

**PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL**  
**BÀI 33. PHƯƠNG TRÌNH SỐ PHỨC**

**I) KIẾN THỨC NỀN TẢNG**

**1. Chuyển số phức về dạng lượng giác**

- **Dạng lượng giác của số phức** : Cho số phức  $z$  có dạng  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  thì ta luôn có :  $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$
- **Lệnh chuyển số phức  $z = a + bi$  về dạng lượng giác** : Lệnh SHIFT 2 3  
Bước 1: Nhập số phức  $z = a + bi$  vào màn hình rồi dùng lệnh SHIFT 2 3 (Ví dụ  $z = 1 + \sqrt{3}i$ )

$\boxed{1} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \boxed{3} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=}$   
 CMPLX    Math ▲  
 $1 + \sqrt{3}i \rightarrow r \angle \theta$   
 $2 \angle \frac{1}{3}\pi$

Bước 2: Từ bảng kết quả ta đọc hiểu  $r = 2$  và  $\varphi = \frac{\pi}{3}$

**II) VÍ DỤ MINH HỌA**

**VD1.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - z + 1 = 0$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  bằng :

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

**(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 1 năm 2017)**

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Tính nghiệm của phương trình bậc hai  $z^2 - z + 1 = 0$  bằng chức năng MODE 5 3

$\boxed{\text{MODE}} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{=}$   
 Math▼  
 $X_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$        $X_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

- Vậy ta được hai nghiệm  $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  và  $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Tính tổng Môđun của hai số phức trên ta lại dùng chức năng SHIFT HYP

$\boxed{\text{MODE}} \boxed{2} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{1} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{\div} \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \boxed{3} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\rightarrow}$   
 $\boxed{+} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{1} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{\div} \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \boxed{3} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$   
 CMPLX    Math ▲  
 $\left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right|$   
 2

$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2$  ta thấy **B** là đáp án chính xác

**VD2.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 2 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = z_1^{2016} + z_2^{2016}$ :

A.  $2^{1009}$

B. 0

C.  $2^{2017}$

D.  $2^{1008}$

(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio 1**

- Tính nghiệm của phương trình bậc hai  $z^2 + 2z + 2 = 0$  bằng chức năng MODE 5 3

MODE 5 3 1 = 2 = 2 = =

X1=

Math▼

X2=

Math▼▲

-1+i

-1-i

- Ta thu được hai nghiệm  $z_1 = -1 + i$  và  $z_2 = -1 - i$ . Với các cụm đặc biệt  $(-1 + i)^4$ ,  $(-1 - i)^4$  ta có điều đặc biệt sau:  $(-1 + i)^4 = -4$ ,  $(-1 - i)^4 = -4$

MODE 2 ( ) - 1 + ENG ) x^□ 4 =

CMPLX

Math ▲

$(-1+i)^4$

-4

$$\text{Vậy } P = z_1^{2016} + z_2^{2016} = (-1 + i)^{2016} + (-1 - i)^{2016} = \left[ (-1 + i)^4 \right]^{504} + \left[ (-1 - i)^4 \right]^{504}$$

$$= (-4)^{504} + (-4)^{504} = 4^{504} + 4^{504} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2.2^{1008} = 2^{1009}$$

$$P = z_1^{2016} + z_2^{2016} = 2^{1009} \text{ ta thấy A là đáp án chính xác}$$

❖ **Cách Casio 2**

- Ngoài cách sử dụng tính chất đặc biệt của cụm  $(-1 \pm i)^4$  ta có thể xử lý  $-1 \pm i$  bằng cách đưa về dạng lượng giác bằng lệnh SHIFT 2 3

$$\text{Với } z_1 = -1 + i = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

= 1 + i + ENG SHIFT 2 3 =

CMPLX

Math ▲

-1+i → r∠θ

$\sqrt{2} \angle \frac{3}{4}\pi$

$$\text{Ta nhận được } r = \sqrt{2} \text{ và góc } \varphi = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \Rightarrow z_1^{2016} = (\sqrt{2})^{2016} \left( \cos 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} + i \sin 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right)$$

- Tính  $\cos \left( 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right) + i \cdot \sin \left( 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right)$

cos 2 0 1 6 × = 3 SHIFT x10^-3 ▼ 4 ► + ENG × sin 2 0 1 6

× = 3 SHIFT x10^-3 ▼ 4 ► ) ) DEL =

$$\cos\left(2016 \times \frac{3\pi}{4} + i \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_1^{2016} = (\sqrt{2})^{2016} = 2^{1008}$$

➤ Tương tự  $z_2^{2016} = 2^{1008} \Rightarrow T = 2^{1009}$

**VD3.** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3$  và  $z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $z^4 - z^2 - 12 = 0$ . Tính tổng :

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

A.  $T = 4$

B.  $T = 2\sqrt{3}$

C.  $T = 4 + 2\sqrt{3}$

D.  $T = 2 + 2\sqrt{3}$

(Đề minh họa bộ GD-ĐT lần 1 năm 2017)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

➤ Để tính nghiệm của phương trình ta dùng chức năng MODE 5. Tuy nhiên máy tính chỉ tính được phương trình bậc 2 và 3 nên để tính được phương trình bậc 4 trùng phương  $z^4 - z^2 - 12 = 0$  thì ta coi  $z^2 = t$  khi đó phương trình trở thành  $t^2 - t - 12 = 0$

$$\text{MODE } 5 \quad 3 \quad 1 \quad = \quad - \quad 1 \quad = \quad - \quad 1 \quad 2 \quad = \quad =$$

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$4$$

$$-3$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases}$$

➤ Với  $z^2 = 4 \Rightarrow z = \pm 2$

➤ Với  $z^2 = -3$  ta có thể đưa về  $z^2 = 3i^2 \Leftrightarrow z = \pm\sqrt{3}i$  với  $i^2 = -1$ . Hoặc ta có thể tiếp tục sử dụng chức năng MODE 5 cho phương trình  $z^2 = -3 \Leftrightarrow z^2 + 3 = 0$

$$\text{MODE } 5 \quad 3 \quad 1 \quad = \quad 0 \quad = \quad 3 \quad = \quad =$$

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$\sqrt{3}i$$

$$-\sqrt{3}i$$

Tóm lại ta sẽ có 4 nghiệm  $z = \pm 2, z = \pm\sqrt{3}i$

➤ Tính  $T$  ta lại sử dụng chức năng tính môđun SHIFT HYP

$$\text{MODE } 2 \quad \text{SHIFT} \quad \text{hyp} \quad 2 \quad \text{+} \quad \text{SHIFT} \quad \text{hyp} \quad - \quad 2 \quad \text{+} \quad \text{SHIFT} \quad \text{hyp} \quad \sqrt{\phantom{x}} \quad 3 \quad \text{+} \quad \text{ENG}$$

$$\text{+} \quad \text{SHIFT} \quad \text{hyp} \quad - \quad \sqrt{\phantom{x}} \quad 3 \quad \text{+} \quad \text{ENG} \quad =$$

$$|2| + |-2| + |\sqrt{3}i| + |-\sqrt{3}i|$$

$$4 + 2\sqrt{3}$$

$\Rightarrow$  Đáp án chính xác là C

**VD4-** Giải phương trình sau trên tập số phức :  $z^3 + (i+1)z^2 + (i+1)z + i = 0$

A.  $z = i$       B.  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$       C.  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$       D. Cả A, B, C đều đúng

(Thi thử nhóm toán Đoàn Trí Dũng lần 3 năm 2017)

**Lời giải:**

❖ **Cách Casio**

- Để kiểm tra nghiệm của 1 phương trình ta sử dụng chức năng CALC

ALPHA X<sup>2</sup> 3 ► + ( ENG + 1 ) ALPHA X<sup>2</sup> + ( ENG + 1 ) ALPHA + ENG CALC = ENG =

CMPLX      Math      CMPLX      Math ▲

X?       $X^3 + (i+1)X^2 + (i+1)$

-i      0

Vậy  $z = i$  là nghiệm

- Tiếp tục kiểm tra  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  nếu giá trị này là nghiệm thì cả đáp án A và B đều đúng có nghĩa là đáp án D chính xác. Nếu giá trị này không là nghiệm thì chỉ có đáp án A đúng duy nhất.

CALC = ( 1 ÷ 2 ) + ( √ 3 2 ) ENG =

CMPLX      Math ▲

$X^3 + (i+1)X^2 + (i+1)$

0

Vậy  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  tiếp tục là nghiệm có nghĩa là đáp án A và B đều đúng

⇒ Đáp án chính xác là D

❖ **Cách tự luận**

- Để giải phương trình số phức xuất hiện số  $i$  trong đó ta không thể sử dụng chức năng MODE 5 được mà phải tiến hành nhóm nhân tử chung

Phương trình  $\Leftrightarrow z^3 + z^2 + z + (z^2 + z + 1)i = 0$

$\Leftrightarrow (z+i)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i \\ z^2 + z + 1 = 0 \end{cases}$

- Phương trình  $z^2 + z + 1 = 0$  không chứa số  $i$  nên ta có thể sử dụng máy tính Casio với chức năng giải phương trình MODE 5

MODE 5 3 1 = 1 = 1 = =

Math▼      Math▼▲

X<sub>1</sub>=      X<sub>2</sub>=

$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$        $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Tóm lại phương trình có 3 nghiệm  $z = i; z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

⇒ D là đáp án chính xác

**VD5.** Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có hai nghiệm

$z_1 = 1 + \sqrt{3}; z_2 = 1 - \sqrt{3}$

A.  $z^2 + i\sqrt{3}z + 1 = 0$       B.  $z^2 + 2z + 4 = 0$       C.  $z^2 - 2z + 4 = 0$       D.  $z^2 - 2z - 4 = 0$

(Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017)

**Lời giải:**

- Ta hiểu phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  nếu có hai nghiệm thì sẽ tuân theo định lý Vi-et (kể cả trên tập số thực hay tập số phức)

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

- Tính  $z_1 + z_2 = 2$

MODE 2 1 + √ 3 ► ENG + 1 - √ 3 ► ENG =

CMPLEX  $\sqrt{3}$  Math ▲

$$1 + \sqrt{3}i + 1 - \sqrt{3}i$$

2

Tính  $z_1 z_2 = 4$

( 1 + √ 3 ► ENG ) ( 1 - √ 3 ► ENG ) =

CMPLEX  $\sqrt{3}$  Math ▲

$$(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)$$

4

Rõ ràng chỉ có phương trình  $z^2 - 2z + 4 = 0$  có  $\frac{b}{a} = 2$  và  $\frac{c}{a} = 4$

⇒ Đáp số chính xác là C

**VD6.** Phương trình  $z^2 + iz + 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm trong tập số phức :

A. 2

B. 1

C. 0

D. Vô số

(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 1 năm 2017)

**Lời giải:**

- Ta phân biệt : Trên tập số thực phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  sẽ có hai nghiệm phân biệt nếu  $\Delta > 0$  , có hai nghiệm kép nếu  $\Delta = 0$  , vô nghiệm nếu  $\Delta < 0$  . Tuy nhiên trên tập số phức phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  có 1 nghiệm duy nhất nếu

$\Delta = 0$  , có hai nghiệm phân biệt nếu  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

- Vậy ta chỉ cần tính  $\Delta$  là xong. Với phương trình  $z^2 + iz + 1 = 0$  thì  $\Delta = i^2 - 4 = -5$  là một đại lượng  $< 0$  vậy phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt

⇒ Đáp số chính xác là A

**VD7.** Phần thực của số phức  $z$  là bao nhiêu biết  $z = \frac{(1 - i)^{10} (\sqrt{3} + i)^5}{(1 - i\sqrt{3})^{10}}$

A.  $1 + i$

B. 1

C.  $3 - 2i$

D.  $2^5 i$

**Lời giải:**

- Để xử lý số phức bậc cao ( $> 3$ ) ta sử dụng số phức về dạng lượng giác và sử dụng công

thức Moa-vơ . Và để dễ nhìn ta đặt  $z = \frac{z_1^{10} \cdot z_2^5}{z_3^{10}}$

- Tính  $z_1 = 1 - i = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ . Để tính  $r$  và  $\varphi$  ta lại sử dụng chức năng SHIF 2 3

**1** **=** **ENG** **SHIFT** **2** **3** **=**

CMPLX **1** **-i** **r** **∠** **θ**

$\sqrt{2} \angle -\frac{1}{4}\pi$

Vậy  $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) z_1^{10} = (\sqrt{2})^{10} \left( \cos 10 \cdot \frac{\pi}{4} + i \sin 10 \cdot \frac{\pi}{4} \right)$

Tính  $\cos 10 \cdot \frac{\pi}{4} + i \sin 10 \cdot \frac{\pi}{4}$

**cos** **1** **0** **×** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **4** **▶** **)** **+** **ENG** **sin** **1** **0** **×** **=** **SHIFT** **x10<sup>x</sup>** **▼** **4** **▶** **)** **=**

CMPLX **cos** **(** **10** **×** **=** **π** **)** **+** **i** **sin** **(** **10** **×** **=** **π** **)** **=** **-i**

Vậy  $z_1^{10} = (\sqrt{2})^{10} \cdot i = 2^5 \cdot i$

- Tương tự  $z_2^5 = 2^5 \left( \cos 5 \cdot \frac{\pi}{6} + i \sin 5 \cdot \frac{\pi}{6} \right) = 2^5 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$

$z_3^{10} = 2^{10} \left( \cos 10 \cdot \frac{2\pi}{3} + i \sin 10 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) = 2^{10} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$

Tổng hợp

$$z = \frac{z_1^{10} \cdot z_2^5}{z_3^{10}} = \frac{2^5 \cdot i \cdot 2^5 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)}{2^{10} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)}$$

**=** **2** **x<sup>a</sup>** **5** **▶** **ENG** **×** **2** **x<sup>a</sup>** **5** **▶** **(** **-** **=** **√** **3** **▼** **2** **▶** **+** **=** **1** **▼** **2** **▶** **ENG** **)** **▼** **2** **x<sup>a</sup>** **1** **0** **▶** **(** **-** **=** **1** **▼** **2** **▶** **-** **=** **√** **3** **▼** **2** **▶** **ENG** **)** **=**

CMPLX **2** **10** **(** **-** **1** **2** **-** **√** **3** **2** **i** **)** **=** **1**

Vậy  $z = 1 \Rightarrow$  Đáp số chính xác là **B**

### III) BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Cho phương trình  $z^2 - 2z + 17 = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1$  và  $z_2$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  là :

A.  $2\sqrt{17}$

B.  $2\sqrt{13}$

C.  $2\sqrt{10}$

D.  $2\sqrt{15}$

(Thi thử chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 2 năm 2017)

**Bài 2.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

A.  $2\sqrt{10}$

B. 20

C.  $5\sqrt{2}$

D.  $10\sqrt{3}$

(Đề thi toán Đại học – Cao đẳng khối A năm 2009)

**Bài 3.** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3$  là nghiệm của phương trình  $z^3 + 27 = 0$ . Tính tổng  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

A.  $T = 0$

B.  $T = 3\sqrt{3}$

C.  $T = 9$

D.  $T = 3$

(Thi thử Group Nhóm toán lần 5 năm 2017)

**Bài 4.** Gọi  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$ . Tính tổng sau

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

A. 5

B.  $5\sqrt{2}$

C.  $3\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{2}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

**Bài 5.** Xét phương trình  $z^3 = 1$  trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là :

A.  $S = \{1\}$

B.  $S = \left\{1; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}$

C.  $S = \left\{1; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}i\right\}$

D.  $S = \left\{\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

**Bài 6.** Biết  $z$  là nghiệm của phương trình  $z + \frac{1}{z} = 1$ . Tính giá trị biểu thức  $P = z^{2009} + \frac{1}{z^{2009}}$

A.  $P = 1$

B.  $P = 0$

C.  $P = \frac{5}{2}$

D.  $P = \frac{7}{4}$

### LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Cho phương trình  $z^2 - 2z + 17 = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1$  và  $z_2$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  là :

A.  $2\sqrt{17}$

B.  $2\sqrt{13}$

C.  $2\sqrt{10}$

D.  $2\sqrt{15}$

(Thi thử chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 2 năm 2017)

*Lời giải:*

#### ❖ Cách Casio

- Tìm hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 17 = 0$

MODE 5 3 1 = - 2 = 1 7 = =

□

Math▼

□

Math▼▲

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$1+4i$$

$$1-4i$$

- Tính tổng hai môđun bằng lệnh SHIFT HYP

MODE 2 SHIFT hyp 1 + 4 ENG ► + SHIFT hyp 1 - 4 ENG =

CMPLX

□

Math ▲

$$|1+4i| + |1-4i|$$

$$2\sqrt{17}$$

Vậy  $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{17} \Rightarrow$  Đáp số chính xác là A

**Bài 2.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

A.  $2\sqrt{10}$

B. 20

C.  $5\sqrt{2}$

D.  $10\sqrt{3}$

(Đề thi toán Đại học – Cao đẳng khối A năm 2009)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Tìm hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$

MODE 5 3 1 = 2 = 1 0 = =

$$X_1 =$$

Math▼

$$X_2 =$$

Math▼▲

$$-1+3i$$

$$-1-3i$$

- Tính tổng bình phương hai môđun bằng lệnh SHIFT HYP

MODE 2 SHIFT hyp = 1 + 3 ENG ►  $x^2$  + SHIFT hyp = 1 = 3 ENG ►  $x^2$  =

CMPLX

Math▲

$$|-1+3i|^2 + |-1-3i|^2$$

$$20$$

Vậy  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20 \Rightarrow$  Đáp số chính xác là B

**Bài 3.** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3$  là nghiệm của phương trình  $z^3 + 27 = 0$ . Tính tổng  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

A.  $T = 0$

B.  $T = 3\sqrt{3}$

C.  $T = 9$

D.  $T = 3$

(Thi thử Group Nhóm toán lần 5 năm 2017)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Tính nghiệm của phương trình  $z^3 + 27 = 0$  bằng chức năng MODE 5 4

MODE 5 4 1 = 0 = 0 = 2 7 = =

$$X_1 =$$

Math▼

$$X_2 =$$

Math▼▲

$$-3$$

$$\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$X_3 =$$

Math▲

$$\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{Vậy } z_1 = -3, z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_3 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

- Tính tổng môđun  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

MODE 5 4 1 = 0 = 0 = 2 7 = = = = MODE 1 MODE 2

SHIFT hyp = 3 ► + SHIFT hyp = 3 ▼ 2 ► + = 3 √ 3 ▼ 2

► ENG ► + SHIFT hyp = 3 ▼ 2 ► - = 3 √ 3 ▼ 2 ► ENG =



$$|-3| + \left| \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| = 9$$

Vậy  $T = 9 \Rightarrow$  Đáp số chính xác là C

**Bài 4.** Gọi  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$ . Tính tổng sau

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

A. 5

B.  $5\sqrt{2}$

C.  $3\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{2}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Đặt  $t = z^2$ . Tìm nghiệm của phương trình  $2t^2 - 3t - 2 = 0$

MODE 5 3 2 = - 3 = - 2 = =

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$2$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t^2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = \frac{1}{2} \\ z^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Với  $z^2 = 2 \Rightarrow z = \pm\sqrt{2}$

$$\text{Với } z^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow z^2 = \frac{i^2}{2} \Rightarrow z = \pm \frac{i}{\sqrt{2}}$$

- Tính tổng môđun  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

MODE 2 SHIFT hyp √ 2 ►► + SHIFT hyp - √ 2 ►► + SHIFT hyp = ENG

▼ √ 2 ►►► + SHIFT hyp = - ENG ▼ √ 2 =

$$|\sqrt{2}| + |-\sqrt{2}| + \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \right| + \left| \frac{-i}{\sqrt{2}} \right| = 3\sqrt{2}$$

Vậy  $T = 3\sqrt{2} \Rightarrow$  Đáp số chính xác là C

**Bài 5.** Xét phương trình  $z^3 = 1$  trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là :

$$\text{A. } S = \{1\}$$

$$\text{B. } S = \left\{ 1; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \right\}$$

$$\text{C. } S = \left\{ 1; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}i \right\}$$

$$\text{D. } S = \left\{ \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Giải phương trình bậc ba  $z^3 - 1 = 0$  với chức năng MODE 54

MODE 5 4 1 = 0 = 0 = - 1 = =

$$X_1 = 1 \quad X_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad X_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

- Phương trình có 3 nghiệm  $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, x_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\Rightarrow$  Đáp số chính xác là C

**Bài 6.** Biết  $z$  là nghiệm của phương trình  $z + \frac{1}{z} = 1$ . Tính giá trị biểu thức  $P = z^{2009} + \frac{1}{z^{2009}}$

- A.  $P = 1$       B.  $P = 0$       C.  $P = \frac{5}{2}$       D.  $P = \frac{7}{4}$

*Lời giải:*

❖ **Cách Casio**

- Quy đồng phương trình  $z + \frac{1}{z} = 0$  ta được phương trình bậc hai  $z^2 - z + 1 = 0$ . Tính nghiệm phương trình này với chức năng MODE 5 3

MODE 5 3 1 = = 1 = = 1 = =

$$X_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad X_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

- Ta thu được hai nghiệm  $z$  nhưng hai nghiệm này có vai trò như nhau nên chỉ cần lấy một nghiệm  $z$  đại diện là được

Với  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ta chuyển về dạng lượng giác  $\Rightarrow z = 1 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

1 1 2 2 + 3 2 2 ENG SHIFT 2 3 =

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \rightarrow r \angle \theta \quad 1 \angle \frac{1}{3}\pi$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow z^{2009} = 1^{2009} \left( \cos 2009 \cdot \frac{\pi}{3} + i \sin 2009 \cdot \frac{\pi}{3} \right) = \left( \cos 2009 \cdot \frac{\pi}{3} + i \sin 2009 \cdot \frac{\pi}{3} \right)$$

Tính  $z^{2009}$  và lưu vào biến A

ON cos 2 0 0 9 X SHIFT x10<sup>-3</sup> 3 2 2 + ENG sin 2 0 0 9

X SHIFT x10<sup>-3</sup> 3 2 2 = SHIFT RCL (←)

$$\cos\left(2009 \times \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(2009 \times \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

$$0.5 - 0.866025403i \quad 0.5 - 0.866025403i$$

Tổng kết  $P = A + \frac{1}{A} = 1$

---

ALPHA (←) +  1 ▾ ALPHA (←) =

CMPLX



Math ▲

$$A + \frac{1}{A}$$

1

⇒ Đáp số chính xác là **A**