

## PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

### BÀI 14. TÌM SỐ CHỮ SỐ CỦA MỘT LŨY THỪA

#### 1) BÀI TOÁN MỞ ĐẦU

Hôm nay tôi lại nhận được 3 bài toán của thầy BìnhKam, 3 bài toán này liên quan đến so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số.

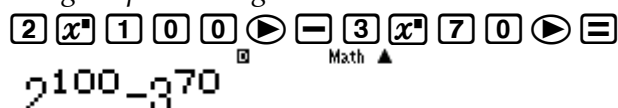
**Bài toán 1** : So sánh 2 lũy thừa  $32^{10}$  và  $16^{15}$

**Bài toán 2** : So sánh 2 lũy thừa  $2^{100}$  và  $3^{70}$

**Bài toán 3** : So sánh 2 lũy thừa  $2^{2017}$  và  $5^{999}$

Đối với bài toán số 1 thì tôi đã biết cách làm rồi, cơ số 32 và cơ số 16 đều có thể đưa về cơ số 2, vậy  $32^{10} = (2^5)^{10} = 2^{5 \cdot 10} = 2^{50}$  và  $16^{15} = (2^4)^{15} = 2^{4 \cdot 15} = 2^{60}$ . Vậy  $32^{10} < 16^{15}$

Đối với bài số 2 không thể đưa về cùng cơ số 2 hay 3 vì vậy tôi dùng sự trợ giúp của máy tính Casio, tôi sẽ thiết lập hiệu  $2^{100} - 3^{70}$  nếu kết quả ra một giá trị dương thì  $2^{100} > 3^{70}$ , thật đơn giản phải không !!

  $2^{100} - 3^{70}$

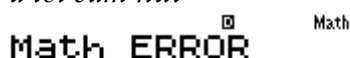
$-2.501887854 \times 10^{33}$

Hay quá ra một giá trị âm, vậy có nghĩa là  $2^{100} < 3^{70}$

Tương tự như vậy tôi sẽ làm bài toán số 3 bằng cách nhập hiệu  $2^{2017} - 5^{999}$  vào máy tính Casio

  $2^{2017} - 5^{999}$

Và tôi bấm nút =

 Math ERROR

[AC] : Cancel  
[←][→]: Goto

Các bạn thấy đấy, máy tính không tính được. Tôi chịu rồi !!

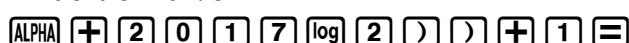
Để so sánh 2 lũy thừa có giá trị quá lớn mà máy tính Casio không tính được thì chúng ta phải sử dụng một thủ thuật, tôi gọi tắt là BSS. Thủ thuật BSS dựa trên một nguyên tắc so sánh như sau : Nếu số  $A$  có  $n+1$  chữ số thì luôn lớn hơn số  $B$  có  $n$  chữ số.

Ví dụ như số 1000 có 4 chữ số sẽ luôn lớn hơn số 999 có 3 chữ số.

Vậy tôi sẽ xem  $2^{2017}$  và  $5^{999}$  thì lũy thừa nào có số chữ số nhiều hơn là xong.

Để làm được việc này tôi sẽ sử dụng máy tính Casio nhưng với tính năng cao cấp hơn, các bạn quan sát nhé :

Đầu tiên là với  $2^{2017}$

 ALPHA + 2 0 1 7 log 2

Int(2017log(2))▶

608

Vậy tôi biết  $2^{2017}$  có 608 chữ số

Tiếp theo là với  $5^{999}$

ALPHA [+][9][9][9][log][5][)][)][+][1][=]

Int(999log(5))+1

699

Vậy  $5^{999}$  có 699 chữ số

Rõ ràng  $608 > 699$  hay  $2^{2017} < 5^{999}$ . Thật tuyệt vời phải không !!

### ❖ Bình luận nguyên tắc hình thành lệnh tính nhanh Casio

- Ta thấy quy luật  $10^1$  có 2 chữ số,  $10^2$  có 3 chữ số ...  $10^k$  sẽ có  $k+1$  chữ số
- Vậy muốn biết 1 lũy thừa  $A$  có bao nhiêu chữ số ta sẽ đặt  $A=10^k$ . Để tìm  $k$  ta sẽ logarit cơ số 10 cả 2 vế khi đó  $k=\log A$ . Vậy số chữ số sẽ là  $k+1=\lceil \log A \rceil +1$
- Lệnh Int dùng để lấy phần nguyên của 1 số.

## 2)VÍ DỤ MINH HỌA

**VD1-[Bài toán số nguyên tố Mersenne]** Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một số có giá trị bằng  $M=2^{74207281}-1$ . Hỏi số  $M$  có bao nhiêu chữ số.

A. 2233862

B. 22338618

C. 22338617

D. 2233863

GIẢI

### ❖ CASIO

- Ta có  $M=2^{74207281}-1 \Leftrightarrow M+1=2^{74207281}$
- Đặt  $M+1=10^k \Leftrightarrow 2^{74207281}=10^k \Leftrightarrow k=\log 2^{74207281}$  và số chữ số là  $\lceil k \rceil +1$

ALPHA [+][7][4][2][0][7][2][8][1][log][2][)][)][+][1][=]

Int(74207281log▶

22338618

Vậy  $M+1$  có số chữ số là 22338618

- Ta nhận thấy  $M+1$  có 22338618 chữ số, vậy  $M$  có bao nhiêu chữ số? Liệu vẫn là 22338618 chữ số hay suy biến còn 22338617 chữ số.
- Câu trả lời là không suy biến vì  $M$  là lũy thừa bậc của 2 nên tận cùng chỉ có thể là 2, 4, 8, 6 nên khi trừ đi 1 đơn vị vẫn không bị suy biến

Vậy ta chọn **B** là đáp án chính xác.

### ❖ Đọc thêm :

- $M = 2^{74207281} - 1$  là số nguyên tố lớn nhất thế giới được phát hiện, gồm 22 triệu chữ số, mất 127 ngày để đọc hết
- Giả sử 1 giây bạn có thể đọc được 2 chữ số, bạn không cần ăn uống, ngủ nghỉ...thì 4 tháng liên tục là quãng thời gian mà bạn cần phải bỏ ra để đọc hết con số nguyên tố lớn nhất thế giới do các nhà toán học phát hiện mới đây. Với tên gọi  $M_{74207281}$  con số nguyên tố Mersenne được phát hiện bởi các nhà toán học thuộc GIMPS-tổ chức thành lập năm 1996 chuyên đi tìm những con số nguyên tố.
- Câu chuyện đi tìm số nguyên tố bắt đầu từ một nhà toán học, thần học, triết học tự nhiên, Marin Mersenne (1588-1648). Ông là người đã nghiên cứu các số nguyên tố nhằm cố tìm ra một công thức chung đại diện cho các số nguyên tố. Dựa trên các nghiên cứu của ông, các nhà toán học thế hệ sau đã đưa ra một công thức chung cho các số nguyên tố là  $M_p = 2^p - 1$
- Năm 1750 nhà toán học O-le phát hiện ra số nguyên tố  $M_{31}$   
 Năm 1876 số  $M_{127}$  được nhà toán học Pháp Lucas Edouard phát hiện ra  
 Năm 1996 số nguyên tố lớn nhất thời đó được phát hiện là  $M_{1398268}$

### VD2-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Gọi  $m$  là số chữ số cần dùng khi viết số  $2^{30}$  trong hệ thập phân và  $n$  là số chữ số cần dùng khi viết số  $30^2$  trong hệ nhị phân. Ta có tổng  $m+n$  là :

- A. 18                      B. 20                      C. 19                      D. 21

**GIẢI**

#### ❖ CASIO

- Đặt  $2^{30} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{30}$ . Số chữ số của  $2^{30}$  trong hệ thập phân là  $[k]+1$

ALPHA  $\oplus$  3 0 log 2  $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\oplus$  1  $\equiv$

Int(30log(2))+1

10

Vậy số chữ số của  $2^{30}$  trong hệ thập phân là 10

- Đặt  $30^2 = 900 = 2^h \Leftrightarrow h = \log_2 900$ . Số chữ số của  $30^2$  trong hệ nhị phân là  $[h]+1$

ALPHA  $\oplus$  log 2 9 0 0  $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\oplus$  1  $\equiv$

Int(log<sub>2</sub>(900))+1

10

Vậy số chữ số của  $30^2$  trong hệ nhị phân là 10  $\Rightarrow m+n=10+10=20$

$\Rightarrow$  Đáp số chính xác là B

**VD3:** Cho tổng  $M = C_{2020}^0 + C_{2020}^1 + C_{2020}^2 + \dots + C_{2020}^{2020}$  Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

- A. 608                      B. 609                      C. 610                      D. 611

**GIẢI**

### ❖ CASIO

- Theo khai triển nhị thức Newton thì  $(1+1)^{2020} = C_{2020}^0 + C_{2020}^1 + C_{2020}^2 + \dots + C_{2020}^{2020}$   
Vậy  $M = 2^{2020}$   
➤ Đặt  $2^{2020} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{2020}$ . Số chữ số của  $M$  là  $[k] + 1$

ALPHA  $\oplus$  2 0 2 0  $\log$  2  $\rightarrow$   $\rightarrow$   $\oplus$  1  $\equiv$

Int(2020log(2)) $\rightarrow$

609

Vậy số chữ số của  $M$  là 609. Ta chọn đáp án B

### ❖ Bình luận :

- Bài toán này là sự kết hợp hay giữa kiến thức lũy thừa và kiến thức về nhị thức Newton. Để làm được bài toán này bằng Casio thì cần có một số kiến thức cơ bản về tổng Nhị thức Newton
- Dạng toán tổng nhị thức Newton được tác giả tóm tắt như sau :  
+) Cho khai triển tổng  $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$  và khai triển tổng  $(a-b)^n = C_n^0 a^n b^0 - C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 - C_n^3 a^{n-3} b^3 + \dots + C_n^n a^0 b^n$   
+) Để quan sát xem tổng nhị thức Newton có dạng là gì ta quan sát 3 thông số : Thông số mũ  $n$  thì quan sát tổ hợp  $C_n^1$  ví dụ như xuất hiện  $C_{2020}^1$  thì rõ ràng  $n = 2020$ . Thông số  $a$  sẽ có số mũ giảm dần, thông số  $b$  sẽ có số mũ tăng dần  
+) Áp dụng  $C_{1999}^0 5^{1999} - C_{1999}^1 5^{1998} 2 + C_{1999}^2 5^{1997} 2^2 - C_{1999}^3 5^{1996} 2^3 + \dots - C_{1999}^{1999} 2^{1999}$  thì rõ ràng  $n = 1999$ , số mũ của  $a$  giảm dần vậy  $a = 5$ , số mũ của  $b$  tăng dần vậy  $b = 2$ . Ta thu gọn khai triển thành  $(5-2)^{1999} = 3^{1999}$

**VD4:** So sánh nào sau đây là đúng

A.  $5^{7123} > 7^{5864}$

B.  $5^{7123} < 7^{5864}$

C.  $3^{400} < 2^{500}$

D.  $4^{1700} > 9^{1200}$

**GIẢI**

### ❖ CASIO

- Đặt  $5^{7123} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 5^{7123} = 7123 \log 5 \approx 4978.76 > 4978$

7 1 2 3  $\log$  5  $\rightarrow$   $\rightarrow$   $\equiv$

7123log(5)

4978.763341

Vậy  $5^{7123} > 10^{4978}$

- Tương tự đặt ta đặt  $7^{5864} = 10^h \Leftrightarrow h = \log 7^{5864} \approx 4955.65 < 4956$

5 8 6 4  $\log$  7  $\rightarrow$   $\rightarrow$   $\equiv$

5864log(7)

4955.654907

Vậy  $7^{5864} < 10^{4956}$

- Tóm lại  $5^{7123} > 10^{4978} > 10^{4566} > 7^{5864}$

❖ **Bình luận :**

- Bài toán này nếu ta thực hiện 1 phép Casio ở đẳng cấp thấp là nhập hiệu  $5^{7123} - 7^{5864}$  rồi xét dấu thì máy tính không làm được vì vượt qua phạm vi  $10^{100}$

**5** **x<sup>n</sup>** **7** **1** **2** **3** **▶** **-** **7** **x<sup>n</sup>** **5** **8** **4** **6** **=**

Math ERROR

[AC] : Cancel

[4] [▶] : Goto

- Vậy để so sánh ta 2 đại lượng lũy thừa bậc cao  $M$  và  $N$  ta sẽ đưa về dạng  $M > 10^k > 10^h > N$
- Tuy nhiên việc so sánh 2 lũy thừa sử dụng Casio ở mức độ đơn giản cũng thường xuất hiện trong đề thi của các trường, vậy ta cũng cần tìm hiểu thêm một chút. Các e xem ở ví dụ số 4 dưới đây.

**VD5-[THPT Ngọc Hồi - Hà Nội 2017]** Kết quả nào sau đây đúng :

A.  $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} < \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$

B.  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} > \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18}$

C.  $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18}$

D.  $\left(\frac{e}{2}\right)^{17} > \left(\frac{e}{2}\right)^{18}$

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Để kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án A ta sẽ thiết lập hiệu  $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} - \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$ .

Vậy bài so sánh chuyển về bài bất phương trình  $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} - \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18} < 0$

Rồi nhập hiệu trên vào máy tính Casio

**(** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **6** **▶** **)** **x<sup>n</sup>** **1** **7** **▶** **-** **(** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **6** **▶** **)** **x<sup>n</sup>** **1** **8** **=**

$\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} - \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$

Rồi ta nhấn nút = nếu kết quả ra 1 giá trị âm thì đáp án A đúng còn ra giá trị dương thì đáp án A sai

$\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} - \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$   
7.960666831x10<sup>-6</sup>

Máy tính Casio báo kết quả ra 1 giá trị dương vậy rõ ràng đáp án A sai.

- Tương tự vậy đối với đáp án B

**(** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **3** **▶** **)** **x<sup>n</sup>** **1** **7** **▶** **-** **(** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **3** **▶** **)** **x<sup>n</sup>** **1** **8** **=**

$$\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} - \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18} \\ -0.1033727267$$

Vậy đáp số B cũng sai

➤ Ta lại tiếp tục với đáp án B

$$\left(\frac{e}{3}\right)^{17} - \left(\frac{e}{3}\right)^{18} \\ 0.01756460827$$

Đây là 1 đại lượng dương vậy  $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} - \left(\frac{e}{3}\right)^{18} > 0$  hay  $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18}$

Tới đây ta thấy rõ ràng đáp số C là đáp số chính xác !!

### ❖ Cách 2 : Tự luận

- Ta có cơ số  $\frac{\pi}{6} \approx 0.52 \in (0;1)$  và số mũ  $17 < 18$  vậy  $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} > \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18} \Rightarrow$  Đáp án A sai
- Ta có cơ số  $\frac{\pi}{3} \approx 1.04 > 1$  và số mũ  $17 < 18$  vậy  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18} \Rightarrow$  Đáp án B sai
- Ta có cơ số  $\frac{e}{3} \approx 0.906 \in (0;1)$  và số mũ  $17 < 18$  vậy  $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18} \Rightarrow$  Đáp số C sai

### ❖ Bình luận

- Để so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số  $a^u$  và  $a^v$  ta sử dụng tính chất sau :  
+) Nếu cơ số  $a > 1$  và  $u > v$  thì  $a^u > a^v$  (Điều này dẫn tới đáp án B sai)  
+) Nếu cơ số  $a$  thuộc khoảng  $(0;1)$  và  $u > v$  thì  $a^u < a^v$  (Điều này dẫn tới đáp án A sai)

**VD6-[THPT-Hà Nội-Amsterdam 2017]** (Bài toán xây dựng để chống lại Casio)

Khẳng định nào sau đây sai ?

A.  $2^{\sqrt{2}+1} > 2^3$

B.  $(\sqrt{2}-1)^{2016} > (\sqrt{2}-1)^{2017}$

C.  $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2016} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$

D.  $(\sqrt{3}-1)^{2017} > (\sqrt{3}-1)^{2016}$

### GIẢI

#### ❖ Cách 1: CASIO

- Để kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án A ta sẽ thiết lập hiệu  $2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$ . Vậy bài so sánh chuyển về bài bất phương trình  $2^{\sqrt{2}+1} - 2^3 > 0$

Rồi nhập hiệu trên vào máy tính Casio

$$2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$$

$$2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$$

Rồi ta nhấn nút = nếu kết quả ra 1 giá trị dương thì đáp án A đúng còn ra giá trị âm thì đáp án A sai

$$2^{\sqrt{2}+1} - 2^3 = -2.669711715$$

Máy tính Casio báo kết quả ra 1 giá trị âm vậy rõ ràng đáp án A sai.

➤ Tương tự vậy đối với đáp án B

$$(\sqrt{2}-1)^{2016} - (\sqrt{2}-1)^{2017}$$

Đáp số máy tính báo là 0 điều này là vô lý vì cơ số khác 0 và số mũ khác nhau buộc  $(\sqrt{2}-1)^{2016}$  và  $(\sqrt{2}-1)^{2017}$  buộc phải khác nhau.

Như vậy trong trường hợp này thì máy tính chịu !!!

### ❖ Cách 2: Tự luận

- Ngoài phương pháp so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số được tác giả trình bày ở Ví dụ 3 thì tại Ví dụ 4 này tác giả xin giới thiệu 1 phương pháp thứ 2 vô cùng hiệu quả có tên là **Phương pháp đặt nhân tử chung**.

- Đáp án B :  $(\sqrt{2}-1)^{2016} > (\sqrt{2}-1)^{2017} \Leftrightarrow (\sqrt{2}-1)^{2016} - (\sqrt{2}-1)^{2017} > 0$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2}-1)^{2016} [1 - (\sqrt{2}-1)] > 0 \Leftrightarrow (2-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0$$

Dễ thấy  $2-\sqrt{2} > 0$  và  $(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0$  vậy  $(2-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0 \Rightarrow$  Đáp số B đúng

### ❖ Bình luận :

- Theo thuật toán của Casio thì những đại lượng dương mà nhỏ hơn  $10^{-100}$  hoặc lớn hơn  $10^{100}$  thì sẽ được hiển thị là 0.

Đây là kẻ hở để các trường ra bài toán so sánh lũy thừa chống lại Casio

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[ Bài toán số nguyên tố Fecmat]** Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fecmat  $F_n = 2^{2^n} + 1$  là một số nguyên tố với n là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của  $F_{13}$

A. 1243

B. 1234

C. 2452

D. 2467

\***Chú ý** : Sự dự đoán của Fecmat là sai lầm vì nhà toán học Ô le đã chứng minh được  $F_5$  là hợp số.

**Bài 2:** Cho tổng  $M = C_{1642}^0 3^{1642} + C_{1642}^1 3^{1641} 2 + C_{1642}^2 3^{1640} 2^2 + \dots + C_{1642}^{1642} 2^{1642}$  Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

- A. 608                      B. 609                      C. 610                      D. 611

\***Chú ý** : 1642 là năm sinh của nhà toán học, vật lý học, thiên văn học, thần học, giả kim thuật vĩ đại người Anh Isaac Newton.

**Bài 3:** So sánh nào sau đây là đúng

- A.  $11^{2003} > 9^{2500}$                       B.  $23^{693} < 25^{600}$                       C.  $29^{445} < 31^{523}$                       D.  $29^{445} > 31^{523}$

**Bài 4-[Thi thử THPT Ngọc Hồi - Hà Nội lần 1 năm 2017]** Cho  $a, b$  là hai số tự nhiên lớn hơn 1 thỏa mãn  $a + b = 10$  và  $a^{12}b^{2016}$  là một số tự nhiên có 973 chữ số. Cặp  $a, b$  thỏa mãn bài toán là :

- A. (5;5)                      B. (6;4)                      C. (8;2)                      D. (7;3)

**Bài 5-[THPT Ngọc Hồi - Hà Nội 2017]** Kết quả nào sau đây đúng :

- A.  $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} < \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$                       B.  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} > \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18}$   
C.  $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18}$                       D.  $\left(\frac{e}{2}\right)^{17} > \left(\frac{e}{2}\right)^{18}$

**Bài 6-[THPT Nguyễn Trãi - Hà Nội 2017]** Mệnh đề nào sau đây đúng :

- A.  $(\sqrt{3} \ \sqrt{2})^4 < (\sqrt{3} \ \sqrt{2})^5$                       B.  $(\sqrt{11} \ \sqrt{2})^6 > (\sqrt{11} \ \sqrt{2})^7$   
C.  $(2 \ \sqrt{2})^3 < (2 \ \sqrt{2})^4$                       D.  $(4 \ \sqrt{2})^3 < (4 \ \sqrt{2})^4$

**Bài 7-[THPT Thăng Long - Hà Nội 2017]** Khẳng định nào sau đây đúng :

- A.  $(3^2)^{\frac{1}{2}} > (3^3)^{\frac{1}{3}}$                       B.  $(2 \ \sqrt{3})^{\sqrt{2}} > 1$   
C.  $(\sqrt{2} \ 1)^3 > (\sqrt{2} + 1)^{\sqrt{3}}$                       D.  $(0,3)^{\sqrt{3}} > (0,3)^2$

**Bài 1-[Bài toán số nguyên tố Fecmat]** Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fecmat  $F_n = 2^{2^n} + 1$  là một số nguyên tố với  $n$  là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của  $F_{13}$  trong hệ nhị phân

- A. 1243                      B. 1234                      C. 2452                      D. 2467

**GIẢI**

❖ **Casio**

- Số  $F_{13}$  có dạng  $2^{2^{13}} + 1$ . Ta thấy số  $2^{2^{13}} + 1$  không thể tận cùng là 9 nên số chữ số của  $2^{2^{13}} + 1$  cũng chính là số chữ số của  $2^{2^{13}}$  trong hệ thập phân.
- Đặt  $2^{2^{13}} = 10^k \Leftrightarrow k = 2^{13} \log(2)$ . Số chữ số của  $2^{2^{13}}$  trong hệ thập phân là  $[k] + 1$

ALPHA  $\oplus$  2  $\times^n$  1 3  $\blacktriangleright$  log 2  $\square$   $\square$   $\oplus$  1  $\equiv$



$$\text{Int}(2^{13} \log(2)) \rightarrow 2467$$

⇒ Đáp số chính xác là **D**

**Bài 2:** Cho tổng  $M = C_{1642}^0 3^{1642} + C_{1642}^1 3^{1641} 2 + C_{1642}^2 3^{1640} 2^2 + \dots + C_{1642}^{1642} 2^{1642}$  Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

- A. 608                      B. 1148                      C. 2610                      D. 911

\*Chú ý : 1642 là năm sinh của nhà toán học, vật lý học, thiên văn học, thần học, giả kim thuật vĩ đại người Anh Isaac Newton.

**GIẢI**

❖ **Casio**

- Rút gọn khai triển nhị thức Newton  $M = (3+2)^{1642} = 5^{1642}$
- Đặt  $5^{1642} = 10^k \Leftrightarrow k = 1642 \log(5)$ . Số chữ số của  $5^{1642}$  trong hệ thập phân là  $[k] + 1$

$$\text{Int}(1642 \log(5)) \rightarrow 1148$$

⇒ Đáp số chính xác là **B**

**Bài 3:** So sánh nào sau đây là đúng

- A.  $11^{2003} > 9^{2500}$                       B.  $23^{693} < 25^{600}$                       C.  $29^{445} < 31^{523}$                       D.  $29^{445} > 31^{523}$

**GIẢI**

❖ **Casio**

- Số chữ số của  $11^{2003}$  và  $9^{2500}$  trong hệ thập phân lần lượt là :

$$\text{Int}(2003 \log(11)) \rightarrow 2086 \quad \text{Int}(2500 \log(9)) \rightarrow 2386$$

Số chữ số của  $9^{2500}$  nhiều hơn số chữ số của  $11^{2003}$  nên  $9^{2500} > 11^{2003} \Rightarrow$  **A** sai

- Số chữ số của  $23^{693}$  và  $25^{600}$  trong hệ thập phân lần lượt là :

$$\text{Int}(693 \log(23)) \rightarrow 944 \quad \text{Int}(600 \log(25)) \rightarrow 839$$

Số chữ số của  $23^{693}$  nhiều hơn số chữ số của  $25^{600}$  nên  $23^{693} > 25^{600} \Rightarrow$  **B** sai

- Số chữ số của  $29^{445}$  và  $31^{523}$  trong hệ thập phân lần lượt là :

$$\text{Int}(445 \log(29)) \rightarrow 1288 \quad \text{Int}(523 \log(31)) \rightarrow 1288$$

$$\text{Int}(445\log(29)) \quad \text{Int}(523\log(31))$$

651

780

Số chữ số của  $29^{445}$  nhỏ hơn số chữ số của  $31^{523}$  nên  $29^{445} < 31^{523} \Rightarrow \mathbf{B}$  là đáp số chính xác

**Bài 4:** Cho  $a, b$  là hai số tự nhiên lớn hơn 1 thỏa mãn  $a + b = 10$  và  $a^{12}b^{2016}$  là một số tự nhiên có 973 chữ số. Cặp  $a, b$  thỏa mãn bài toán là :

A. (5;5)

B. (6;4)

C. (8;2)

D. (7;3)

**GIẢI**

❖ **Casio**

▪ Ta có  $a + b = 10 \Rightarrow a = 10 - b$ . Khi đó  $a^{12}b^{2016} = (10 - b)^{12}b^{2016}$

▪ Đặt  $(10 - b)^{12}b^{2016} = 10^k \Leftrightarrow k = \log[(10 - b)^{12}b^{2016}] = 12\log(10 - b) + 2016\log b$

Số chữ số của  $(10 - b)^{12}b^{2016}$  là  $[k] + 1$

▪ Với đáp số A :  $a = b = 5$ . Số chữ số của  $5^{12}5^{2016}$  là 1418 khác 973  $\Rightarrow$  Đáp số A sai

**ALPHA** **+** **1** **2** **log** **5** **)** **+** **2** **0** **1** **6** **log** **5** **)** **)** **+** **1** **=**

$$\text{Int}(12\log(5)+2016)$$

1418

▪ Với đáp số B :  $a = 6; b = 4$ . Số chữ số của  $6^{12}4^{2016}$  là 1224 khác 973  $\Rightarrow$  Đáp số B sai

**ALPHA** **+** **1** **2** **log** **6** **)** **+** **2** **0** **1** **6** **log** **4** **)** **)** **+** **1** **=**

$$\text{Int}(12\log(6)+2016)$$

1224

▪ Tương tự với  $a = 7; b = 3$ . Số chữ số của  $7^{12}3^{2016}$  là 973  $\Rightarrow$  Đáp số C chính xác

**ALPHA** **+** **1** **2** **log** **7** **)** **+** **2** **0** **1** **6** **log** **3** **)** **)** **+** **1** **=**

$$\text{Int}(12\log(7)+2016)$$

973