

# TÍCH PHÂN TỰ DUY CASIO

## I. PHƯƠNG PHÁP:

- Với những bài toán tích phân hạn chế casio thì người ra đề muốn hướng học sinh giải theo hình thức tự luận, không phụ thuộc vào máy tính.
- Và nếu giải 1 câu tích phân tự luận thì thời gian sẽ rất lâu vậy nên tài liệu này sẽ hướng dẫn một số phương pháp tự duy casio được trình bày ở phần sau.
- Cách giải:
  - + Giải tay theo cách truyền thống
  - + Biến đổi đơn giản về e mũ tích phân rồi phân tích tìm đáp án
  - + Đoán hệ số.
  - + Table: phương pháp này gặp khá phổ biến
  - + Hệ phương trình.

## II. CÁC VÍ DỤ:

**CHÚ Ý:** Các bài tích phân có chứa lượng giác (sin, cos, tan, cot) ta nên chọn chế độ rad để không bị sai sót khi phân tích kết quả.

1.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 3x \cdot \sin 2x) dx = \frac{a}{b} \cdot \sqrt{2}$ . Tính  $a+b=?$   
A.8      B.15      C.10      **D.13**

- Bấm tích phân = .... (Ans)
- Lấy Ans chia cho  $\sqrt{2}$  ta ra được đáp số là 3/10 suy ra  $a+b=13$  chọn D
- Thực hiện casio như sau:

$\int_0^{\pi \div 4} \sin(3X) \times \sin 2X$ 0.4242640687	Ans $\div \sqrt{2}$ $\frac{3}{10}$
---	---------------------------------------

2.  $\int_9^4 \frac{1}{x^2 + x} dx = a \cdot \ln 2 + b \cdot \ln 3 + c \cdot \ln 5$ . Tính  $S=a+b+c=?$   
A.8      **B.1**      C.-2      D.0

- Bài này ta nên biến đổi về phải một chút

$$- \int_9^4 \frac{1}{x^2 + x} = a \cdot \ln 2 + b \cdot \ln 3 + c \cdot \ln 5 = \ln(2^a \cdot 3^b \cdot 5^c)$$

- Do đó nếu giá trị tích phân là A thì  $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c = e^A$

$$- \text{Bấm máy ta ra được } e^A = \frac{8}{9} = 2^3 \cdot 3^{-2} \cdot 5^0$$

- Suy ra  $a=3, b=-2, c=0$

- Vậy  $S=a+b+c=1$  chọn B.

- Thực hiện casio như sau:

$\int_9^4 \frac{1}{x^2+x} dx \rightarrow A$ -0.1177830357	$e^A$ $\frac{8}{9}$
--	------------------------

$$3. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{(\sin x)^2} dx = m \cdot \pi + n \cdot \ln 2. \text{ Tính tổng } 2m+n=?$$

A.1 B.0.75 C.0.25 D.0

- Bấm tích phân lưu vào phím A

- Giải hệ phương trình

$$+PT1: m \cdot \pi + n \cdot \ln 2 = A$$

+PT2:  $2m+n =$  giá trị của 4 đáp án.

- Nếu hệ cho nghiệm đẹp thì chọn

- Thực hiện casio như sau:

$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x}{(\sin(x))^2} dx \rightarrow A$ 1.131971754	$\frac{A}{\pi} = 0.6931$ $1.1319$ 3.141592654
$X =$ $\frac{1}{4}$	$Y =$ $\frac{1}{2}$

- Vậy tổng  $2m+n=1$  chọn A.

$$4. \int_0^2 e^x (2x + e^x) dx = a \cdot e^4 + b \cdot e^2 + c. \text{ Tính } S=a+b+c=?$$

A.4 B.-4 C.2 D.-2

- Dùng thủ thuật cô lập ẩn c rồi table để tìm a, b

- Nhận giá trị a, b đẹp

- Coi  $\Delta$  là giá trị của từng đáp án và A là giá trị tích phân. Khi đó ta có:

$$A = a \cdot e^4 + b \cdot e^2 + (\Delta - a - b)$$

$$- \text{Biến đổi về 1 ẩn ta được: } a = \frac{A - \Delta - b(e^2 - 1)}{e^4 - 1}$$

- Thử từng giá trị của  $\Delta$ . Thử  $\Delta=4$

-Khi  $\Delta = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 0,5 \\ b = 2 \\ c = 1,5 \end{cases}$  đẹp, ta chọn A

-Thật vậy khi thử lại vào đề bài:  $\int_0^2 e^x(2x + e^x) dx - (0,5 \cdot e^4 + 2 \cdot e^2 + 1,5) = 0$

$\int_0^2 e^x(2x + e^x) dx - i \rightarrow$	$4 \times e^4 + 2 \times e^2 + 1,5$	$\int_0^2 e^x(2x + e^x) dx - i \rightarrow$
		0

-Các bước thực hiện casio như sau:

$\int_0^2 e^x(2x + e^x) dx \rightarrow A$	$f(X) = \frac{A - 4 - X(e^2 - 1)}{e^4 - 1}$	<table border="1"> <tr> <th>X</th> <th>F(X)</th> </tr> <tr> <td>1.75</td> <td>0.5298</td> </tr> <tr> <td>2.25</td> <td>0.4701</td> </tr> </table>	X	F(X)	1.75	0.5298	2.25	0.4701
X	F(X)							
1.75	0.5298							
2.25	0.4701							
43.57718721		0.5						

5.  $\int_0^2 2e^{2x} dx = a \cdot e^4 + b$ . Tính  $2a + b = ?$

A.1      B.2      C.3      D.4

-Bài này có 2 cách giải là sử dụng Table hoặc bấm hệ pt

-Cách 1: Bấm hệ pt. Làm như các ví dụ trên nhé. Các bước casio như sau:

$\int_0^2 2e^{2x} dx \rightarrow A$	<table border="1"> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> </tr> <tr> <td>53.5981</td> <td>53.5981</td> <td>1</td> </tr> </table>	a	b	c	53.5981	53.5981	1
a	b	c					
53.5981	53.5981	1					
53.59815003	54.59815003						
X=	Y=						
1	-1						

-Ta chọn đáp án A

-Thử lại:

$\int_0^2 2e^{2x} dx - (e^4 - 1)$	$\int_0^2 2e^{2x} dx - (e^4 - 1)$
	0

-Cách 2: Sử dụng Table

-Bấm tích phân lưu A

-Chuyển a theo b rồi table

-Các bước casio như sau:

$f(X) = \frac{A - X}{e^4}$	<table border="1"> <tr> <th>X</th> <th>F(X)</th> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>1.0183</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>0.9816</td> </tr> </table>	X	F(X)	-2	1.0183	-1	0.9816
X	F(X)						
-2	1.0183						
-1	0.9816						
	-1						

-Ta thấy  $x = b = -1$  thì  $a = 1$  do đó  $2a + b = 1$  chọn A.

6.  $\int_1^2 \ln(9-x^2)dx = a.\ln 5 + b.\ln 2 + c$ . Tính Tổng  $S = |a| + |b| + |c| = ?$

A.19      B.26      C.13      D.38

-Bài này cũng sử dụng table nhưng ta nên biến đổi về phải một chút.

-  $a.\ln 5 + b.\ln 2 + c = \ln(5^a.2^b) + c$

-Nếu đặt giá trị tích phân là A thì ta có  $A = a.\ln 5 + b.\ln 2 + c = \ln(5^a.2^b) + c$

-Do đó:  $5^a.2^b = e^{A-c}$

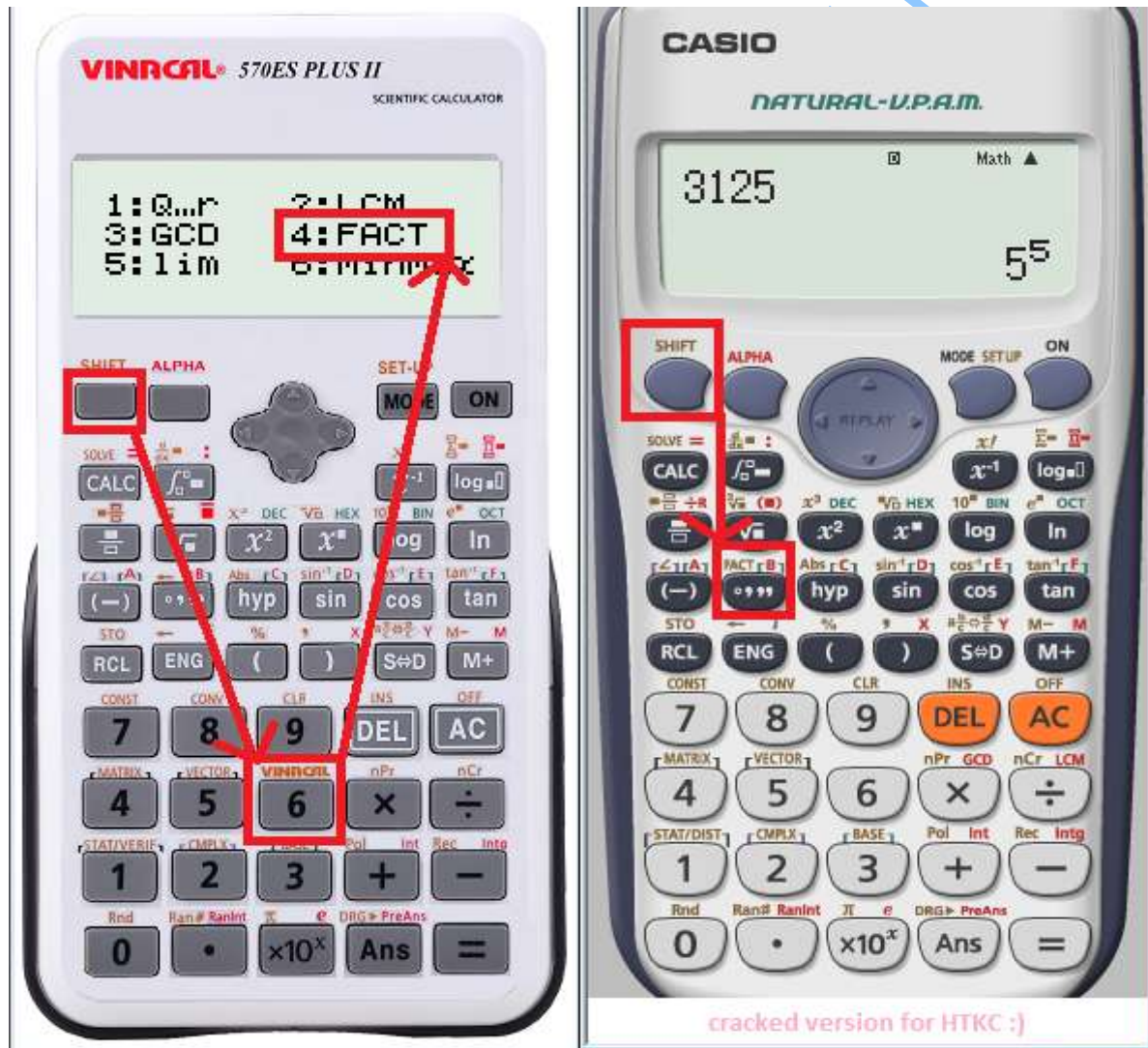
-Table ta thấy khi  $c = -2 \Rightarrow 5^a.2^b = \frac{3125}{64} = 5^5.2^{-6}$

-Cách tách  $\frac{3125}{64} = 5^5.2^{-6}$

+Đối với casio 570 vn plus ( es plus không có chức năng tách)

+Nhập tử số vào = shift Fact ( phím đổi sang độ) mẫu làm tương tự. Và phép chia thành phép nhân chỉ cần đổi dấu mẫu lại là được

-Đối với máy vinacal ta nhấn shift 6 chọn 4 FACT rồi làm tương tự



-Vậy là ta được  $a=5:b=-6$  suy ra  $S=2+5+6=13$  chọn C.

-Các bước thực hiện casio như sau:

Math $\blacktriangle$	Math
$\int_1^2 \ln(9-x^2) dx \rightarrow A$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \left  \begin{array}{c} F(X) \\ -4 \\ -3 \\ -2 \end{array} \right $
1.888306479	3125.64

7.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx = \frac{a}{b} \cdot \sqrt{2} - c$ . Với a,b,c là các số nguyên tối giản tính  $S=a+b+2c=?$

A.9 B.6 C.7 D.8

-Có nhiều bạn thích giải tay thay vì dùng casio vì sợ sai. Bài này nếu giải tay sẽ rất dài dòng và phức tạp

-Còn số khác lại bảo không thể bấm máy được các kiểu, chỉ có giải tay thôi

-Bài này chỉ cần Table 1 dòng sẽ tìm được đáp số như sau: và xin nói luôn những bài cho hệ số a,b,c là số nguyên hơn 90% sẽ casio được.

-Table ta thấy khi  $c=1 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ c=1 \end{cases}$ . Vậy tổng  $S=9$ .

-Các bước casio như sau:

Math $\blacktriangle$	Math	Math
$\int_0^{\pi/4} \frac{\cos(x)}{\sin(2x) + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx \rightarrow A$	$f(X) = \frac{A+X}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \left  \begin{array}{c} F(X) \\ 1.4571 \\ 2.1642 \end{array} \right $
0.06066017178		0.75

8. Biết rằng  $\int_0^1 x \cdot \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \cdot \sin 2 + b \cdot \cos 2 + c)$ . a, b, c  $\in \mathbb{Z}$ . Tìm mệnh đề đúng:

A.  $2a+b+c=-1$  B.  $a+2b+c=0$  C.  **$a-b+c=0$**  D.  $a+b+c=-1$

-Giải như các ví dụ trên. Cô lập ẩn c rồi table

-Thử từng đáp án. Thử đáp án C trước xem.

-Các bước casio như sau:

Math $\blacktriangle$	Math	Math
$\int_0^1 x \cdot \cos(2x) dx \rightarrow A$	$f(X) = \frac{4A - X(\cos(2) - \sin(2))}{\sin(2)}$	$\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \left  \begin{array}{c} F(X) \\ -4.437 \\ 8.437 \end{array} \right $
0.1006120043		2

-Ta thấy  $x=a=1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases}$  vậy C đúng.

-Thử lại:  $\int_0^1 x \cdot \cos 2x dx - \frac{1}{4}(1 \cdot \sin 2 + 1 \cdot \cos 2 - 1) = 0$ .

9.  $\int_4^5 \frac{1}{3x^2 - 10x + 8} dx = a \cdot \ln 2 + b \cdot \ln 3 + c \cdot \ln 11$ . Tính  $Q = a^2 + b^2 + c^2 = ?$

A.0.5      B.1      C.1.5      D.2

-Bài này khá hóc búa ở chỗ ta dùng e mũ tích phân lên lại không ra số đẹp để tách.

-Công thức độc chiêu để tách hệ số đối với dạng bài cho kết quả là  $\ln$ :  $e^{k \cdot \int} - k$

-Ta dùng table để xem khi k= bao nhiêu sẽ cho số đẹp.

-Các bước casio như sau:

+Bấm tích phân lưu A rồi table

-Rồi ở đây có 2 nghiệm đẹp là 0;1 và 2;-10/11. Chúng ta sẽ loại nghiệm 0;1 vì hệ số k là hệ số nhân vào 2 vế của tích phân. Nếu k=0 thì 2 vế bằng 0 ( vô nghĩa).

-Thật vậy:

$$A = a \cdot \ln 2 + b \cdot \ln 3 + c \cdot \ln 11$$

$$\Leftrightarrow A = \ln(2^a \cdot 3^b \cdot 11^c)$$

$$\Leftrightarrow k \cdot A = k \cdot \ln(2^a \cdot 3^b \cdot 11^c) \Leftrightarrow 2^{k \cdot a} \cdot 3^{k \cdot b} \cdot 11^{k \cdot c} = e^{k \cdot A}$$

-Vậy ta được:  $e^{2 \cdot A} - 2 = \frac{-10}{11} \Rightarrow e^{2 \cdot A} = \frac{12}{11} = 2^2 \cdot 3 \cdot 11^{-1} = 2^{2 \cdot a} \cdot 3^{2 \cdot b} \cdot 11^{2 \cdot c}$

-Suy ra  $\begin{cases} a=1 \\ b=0,5 \\ c=-0,5 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2} = 1,5$  ta chọn C.

10.  $\int_4^5 \frac{x^3 + 2}{x^4 - 5x^2 + 4} dx = a \cdot \ln 2 + b \cdot \ln 3 + c \cdot \ln 5 + d \cdot \ln 7$ . Tìm a,b,c,d

-Cuối cùng là 1 câu tự luận không có đáp án. Không sao hết, ta chỉ cần làm như ví dụ 9 sẽ ra ngay thôi.

-Áp dụng công thức tìm phân số đẹp:  $e^{k \cdot \int} - k$

-Table đi:

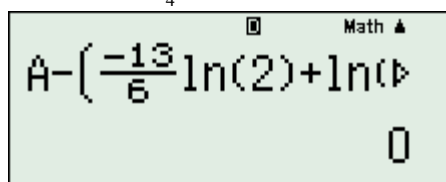
-Bài này dùng con Vinacal nhé. Casio hạn chế về đôi phân số trong Table

-Tách ra:  $e^{6 \cdot \int} - 6 = \frac{4287}{40960}$

$$VP = \ln(2^{6a} \cdot 3^{6b} \cdot 5^{6c} \cdot 7^{6d}) = e^{6 \cdot \int} = 6 + \frac{4287}{40960} = \frac{6 \cdot 40960 + 4287}{40960} = \frac{250047}{40960} = 3^6 \cdot 7^3 \cdot 2^{-13} \cdot 5^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a = -13 \\ 6b = 6 \\ 6c = -1 \\ 6d = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-13}{6} \\ b = 1 \\ c = \frac{-1}{6} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$$

-Thử lại:  $\int_4^5 \frac{x^3 + 2}{x^4 - 5x^2 + 4} - \left( \frac{-13}{6} \cdot \ln 2 + 1 \cdot \ln 3 + \frac{-1}{6} \cdot \ln 5 + \frac{1}{2} \cdot \ln 7 \right) = 0$



Math ▲  
A - (-13/6 \* ln(2) + ln(3) - 1/6 \* ln(5) + 1/2 \* ln(7)) = 0

fb.com/bantailieuhocmai / hocmai.vn.ee