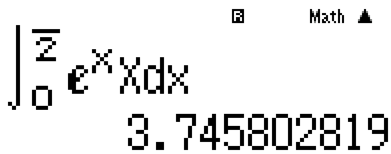
Lời giải:

➢ Tính giá trị tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x dx$

[∫] [ALPHA] [x10^x] [x■] [sin] [ALPHA] [)] [)] [▶] [sin] [2] [ALPHA] [)] [)] [▼] [0] [▲] [▭/▭] [SHIFT] [x10^x] [▼]
[2] [=]

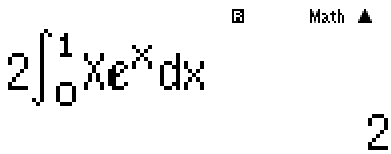


- Nếu đáp án A đúng thì giá trị tích phân ở câu A phải giống giá trị tích phân ở đề bài và cùng bằng 2. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t.t.dt$



Kết quả ra một số khác 2 $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Tương tự như vậy với đáp số **C** thì $I=2\int_0^1 e^t.t.dt=2$



$\Rightarrow$ Đáp án **C** là đáp án chính xác

Chú ý : Đổi cận thì phải đổi biến $\Rightarrow$ Dễ dàng loại được đáp án **A** và **D**

VD8. Sử dụng phương pháp đổi biến đưa tích phân $I=\int_0^4 \frac{4x \quad 1}{\sqrt{2x+1}+2}dx$ thành tích phân $\int_3^5 f(t)dt$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau ?

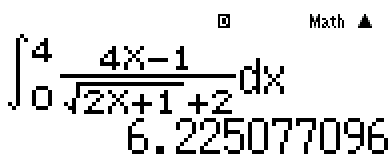
A. $f(t)=\frac{2t^2 \quad 3}{t+2}$ **B.** $f(t)=\frac{(2t^2 \quad 8t+3)(t+2)}{t}$

C. $f(t)=\frac{2t^2 \quad 3}{2(t+2)}$ **D.** $f(t)=\frac{(2t^2 \quad 8t+3)(t+2)}{2t}$

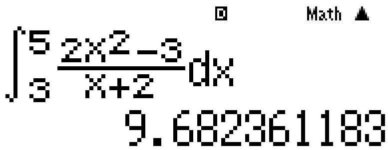
(Trích đề thi ĐH khối D năm 2011)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $I=\int_0^4 \frac{4x \quad 1}{\sqrt{2x+1}+2}dx$

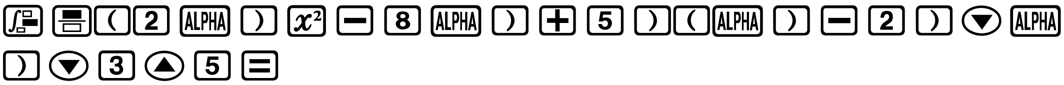


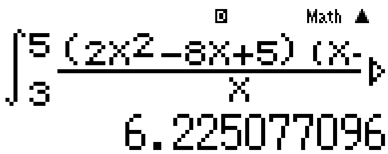
- Nếu đáp án A đúng thì $f(t)=\dfrac{2t^2-3}{t+2}$ và giá trị tích phân $I=\int_3^5\dfrac{2t^2-3}{t+2}dt=6.2250...$điều này là sai vì $I=\int_3^5\dfrac{2t^2-3}{t+2}dt=9.6923...$



Kết quả ra một số khác 2 $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Tương tự như vậy với đáp số **B** chính xác





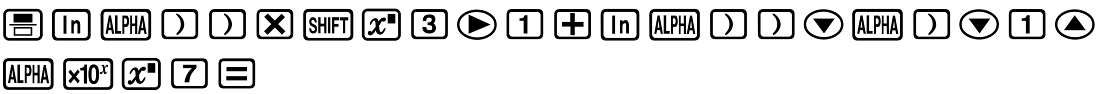
VD9. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến tìm nguyên hàm, ta đặt $t=\sqrt[3]{1+\ln x}$ thì nguyên hàm của $\int\dfrac{\ln x.\sqrt[3]{1+\ln x}}{x}dx$ có dạng :

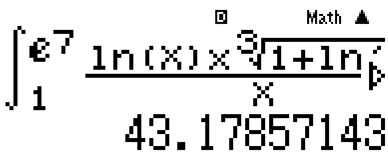
A. $\int 3t^3\left(t^3-1\right)dt$ **B.** $\int t^3\left(t^3-1\right)dt$ **C.** $\int 3t^3\left(t^3+1\right)dt$ **D.** $\int t^3\left(t^3+1\right)dt$

Lời giải:

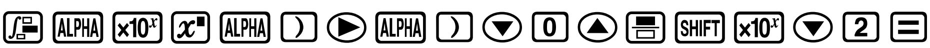
- Để có thể sử dụng máy tính Casio ta phải tiến hành chọn cận để đưa nguyên hàm (tích phân bất định) trở thành tích phân (tích phân xác định) Ta chọn hai cận là 1 và e^7 . Tính giá trị tích phân

$$\int_1^{e^7}\frac{\ln x.\sqrt[3]{1+\ln x}}{x}dx=43.1785...$$





- Khi tiến hành đổi biến thì ta phải đổi cận : $\left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow t=\sqrt[3]{1+\ln 1}=1 \\ x=e^7\Rightarrow t=\sqrt[3]{1+\ln 3^7}=2\end{array}\right.$ Nếu đáp án A đúng thì giá trị tích phân ở câu A phải giống giá trị tích phân ở đề bài . Tính $I=\int_1^2 3t^3\left(t^3-1\right)dt$



Math ▲

$$\int_0^{\sqrt{2}} e^X X dx$$

$$3.745802819$$

Kết quả ra một số khác 2 $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Tương tự như vậy với đáp số **C** thì $I = 2\int_0^1 e^t.t.dt = 2$

[∫] [3] [ALPHA] [)] [$x^{\blacksquare}$] [3] [▶] [(] [ALPHA] [)] [$x^{\blacksquare}$] [3] [▶] [−] [1] [)] [▼] [1] [▲] [2] [=] [S⇔D]

Math ▲

$$\int_1^2 3X^3(X^3-1)dx$$

$$43.17(857142)$$

$\Rightarrow$ Đáp án **A** là đáp án chính xác

<u>Chú ý</u> : Ta có thể chọn cận nào cũng được không nhất thiết phải là 1 và e^7 (chỉ cần thỏa mãn tập xác định của hàm số là được)

Ví dụ 3: Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \dfrac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a + b + c$ có giá trị là

A. 3 B. 0 C. 4 <u>D</u>. 2

Hướng dẫn by bikiptheluc.com

Trâu bò tự luận

$$\left((ax^2+bx+c)\sqrt{2x-1}\right)' = \frac{5ax^2 + (-2a+3b)x - b + c}{\sqrt{2x-1}} = \frac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \Rightarrow a+b+c = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Casio: Tư duy mình nghĩ như sau:

$$\int_a^b \frac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}} dx = F(b) - F(a)$$

Nếu Giờ ta sẽ chọn x sao cho $F(a) = 0 \to x = 0.5$ nhưng các em nhìn giá trị đạo hàm không xác định tại x=0.5 nên ta sẽ lấy giá trị lân cận 0.5

Chú ý là $f(1) = (a+b+c) \to$ Chọn b=1

Thì $\displaystyle\int_{0.5+\Delta x}^{1} \frac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}} dx \approx a+b+c$

Math ▲

$$\int_{0.5000000001}^{1}\ \blacktriangleright$$

$$1.999995529$$

Math ▲

$$\blacktriangleleft 001\ \frac{10X^2-7X+2}{\sqrt{2X-1}} dx$$

Chọn đáp án D.

Nếu mà đề hỏi $4a + 2b + c$ thì các em tính tích phân từ $0.5 + \Delta x \to 2$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + b\pi \quad (a, b \in Q)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

A. $P = \frac{5}{4}$ **B.** $P = \frac{3}{4}$ **C.** $P = \frac{1}{4}$ **D.** $P = \frac{11}{4}$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 2. Cho tích phân $(a, b \in Q)$ $\int\limits_1^2 \frac{1\quad x}{x^2} e^x dx = a.e^2 + b.e \quad (a, b \in Q)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

A. $P = \quad 1$ **B.** $P = 0.5$ **C.** $P = 1$ **D.** $P = 2$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 3. Cho tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2\cos x}{2 + 3\sin x \quad \cos 2x} dx = a\ln 2 + b\ln 3 + c \quad (a, b, c \in Z)$. Tính $P = a + b + c$

A. $P = \quad 3$ **B.** $P = \quad 2$ **C.** $P = 2$ **D.** $P = 1$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 4. Cho tích phân $\int\limits_1^4 \frac{dx}{2x^2 + 5x + 3} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11 \quad (a, b, c \in Z)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

A. $P = 1$ **B.** $P = \quad 3$ **C.** 2 **D.** 0

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 5. Cho tích phân $\int\limits_1^2 \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x} dx = a\ln 2 + b\ln 3 + c \quad (a, b, c \in Z)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

A. $P = 3$ **B.** $P = \quad 2$ **C.** 4 **D.** 1

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 6. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến với ẩn phụ $t = \sqrt{x^2 \quad 1}$ đưa tích phân $I = \int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 \quad 1}}$ thành tích phân nào sau đây ?

A. $\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2 + 1}$ **B.** $\int\limits_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{dt}{t^2 + 1}$ **C.** $\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t(t^2 + 1)}$ **D.** $\int\limits_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{dt}{t(t^2 + 1)}$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 7. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến với ẩn phụ $t = 1 + 3\cos x$ đưa nguyên hàm $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3\cos x}} dx$ thành nguyên hàm nào sau đây ?

A. $\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **B.** $\frac{1}{9}\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **C.** $\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **D.** $\frac{1}{9}\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Bài 8. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến với ẩn phụ $t = 1 + 3\cos x$ đưa nguyên hàm $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3\cos x}} dx$ thành nguyên hàm nào sau đây ?

A. $\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **B.** $\frac{1}{9}\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **C.** $\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ **D.** $\frac{1}{9}\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

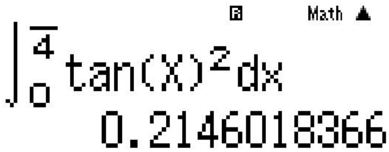
Bài 1. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + b\pi \quad (a, b \in Q)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

A. $P = \frac{5}{4}$ **B.** $P = \frac{3}{4}$ **C.** $P = \frac{1}{4}$ **D.** $P = \frac{11}{4}$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ rồi lưu vào biến A



- Nếu đáp số **A** đúng ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b\pi = A \\ a + b = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.7334...$ không phải là số hữu tỉ $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Tương tự như vậy với đáp án **B** ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b\pi = A \\ a + b = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$. $\Rightarrow$ **B** là đáp số chính xác

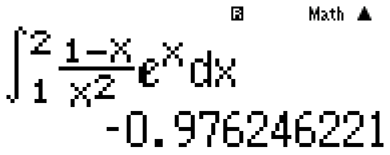
Bài 2. Cho tích phân $(a, b \in Q)$ $\int_1^2 \frac{1-x}{x^2} e^x dx = a.e^2 + b.e \quad (a, b \in Q)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

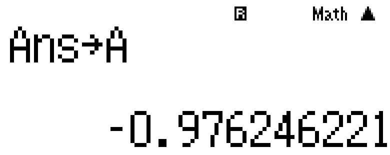
A. $P = \ 1$ **B.** $P = 0.5$ **C.** $P = 1$ **D.** $P = 2$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $\int_1^2 \frac{1-x}{x^2} e^x dx$ rồi lưu vào biến A





- Với đáp số A ta có hệ phương trình $\begin{cases} ae^2 + be = A \\ a + b = 0.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0.5 \\ b = 1 \end{cases}$

MODE 5 1 ALPHA x10ˣ x² = ALPHA x10ˣ = ALPHA (−) = 1 = 1 = 0 • 5 = = =

$\Rightarrow$ Đáp số **A** chính xác

Bài 3. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2\cos x}{2 + 3\sin x \quad \cos 2x} dx = a\ln 2 + b\ln 3 + c \quad (a,b,c \in Z)$. Tính $P = a + b + c$

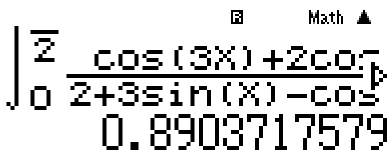
A. $P = \ \ 3$ **B.** $P = \ \ 2$ **C.** $P = 2$ **D.** $P = 1$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Lời giải:

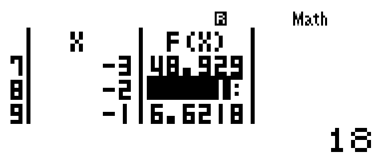
- Tính giá trị tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2\cos x}{2 + 3\sin x \quad \cos 2x} dx$ rồi lưu vào biến A

∫ ▭/▭ cos 3 ALPHA)) + 2 cos ALPHA)) ▼ 2 + 3 sin ALPHA)) − cos 2 ALPHA)) ▼ 0 ▲ ▭/▭ SHIFT x10ˣ ▼ 2 = SHIFT RCL (−)



- Vậy $a\ln 2 + b\ln 3 + c = A \Leftrightarrow \ln\left(2^a.3^b.e^c\right) = \ln\left(e^A\right) \Leftrightarrow 2^a.3^b = \frac{e^A}{e^c}$. Tìm $2^a.3^b$ bằng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 với biến $X = c$

MODE 7 ▭/▭ ALPHA x10ˣ x■ ALPHA (−) ▼ ALPHA x10ˣ x■ ALPHA) = = − 9 = 1 0 = 1 =



Ta được $2^a.3^b = 18$ với $X = c = \ \ 2$. Vậy $18 = 2.3^2 = 2^a.3^b \Rightarrow a = 1; b = 2$

$\Rightarrow P = a + b + c = 1 + 2 \quad 2 = 1 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài 4. Cho tích phân $\int_1^4 \frac{dx}{2x^2 + 5x + 3} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11 \ (a,b,c \in Z)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

A. $P = 1$ **B.** $P = \ \ 3$ **C.** 2 **D.** 0

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $\int_1^4 \frac{dx}{2x^2+5x+3}=$ rồi lưu vào biến A

- Vậy $a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11=A \Leftrightarrow \ln\left(2^a.5^b.11^c\right)=\ln\left(e^A\right)$

$\Leftrightarrow 2^a.5^b.11^c=e^A=\frac{25}{22}=\frac{5.5}{2.11}=5^2.2^{\ 1}.11^{\ 1}$.

Rõ ràng $a=\ \ 1; b=2; c=\ \ 1 \Rightarrow P=a+b+c=1+2\ \ \ 2=1$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài 5. Cho tích phân $\int_1^2 \frac{x^2+2x+2}{x^2+x}dx=a\ln 2+b\ln 3+c\ \ (a,b,c\in Z)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$

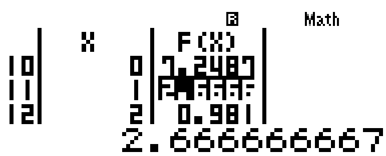
A. $P=3$ **B.** $P=\ \ 2$ **C.** 4 **D.** $\ \ 1$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $\int_1^4 \frac{dx}{2x^2+5x+3}=$ rồi lưu vào biến A

- Vậy $a\ln 2+b\ln 3+c=A \Leftrightarrow \ln\left(2^a.3^b.e^c\right)=\ln\left(e^A\right) \Leftrightarrow 2^a.3^b.e^c=e^A \Leftrightarrow 2^a.3^b=\frac{e^A}{e^c}$. Tìm $2^a.3^b$ bằng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 với biến $X=c$.



Ta được $2^a.3^b=2.66(6)=\frac{8}{3}=2^3.3^{\ 1} \Rightarrow a=3; b=\ \ 1$ với $X=c=1$.

$\Rightarrow P=a+b+c=3\ \ \ 1+1=3 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

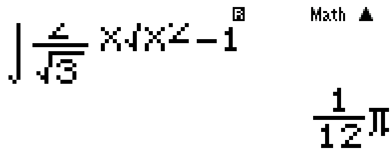
Bài 6. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến với ẩn phụ $t=\sqrt{x^2\ \ \ 1}$ đưa tích phân $I=\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2\ \ \ 1}}$ thành tích phân nào sau đây ?

A. $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2+1}$ B. $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{dt}{t^2+1}$ C. $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t\left(t^2+1\right)}$ D. $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{dt}{t\left(t^2+1\right)}$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

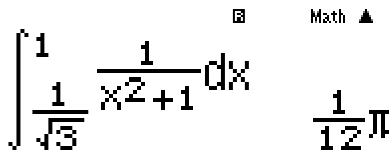
Lời giải:

- Tính giá trị tích phân $I = \int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 \quad 1}} = \frac{\pi}{12}$



Tích phân nào có giá trị bằng $\frac{\pi}{12}$ thì đó là đáp án đúng. Ta có đáp án **B** có giá trị :

$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{dt}{t^2+1} = \frac{\pi}{12}$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

Chú ý : Giá trị tích phân không thay đổi theo phép đổi biến (đặt ẩn phụ)

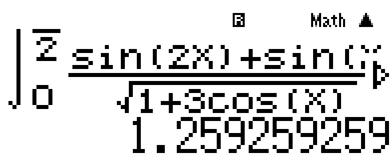
Bài 7. Nếu sử dụng phương pháp đổi biến với ẩn phụ $t = 1 + 3\cos x$ đưa nguyên hàm $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$ thành nguyên hàm nào sau đây ?

A. $\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ B. $\frac{1}{9}\int \frac{2t^2 \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ C. $\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$ D. $\frac{1}{9}\int \frac{2t \quad 1}{\sqrt{t}} dt$

(Tổng hợp tích phân chống Casio – Nguồn Internet 2017)

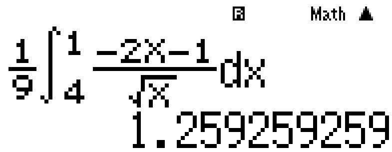
Lời giải:

- Chọn cận 0 và $\frac{\pi}{2}$. Tính giá trị tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$



- Tiến hành đổi biến thì phải đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 + \cos 3x = 4 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

- Với đáp số **D** ta có $\frac{1}{9}\int_{4}^{1}\frac{2t+1}{\sqrt{t}}dt$



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

<u>Chú ý</u> : Chọn cận thế nào cũng được tuy nhiên nên chọn cận x sao cho t đẹp.